



## 第十章

# MIMO空时处理技术



主讲人: 牛 凯

[niukai@bupt.edu.cn](mailto:niukai@bupt.edu.cn)

# 空时处理技术背景

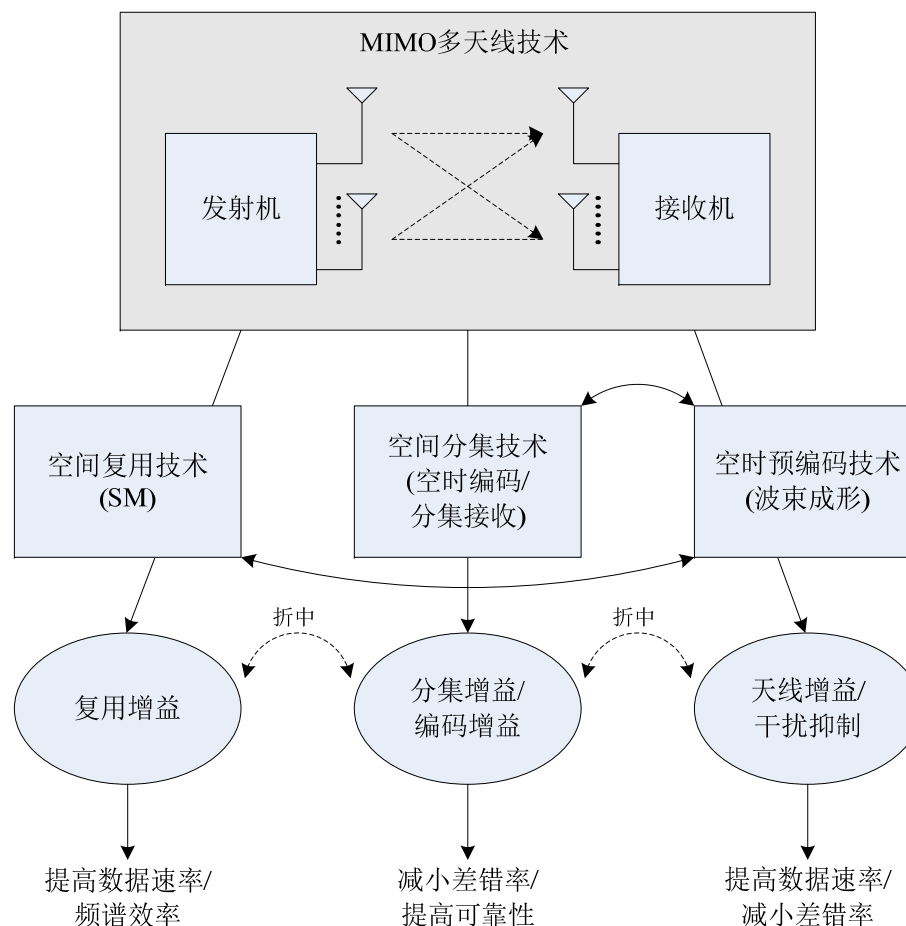


空时处理始终是通信理论界的一个活跃领域。在早期研究中，学者们主要注重空间信号传播特性和信号处理，对空间处理的信息论本质探讨不多。上世纪九十年代中期，由于移动通信爆炸式发展，对于无线链路传输速率提出了越来越高的要求，传统的时频域信号设计很难满足这些需求。工业界的实际需求推动了理论界的深入探索。



# 空时处理技术现状

纵观MIMO技术的发展，可以将空时编码的研究分为三大方向：空间复用、空间分集与空时预编码技术，如图10.1所示。



# 本章内容



- 本章分七个部分介绍，首先介绍多天线信息论的基础知识；其次讨论空时块编码技术；
- 第三节阐述分层空时码的结构和常用译码算法；第四节详细介绍了空时格码的构造方法和性能，
- 第五节概要介绍了空时预编码技术的基本原理。第六节简述大规模MIMO的基本原理。
- 最后说明MIMO技术在宽带移动通信系统中的应用。

## § 10.1 多天线信息论简介



多天线分集接收是抗衰落的传统技术手段，但对于多天线发送分集，长久以来学术界并没有统一认识。Telatar首先得到了高斯信道下多天线发送系统的信道容量和差错指数函数。他假定各个通道之间的衰落是相互独立的。几乎同时，Foschini和Gans得到了在准静态衰落信道条件下的截止信道容量(Outage Capacity)。此处的准静态是指信道衰落在一个长周期内保持不变，而周期之间的衰落相互独立，也称这种信道为块衰落信道(Block Fading)。

Foschini和Gans的工作，以及Telatar的工作是多天线信息论研究的开创性文献。在这些著作中，他们指出，在一定条件下，采用多个天线发送、多个天线接收(MIMO)系统可以成倍提高系统容量，信道容量的增长与天线数目成线性关系。

## 10.1.1 MIMO系统信号模型



假设点到点MIMO系统，具有 $n_T$ 个发送天线， $n_R$ 个接收天线。我们考虑采用空时编码的离散时间复基带线性系统模型。系统结构如下图所示。假设每个符号周期系统发送的信号为 $n_T \times 1$ 维列向量 $\mathbf{X}$ ，其中第 $i$ 个分量 $x_i$ 表示从 $i$ 个天线发送的信号。由信息理论可知，对于高斯信道，最优的输入信号分布也为高斯分布。因此假设发送信号向量的每个分量都服从0均值独立同分布(i.i.d.)高斯随机变量。发送信号协方差矩阵可以表示为：

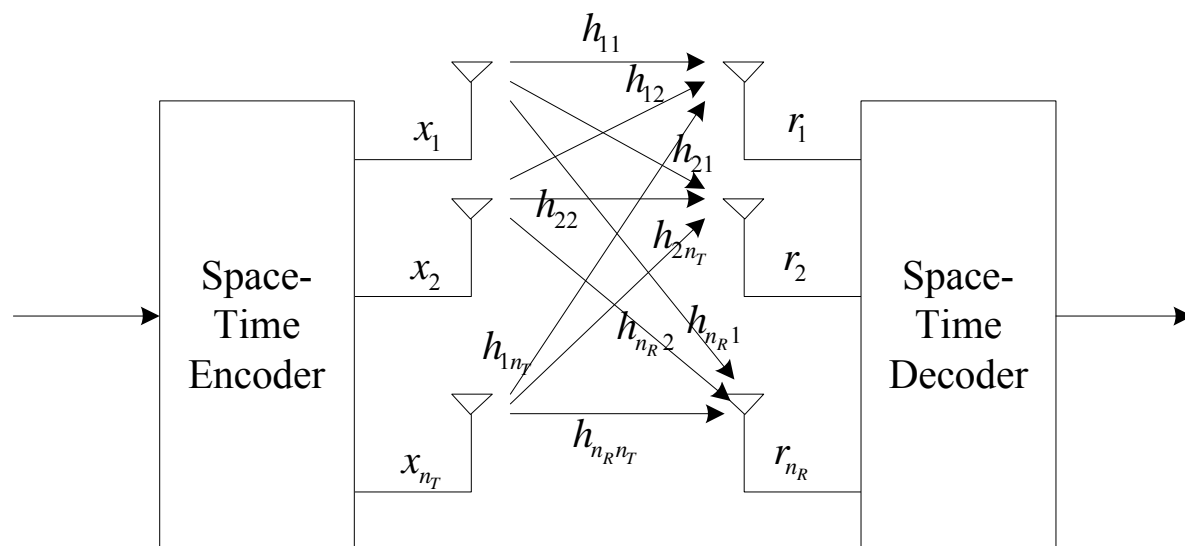
$$\mathbf{R}_{xx} = E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)$$

其中， $E(\cdot)$ 表示数学期望， $H$ 表示共轭转置。假设系统发射总功率为 $P$ ，则可以表示为：

$$\text{Tr}(\mathbf{R}_{xx}) = P$$

其中， $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

# 10.1.1 MIMO系统信号模型



MIMO系统原理

# 10.1.1 MIMO系统信号模型



一般的，接收机未知信道响应，因此可以假设每个天线的发射功率相同为 $P/n_T$ 。则发射信号的协方差矩阵可以表示为：

$$\mathbf{R}_{xx} = \frac{P}{n_T} \mathbf{I}_{n_T}$$

其中， $\mathbf{I}_{n_T}$ 表示 $n_T \times n_T$ 维单位矩阵。为了简化表示，假设发送信号带宽足够窄，则系统信道响应为平坦衰落。

信道响应矩阵可以表示为 $n_T \times n_R$ 维的复矩阵 $\mathbf{H}$ 。矩阵中的每个元素 $h_{ij}$ 表示从第 $j$ 个发送天线到第 $i$ 个接收天线的信道响应系数。为了归一化目的，假设每个接收天线的接收信号功率等于所有发送天线的信号总功率。也就是说，忽略大尺度衰落、阴影衰落和天线增益造成的信号放大或衰减。由此可以得到信道响应矩阵的归一化约束：

$$\sum_{j=1}^{n_T} |h_{ij}|^2 = n_T, \quad i = 1, 2, \dots, n_R$$



## 10.1.1 MIMO系统信号模型



上式对于固定衰落系数或随机衰落均成立，若信道衰落是随机变化的，则上式左端需要取数学期望。

接收机的噪声向量可以表示为 $n_R \times 1$ 维列向量 $\mathbf{n}$ 。该向量的分量都是0均值独立同分布高斯随机变量，实部与虚部相互独立，且具有相同的方差。则接收噪声向量的协方差矩阵表示为：

$$\mathbf{R}_{nn} = E(\mathbf{nn}^H) = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_R}$$

接收信号也可以表示为 $n_R \times 1$ 维列向量 $\mathbf{r}$ ，每个分量表示一个接收天线收到的信号。由于每个天线的接收功率等于所有天线的发送总功率，因此可以定义系统信噪比为总发送功率与每天线的噪声功率之比，它独立于发送天线数目 $n_T$ ，可以表示为：



## 10.1.1 MIMO系统信号模型

$$SNR = \frac{P}{\sigma^2}$$

因此接收向量可以表示为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$

由此可得，接收信号的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{rr} = E(\mathbf{r}\mathbf{r}^H) = \mathbf{H}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_{nn} = \frac{P}{n_T}\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}_{n_R}$$

## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



根据信息论表述，系统信道容量可以定义为在差错概率任意小条件下，系统获得的最大数据速率。一般的，假设接收机未知信道响应矩阵，而接收机却可以精确估计信道衰落。对信道响应矩阵 $\mathbf{H}$ 进行奇异分解可得：

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$$

其中， $\mathbf{D}$ 是 $n_R \times n_T$ 非负对角矩阵， $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 分别是 $n_R \times n_R$ 和 $n_T \times n_T$ 的正交矩阵。这两个矩阵满足条件 $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_{n_R}$ 和 $\mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}_{n_T}$ 。对角矩阵 $\mathbf{D}$ 的元素是矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ 的特征值的非负平方根。定义矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ 的特征值为 $\lambda$ ，即满足如下关系式：

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H \mathbf{y} = \lambda \mathbf{y}$$

其中 $n_R \times 1$ 维向量 $\mathbf{y}$ 是特征向量。

## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



将 $\mathbf{H}$ 矩阵的分解形式代入接收信号的矩阵表达式得：

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

引入如下的矩阵变换：

$$\begin{cases} \mathbf{r}' = \mathbf{U}^H \mathbf{r} \\ \mathbf{x}' = \mathbf{V}^H \mathbf{x} \\ \mathbf{n}' = \mathbf{U}^H \mathbf{n} \end{cases}$$

可以将上式化简为：

$$\mathbf{r}' = \mathbf{D}\mathbf{x}' + \mathbf{n}'$$

令矩阵 $\mathbf{H}$ 的奇异值为 $\sqrt{\lambda_i}, i=1, 2, \dots, r$ ,  $r$ 为 $\mathbf{H}$ 的秩，代入上式，得到如下关系式：

$$\begin{cases} r'_i = \sqrt{\lambda_i} x'_i + n'_i, i=1, 2, \dots, r \\ r'_i = n'_i, i=r+1, r+2, \dots, n_R \end{cases}$$

## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



由上式可知，接收信号分量  $r'_i, i = r+1, r+2, \dots, n_R$  并不依赖于发送信号，即信道增益为0。而只有  $r$  个信号分量  $r'_i, i = 1, 2, \dots, r$  与发送信号有关。则上述MIMO系统可以看作  $r$  个独立的并行子信道的叠加。每个子信道的增益为  $H$  矩阵的一个奇异值。

信号向量  $\mathbf{r}'$ 、 $\mathbf{x}'$  以及  $\mathbf{n}'$  的协方差矩阵与迹如下：

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{r'r'} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}_{rr} \mathbf{U} \\ \mathbf{R}_{x'x'} = \mathbf{V}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{V} \\ \mathbf{R}_{n'n'} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}_{nn} \mathbf{U} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Tr}(\mathbf{R}_{r'r'}) = \text{Tr}(\mathbf{R}_{rr}) \\ \text{Tr}(\mathbf{R}_{x'x'}) = \text{Tr}(\mathbf{R}_{xx}) \\ \text{Tr}(\mathbf{R}_{n'n'}) = \text{Tr}(\mathbf{R}_{nn}) \end{cases}$$

可见矩阵变换前后信号向量的功率相同。

## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



如前所述，假设每个天线的发送功率为 $P/n_T$ ，利用仙农信道容量公式，可得MIMO系统的信道容量为：

$$\begin{aligned} C &= W \sum_{i=1}^r \log_2 \left( 1 + \frac{\lambda_i P}{n_T \sigma^2} \right) \\ &= W \log_2 \prod_{i=1}^r \left( 1 + \frac{\lambda_i P}{n_T \sigma^2} \right) \end{aligned}$$

其中 $W$ 是每个子信道的带宽， $\sqrt{\lambda_i}$ 是信道矩阵 $\mathbf{H}$ 的奇异值。由此可见，MIMO信道容量与信道响应矩阵有关。

令 $\mathbf{Q}$ 满足下式：

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, n_R < n_T \\ \mathbf{H}^H \mathbf{H}, n_R \geq n_T \end{cases}$$

## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



令 $m$ 满足下式:

$$m = \min(n_R, n_T)$$

$\lambda$ 是 $\mathbf{Q}$ 矩阵的特征值, 则有:

$$|\lambda \mathbf{I}_m - \mathbf{Q}| = 0$$

求解上述方程组, 就可以得到信道矩阵的奇异值。

令  $p(\lambda) = |\lambda \mathbf{I}_m - \mathbf{Q}|$ , 为 $\mathbf{Q}$ 矩阵的特征多项式, 该多项式的阶数为  $m$ , 可以分解为如下的形式:

$$p(\lambda) = |\lambda \mathbf{I}_m - \mathbf{Q}| = \prod_{i=1}^m (\lambda - \lambda_i)$$

其中  $\lambda_i$  是特征多项式的根, 也是信道响应矩阵的奇异值。

## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



将  $\lambda = -\frac{n_T \sigma^2}{P}$  代入上式可得：

$$\prod_{i=1}^m \left( 1 + \frac{\lambda_i P}{n_T \sigma^2} \right) = \left| \mathbf{I}_m + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{Q} \right|$$

因此MIMO信道容量公式也可以表示为：

$$C = W \log_2 \left| \mathbf{I}_m + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right|$$

下面介绍另一种MIMO信道容量的推导方法。一般的，MIMO信道容量可以表述为如下通用表达式：

$$C = W \log_2 \frac{|\mathbf{R}_{xx}| \cdot |\mathbf{R}_{rr}|}{|\mathbf{R}_{uu}|}$$



## 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



其中，向量 $\mathbf{u} = (\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T)^T$ ，则该向量的协方差矩阵可以表示为：

$$\mathbf{R}_{uu} = E(\mathbf{u}\mathbf{u}^H) = E\left[\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}^H & \mathbf{r}^H \end{pmatrix}\right] = \begin{bmatrix} E(\mathbf{x}\mathbf{x}^H) & E(\mathbf{x}\mathbf{r}^H) \\ E(\mathbf{r}\mathbf{x}^H) & E(\mathbf{r}\mathbf{r}^H) \end{bmatrix}$$

定义向量 $\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{r}$ 的协方差矩阵为：

$$\mathbf{R}_{xr} = E(\mathbf{x}\mathbf{r}^H) = E\left[\mathbf{x}(\mathbf{x}^H \mathbf{H}^H + \mathbf{n}^H)\right] = \frac{P}{n_T} \mathbf{H}^H$$

上面的推导用到了 $\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{n}$ 相互独立的假设。

一般的对于分块矩阵，有如下的行列式计算定理：

$$\begin{vmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{vmatrix} = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}|$$

# 10.1.2 MIMO系统信道容量推导



故有：

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{R}_{uu}| &= \left| \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \mathbf{R}_{xr} \\ \mathbf{R}_{xr}^H & \mathbf{R}_{rr} \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} \frac{P}{n_T} \mathbf{I}_{n_T} & \frac{P}{n_T} \mathbf{H}^H \\ \frac{P}{n_T} \mathbf{H} & \frac{P}{n_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_R} \end{bmatrix} \right| \\
 &= \left| \frac{P}{n_T} \mathbf{I}_{n_T} \right| \cdot \left| \frac{P}{n_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_R} - \frac{P}{n_T} \mathbf{H}^H \cdot \frac{n_T}{P} \mathbf{I}_{n_T} \cdot \frac{P}{n_T} \mathbf{H} \right| \\
 &= \left| \frac{P}{n_T} \mathbf{I}_{n_T} \right| \cdot |\sigma^2 \mathbf{I}_{n_R}|
 \end{aligned}$$

代入MIMO信道容量通用公式得：

$$C = W \log_2 \frac{\left| \frac{P}{n_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_R} \right|}{|\sigma^2 \mathbf{I}_{n_R}|} = W \log_2 \left| \mathbf{I}_{n_R} + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right|$$

### 10.1.3 随机信道的MIMO系统容量



在实际系统中，信道响应矩阵常常是随机矩阵。一般的，矩阵的每个系数服从Rayleigh分布或Rice分布。我们主要讨论的信道类型有：

- 1. 信道响应矩阵是随机矩阵，在每个符号周期内保持不变，而符号之间随机变化，这种信道称为快衰落信道；
- 2. 信道响应矩阵是随机矩阵，在固定数目的符号周期内保持不变，且持续时间远小于整个发送时间，这种信道称为块衰落信道；
- 3. 信道响应矩阵是随机矩阵，且在整個发送时间都保持不变，这种信道称为慢衰落或准静态衰落信道。

### 10.1.3 随机信道的MIMO系统容量



我们主要分析这三种信道下的MIMO系统信道容量。首先考察单发单收快(块)衰落系统。此时信道响应服从自由度为2的 $\chi^2_2$ 分布, 可以表述为  $y = \chi^2_2 = z_1^2 + z_2^2$ , 其中 $z_1$ 和 $z_2$ 都是0均值独立高斯随机变量, 方差都为1/2。则对于这种单发单收系统信道容量可以表示为:

$$C = E \left[ W \log_2 \left( 1 + \chi^2_2 \frac{P}{\sigma^2} \right) \right]$$

数学期望是对随机变量 $\chi^2_2$  进行的。

对于MIMO快衰落信道, 采用奇异值分解方法得到的系统容量为:

$$C = E \left[ W \log_2 \left| \mathbf{I}_r + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{Q} \right| \right]$$

# 10.1.3 随机信道的MIMO系统容量



其中 $\mathbf{Q}$ 矩阵定义为:

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, n_R < n_T \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H}, n_R \geq n_T \end{cases}$$

对于快衰落信道, 由于信道响应是遍历随机过程, 因此可以对随机矩阵 $\mathbf{H}$ 取数学期望。

当天线数目较大时, 为了便于MIMO信道容量的计算, 可以利用拉盖尔(Laguerre)多项式展开得:

$$C = W \int_0^\infty \log_2 \left( 1 + \frac{P}{n_T \sigma^2} \lambda \right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{k!}{(k+n+m)!} [L_k^{n-m}(\lambda)]^2 \lambda^{n-m} e^{-\lambda} d\lambda$$

