第十七章 磁场和它的源

17.1 磁力与电荷的运动

- 传导电流
- 分子电流

磁力是运动电荷之间相互作用的表现

17.2 磁场与磁感应强度

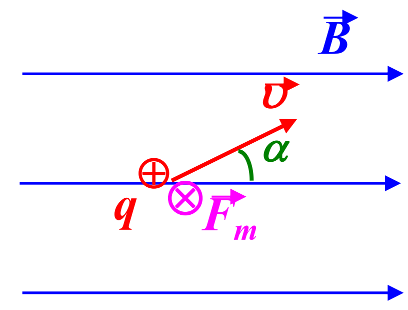
一、磁场

产生磁力的场叫**磁场**。

用**磁感应强度** $\vec{B}$ 描述磁场(大小、方向).

二、磁感应强度

1. 洛仑兹力



由实验：电荷q以速度$\vec{v}$ 在磁场中运动时，将受到作用力$\vec{F}_m$，称作洛仑兹力。

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

2. 由洛仑兹力定义磁感应强度

$$B = \frac{F}{q\upsilon \sin\alpha}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{时} \quad B = \frac{F_{max}}{q\upsilon}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{F}_{max} \times \hat{\upsilon}}{q\upsilon}}$$

某点磁感应强度数值上等于单位电荷以单位速率通过该点所受的最大磁力。

三. 磁场叠加原理

$$\vec{B}=\sum_{\grave{a}}\vec{B}_{\grave{a}},\quad \vec{B}=\int d\vec{B}$$

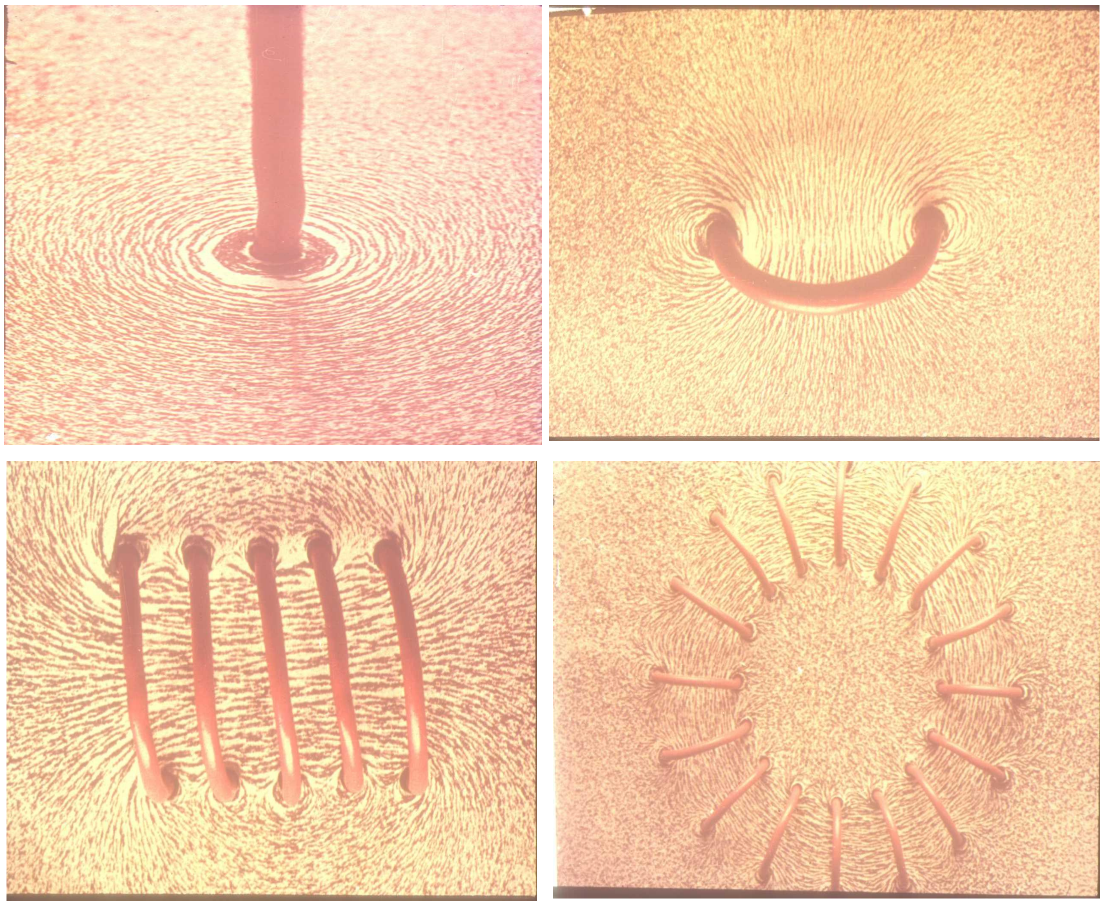
四. 磁感线

1. 画法

(1) 磁感线上某点的切向和该点磁感应强度的方向一致

(2) 通过垂直于$\vec{B}$的单位面积的磁感线的条数等于该点$\vec{B}$的大小。磁场强处磁感线密。

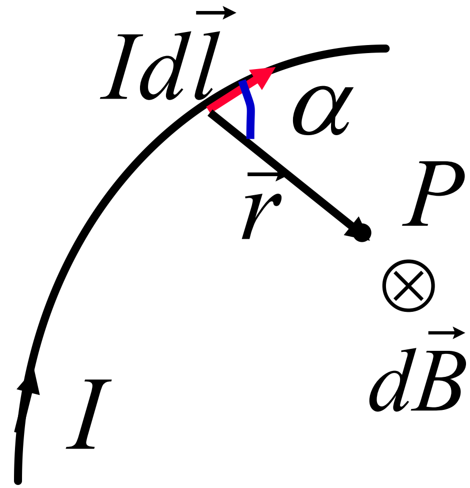
典型磁感线



17.3 毕奥—萨伐尔定律

一. 基本定律

毕奥—萨伐尔定律



电流元 $Id\vec{l}$

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}}$$

μ_0 **真空中的磁导率**