其中 $m = \min(n_T, n_R)$ ,  $n = \max(n_T, n_R)$ ,  $L_k^{n-m}(x)$ 表示 $k$ 阶拉盖尔多项式, 定义为:

# 10.1.3 随机信道的MIMO系统容量



$$L_k^{n-m}(x) = \frac{1}{k!} e^x x^{m-n} \frac{d^k}{dx^k} (e^{-x} x^{n-m+k})$$

记  $\tau = \frac{n}{m}$ , 增加  $m$  和  $n$  而保持  $\tau$  不变, 则用  $m$  归一化的信道容量可以表述为:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C}{m} = \frac{W}{2\pi} \int_{v_1}^{v_2} \log_2 \left( 1 + \frac{Pm}{n_T \sigma^2} v \right) \sqrt{\left( \frac{v_2}{v} - 1 \right) \left( 1 - \frac{v_1}{v} \right)} dv$$

其中:  $v_1 = (\sqrt{\tau} - 1)^2$ ,  $v_2 = (\sqrt{\tau} + 1)^2$

接着, 考察准静态信道的MIMO系统容量。在准静态信道响应条件下, 整个发送时间只有一个信道响应矩阵, 因此这种信道是非遍历随机过程。严格意义上的仙农信道容量为0。

### 10.1.3 随机信道的MIMO系统容量



但如果引入截止(Outage)概率, 表征系统能够达到某个容量的概率, 则仍然可以刻画这种信道的系统容量。由此, 对于准静态信道, 需要引入截止容量概念。

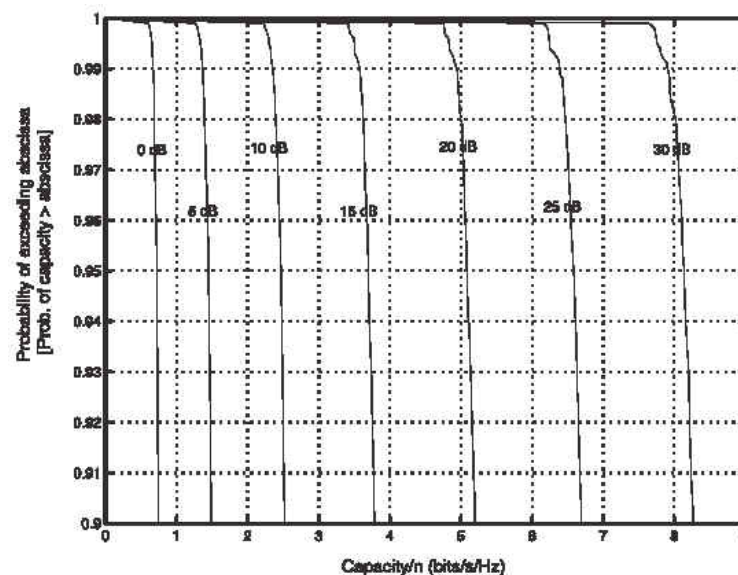
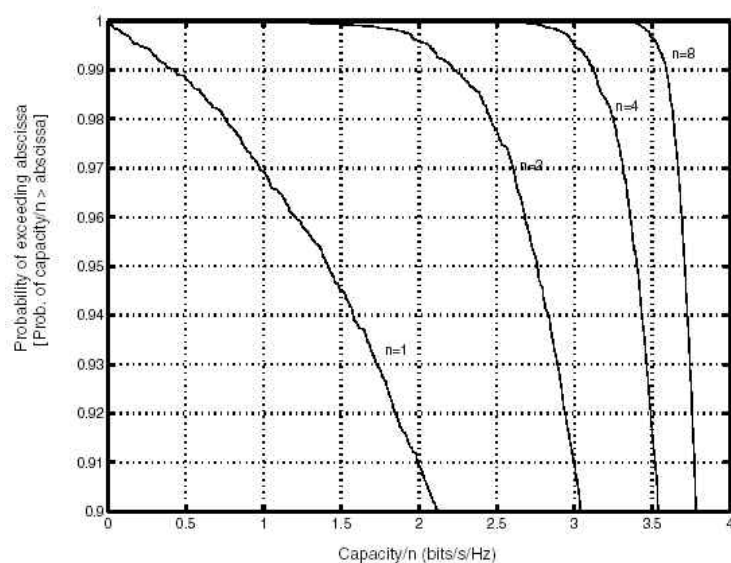
给定系统发送容量 $R$ , 则系统的截止容量可以定义为:

$$P_{outage}(R) = P \left\{ W \log_2 \left| \mathbf{I}_r + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{Q} \right| < R \right\}$$

这就是Foschini等人引入的截止容量概念。在高信噪比条件下, 截止容量概率与误帧率相同。

在准静态衰落信道下, 可以通过Monte Carlo方法进行仿真, 求得信道容量。下图给出了信噪比 $E_b/N_0=15dB$ 条件下, 不同天线数目对应的信道容量累积分布函数(CCDF) 以及在 $n_T=n_R=8$ 条件下, 不同信噪比对应的累积分布函数。

# 10.1.3 随机信道的MIMO系统容量



SNR为15dB时，准静态信道的信道容量累积分布函数

$n_T = n_R = 8$ 时不同信噪比的MIMO系统信道容量



## § 10.2 空时块编码 (STBC)



前面介绍了MIMO系统信息论的一些基础知识，本节开始我们介绍一类高性能的空时编码方法——空时块编码(Space Time Block Code)。STBC编码最先是由Alamouti引入的，采用了简单的两天线发分集编码的方式。这种STBC编码最大的优势在于，采用简单的最大似然译码准则，可以获得完全的天线增益。Tarokh进一步将2天线STBC编码推广到多天线形式[10.27]，提出了通用的正交设计准则。



## 10.2.1 两天线空时块码

### 1. Alamouti STBC编码

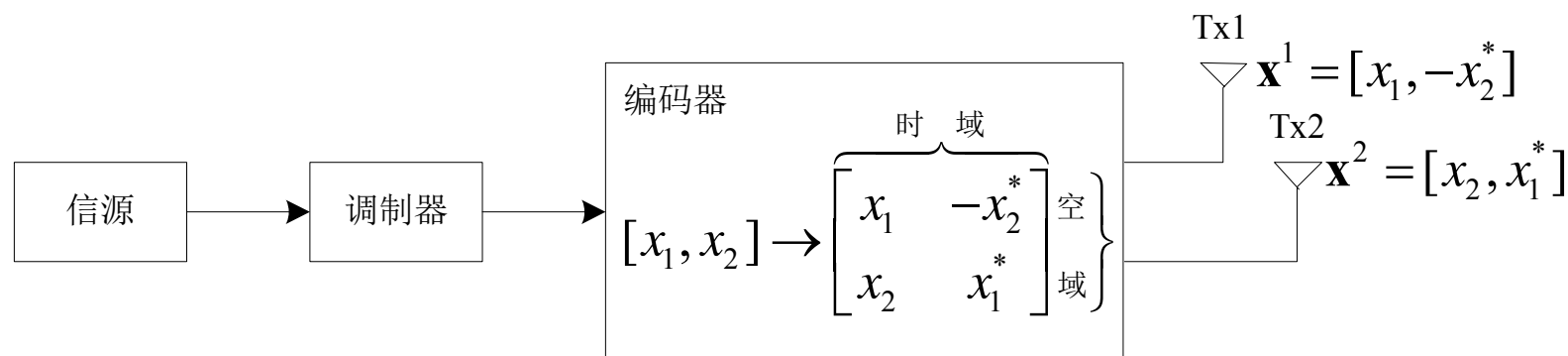
在这种编码方案中，每组 $m$ 比特信息首先调制为 $M=2^m$ 进制符号。然后编码器选取连续的两个符号，根据下述变换将其映射为发送信号矩阵。

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* \\ x_2 & x_1^* \end{bmatrix}$$

天线1发送信号矩阵的第一行，而天线2发送信号矩阵的第二行。编码器结构如下图所示。



## 10.2.1 两天线空时块码



Alamouti空时块编码器结构

由图可知，Alamouti空时编码是在空域和时域上进行编码。令天线1和2的发送信号向量分别为：

$$\mathbf{x}^1 = [x_1, -x_2^*], \mathbf{x}^2 = [x_2, x_1^*]$$

这种空时编码的关键思想在于两个天线发送的信号向量相互正交，编码矩阵具有如下性质：



## 10.2.1 两天线空时块码

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^H = \begin{bmatrix} |x_1|^2 + |x_2|^2 & 0 \\ 0 & |x_1|^2 + |x_2|^2 \end{bmatrix} = (|x_1|^2 + |x_2|^2) \mathbf{I}_2$$

其中 $\mathbf{I}_2$ 是 $2 \times 2$ 的单位矩阵。

假设接收机采用单天线接收。发送天线1和2的块衰落信道响应系数为：

$$h_1 = |h_1| e^{j\theta_1}, h_2 = |h_2| e^{j\theta_2}$$

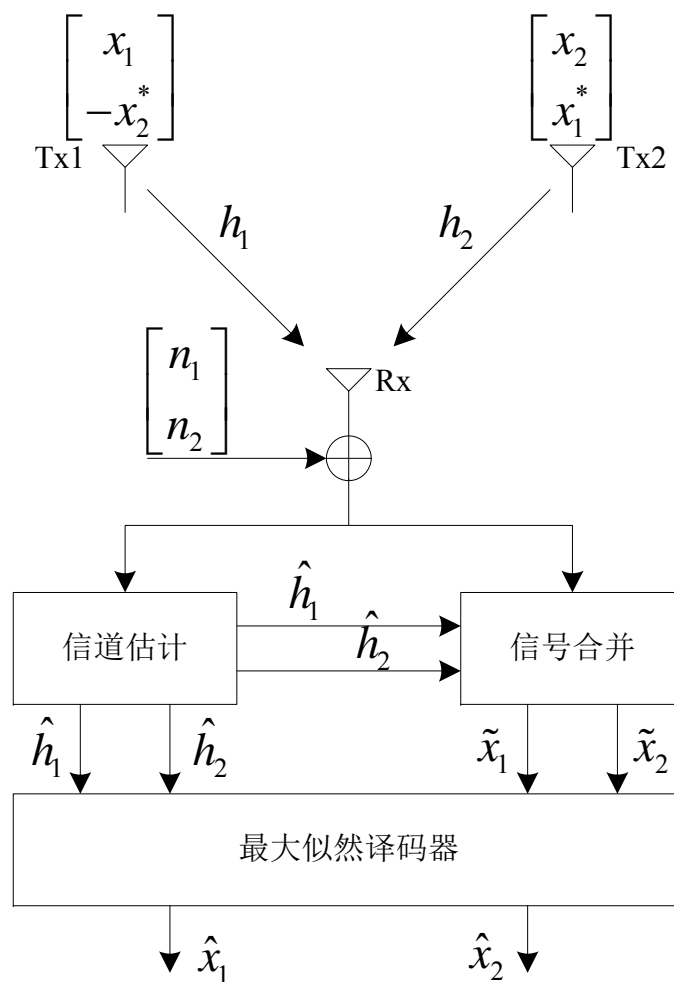
在接收端，相邻两个符号周期接收到的信号可以表示为：

$$\begin{cases} r_1 = h_1 x_1 + h_2 x_2 + n_1 \\ r_2 = -h_1 x_2^* + h_2 x_1^* + n_2 \end{cases}$$

其中， $n_1$ 和 $n_2$ 表示第一个符号和第二个符号的加性白高斯噪声样值。这种两发一收的接收机结构如下图所示：



# 10.2.1 两天线空时块码



2发1收STBC译码器结构



## 10.2.1 两天线空时块码

### 2.STBC最大似然译码(MLD)算法

假设接收机可以获得理想信道估计，则最大似然译码算法要求在信号星座图上最小化如下的欧式距离度量：

$$\begin{aligned} & d^2(r_1, h_1 \hat{x}_1 + h_2 \hat{x}_2) + d^2(r_2, -h_1 \hat{x}_2^* + h_2 \hat{x}_1^*) \\ &= |r_1 - h_1 \hat{x}_1 - h_2 \hat{x}_2|^2 + |r_2 + h_1 \hat{x}_2^* - h_2 \hat{x}_1^*|^2 \end{aligned}$$

其中 $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ 都是星座图上的信号点。

将上式展开可得：

$$\begin{aligned} & |r_1 - h_1 \hat{x}_1 - h_2 \hat{x}_2|^2 + |r_2 + h_1 \hat{x}_2^* - h_2 \hat{x}_1^*|^2 \\ &= (1 - |h_1|^2 - |h_2|^2)(|r_1|^2 + |r_2|^2) + (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)(|\hat{x}_1|^2 + |\hat{x}_2|^2) \\ &+ |h_1^* r_1 + h_2^* r_2 - \hat{x}_1|^2 + |h_2^* r_1 - h_1^* r_2 - \hat{x}_2|^2 \end{aligned}$$



## 10.2.1 两天线空时块码

由于上式中第一项是公共项，与信号点无关，可以忽略，这样可得最大似然译码判决准则为：

$$(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = \arg \min_{(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \in C} (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)(|\hat{x}_1|^2 + |\hat{x}_2|^2) + d^2(\tilde{x}_1, \hat{x}_1) + d^2(\tilde{x}_2, \hat{x}_2)$$

其中， $C$ 表示调制符号对的组合， $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$ 是判决统计量，表示为：

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = h_1^* r_1 + h_2 r_1^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) x_1 + h_1^* n_1 + h_2 n_2^* \\ \tilde{x}_2 = h_2^* r_1 - h_1 r_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) x_2 - h_1 n_2^* - h_2^* n_1 \end{cases}$$

由此可知，给定信道响应，则两个判决统计量分别只是各自发送信号的函数。则最大似然译码准则可以分解为独立的两个准则：

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = \arg \min_{\hat{x}_1 \in S} (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|\hat{x}_1|^2 + d^2(\tilde{x}_1, \hat{x}_1) \\ \hat{x}_2 = \arg \min_{\hat{x}_2 \in S} (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|\hat{x}_2|^2 + d^2(\tilde{x}_2, \hat{x}_2) \end{cases}$$



## 10.2.1 两天线空时块码

当采用MPSK调制方式时，对于所有的信号点 都有：

$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|\hat{x}_i|^2, i=1,2$  是常量，因此最大似然判决准则可以进一步简化为：

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = \arg \min_{\hat{x}_1 \in S} d^2(\tilde{x}_1, \hat{x}_1) = \arg \min_{\hat{x}_1 \in S} |h_1^* r_1 + h_2 r_1^* - \hat{x}_1|^2 \\ \hat{x}_2 = \arg \min_{\hat{x}_2 \in S} d^2(\tilde{x}_2, \hat{x}_2) = \arg \min_{\hat{x}_2 \in S} |h_2^* r_1 - h_1 r_2^* - \hat{x}_2|^2 \end{cases}$$

上述MLD算法可以推广到多个接收天线的情况：

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = \arg \min_{\hat{x}_1 \in S} \left[ \left( \sum_{j=1}^{n_R} (|h_{j,1}|^2 + |h_{j,2}|^2) - 1 \right) |\hat{x}_1|^2 + d^2(\tilde{x}_1, \hat{x}_1) \right] \\ \tilde{x}_2 = \arg \min_{\hat{x}_2 \in S} \left[ \left( \sum_{j=1}^{n_R} (|h_{j,1}|^2 + |h_{j,2}|^2) - 1 \right) |\hat{x}_2|^2 + d^2(\tilde{x}_2, \hat{x}_2) \right] \end{cases}$$





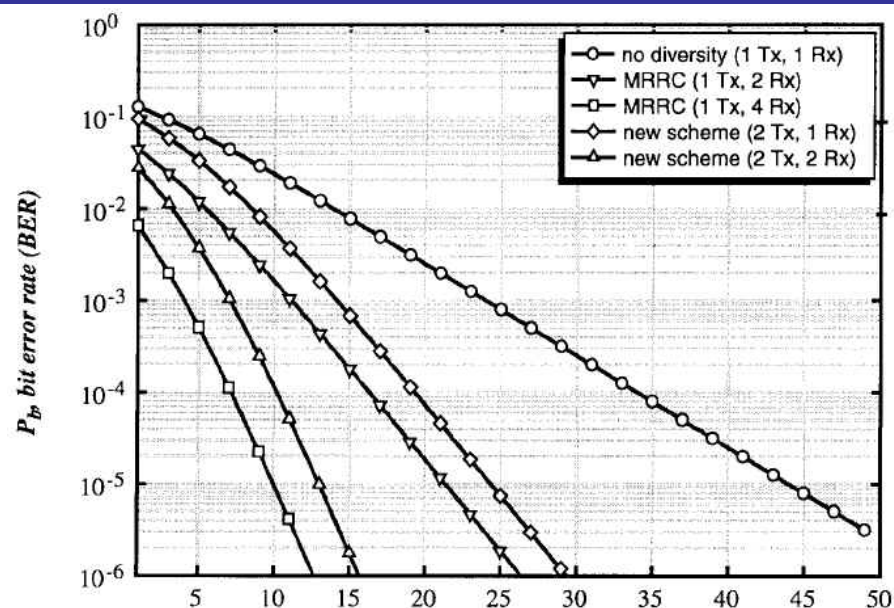
## 10.2.1 两天线空时块码

对于MPSK星座，多个接收天线的MLD可以进一步简化。下图给出了几种Alamouti编码方案在准静态衰落信道下的系统性能。仿真中接收端采用理想信道估计，调制方式是相干BPSK调制。

由图可知，2发1收Alamouti编码的分集增益与1发2收最大比合并收分集系统的分集增益相同，但信噪比损失3dB。这主要是由于在Alamouti编码系统中，每个天线的发送信号功率是1发2收分集接收系统的发送信号功率的一半造成的。如果将每天线的发射功率提高一倍，则两者的系统性能相同。同理对于2发2收Alamouti系统和1发4收系统也有同样的结果。一般的，2发 $n_R$ 收Alamouti系统获得的分集增益与1发 $2n_R$ 收分集系统所获得的增益相同。



## 10.2.1 两天线空时块码



Alamouti编码的系统性能

Alamouti编码设计的关键在于保证两天线发送信号序列之间的正交性。因此Tarokh将正交设计思想推广到多个发送天线，提出了一般的正交空时块码设计方法[10.27]。这些STBC码可以获得完全的分集增益，并且只需要利用线性信号处理进行简单的最大似然译码。

## § 10.3 分层空时码

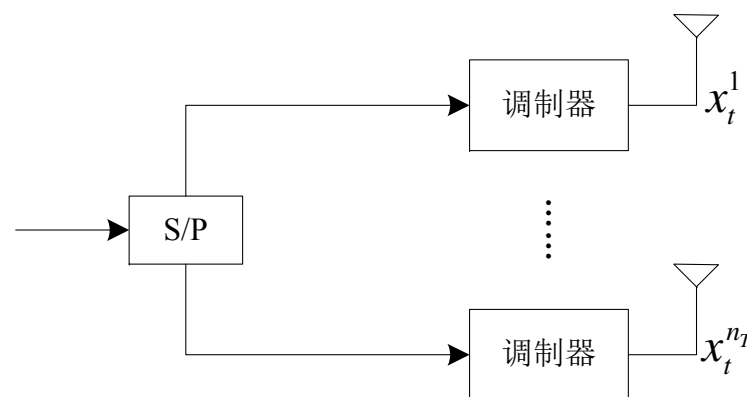


分层空时码(Layer Space-Time Codes, 简称LST)最早是贝尔实验室的Foschini等人提出的[10.10]。他们最初提出的对角化分层空时码可以达到MIMO信道容量的下界。分层空时码最大优点在于允许采用一维的处理方法对多维空间信号进行处理, 因此极大的降低了译码复杂度。一般的, 分层空时码的接收机复杂度与数据速率成线性关系。本节我们讨论现有的几种分层空时码的基本结构, 然后重点介绍V-BLAST的几种译码算法。

## 10.3.1 分层空时码的分类与结构



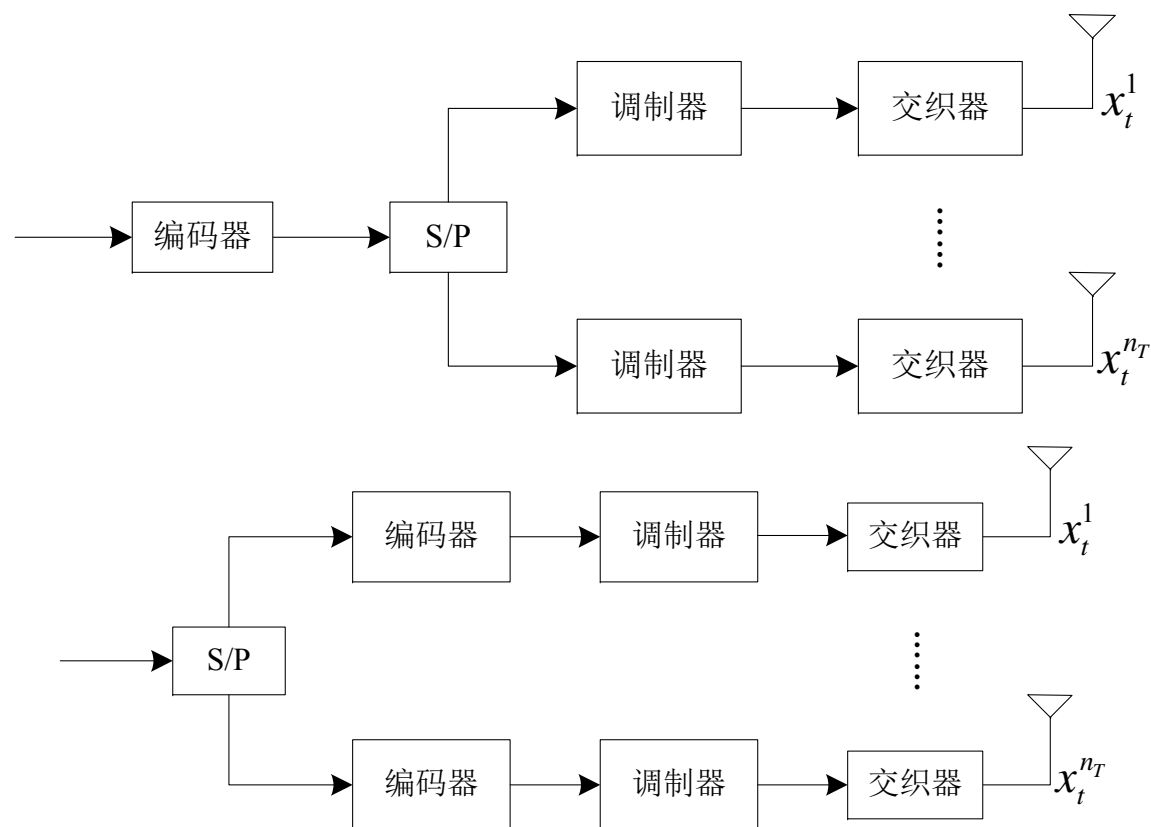
分层空时码实际上描述了空时多维信号发送的结构，它可以和信道编码进行级联。最简单的未编码分层空时码就是著名的V-BLAST，即垂直结构的分层空时码(VLST)。它的编码方式如下图所示，比较简单。



VLST的结构

如果与编码器结合，可以得到各种结构的分层空时码。

# 10.3.1 分层空时码的分类与结构

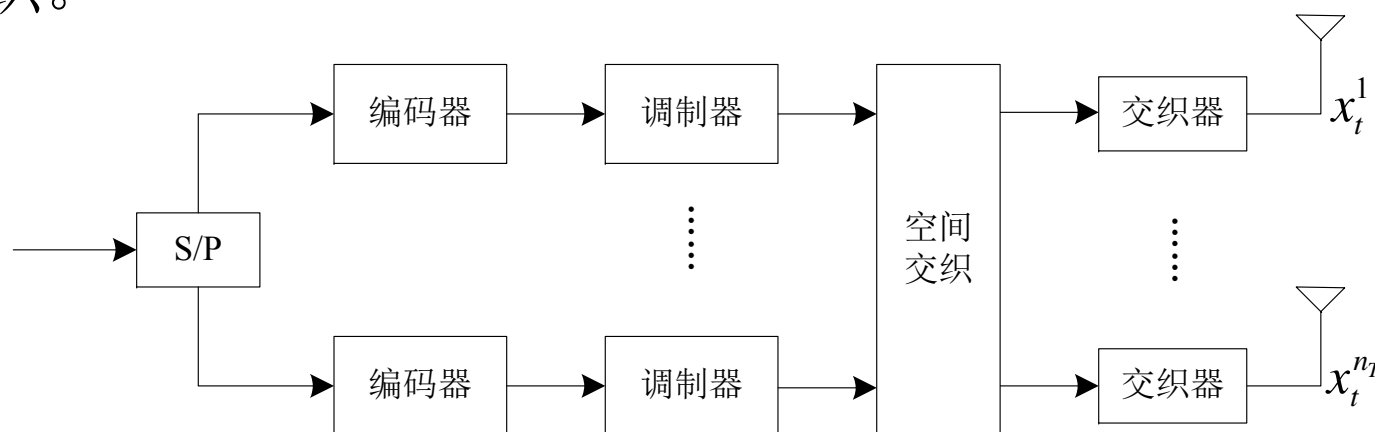


HLST的两种结构

## 10.3.1 分层空时码的分类与结构



HLST只利用了时域上的交织作用，如果采用空时二维交织，可以获得更好的性能。下图给出了对角化分层空时码(DLST)和螺旋分层空时码(TLST)的结构，他们采用了空时二维交织。



DLST和TLST的一般结构

DLST结构中，每一层的编码调制符号流沿着发送天线进行对角线分布，因此得名。

## 10.3.1 分层空时码的分类与结构



这种处理可以分为两步，以 $n_T=4$ 为例，第一步处理，各层数据之间要引入相对时延，对应的符号矩阵为：

$$\begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 & x_5^1 & x_6^1 & x_7^1 & x_8^1 & \cdots \\ 0 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_5^2 & x_6^2 & x_7^2 & \cdots \\ 0 & 0 & x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 & x_5^3 & x_6^3 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & x_1^4 & x_2^4 & x_3^4 & x_4^4 & x_5^4 & \cdots \end{bmatrix}$$

第二步处理，每个天线沿对角线发送符号，因此符号矩阵为：

$$\begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & x_1^3 & x_1^4 & x_5^1 & x_5^2 & x_5^3 & x_5^4 & \cdots \\ 0 & x_2^1 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 & x_6^1 & x_6^2 & x_6^3 & \cdots \\ 0 & 0 & x_3^1 & x_3^2 & x_3^3 & x_3^4 & x_7^1 & x_7^2 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & x_4^1 & x_4^2 & x_4^3 & x_4^4 & x_8^1 & \cdots \end{bmatrix}$$

# 10.3.1 分层空时码的分类与结构



由于DLST引入了空间交织，因此它的性能要比VLST和HLST更好。但由于在矩阵的左下方引入了一些0，导致码率或频谱效率小于1，有一定损失。为了消除这种损失，可以采用螺旋分层空时码(TLST)结构。以 $n_T=4$ 为例，这种处理对应的符号矩阵为：

$$\begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 & x_5^1 & x_6^1 & x_7^1 & x_8^1 & \cdots \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_5^2 & x_6^2 & x_7^2 & x_8^2 & \cdots \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 & x_5^3 & x_6^3 & x_7^3 & x_8^3 & \cdots \\ x_1^4 & x_2^4 & x_3^4 & x_4^4 & x_5^4 & x_6^4 & x_7^4 & x_8^4 & \cdots \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^4 & x_3^3 & x_4^2 & x_5^1 & x_6^4 & x_7^3 & x_8^2 & \cdots \\ x_1^2 & x_2^1 & x_3^4 & x_4^3 & x_5^2 & x_6^1 & x_7^4 & x_8^3 & \cdots \\ x_1^3 & x_2^2 & x_3^1 & x_4^4 & x_5^3 & x_6^2 & x_7^1 & x_8^4 & \cdots \\ x_1^4 & x_2^3 & x_3^2 & x_4^1 & x_5^4 & x_6^3 & x_7^2 & x_8^1 & \cdots \end{bmatrix}$$



## 10.3.2 VLST的接收——迫零算法



分层空时码的译码有多种算法。最优算法当然是最大似然译码算法。但MLD算法是指数复杂度，无法实用化，因此学者们提出了各种简化算法。其中常用的检测算法包括：迫零(ZF)算法、QR分解算法以及MMSE算法。本小节我们介绍ZF算法。

ZF算法的迭代过程如下：

初始化：

$$i = 1$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{H}^+$$

迭代过程：

$$s_i = \arg \min_{j \notin \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}\}} \|(\mathbf{G}_i)_j\|^2$$

$$\mathbf{w}_{s_i} = (\mathbf{G}_i)_{s_i}$$

## 10.3.2 VLST的接收——迫零算法



$$y_{s_i} = \mathbf{w}_{s_i}^T \mathbf{r}_i$$

$$\hat{x}_{s_i} = Q(y_{s_i})$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \hat{x}_{s_i} (\mathbf{H})_{s_i}$$

$$\mathbf{G}_{i+1} = \mathbf{H}_{s_i}^+$$

$$i = i + 1$$

其中,  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n_T}\}$  表示自然序数  $\{1, 2, \dots, n_T\}$  的某种排列,  $\mathbf{H}^+$  表示 Moore-Penrose 广义逆,  $(\mathbf{G}_i)$  表示令  $\mathbf{H}_{s_i}^+$  列为 0 得到的矩阵的广义逆,  $s_1, s_2, \dots, s_i$  表示矩阵  $\mathbf{G}_i$  的第  $j$  行,  $Q(\cdot)$  函数表示根据星座图对检测信号进行硬判决解调。

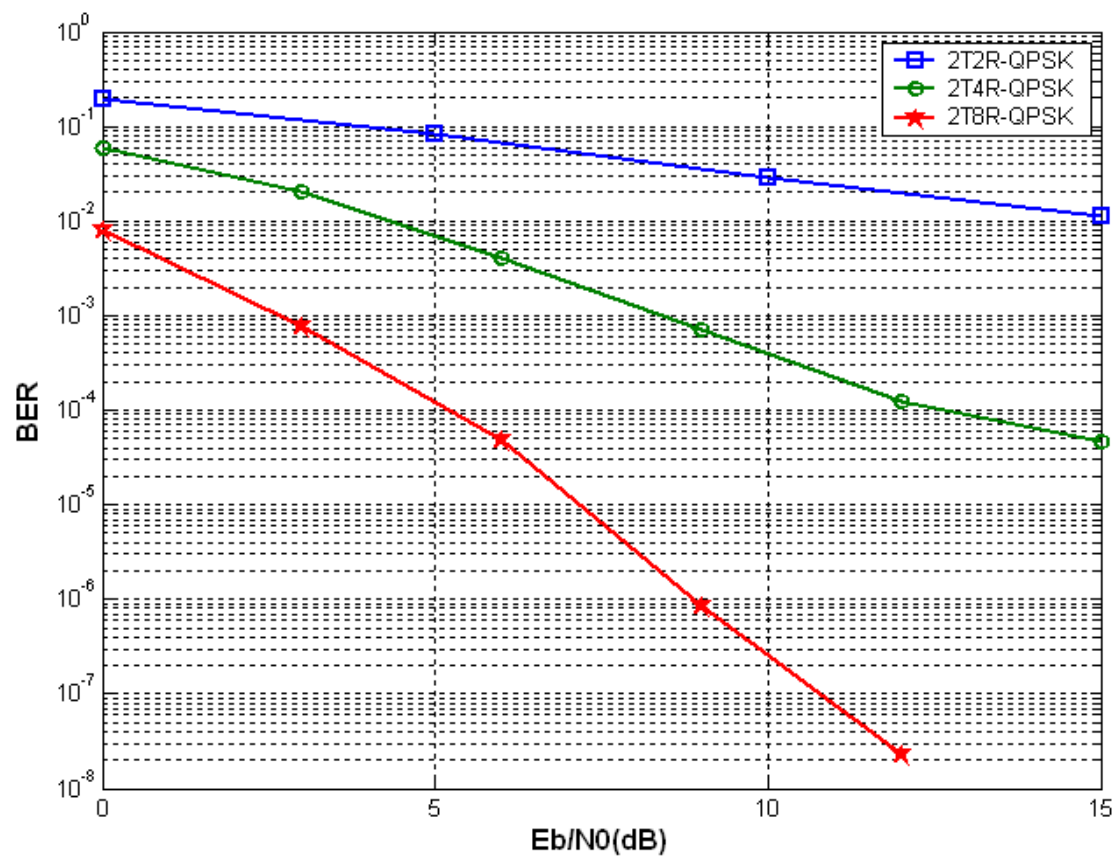
## 10.3.2 VLST的接收——迫零算法



上述算法中的干扰抵消顺序是根据每次迭代的广义逆矩阵接收列向量信号能量来排序的，这种排序是一种本地最优化方法。

下图给出了准静态衰落信道，QPSK调制情况下，2发2收、2发4收和2发8收系统采用迭代迫零算法检测的BER性能。由图可知，随着接收天线数目的增加，分集增益越来越大，系统性能得到了极大改善。

# 10.3.2 VLST的接收——迫零算法



不同接收天线数目采用迫零算法的性能比较

### 10.3.3 VLST的接收——QR算法



一般的，当信道响应矩阵 $\mathbf{H}$ 满足  $n_R \geq n_T$  条件时，则矩阵可以进行QR分解，得

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}_R \mathbf{R}$$

其中， $\mathbf{U}_R$ 是 $n_R \times n_T$ 酉矩阵，而 $\mathbf{R}$ 是 $n_T \times n_T$ 的上三角矩阵，故

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{U}_R^T \mathbf{r}_t = \mathbf{U}_R^T \mathbf{H} \mathbf{x}_t + \mathbf{U}_R^T \mathbf{n}_t = \mathbf{R} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t$$

$\mathbf{v}_t = \mathbf{U}_R^T \mathbf{n}_t$ 表示白噪声向量经过正交变换后的噪声向量，上面的表达式还可以写成以下的形式：

$$y_t^i = \sum_{j=i}^{n_T} R_{ij} x_t^j + v_t^i, i=1, 2, \dots, n_T$$

根据系数矩阵的上三角特性，可以采用迭代方法从下到上逐次解出各个发送信号分量：

### 10.3.3 VLST的接收——QR算法



$$\hat{x}_t^i = Q \left( \frac{y_t^i - \sum_{j=i+1}^{n_T} R_{ij} \hat{x}_t^j}{R_{ii}} \right) \quad i = 1, 2, \dots, n_T$$

其中 $Q(\cdot)$ 函数表示根据星座图对检测信号进行硬判决解调。

## 10.3.4 VLST的接收—MMSE算法



另一种常用的VLST检测算法是MMSE算法，即最小均方误差算法。该算法的目标函数是最小化发送信号向量 $\mathbf{x}_t$ 与接收信号向量线性组合 $\mathbf{w}^H \mathbf{r}_t$ 之间的均方误差，即：

$$\arg \min_{\mathbf{w}} E \left[ \left\| \mathbf{x}_t - \mathbf{W}^H \mathbf{r}_t \right\|^2 \right]$$

其中 $\mathbf{w}$ 是 $n_R \times n_T$ 的线性组合系数矩阵,由于上述目标函数是凸函数，因此可以求其梯度得到最优解。

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{w}} E \left[ \left\| \mathbf{x}_t - \mathbf{W}^H \mathbf{r}_t \right\|^2 \right] &= \nabla_{\mathbf{w}} E \left[ \left( \mathbf{x}_t - \mathbf{W}^H \mathbf{r}_t \right)^H \left( \mathbf{x}_t - \mathbf{W}^H \mathbf{r}_t \right) \right] \\ &= 2E \left( \mathbf{r}_t^H \mathbf{W}^H \mathbf{r}_t \right) - 2E \left( \mathbf{r}_t^H \mathbf{x}_t \right) \\ &= 2 \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_T} \right) \mathbf{W}^H - 2\mathbf{H}^H \end{aligned}$$

## 10.3.4 VLST的接收—MMSE算法



在上式推导过程中，利用了以下三个关系式：

$$E(\mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H) = \mathbf{I}_{n_T}, E(\mathbf{n}_t \mathbf{n}_t^H) = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_T}, E(\mathbf{x}_t \mathbf{n}_t^H) = \mathbf{0}$$

令  $\nabla_{\mathbf{w}} E[\|\mathbf{x}_t - \mathbf{W}^H \mathbf{r}_t\|^2] = 0$ ，得MMSE检测的系数矩阵为：

$$\mathbf{W}^H = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_T})^{-1} \mathbf{H}^H$$

MMSE检测与干扰抵消组合可以得到如下的算法迭代流程：  
初始化：

$$i = n_T$$

$$\mathbf{r}_t^{n_T} = \mathbf{r}_t$$



# 10.3.4 VLST的接收—MMSE算法



当 $i \geq 1$ 时，进行如下的迭代操作：

$$\mathbf{W}^H = \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_T} \right)^{-1} \mathbf{H}^H$$

$$\mathbf{y}_t^i = \mathbf{W}_i^H \mathbf{r}^i$$

$$\hat{x}_i^t = Q(y_i^t)$$

$$\mathbf{r}^{i-1} = \mathbf{r}^i - \hat{x}_i^t \mathbf{h}_i$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_d^{i-1} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1,i-1} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2,i-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_R,1} & h_{n_R,2} & \cdots & h_{n_R,i-1} \end{bmatrix}$$

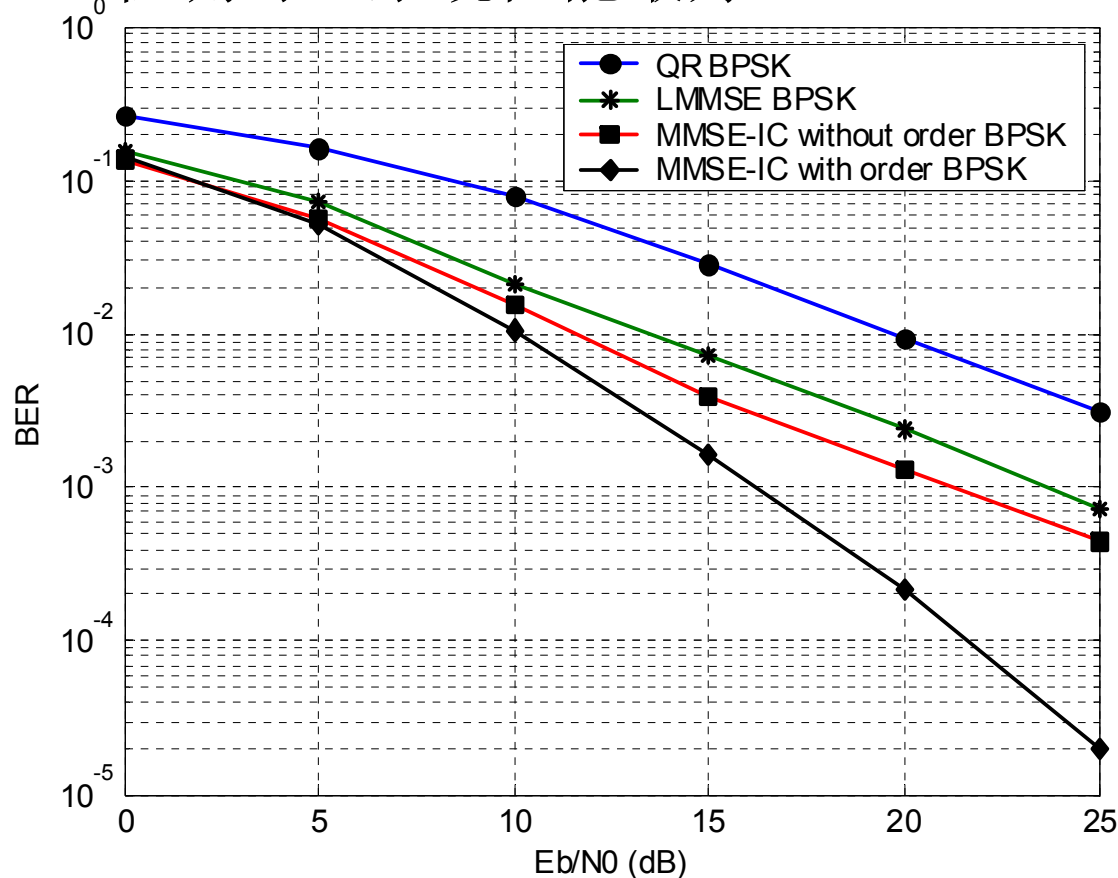
$$i = i - 1$$

下图给出了 $n_T = n_R = 4$ 条件下，未编码的VBALST系统采用QR分解、MMSE检测和MMSE迭代干扰抵消(排序和不排序)算法的性能。由图可知，当采用排序和干扰抵