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$$

电流元的磁感线在垂直于电流元的平面内，是圆心在电流元轴线上的一系列同心圆。

毕—萨定律+叠加原理原则上可以求得任意电流的磁场

二. 基本性质

1. 磁通连续原理（磁场的高斯定理）

- 磁通量

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

单位：韦伯(Wb)

$$\vec{B} = \frac{d\Phi_m}{dS_\perp}$$

- 磁通连续原理（磁场的高斯定理）

$$\boxed{\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0}$$

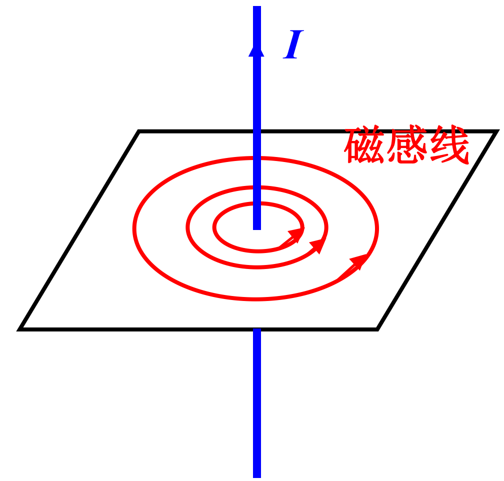
- 磁感线的性质

* 无头无尾闭合曲线
* 与电流套连
* 与电流成右手螺旋关系

载流长直导线磁场的磁感线

右手：拇指— I方向；

四指— 磁感线方向

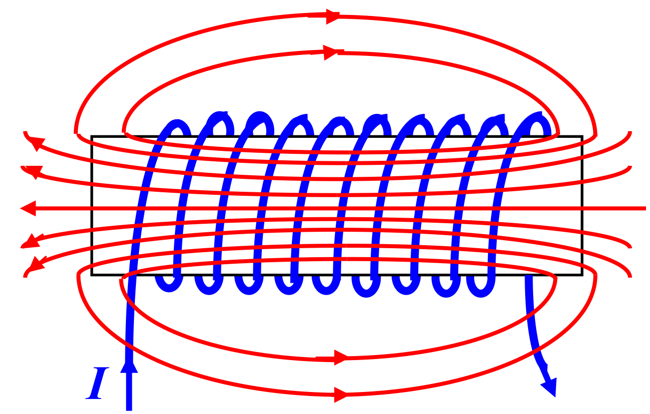


载流直螺旋线圈磁场的磁感线

右手握住螺旋线圈；

四指—I方向；

拇指—线圈内部的磁感线方向



*磁单极（magnetic monopole）：

根据电和磁的对称性：

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_0 \longrightarrow \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = q_m \qquad q_m \text{ — 磁荷}$$

1931，Dirac预言了磁单极子的存在。

量子理论给出电荷q和磁荷q_m存在关系：

$$q\cdot q_m = nh,\quad (n = 1, 2, 3\cdots)$$

$\therefore$只要存在磁单极子就能证明电荷的量子化。

磁单极子质量：$m = 2\times 10^{-11}\ \mathrm{g} \approx 10^{16} m_p$。

这么大质量的粒子尚无法在加速器中产生。

人们希望从宇宙射线中捕捉到磁单极子。

目前仍然不能在实验中确认磁单极子存在。

三. 由毕奥—萨伐尔定律求磁场

方法:

(1) 将电流分解为无数个电流元

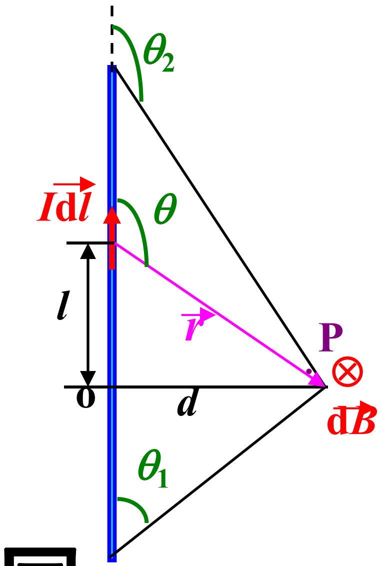
(2) 由电流元求 $d\vec{B}$ (据毕—萨定律)

(3) 对$d\vec{B}$积分, 求 $\vec{B}=\int d\vec{B}$

矢量积分须化作分量积分去做

$$B_x=\int \mathrm{d}B_x\;;\quad B_y=\int \mathrm{d}B_y\;;\quad B_z=\int \mathrm{d}B_z$$

【例1】求长直电流的磁场



解： 任取一电流元$Id\vec{l}$，

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

所有电流元在P点产生的磁场方向相同

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

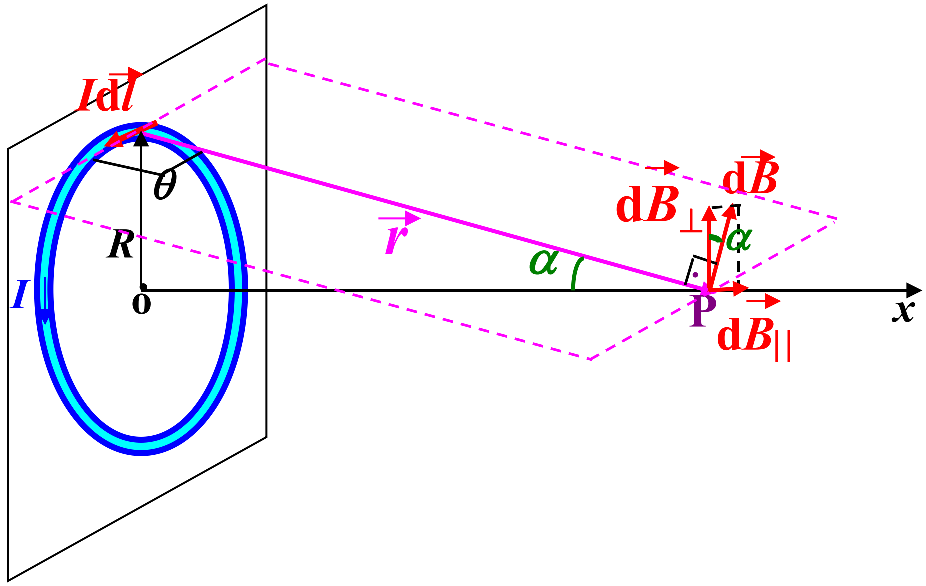
$$r = d/\sin\theta;\quad l = -d\cot\theta;\quad dl = d\,d\theta/\sin^2\theta,$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}$$

对无限长直电流，$\theta_1 = 0$；$\theta_2 = \pi$，有 $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}}$

【例2】求圆电流轴线上任一点的磁场

解： 取一电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$，



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$$

$\mathrm{d}B$的分量：

$$\mathrm{d}B_{||} = \mathrm{d}B\sin\alpha = \mathrm{d}B(R/r)$$

$$\mathrm{d}B_{\perp} = \mathrm{d}B\cos\alpha$$

所有电流元在P点的贡献

$$B_{\parallel}=\int dB_{\parallel}=\int dB\frac{R}{r}=\int\frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}\frac{R}{r}=\frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int dl=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$$

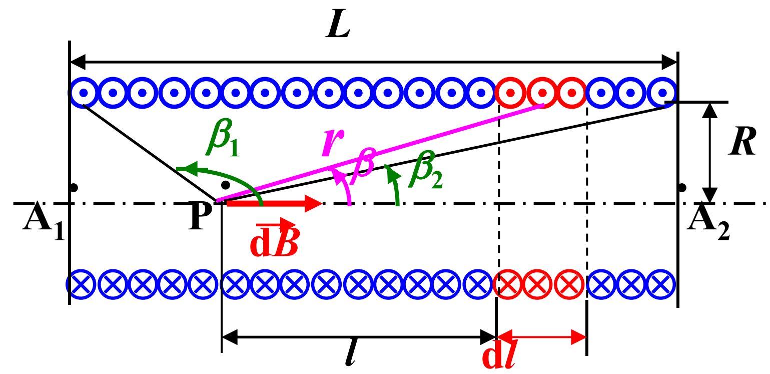
$$B_{\perp}=\int dB_{\perp}=\int dB\cos\alpha=0$$