## 10.3.4 VLST的接收—MMSE算法



消的MMSE检测时，系统性能最好。



几种VBALST检测算法的性能比较

## § 10.4 空时格码(STTC)

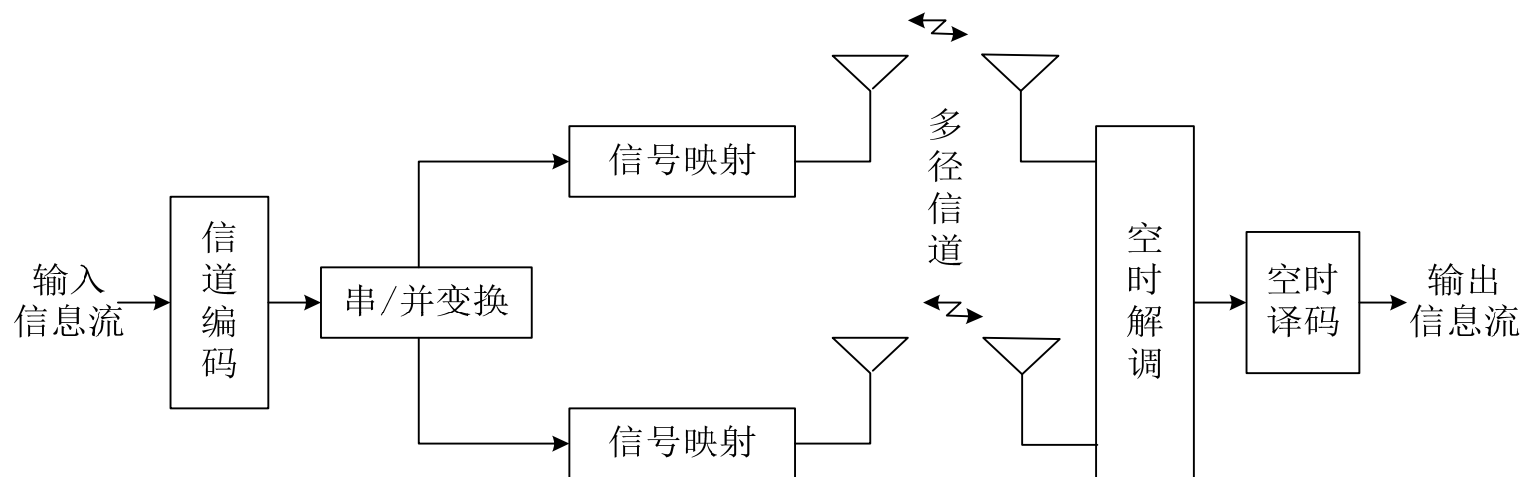


空时块码能够获得分集增益，但不能提供编码增益。分层空时码能够极大的提高系统的频谱效率，但一般的，它不能获得完全的分集增益。Tarokh、Seshadri和Calderbank<sup>[10.26]</sup>首次提出将信道编码、调制及收发分集联合优化的思想，构造了空时格码(STTC)。STTC既可以获得完全的分集增益，又能获得非常大的编码增益，同时还能提高系统的频谱效率。

本节我们介绍STTC编码器的结构，设计和优化准则，并通过仿真评估STTC码的性能。



# 10.4.1 STTC信号模型



## STTC 编码系统

STTC数学模型可以用下式表示:

$$\mathbf{R} = \sqrt{E_s} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{N}$$



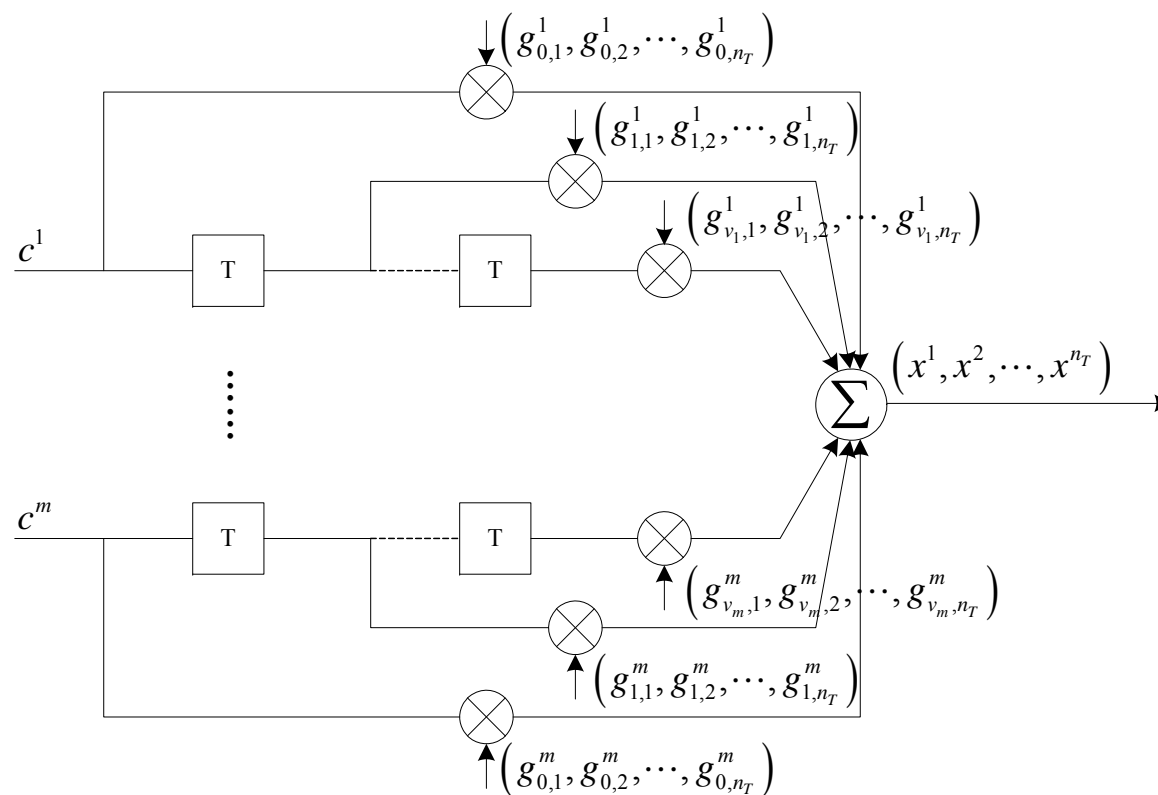
## 10.4.1 STTC信号模型

其中,  $N_f$ 是数据帧长,  $n_R \times N_f$ 维接收信号矩阵  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_f})$ 表示一帧的接收数据,  $n_T \times N_f$ 维发送信号矩阵  $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N_f})$ 表示一帧的发送数据,  $n_R \times (n_T N_f)$ 维信道响应矩阵

$\mathbf{H} = (\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_{N_f})$ 表示一帧时间内的信道响应,  $n_R \times N_f$ 维矩阵为噪声矩阵  $\mathbf{N} = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_{N_f})$



## 10.4.2 STTC编码器结构



STTC编码器的一般结构



## 10.4.2 STTC编码器结构

如上图， $t$ 时刻第 $i$ 个天线编码器的输出符号  $x_t^i$  可以表示为：

$$x_t^i = \sum_{k=1}^m \sum_{j=0}^{v_k} g_{j,i}^k c_{t-j}^k \mod M, i = 1, 2, \dots, n_T$$

STTC编码器用生成多项式描述 如下：

$$G_i^k(D) = \sum_{j=0}^{v_k} g_{j,i}^k D^j = g_{0,i}^k + g_{1,i}^k D + \dots + g_{v_k,i}^k D^{v_k} \mod M$$

$$k = 1, 2, \dots, m, i = 1, 2, \dots, n_T$$

STTC编码器对应的多项式生成矩阵为：

$$\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} G_1^1(D) & G_2^1(D) & \dots & G_{n_T}^1(D) \\ G_1^2(D) & G_2^2(D) & \dots & G_{n_T}^2(D) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_1^m(D) & G_2^m(D) & \dots & G_{n_T}^m(D) \end{bmatrix}$$



### 10.4.3 STTC编码设计准则

定义  $n \times n$  维的Hermitian矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 如果  $\forall \mathbf{u} \in \mathbb{C}^n$ , 满足  $\mathbf{u} \mathbf{A} \mathbf{u}^H \geq 0$ , 则称矩阵是非负定的。一个  $n \times n$  维的矩阵  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 如果满足  $\mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}$  的条件, 则称为酉矩阵。一个  $n \times N$  维的矩阵  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times N}$ , 如果满足  $\mathbf{B} \mathbf{B}^H = \mathbf{A}$  的条件, 则称它为矩阵  $\mathbf{A}$  的平方根。

采用最大似然(ML)译码准则, 即:

$$\arg \max_{\hat{\mathbf{X}}} \left( \left\| \mathbf{R} - \sqrt{E_s} \mathbf{H} \mathbf{X} \right\|_F^2 \geq \left\| \mathbf{R} - \sqrt{E_s} \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}} \right\|_F^2 \right)$$

其中  $\|\mathbf{U}_{m \times n}\|_F$  表示矩阵  $\mathbf{U}$  的Frobenius范数, 即

$$\|\mathbf{U}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |u_{ij}|^2}$$





$$\arg \max_{\hat{\mathbf{X}}} \left( \sum_{t=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{n_R} 2 \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{E_s} (r_t^j)^* \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{ji}^t (\hat{x}_t^i - x_t^i) \right\} \geq \sum_{t=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{n_R} \left| \sqrt{E_s} \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{ji}^t (\hat{x}_t^i - x_t^i) \right|^2 \right)$$

- 上式左端是均值为0的高斯随机变量，在理想估计条件下，右端为常数，定义修正的平方欧式距离  $d^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$  为：

$$d^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \left\| \mathbf{H} \cdot (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}) \right\|_F^2 = \sum_{t=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{n_R} \left| \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_{ji}^t (x_t^i - \hat{x}_t^i) \right|^2$$

- 则在给定信道响应矩阵的条件下的ML译码错误概率为：

$$P(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}} | \mathbf{H}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{E_s}{4N_0}} d^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right] \leq \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{E_s}{4N_0} d^2(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \right]$$



- 1. 准静态衰落信道条件下STTC设计准则

$$P(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \leq \prod_{j=1}^{n_R} \left[ \prod_{i=1}^{n_T} \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} \exp \left( - \frac{K^{ji} + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} \right) \right]$$

- 在Rayleigh衰落信道下，则上式变为：

$$P(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \leq \left( \prod_{i=1}^{n_T} \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} \right)^{n_R}$$



- 在高信噪比条件下，可以表示为：
$$P(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \leq \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-n_R} \left( \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-rn_R}$$
- STTC编码的收发分集增益为 $rn_R$ ，与信噪比成负指数关系，而在相同分集增益条件下，与未编码系统相比，STTC的编码增益为 $\left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{\frac{1}{r}}$ 。
- 因此STTC编码的性能主要由分集增益和编码增益决定。从而可以得到准静态衰落信道条件下STTC码的设计准则：
  - (1) 秩准则
  - (2) 行列式准则



- 2. 快衰落信道条件下STTC设计准则

$$P(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}} | \mathbf{H}) \leq \frac{1}{2} \exp \left( - \frac{E_s}{4N_0} \sum_{t \in \Omega(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \sum_{j=1}^{n_R} |\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_t|^2 \cdot |\beta_{j1}^t|^2 \right)$$

- 快衰落信道条件下的成对差错概率为:

$$P(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \leq \prod_{t \in \Omega(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \left( |\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_t|^2 \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-n_R}$$

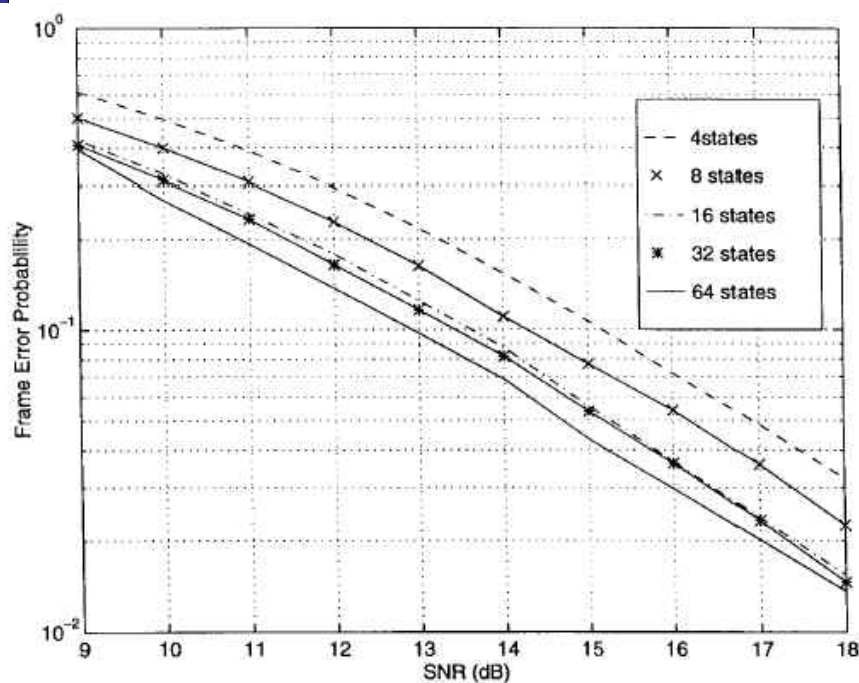
- 快衰落信道条件下，STTC编码的收发分集增益为 $|\Omega(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})|n_R$ 与信噪比成负指数关系，而在相同分集增益条件下，与未编码系统相比，STTC的编码增益为 $\prod |\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_t|^2$ 。因此STTC编码的性能也主要由分集增益和编码增益决定。从而可以得到快衰落信道条件下STTC码的设计准则：
  - (1) 距离准则
  - (2) 乘积准则



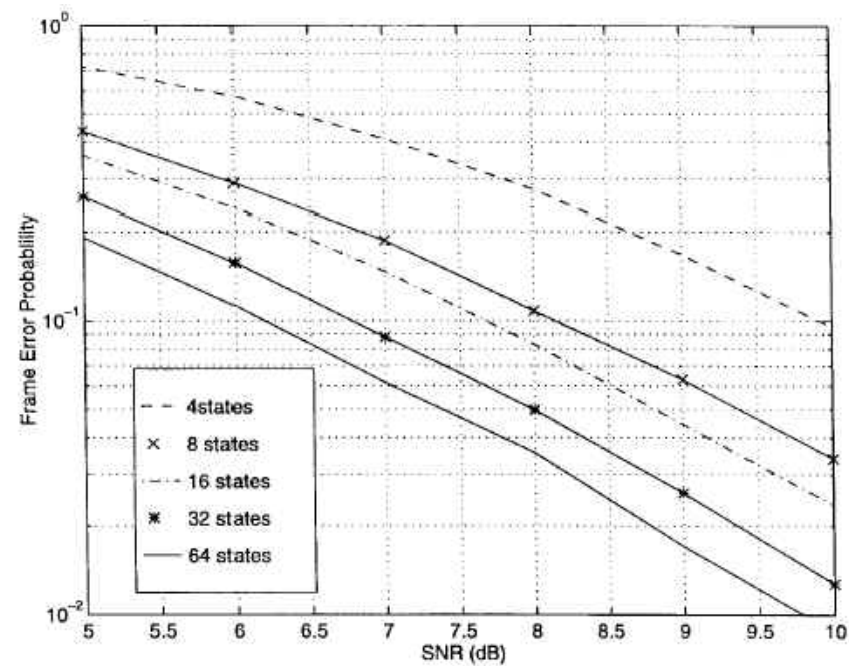
## 10.4.4 STTC编码的性能

- (a)两发1收条件下各种状态的TSC码性能
- (b)两发两收条件下各种状态的TSC码性能

(a)



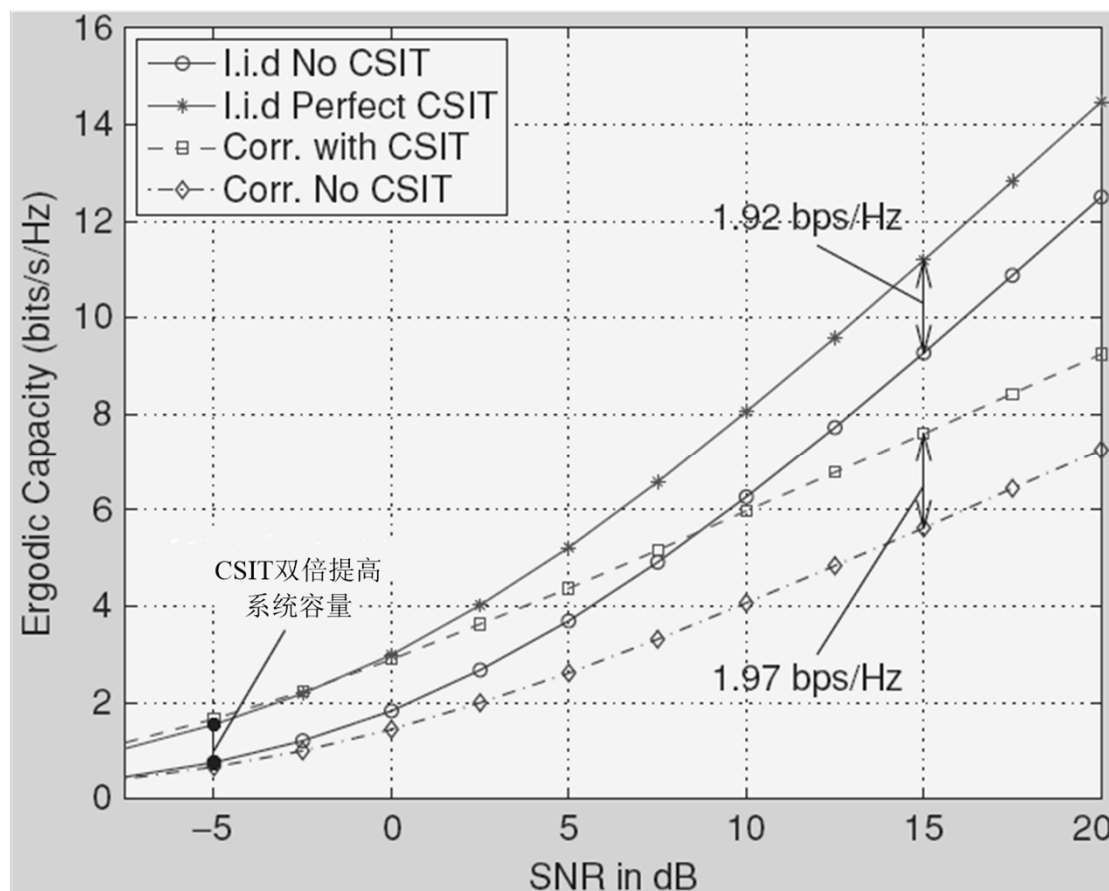
(b)





## § 10.5 空时预编码

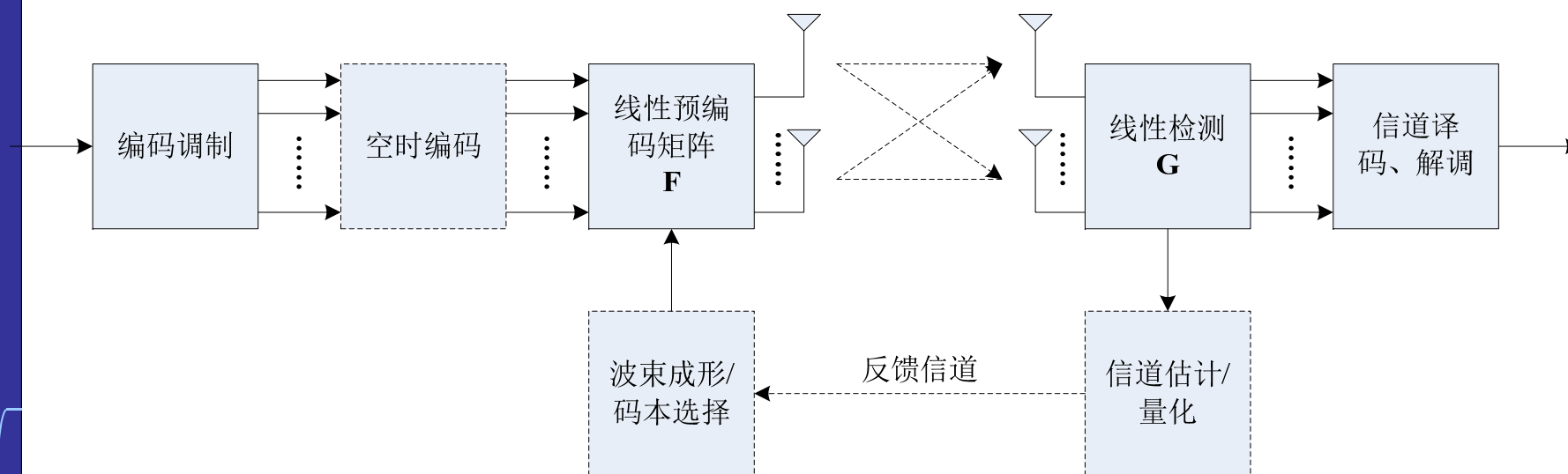
- 空时预编码技术利用接收端反馈的信道统计/量化信息，在发送端通过预编码方式，对每个天线功率进行最优分配，抑制天线与小区间干扰，提高系统容量。





## 10.5.1 线性预编码

- 空时线性预编码的广义系统结构如下图所示，线性预编码包括波束成形与有限反馈两种典型技术。





## 10.5.1 线性预编码

- 1.最优波束成形设计
- 根据图10.18的系统结构，假设发端有  $N_t$  个天线，收端有  $N_r$  个天线，在平坦衰落信道中单载波 MIMO 预编码系统模型可以表示为如下公式。

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$





## 10.5.1 线性预编码

- 线性波束成形的优化设计问题可以归结为最小化加权均方误差，此时基于线性预编码和检测器，可以将信道响应矩阵等效分解为并行的特征子信道。选择不同的加权系数，可以得到各种优化准则。其中广义加权MMSE准则可以作为统一的设计框架。
- (1) 广义加权MMSE准则

$$\min_{\mathbf{G}, \mathbf{F}} E \left( \left\| \mathbf{W}_e^{1/2} \mathbf{e} \right\|^2 \right)$$

$$s.t. \quad \text{Tr}(\mathbf{F}\mathbf{F}^H) \leq P$$

$$\begin{aligned} E \left( \left\| \mathbf{W}_e^{1/2} \mathbf{e} \right\|^2 \right) &= E \left[ \text{tr} \left( \mathbf{W}_e^{1/2} \mathbf{e} \mathbf{e}^H \mathbf{W}_e^{H1/2} \right) \right] \\ &= \text{Tr} \left[ \mathbf{W}_e^{1/2} E(\mathbf{e} \mathbf{e}^H) \mathbf{W}_e^{H1/2} \right] = \text{Tr} \left[ \mathbf{W}_e E(\mathbf{e} \mathbf{e}^H) \right] \end{aligned}$$



## 10.5.1 线性预编码

- (1) 广义加权MMSE准则
- 上式是凸优化问题，满足KKT条件，利用Lagrange对偶方法将原问题转化如下。

$$L(\mu, \mathbf{G}, \mathbf{F}) = \text{Tr} \left[ \mathbf{W}_e (\mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F} - \mathbf{I})(\mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F} - \mathbf{I})^H + \mathbf{W}_e \mathbf{G} \mathbf{R}_{ww} \mathbf{G}^H \right] + \mu \left[ \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{F}^H) - P \right]$$

因此可以根据下列条件求最优解

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{G}} L(\mu, \mathbf{G}, \mathbf{F}) = 0 \\ \nabla_{\mathbf{F}} L(\mu, \mathbf{G}, \mathbf{F}) = 0 \\ \mu \geq 0, \text{Tr}(\mathbf{F}\mathbf{F}^H) - P \leq 0 \\ \mu \left[ \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{F}^H) - P \right] = 0 \end{cases}$$



# 10.5.1 线性预编码

## • (1) 广义加权MMSE准则

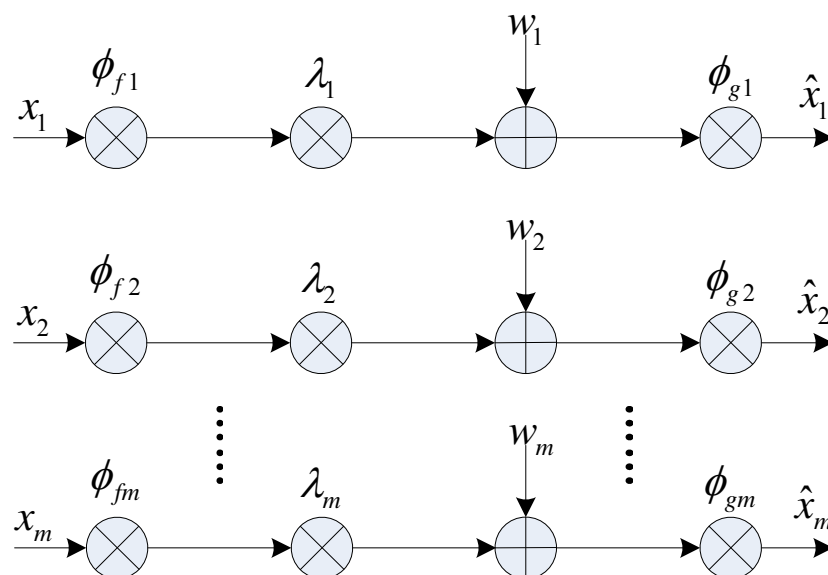
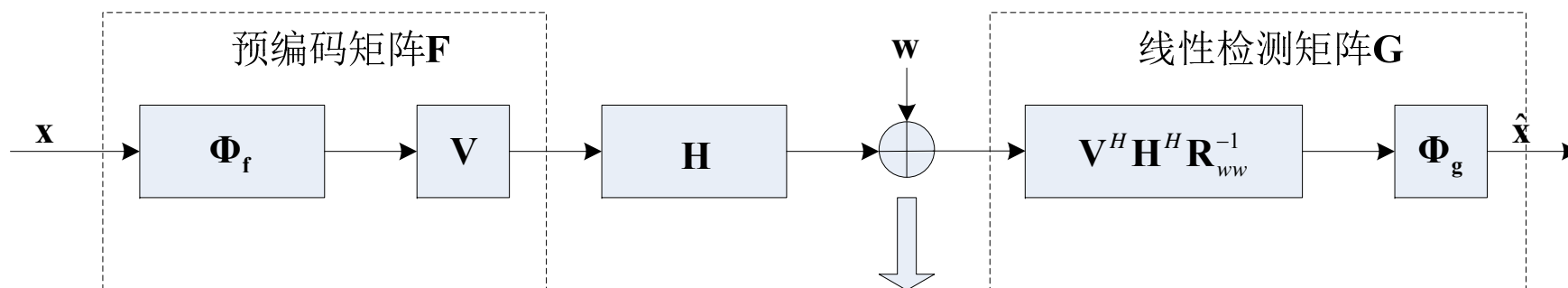


图10.19 最优线性预编码分解结构



## 10.5.1 线性预编码

- 2.有限反馈预编码
- 在基于码本的预编码方案中，码本集合可以根据一定的信道模型和优化准则实现进行离线训练，不依赖于当前的信道状态。
- 当收端进行信道估计时，将CSI估计与码本进行匹配搜索，按照一定的距离度量，获得最优码本序号，然后通过反馈信道发送码本序号。发端基于接收到的码本索引，进行预编码发送。这种方式不直接对信道响应量化，因此具有较好的鲁棒性，在B3G和4G移动通信系统中得到了广泛应用。



## 10.5.1 线性预编码

- 上述预编码方案的关键在于码本构造方法，为了保证发送天线的等功率约束，通常采用酉预编码码本。
- 从码本结构看，可以分为码本向量和码本矩阵两种。前者主要应用于MISO场景，即空时编码与预编码组合，包括智能天线、波束成形等，而后者主要应用于MIMO场景，即空间复用与预编码组合。



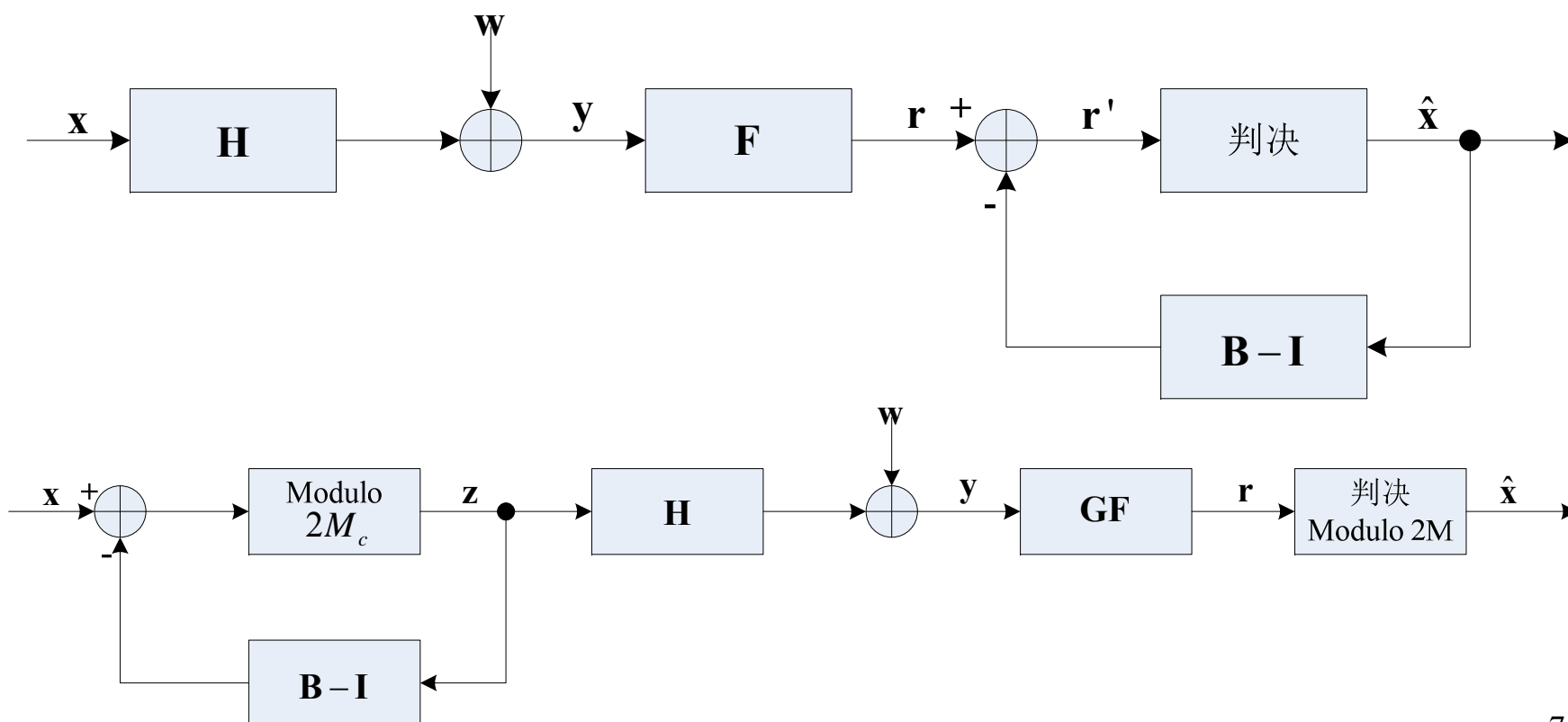
## 10.5.1 线性预编码

- 对于预编码向量，典型的码本构造方法包括矢量量化(VQ)和Grassman线封装两种方法[10.36-10.37]。
- 对于预编码矩阵，则前述的VQ方法仍然适用，而Grassman线封装方法变换为Grassman流形封装方法。随机矢量量化(RVQ)也能够推广到预编码矩阵场合下。

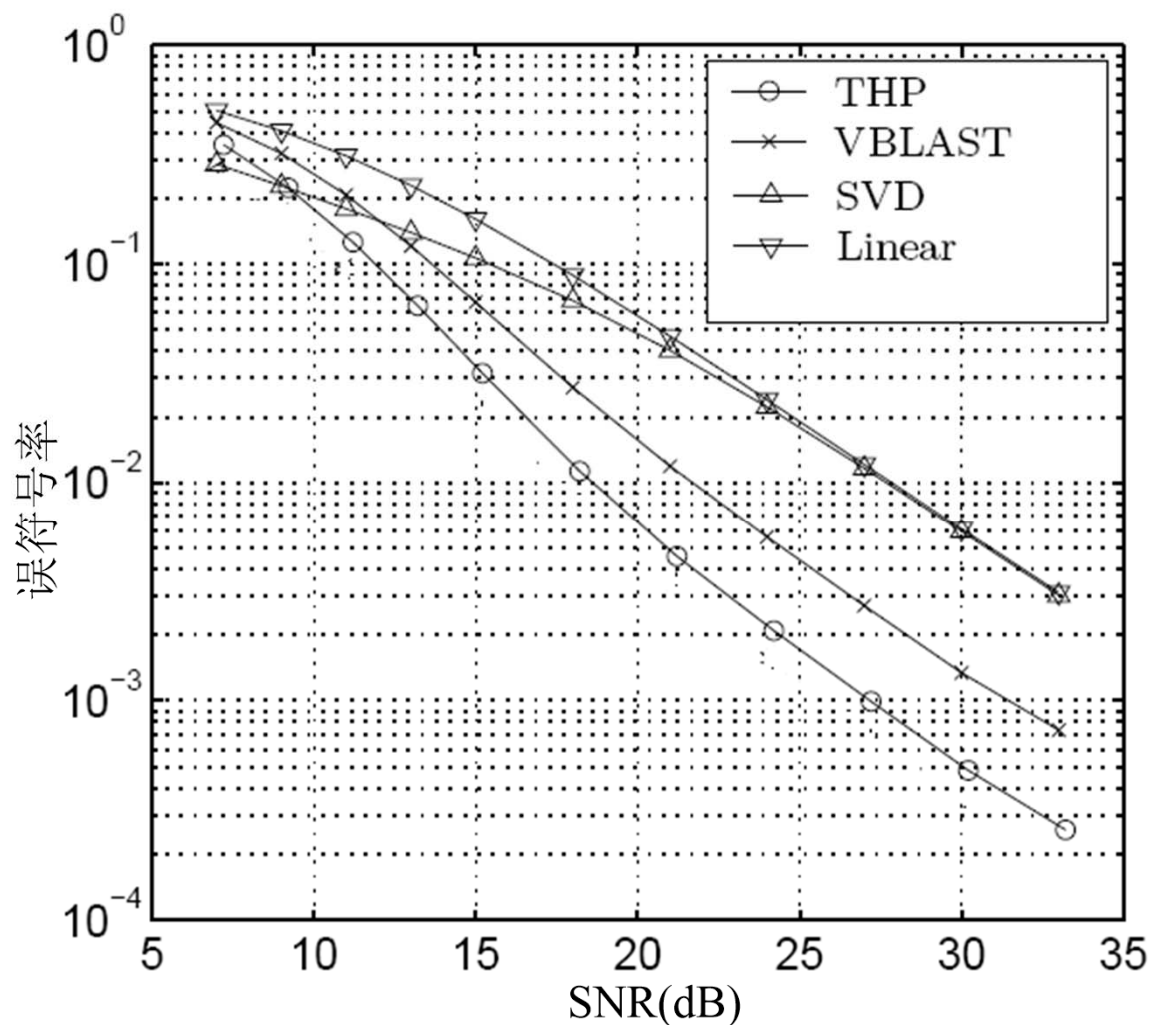


## 10.5.2 非线性预编码

- 一般的，非线性预编码(THP)具有比线性预编码更好的性能，在高信噪比区域能够趋近MIMO信道容量。



## 10.5.2 非线性预编码



- 下图给出了  $4 \times 4$  MIMO 不同预编码算法的误符号率性能。如图所示, MIMO-THP 性能好于线性预编码、SVD 分解和基于 V-BLAST 的 MIMO-DFE。



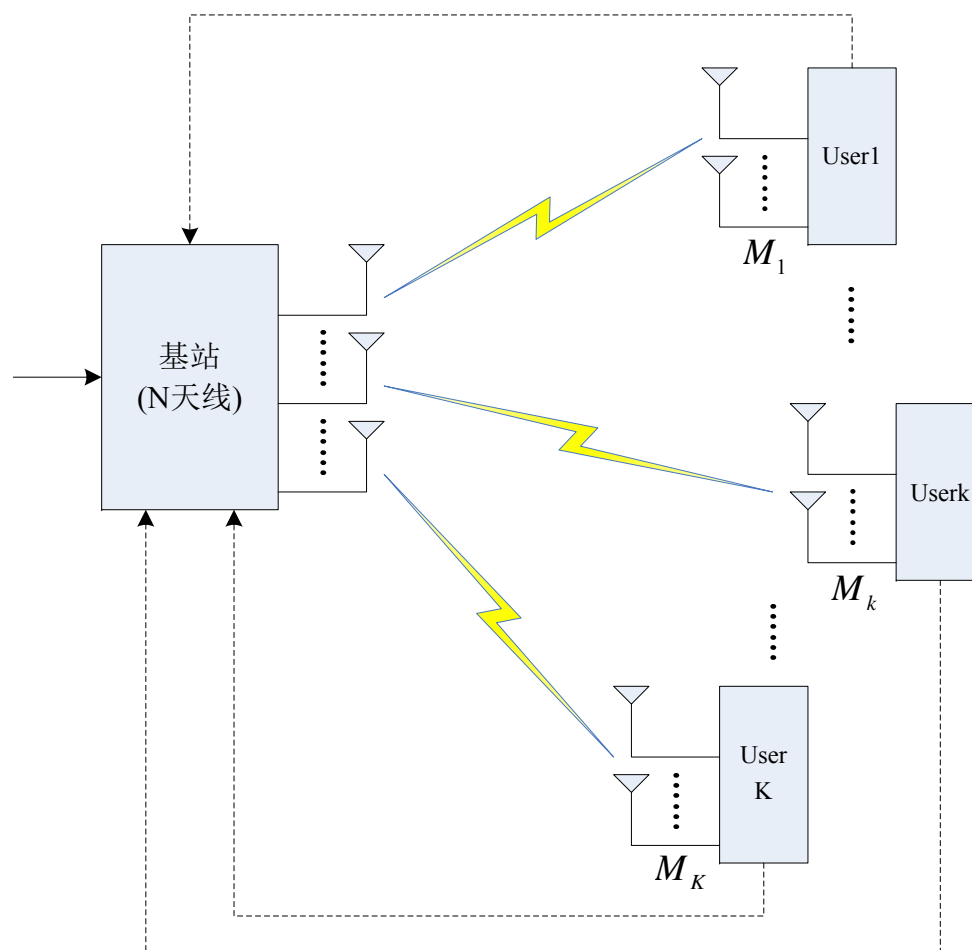


## 10.5.3 多用户预编码

- 相对单用户(SU-MIMO)而言, MU-MIMO能够利用空时频与用户四维进行信号优化与设计, 除前面提到的分集/复用/编码/天线增益外, 还能够获得多用户分集增益。
- 下行MU-MIMO, 从信息论观点看, 发送信号的优化更具有挑战性, 必须将理论上最佳的预干扰抵消技术——脏纸编码(Dirty Paper Coding, DPC)、隐含的用户调度和功率分配算法结合, 才能够逼近MU-MIMO-BC的容量界[10.33]。

$$C_{BC} = \bigcup_{\substack{P_1, \dots, P_K \\ s.t. \sum_k P_k = P}} \left\{ (R_1, \dots, R_K) \in \mathbb{R}^{+K}, R_i \leq \log_2 \frac{\left| \mathbf{I} + \mathbf{H}_i \left( \sum_{j \geq i} \mathbf{Q}_j \right) \mathbf{H}_i^H \right|}{\left| \mathbf{I} + \mathbf{H}_i \left( \sum_{j > i} \mathbf{Q}_j \right) \mathbf{H}_i^H \right|} \right\}$$

## 10.5.3 多用户预编码



下行多用户MIMO场景



## 10.5.3 多用户预编码

- 假设块衰落信道和同构网络，即所有用户配置M个天线，信噪比相同，固定基站天线数目N和发射功率P，则采用DPC的MIMO-GBC渐近比例和容量满足下列关系。

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{E(R^{DPC})}{N \log_2 \log_2(KM)} = 1$$

上述结果表明，当基站端获得全部CSIT时，系统和容量与基站天线数目N成正比，并且通过仔细选择发送用户集合，可以额外获得多用户分集增益

## § 10.6 大规模MIMO

- 大规模MIMO(M-MIMO: Massive MIMO或Large-scale MIMO)最早由Marzetta提出, 是空时信号处理领域最热门的研究方向。
- 大规模MIMO已经应用于5G NR系统, 是提升系统频谱效率的关键技术。
- 10.6.1 应用场景**

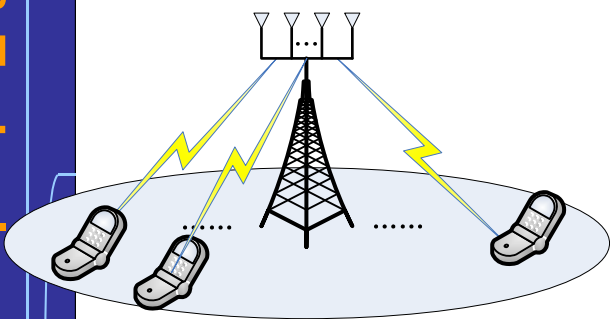


图10.24 单小区多用户Massive MIMO场景

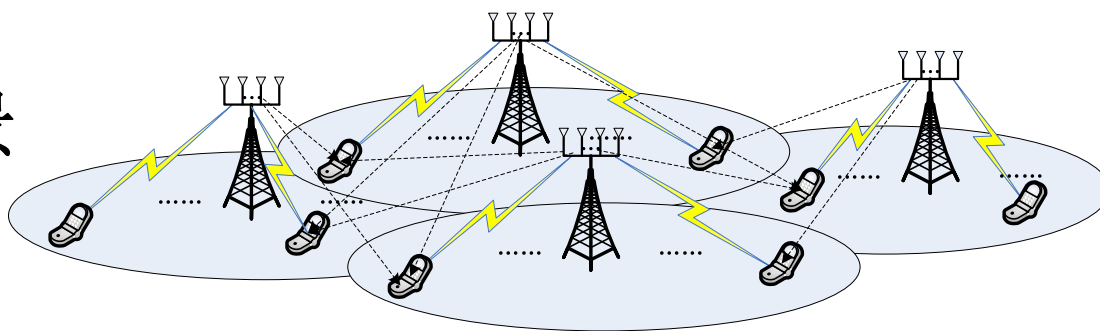


图10.25 多小区多用户Massive MIMO场景

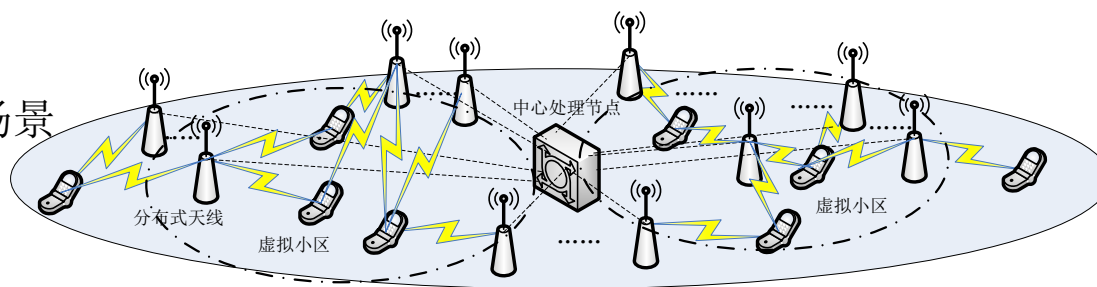


图10.26 C-RAN/无定形小区(Cell Free)多用户Massive MIMO场景

## § 10.6 大规模MIMO



- 基站到底配置多少天线，才能称得上是大规模MIMO呢？
- 这个问题，可以从理论与工程两个角度来看待
- 理论上，天线数目可以趋于无穷大，至少要达到 $N > 1000$ ，即满足大数定律要求；
- 而工程上，受限于基站体积与天线尺寸，一般如果天线数目大于一百，即 $N > 100$ ，就称为大规模MIMO系统。

## § 10.6 大规模MIMO



- 从集中式MIMO到分布式MIMO的技术演进，一般分为两种方案：
- (1)协作式小区MIMO
  - Network MIMO
  - 协作多点传输(CoMP)
- (2)无定形小区MIMO
  - 云接入网C-RAN
  - 无定形小区



## 10.6.2 信道容量

- **1. SU-Massive-MIMO 容量分析**
- 假设发送信号服从i.i.d.的高斯分布，且接收机获得理想的信道状态信息(CSI)，此时MIMO信道容量(bit/s/Hz)为

$$C = \log_2 \left| \mathbf{I}_{n_R} + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right|$$

- MIMO信道容量的上下界满足

$$\log_2 \left[ 1 + \frac{P}{n_T \sigma^2} \text{Tr}(\mathbf{H} \mathbf{H}^H) \right] \leq C \leq \min(n_T, n_R) \log_2 \left[ 1 + \frac{P}{n_T \sigma^2} \cdot \frac{\text{Tr}(\mathbf{H} \mathbf{H}^H)}{\min(n_T, n_R)} \right]$$

- 如果假设信道响应矩阵中的衰落系数能量归一化，则信道Gram矩阵的迹近似满足  $\text{Tr}(\mathbf{H} \mathbf{H}^H) \approx n_T n_R$  容量上下界简化为

$$\log_2 \left( 1 + \frac{P n_R}{\sigma^2} \right) \leq C \leq \min(n_T, n_R) \log_2 \left[ 1 + \frac{P}{\sigma^2} \cdot \frac{\max(n_T, n_R)}{n_T} \right]$$



## 10.6.2 信道容量

- (1) 收端天线数目固定，发端天线数目趋于无穷大  
即  $n_T \gg n_R$  且  $n_T \rightarrow \infty$
- 这种情况信道响应矩阵的行向量相互渐近正交  $\frac{\mathbf{H}\mathbf{H}^H}{n_T} \approx \mathbf{I}_{n_R}$
- 信道容量可以近似为  $C \approx n_R \log_2 \left( 1 + \frac{P}{\sigma^2} \right)$ ，达到容量上界。
- (2) 发端天线数目固定，而收端天线数目趋于无穷大  
即  $n_R \gg n_T$  且  $n_R \rightarrow \infty$
- 信道响应矩阵的列向量相互渐近正交  $\frac{\mathbf{H}^H \mathbf{H}}{n_R} \approx \mathbf{I}_{n_T}$
- 信道容量可以近似为
 
$$C = \log_2 \left| \mathbf{I}_{n_T} + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right| = n_T \log_2 \left( 1 + \frac{n_R P}{n_T \sigma^2} \right)$$
- 可见其也达到了信道容量上界。



## 10.6.2 信道容量



- 上述两种渐近条件的信道容量分析表明,
- 随着发端或收端天线数目趋于充分大, MIMO信道响应矩阵的行或列向量趋于正交
- 这种现象为信道硬化(Channel Hardening)。
- 信道硬化现象不仅是随机矩阵的理论特征, 而且也被大量的天线传播测试所验证



## 10.6.2 信道容量

- 2. *MU-Massive-MIMO* 容量分析
- (1) 上行MU-M-MIMO
- 对于上行传输而言，基站接收信号向量表示为

$$\mathbf{y}_u = \sqrt{P}\mathbf{H}\mathbf{x}_u + \mathbf{z}_u$$

- 基于Wishart矩阵条件数的渐近分析，当基站天线数目 趋于无穷大

$$\mathbf{H}^H\mathbf{H} = \mathbf{D}^{1/2}\mathbf{G}^H\mathbf{G}\mathbf{D}^{1/2} \approx N\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{I}_K\mathbf{D}^{1/2} = N\mathbf{D}$$

- 得到MU-MIMO的可达和速率

$$C = \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \frac{P}{\sigma^2} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right| \approx \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \frac{P}{\sigma^2} N\mathbf{D} \right|$$

$$= \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{P}{\sigma^2} N d_k \right)$$

- 基站天线数目充分大，每用户链路速率只与路径损耗有关。
- 采用MF滤波接收，已经能够达到容量上界。



## 10.6.2 信道容量

- (2)下行MU-M-MIMO
- 下行M-MIMO是上行系统的对偶模型

$$\mathbf{y}_d = \sqrt{P}\mathbf{H}^T \mathbf{x}_d + \mathbf{z}_d$$

- 假设用户功率分配矩阵为  $\mathbf{P} = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_K)$ ,
- 满足归一化条件  $\sum_{k=1}^K p_k = 1$
- 当基站天线数目趋于无穷大时, 下行M-MIMO的和容量

$$C = \max_{\mathbf{P}} \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \frac{P}{N} \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{H}^H \mathbf{\Sigma}^{-1} \right| = \max_{\mathbf{P}} \log_2 \left| \mathbf{I}_K + \frac{P}{N} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{\Sigma}^{-1} \right|$$

$$\approx \max_{\mathbf{P}} \log_2 \left| \mathbf{I}_K + P \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{\Sigma}^{-1} \right| = \max_{\mathbf{P}} \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{P}{\sigma_k^2} d_k p_k \right)$$

- 采用匹配滤波(MF)的预编码器, 接收信号完全分解为互不干扰的K个并行链路, 达到下行M-MIMO的和容量



## 10.6.3 导频污染

- 为了减小开销，大规模MIMO通常采用非正交导频
- 但在多小区M-MIMO场景中，采用非正交导频，必然引入干扰，这就是所谓导频污染 (Pilot Contamination)现象
- 为了消除或减弱导频污染，可以采用四类方法：
  - (1)基于协议设计的方法
  - (2)预编码方法
  - (3)基于AOA的方法
  - (4)盲方法



## 10.6.4 预编码

- 预编码主要针对M-MIMO系统的下行发送
- 线性与非线性预编码都可以采用
- 简单的线性预编码器(MF或ZF), 当天线数目充分多时, 也能够逼近容量极限
- 线性预编码技术更具有实用意义
- **1. 基本预编码**

MF预编码

$$\mathbf{x}_d^{MF} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} (\mathbf{H}^T)^H \mathbf{s}_d = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \mathbf{H}^* \mathbf{s}_d$$

ZF预编码

$$\mathbf{x}_d^{ZF} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} (\mathbf{H}^T)^+ \mathbf{s}_d = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \mathbf{H}^* (\mathbf{H}^T \mathbf{H}^*)^{-1} \mathbf{s}_d$$

正则迫零预编码(RZF)

$$\mathbf{x}_d^{RZF} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \mathbf{H}^* (\mathbf{H}^T \mathbf{H}^* + \delta \mathbf{I}_K)^{-1} \mathbf{s}_d$$

## 10.6.4 预编码



- 当基站天线数目大于小区用户数目其趋于无穷大
- 在低频谱效率区域，MF预编码优于ZF预编码
- 而在高频谱效率区域，ZF预编码更好
- 达到最高频谱效率时，ZF预编码比MF预编码复杂度更低。
- **2.多小区预编码**
- 线性预编码方法也可以推广到多小区M-MIMO场景可以分为三种情况：
  - (1)单小区处理；
  - (2)协作波束成形；
  - (3)网络MIMO多小区处理。



## 10.6.5 检测算法

- 1. 经典检测

- 线性检测算法包括MF、ZF与MMSE

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{MF} = Q(\mathbf{H}^H \mathbf{y}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{ZF} = Q((\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{MMSE} = Q\left(\left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{K}{SNR} \mathbf{I}_K\right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}\right) \end{cases}$$

- 2. 近似计算

- 针对信道硬化效应，应用近似计算，简化ZF/MMSE检测中的Gram矩阵求逆
- (1) 纽曼级数展开

$$\mathbf{Q}^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (-\mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{E})^n \mathbf{\Lambda}^{-1}$$



## 10.6.5 检测算法

- (2) 牛顿迭代算法

$$\mathbf{X}_n^{-1} = \mathbf{X}_{n-1}^{-1} (2\mathbf{I} - \mathbf{Q}\mathbf{X}_{n-1}^{-1})$$

- (3) Jacobi算法

$$\hat{\mathbf{x}}^{(n)} = \Lambda^{-1} \left( \hat{\mathbf{x}}_{MF} + (\Lambda - \mathbf{E}) \hat{\mathbf{x}}^{(n-1)} \right)$$

- (4) Richardson算法

$$\hat{\mathbf{x}}^{(n+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(n)} + \omega (\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{(n)})$$

- (5) 共轭梯度算法

$$\hat{\mathbf{x}}^{(n+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(n)} + \alpha^{(n)} (\mathbf{p}^{(n)})$$

- 3. 本地搜索

- (1) 似然上升搜索(LAS: Likelihood Ascent Search);
- (2) 反应禁闭搜索(RTS: Reactive Tabu Search)。





## 10.6.5 检测算法

- 4. 消息传递
- 消息传递算法(MPA: Message Passing Algorithm)也称为BP(Belief Propagation)算法, 它是将M-MIMO信道结构看作全连接的因子图, 通过计算软信息并在因子图上传递, 得到MIMO检测结果。

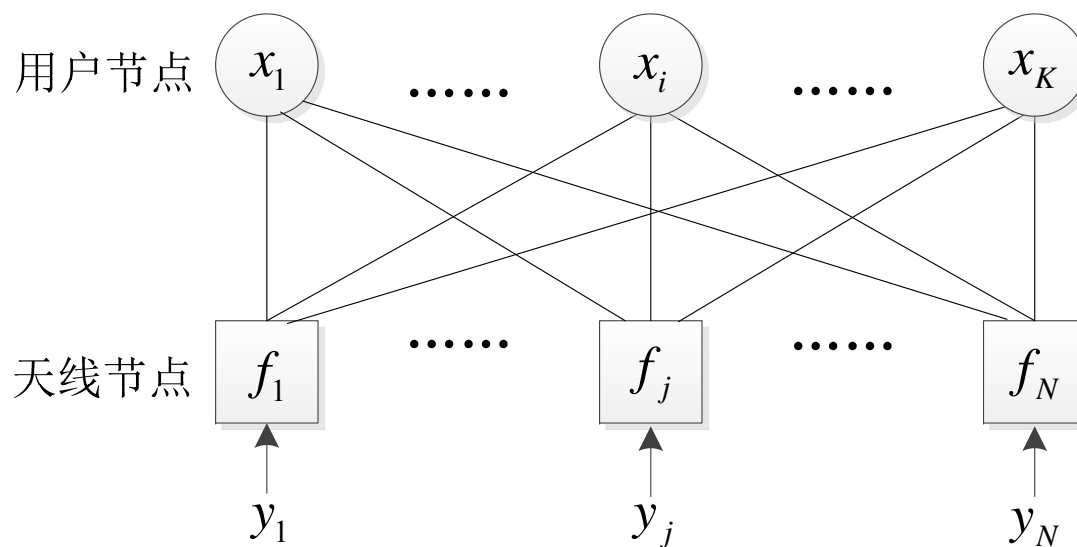


图10.27 M-MIMO检测因子图



## 10.6.5 检测算法

- (1)标准MPA
- 基于和积算法(MPA)原理, 用户节点与天线节点之间消息传递迭代公式如下

$$\begin{cases} m_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i) = \prod_{j' \neq j} m_{f_{j'} \rightarrow x_i}^{t-1}(x_i) \\ m_{f_j \rightarrow x_i}^t(x_i) = \sum_{\mathbf{x} \setminus x_i} f_j(y_j | \mathbf{x}) \prod_{i' \neq i} m_{x_{i'} \rightarrow f_j}^t(x_{i'}) \end{cases}$$

- 复杂度  $O(M^K N)$ , 当用户数增大时无法实用化
- (2)高斯近似MPA
- GAMP算法天线与用户节点之间传递的消息都服从复高斯分布, 迭代公式如下

$$\begin{cases} m_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i) = \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(x_i; \zeta_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1}, \gamma_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1}) \\ m_{f_j \rightarrow x_i}^t(x_i) = \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(h_{ji} x_i; \alpha_{f_j \rightarrow x_i}^t, v_{f_j \rightarrow x_i}^t) \end{cases}$$



## 10.6.5 检测算法

- 天线节点到用户节点传递消息的均值与方差迭代公式为

$$\begin{cases} \alpha_{f_j \rightarrow x_i}^t = y_j - \sum_{i' \neq i} h_{ji'} E(x_{x_{i'} \rightarrow f_j}^t) \\ v_{f_j \rightarrow x_i}^t = \sigma^2 + \sum_{i' \neq i} |h_{ji'}|^2 \text{Var}(x_{x_{i'} \rightarrow f_j}^t) \end{cases}$$

- 用户节点到天线节点传递消息的均值与方差迭代公式为

$$\begin{cases} \gamma_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1} = \left( \sum_{j' \neq j} \frac{|h_{ji'}|^2}{v_{f_{j'} \rightarrow x_i}^{t-1}} \right)^{-1} \\ \zeta_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1} = \gamma_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1} \sum_{j' \neq j} \frac{h_{ji'}^* \alpha_{f_{j'} \rightarrow x_i}^{t-1}}{v_{f_{j'} \rightarrow x_i}^{t-1}} \end{cases}$$



## 10.6.5 检测算法

- 用户节点信号的均值与方差估计公式为

$$\begin{cases} E(x_{x_i' \rightarrow f_j}^t) = \sum_{\beta_s \in S} \beta_s m_{x_i' \rightarrow f_j}^t (x_i = \beta_s) \\ Var(x_{x_i' \rightarrow f_j}^t) = \sum_{\beta_s \in S} |\beta_s|^2 m_{x_i' \rightarrow f_j}^t (x_i = \beta_s) - E^2(x_{x_i' \rightarrow f_j}^t) \end{cases}$$

- 利用GAMP算法，用户与天线节点之间只要传递均值与方差，复杂度降低为  $O(MKN)$ ，非常适合M-MIMO系统使用
- GAMP算法的复杂度还可以进一步降低，包括一阶近似、中心极限近似、期望传播(EP)近似等。这些方法能够达到复杂度与性能的更好折中，具有重要的实用价值。

## 10.6.5 检测算法



- **5. 稀疏检测**
  - 当M-MIMO系统维度充分大时，某些收发天线对的信道衰落系数趋于0，呈现出稀疏特性。
  - 利用这一特性，可以采用压缩感知(CS)方法，进行信号检测
- **6. 机器学习**
  - 采用机器学习或神经网络进行M-MIMO检测，也是一类有重要实用价值的算法。
  - 神经网络能够以较低的复杂度，达到接近最优的检测性能，第十二章将详细讨论，不再赘述。

## § 10.7 MIMO技术在宽带移动通信系统中的应用



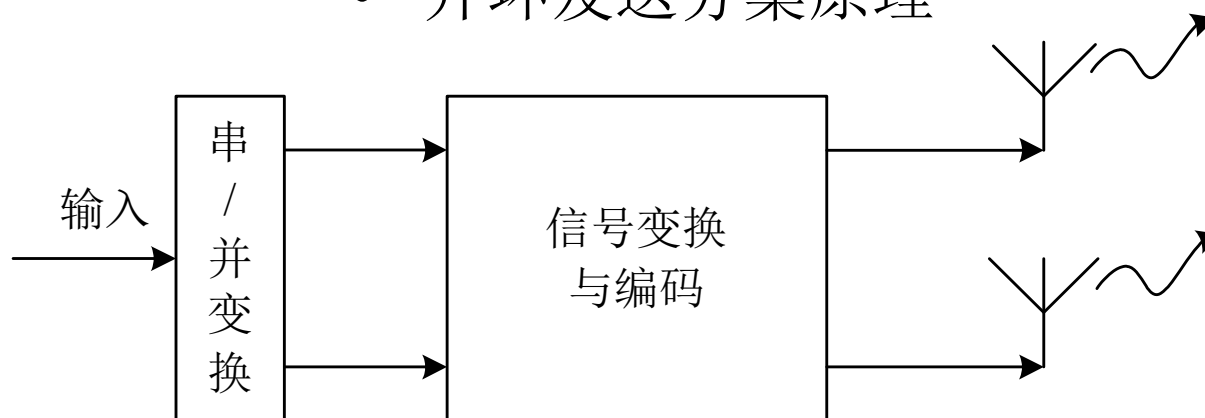
- 根据线性系统互易原理，在一个线性系统中，分集的位置是可以互易的，亦即它可根据实际需要，放在接收端，称为分集接收，也可以放在发送端，称它为发送分集(分集发送)。
- 严格的说，实际的移动通信系统，包含复杂时变移动信道，并不完全遵从线性规律，充其量只能算是近似的线性时变系统。因此在这个复杂系统中，互易原理只能认为近似的成立，其性能上要打一定折扣，从这个意义上讲发送分集性能不如接收分集性能。



## 10.7.1 发送分集分类

- 根据是否需要提供信道状态信息，是否需要在发送与接收之间建立反馈电路，可以将发送分集划分为开环与闭环两大类型。

- 开环发送分集原理

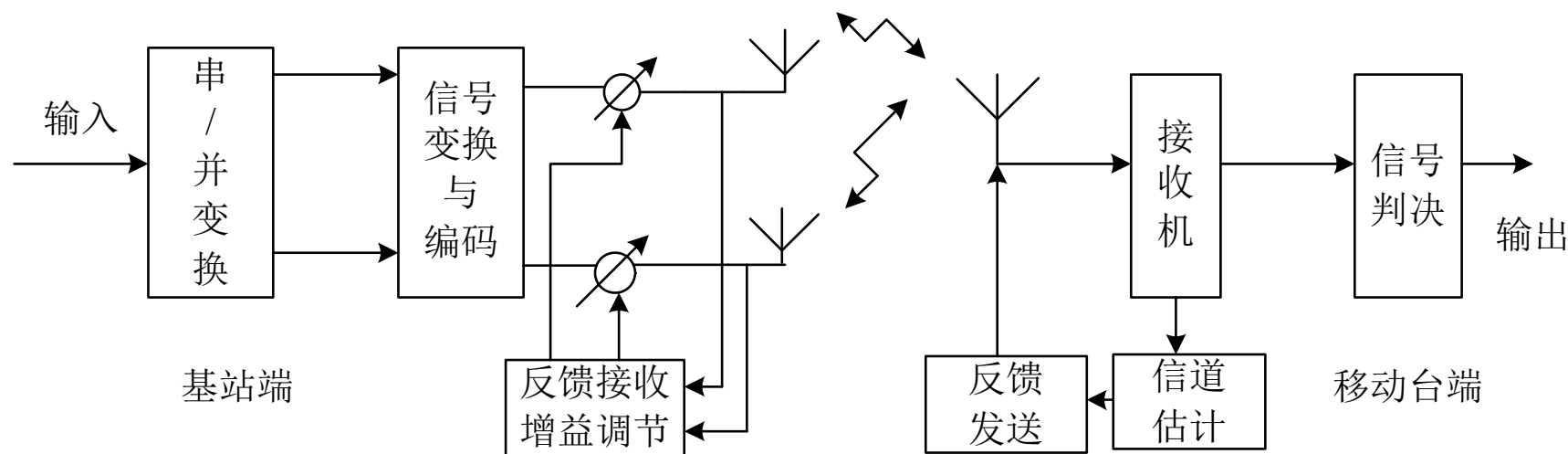


- 现有的发送分集有空时发送分集STTD(Space-Time Transmit Diversity)、正交发送分集OTD(Orthogonal Transmit Diversity)、空时扩频STS(Space-Time Spreading)发送分集、时间切换发送分集TSTD(Time-Switch Transmit Diversity)、延时发送分集DTD(Delay Transmit Diversity)等等。



- 闭环发送分集，需要在发送与接收之间建立反馈回路、并利用这一反馈回路传送信道状态信息。

### 闭环发送分集原理



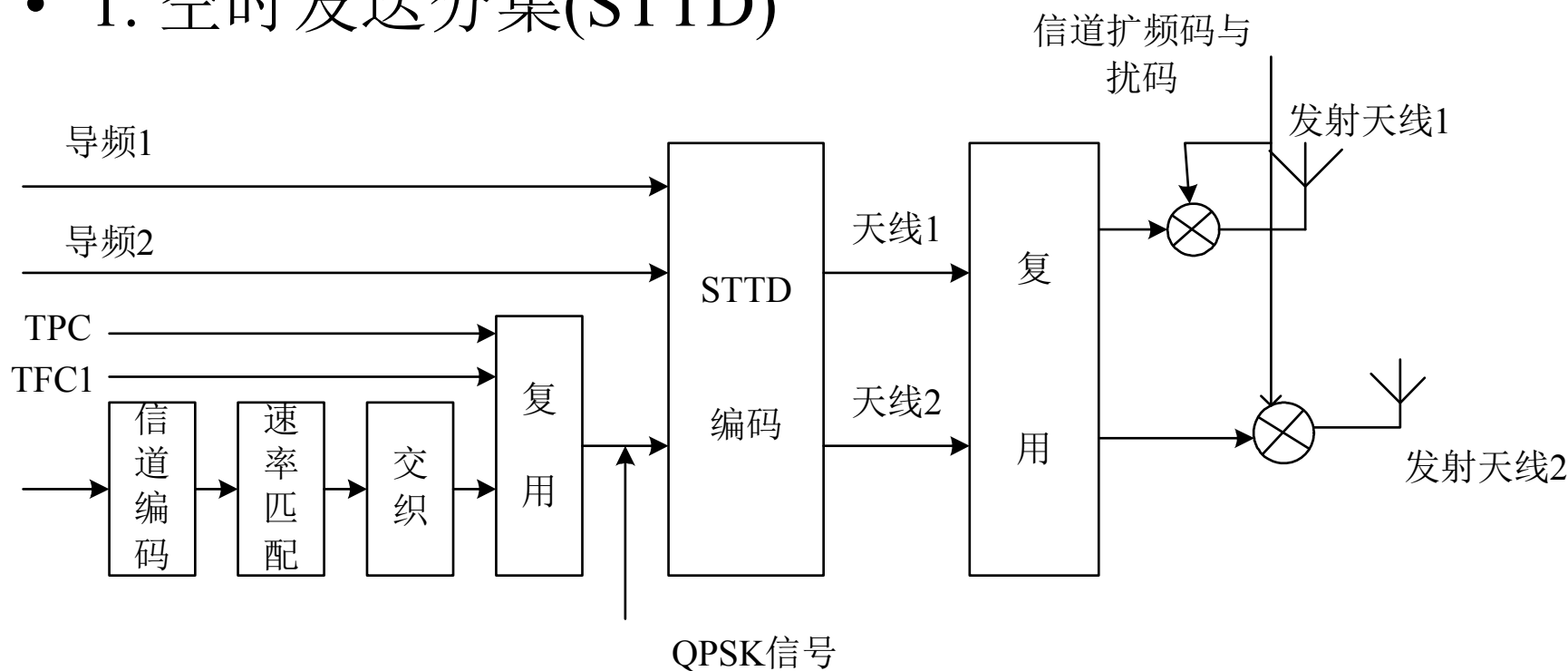
比较典型的闭环发送分集有：选择发送分集STD与发送自适应阵列TXAA( Transmit Adaptive Array)等。



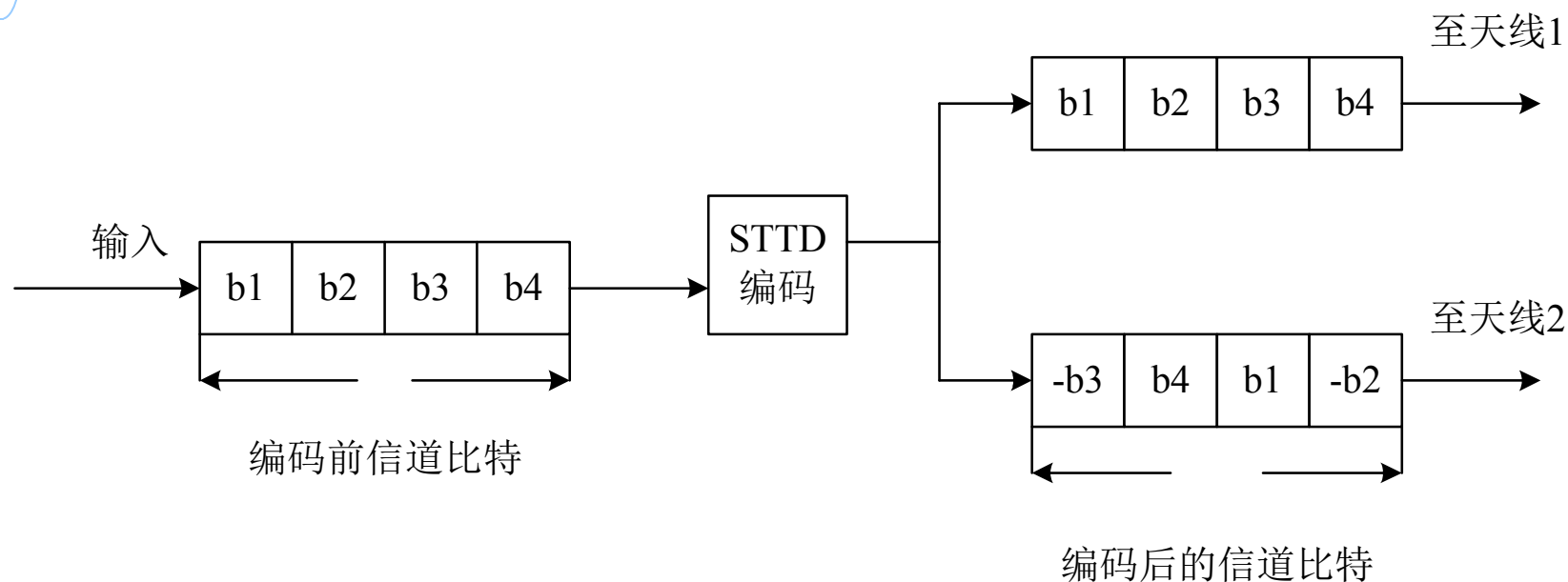


## 10.7.2 发送分集在WCDMA系统中的应用

- WCDMA建议定义了两种开环发送分集，时间切换发送分集TSTD和空时发送分集STTD和两种闭环发送分集，闭环分集的差异在于两种反馈模式的参数不同。
- 1. 空时发送分集(STTD)



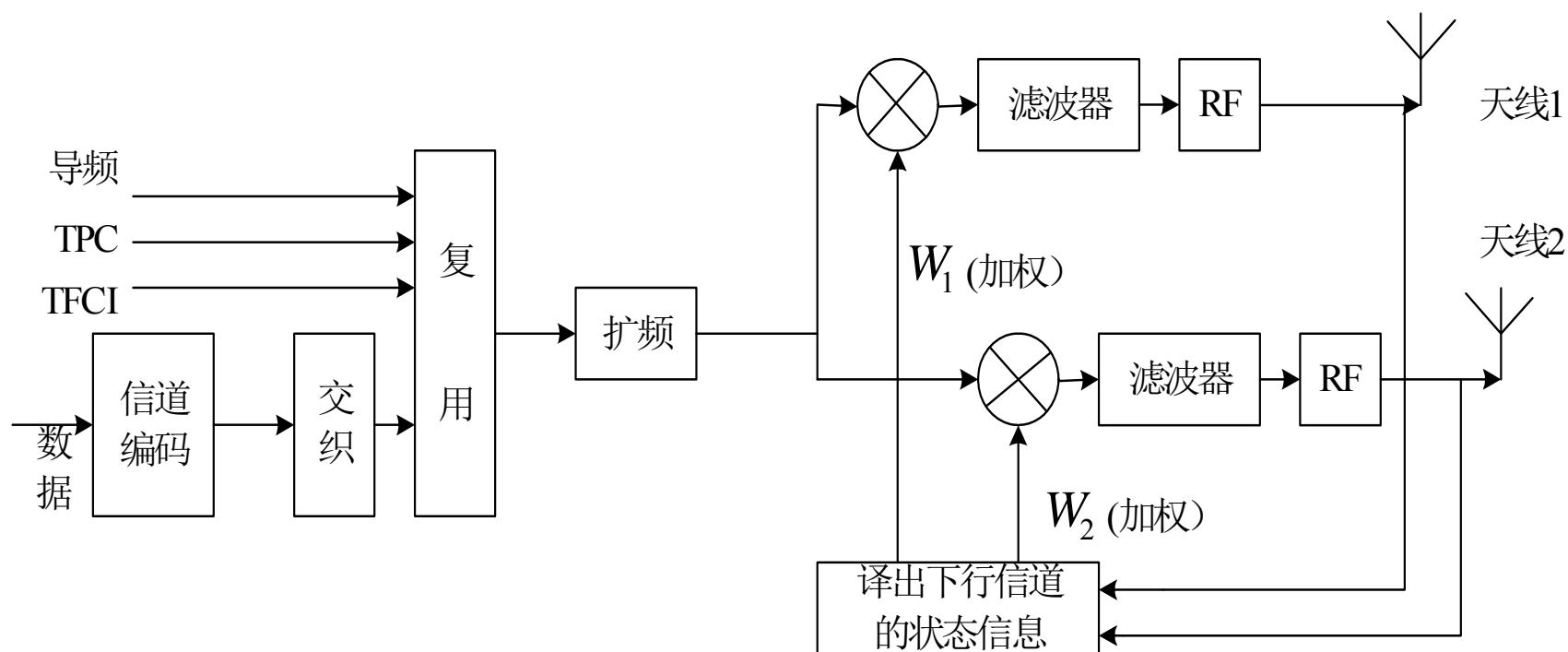
WCDMA系统DPCH的STTD编码原理



### STTD编码过程原理

- 2. 时间切换发送分集(TSTD)
- 在WCDMA中，同步信道采用TSTD，根据时隙号的奇偶，两个天线轮流交替发送主同步码PSC和辅同步码SSC。TSTD方式可以提高用户端正确同步的概率和缩短同步搜索的时间，它的主要特点是可以很简单的实现与最大比值合并(MRC)性能相当的效果。

### • 3. 闭环发送分集



DPCH 信道的闭环发送分集原理图



- WCDMA系统的DPCH信道闭环发送分集分为两类模式，它们的参数如下列表所示。

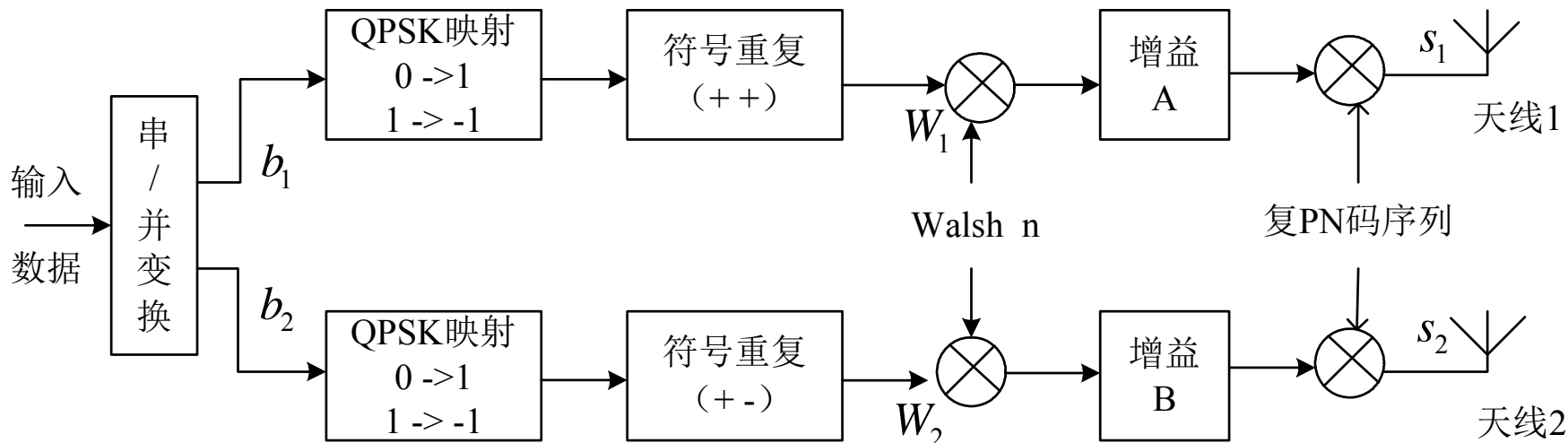
反馈模式	$N_{FBD}$	$N_W$	更新速率	反馈比特速率	$N_p$	$N_{ph}$	星座图旋转
1	1	1	1500Hz	1500bit/s	0	1	$\pi / 2$
2	1	4	1500Hz	1500bit/s	1	3	N/A

- 模式1和模式2的最大区别在于模式1的反馈加权因子和既包含相位调正信息也包含幅度调正信息。

# 10.7.3 发送分集在CDMA2000系统中的应用



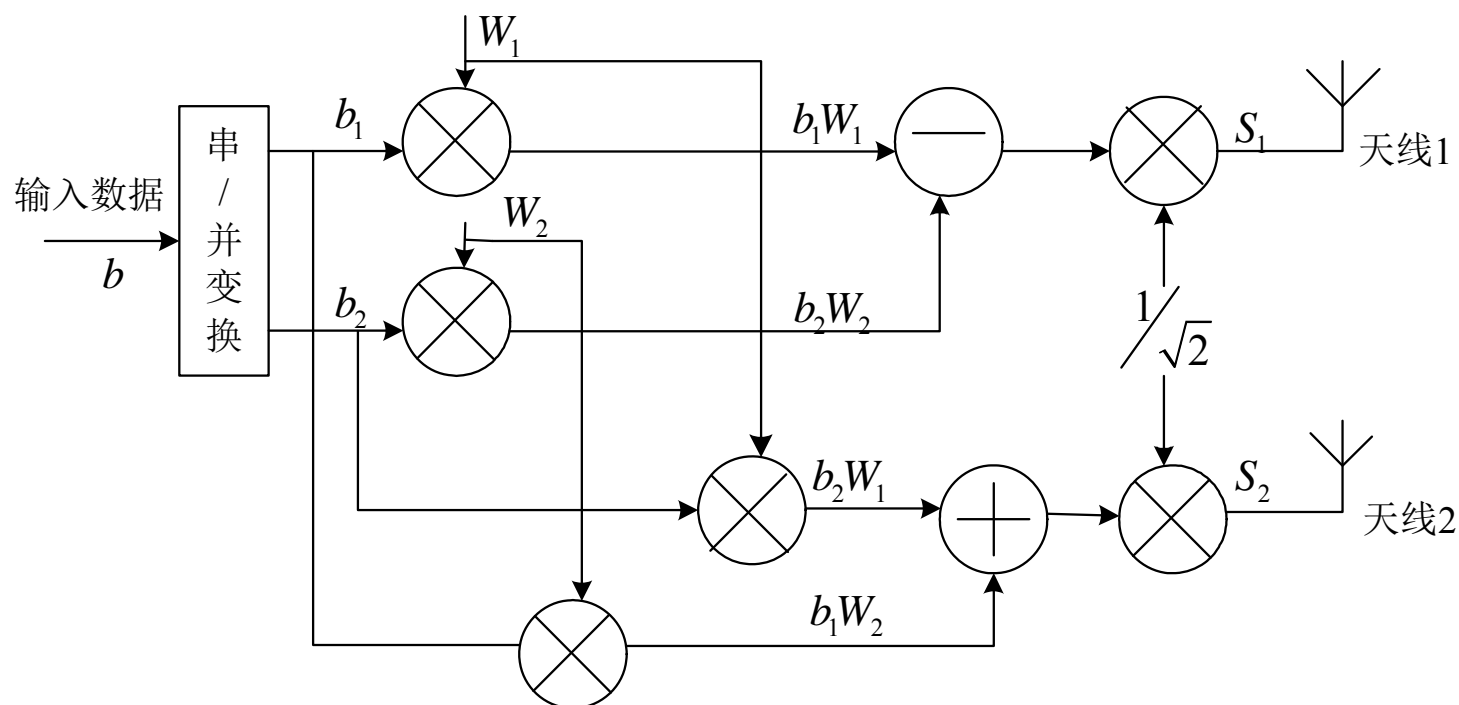
- CDMA2000标准中也定义了两种开环发送分集：正交发送分集(OTD)和空时扩展发送分集(STS)和两类闭环发送分集：选择式发送分集(STD)和发送分集天线阵(TXAA)。
- 1. 正交发送分集(OTD)



- CDMA2000中正交发送分集OTD原理



## • 2. 空时扩展发送分集(STS)



CDMA2000中空时扩展发送分集(STS)原理



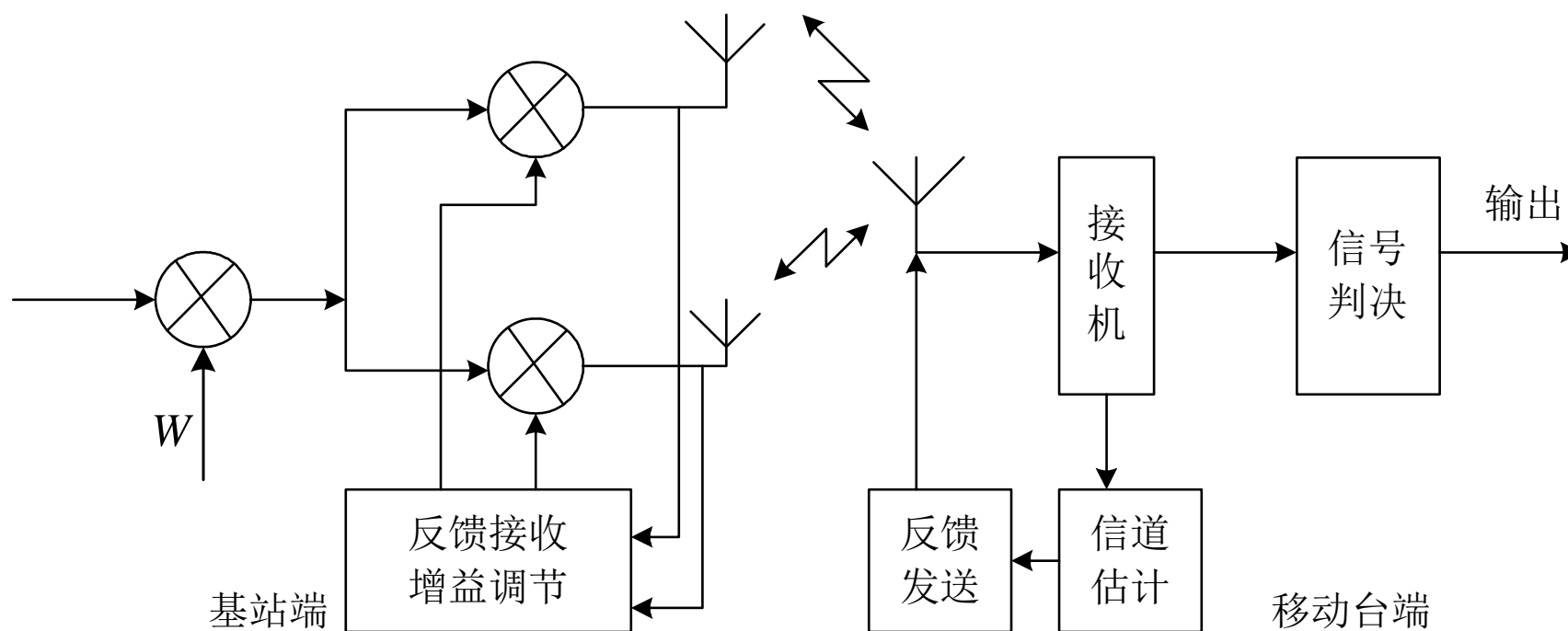
- 输入数据  $b$  按奇偶分为并行两组  $b_1$  与  $b_2$ ，分别乘以 Walsh 函数  $W_1$  和  $W_2$ ，复乘后乘以归一化系数。两路发送信号分别为：

$$S_1 = \frac{b_1 W_1 - b_2 W_2}{\sqrt{2}} \quad S_2 = \frac{b_2 W_1 - b_1 W_2}{\sqrt{2}}$$

- 3. 选择式发送分集(STD)
- 选择式发送分集(STD)是开环的时间切换发送分集TSTD方式的进一步扩展。移动台从基站每个天线发送的公共导频信号中估计出接收到的各发射天线信号能量(或信噪比)，并通过一个反馈回路将上述信道状态信息反馈给基站，再由基站根据反馈信息选择能给移动台最大接收能量(或信噪比)的发送天线。选择式发送分集在闭环发送分集中结构最为简单，但性能也是最差。



- 4. 发送自适应阵列发送分集(TXAA)



CDMA2000中发送自适应阵列发送分集(TXAA)原理



# 10.7.4 MIMO技术在LTE系统中的应用



- 1. 发分集技术
- LTE中的发分集技术主要包括空频分组码(SFBC)和频率切换发分集(FSTD)两种技术。SFBC与STBC原理相同，都是基于Alamouti编码。

$$\begin{bmatrix} y^{(0)}(1) & y^{(0)}(2) \\ y^{(1)}(1) & y^{(1)}(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y^{(0)}(1) & y^{(0)}(2) & y^{(0)}(3) & y^{(0)}(4) \\ y^{(1)}(1) & y^{(1)}(2) & y^{(1)}(3) & y^{(1)}(4) \\ y^{(2)}(1) & y^{(2)}(2) & y^{(2)}(3) & y^{(2)}(4) \\ y^{(3)}(1) & y^{(3)}(2) & y^{(3)}(3) & y^{(3)}(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 \end{bmatrix}$$

## 10.7.4 MIMO技术在LTE系统中的应用



- 2. 波束成形技术
- LTE系统的PDSCH信道可以采用波束成形技术，主要包括两种方式。
- (1) 闭环rank1预编码
- rank1预编码既可以看作空间复用，也可以作为波束成形方案。在此模式下，UE向eNodeB发送信道信息，表征用于波束成形操作的合适预编码方案。
- (2) 基于UE专用RS进行波束赋形
- 在此模式下，UE不反馈与预编码有关的信息。eNodeB需要利用上行信道信息(例如DoA)，进行波束赋形。

## 10.7.4 MIMO技术在LTE系统中的应用



- 3. 空间复用技术
- LTE系统中空间复用技术包括两类：预编码与CDD。
- (1)预编码模式
- LTE系统的PDSCH信道可以采用基于码本的预编码技术，提高系统容量。LTE码本为酉矩阵生成的码本，具有如下性质。
- 恒模性
- 嵌入性
- 简易性

## 10.7.4 MIMO技术在LTE系统中的应用



- **(2)CDD模式**
- 在开环空间复用场景下，UE只反馈信道有效层数(Rank)，不反馈合适的预编码矩阵。此时如果Rank大于1，则LTE使用循环延迟分集(CDD)。CDD在多个天线上相同的子载波单元发送相同的OFDM符号，但每个天线有不同的时延。由于发送时延是在添加CP前引入的，因此具有循环移位特性，因此命名为CDD。

## § 10.8 本章小结



- 从技术特征看，可以把多天线技术划分为空间复用、空间分集和预编码技术三大类，人们从检测算法、获取CSI的位置、天线配置以及能够获取的性能增益等方面进行了广泛深入的研究，提出了多种MIMO技术方案。
- 图10.33给出了近年来学术界提出的多种代表方案，文献[10.38]扼要分析了各种方案的特点，感兴趣的读者可以查阅该综述的参考文献，了解各个方案的技术细节。

# § 10.7 本章小结



- 第十章介绍的OFDM技术能将频率选择性衰落信道转化为多个平坦衰落信道，MIMO与OFDM结合，能够发挥两种技术的优点，是4G、5G移动通信技术的必然选择，MIMO-OFDM技术已经在LTE、WiMax等4G与5GNR移动通信系统中得到了广泛应用。

# 参考文献



- [10.1] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," IEEE Journal Select. Area Commun., Vol. 16, No. 8, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [10.2] S. Baro, G. Bauch and A. Hansmann, "Improved codes for space-time trellis-coded modulation," IEEE Commun. Letters, Vol. 4, No. 1, pp. 20-22, Jan. 2000.
- [10.3] A. Benjebbour, H. Murata and S. Yoshida, "Performance of iterative successive detection algorithm with space-time transmission," VTC2001, Spring, Vol. 2, pp. 1187-1191, May 2001.
- [10.4] W. J. Choi, R. Negi and J. M. Cioffi, "Combined ML and DFE decoding for the V-BLAST system," ICC2000, Vol. 3, pp. 1143-1148, June 2000.
- [10.5] R.T. Derryberry, S.D. Gray, D.M. Ionescu, G. Mandyam, B. Raghothaman, "Transmit diversity in 3G CDMA systems," IEEE Communications Magazine, Vol. 40, No. 4, pp. 68-75, Apr. 2002.
- [10.6] S. N. Diggavi, N. Al-Dhahir, A. Stamoulis and A. R. Calderbank, "Great Expectations: The Value of Spatial Diversity in Wireless Networks," Proceedings of IEEE, Vol. 92, No. 2, pp. 219-270, Feb. 2004.



- [10.7] B. Dong, X. Wang and A. Doucet, "A New Class of Soft MIMO Demodulation Algorithms," IEEE Trans. Signal Proc., Vol. 51, No. 11, pp. 2752-2763, Nov. 2003.
- [10.8] H. El Gamal, G. Caire and M. O. Damen, "Lattice Coding and Decoding Achieve the Optimal Diversity-Multiplexing Tradeoff of MIMO Channels," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 50, No. 6, pp. 968-985, June 2004.
- [10.9] M. P. Fitz, J. Grimm and S. Siwamogsatham, "A new view of performance analysis techniques in correlated Rayleigh fading," WCNC 1999, Vol.1, pp. 139-144, Sept. 1999.
- [10.10] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," Bell Labs Technical Journal, pp. 41-59, Autumn 1996.
- [10.11] G. J. Foschini, Jr. and M. J. Gans, "On limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas, " Wireless Personal Communication, Vol.6, No.2, pp.41-59, Autumn 1996.
- [10.11] J. Grimm, Transmitter Diversity Code Design for Achieving Full Diversity on Rayleigh Fading Channels, Ph. D. thesis, Purdue University, December 1998.
- [10.13] J. C. Guey, M. P. Fitz et. al., "Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over Rayleigh fading channels," IEEE Trans. Commun., Vol. 47, No. 4, pp. 527-537, April 1999.
- [10.14] R. Hammons and H. El Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation", IEEE Transactions on Information Theory, Vol.46, No.2, pp. 524-542, Mar. 2000.





- [10.15] B. Hassibi and B. M. Hochwald, "High-Rate Codes That Are Linear in Space and Time," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 48, No. 7, pp. 1804-1824, July 2002.
- [10.16] B. M. Hochwald and T. L. Marzetta, "Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 46, No. 2, pp. 543-564, Mar. 2000.
- [10.17] B. M. Hochwald and S. T. Brink, "Achieving Near-Capacity on a Multiple-Antenna Channel," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 51, No. 3, pp. 389-399, Mar. 2003.
- [10.18] T. H. Liew and L. Hanzo, "Space-Time Codes and Concatenated Channel Codes for Wireless Communications," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 90, No. 2, pp. 187-219, Feb. 2002.
- [10.19] S. Liu and Z. Tian, "Near-Optimum Soft Decision Equalization for Frequency Selective MIMO Channels," *IEEE Trans. Signal Proc.*, Vol. 52, No. 3, pp. 721-733, Mar. 2004.
- [10.20] Y. Liu, M. P. Fitz and O. Y. Takeshita, "A rank criterion for QAM space-time codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 48, No. 11, pp. 3062-3079, Dec. 2002.
- [10.21] B. Lu, X. Wang and K. R. Narayanan, "LDPC-Based Space-Time Coded OFDM Systems Over Correlated Fading Channels: Performance Analysis and Receiver Design," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 50, No. 1, pp. 74-88, Jan. 2002.



- [10.22] A. E. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "A space-time coding modem for high-data-rate wireless communications," IEEE Journal on Selected Areas in Commun. Vol. 16, No. 8, pp. 1459-1477, October, 1998.
- [10.23] A. E. Naguib, N. Scshadri and A. R. Calderbank, "Increasing data rate over wireless channels," IEEE Signal Processing magazine, pp. 77-92, May 2000.
- [10.24] A. J. Paulraj and B. C. Ng, "Space-time modems for wireless personal communications," IEEE Personal Commun., Vol. 5, No. 1, pp. 36-48, Feb. 1998.
- [10.25] S. Siwamogsatham and M. P. Fitz, "Robust space-time coding for correlated Rayleigh fading channels," in Proceedings of 38<sup>th</sup> Annual Allerton Conference on Communications, Control and Computing, Monticello, IL, Oct. 2000.
- [10.26] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," IEEE Trans. Inform. Theory Vol. 44, No. 2, pp. 744-765, March 1998.
- [10.27] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," IEEE Trans. Inform. Theory Vol. 45, No. 5, pp. 1456-1467, July 1999.
- [10.28] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths," IEEE Trans. Commun. Vol. 4, No. 2, pp. 199-206, February 1999.



- [10.29] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," European Trans. Telecomm., Vol. 10, No.6, pp. 585-595, November-December 1999.
- [10.30] B. Vucetic and J. Yuan, Space-Time Coding, John Wiley&Sons, 2003.
- [10.31] Q. Yan and R.S. Blum, "Optimum space-time convolutional codes," WCNC2000, pp. 1351-1355, Vol. 3, Sept. 2000.
- [10.32] L. Zheng, and D. N. C. Tse, "Diversity and Multiplexing: A Fundamental Tradeoff in Multiple-Antenna Channels," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 49, No. 5, pp. 1073-1096, May 2003.
- [10.33] D. Gesbert et. al., "Shifting the MIMO Paradigm," IEEE Signal Processing Magazine, pp. 36-46, Sept. 2007.
- [10.34] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj. "Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion," IEEE Trans. Commun., Vol. 49, No. 11, pp. 2198-2206, December 2001.
- [10.35] C. Windpassinger, R. F. H. Fischer, T. Vencel, and J. B. Huber., "Precoding in multiantenna and multiuser communications." IEEE Trans. On Wireless Communications. Vol. 3. No. 4, pp. 1305-1316, 2004.
- [10.36] D. J. Love et. al., "What is the value of limited feedback for MIMO channels?" IEEE Communications Magazine, pp. 54-59, Oct. 2004.
- [10.37] D. J. Love et. al. , "An overview of limited feedback in wireless communication systems," IEEE J. Select. Area Commun., Vol. JSAC-26, No. 8, pp. 1341-1365, Oct. 2008.
- [10.38] J. Mietzner et. al., "Multiple-Antenna Techniques for Wireless Communications – A Comprehensive Literature Survey," IEEE Communications Surveys and Tutorials, Vol. 11, No. 2, pp. 87-105, 2nd Quarter 2009.



- [10.39]“Special issue on MIMO Systems and Applications: Part I,” IEEE J. Select. Area Commun., Vol. JSAC-21, No. 3, Apr. 2003.
- [10.40]“Special issue on MIMO Systems and Applications: Part II,” IEEE J. Select. Area Commun., Vol. JSAC-21, No. 5, June. 2003.
- [10.41]“Special issue on MIMO wireless communications,” IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 51, No. 11, Nov. 2003.
- [10.42]“Special Issue on 4G Wireless Systems,” IEEE J. Select. Area Commun., Vol. JSAC-24, No. 3, Mar. 2006.
- [10.43]“Special Issue on Optimization of MIMO Transceivers for Realistic Communication Networks: Challenges and Opportunities,” IEEE J. Select. Area Commun., Vol. JSAC-25, No. 7, Sept. 2007.
- [10.44]“Special Issue on Exploiting limited feedback in tomorrow's wireless communication networks,” IEEE J. Select. Area Commun., Vol. JSAC-26, No. 8, Oct. 2008.
- [10.45]“Special Issue on Gigabit Wireless,” Proceedings of IEEE, Vol. 92, No. 2, Feb. 2004.
- [10.46]3GPP TS 25.211 V4.0.0, “Physical Channels and Mapping of Transport Channels onto Physical Channels (FDD)” 2001-03.
- [10.47]3GPP2 C.S0002-A-1, “Physical Layer Standard for CDMA2000 Spread Spectrum Systems,” 2000-09.
- [10.48]3GPP TS 36.211 V8.6.0, “Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA), Physical channels and modulation”.
- [10.49]E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, H. V. Poor, MIMO Wireless Communication, Cambridge University Press 2007.



谢谢！