每一对位置对称的电流元在P点产生的d$B_{\perp}$相消，可知P点的磁场只有沿x轴的分量。

P点的磁场 $B=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$ 方向：沿x轴

圆电流中心（$x=0$）处的磁场 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

【例3】密绕长直螺旋线圈，长为L，半径为R，线圈上单位长匝数为n，线圈中电流为I，求线圈轴线上任一点P的磁感应强度。



解：在密绕情形下，螺旋线圈可看作由很多圆形线圈紧密排列而成。

在距P点l处，取dl，dI=$n$$Idl$

$$dB = \frac{\mu_0 R^2 nIdl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 R^2 nIdl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

由$l = R\cot\beta$；有$dl = -R\csc^2\beta d\beta$，

另有$R^2 + l^2 = R^2 \csc^2\beta$

$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}(-\sin\beta)d\beta=\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_2-\cos\beta_1)$$

特例：对“无限长”直螺旋线圈($L>>R$)，

内部轴线上任一点： $\beta_1\to\pi$ ； $\beta_2\to 0$

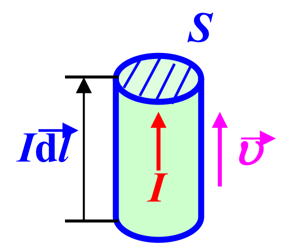
$$\boxed{B=\mu_0 nI}$$

端部：

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 nI}{2}}$$

17.4 匀速运动点电荷的磁场

毕—萨定律中电流元产生的磁场实质上是电流元中的运动电荷产生的磁场。



电流 $I = \upsilon Snq$ $$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{vSnqd\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

$\upsilon\mathrm{d}\vec{l} = \mathrm{d}l\ \vec{\upsilon}$,

每个运动电荷产生的磁场为$dB/nS\mathrm{d}l$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

17.5 安培环路定理

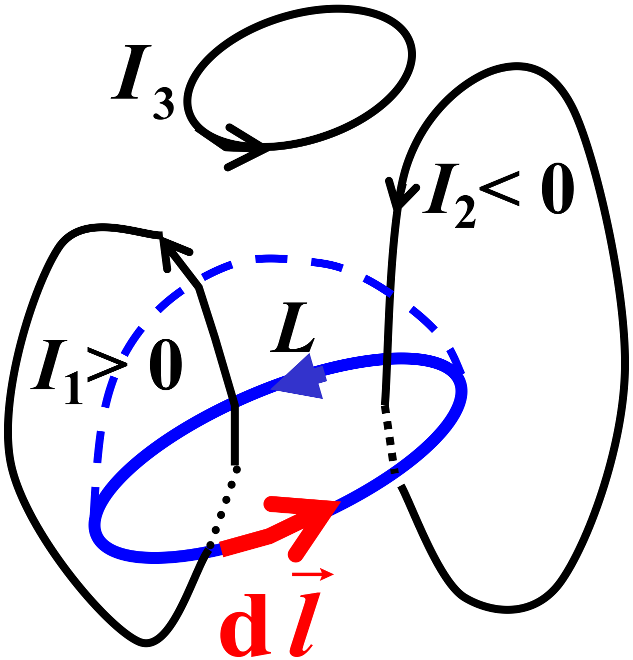
安培环路定理

在恒定电流的磁场中，磁感应强度$\vec{B}$沿任何闭合路径L的线积分(环量)等于路径L所环绕的电流强度的代数和的μ_0倍。

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}$$

说明：

- $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq o$ 说明$\vec{B}$为非保守场（也称为涡旋场）

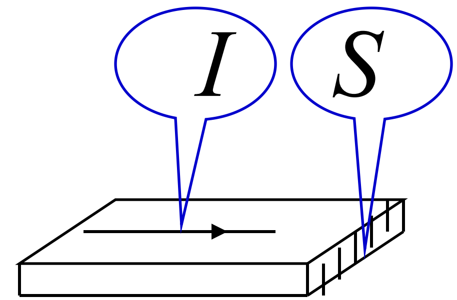


电流分布

- 只适用于恒定电流（闭合或伸展到∞）；
- $I_{内}$有正、负，看它与 L 是否成右手关系；
- $\vec{B}$ 是全空间电流的贡献；但只有$I_{内}$对环流有贡献

明确什么叫 $I_{内}$？什么叫“套连”？

电流密度



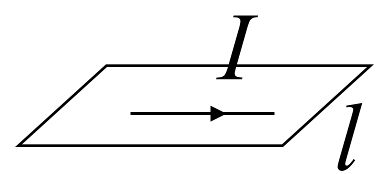
* (体)电流的(面)密度

如图 电流强度为I的电流通过截面S

若均匀通过, 电流密度为 $\boxed{J = \dfrac{I}{S}}$

* (面)电流的(线)密度

如图 电流强度为I的电流通过截线 l



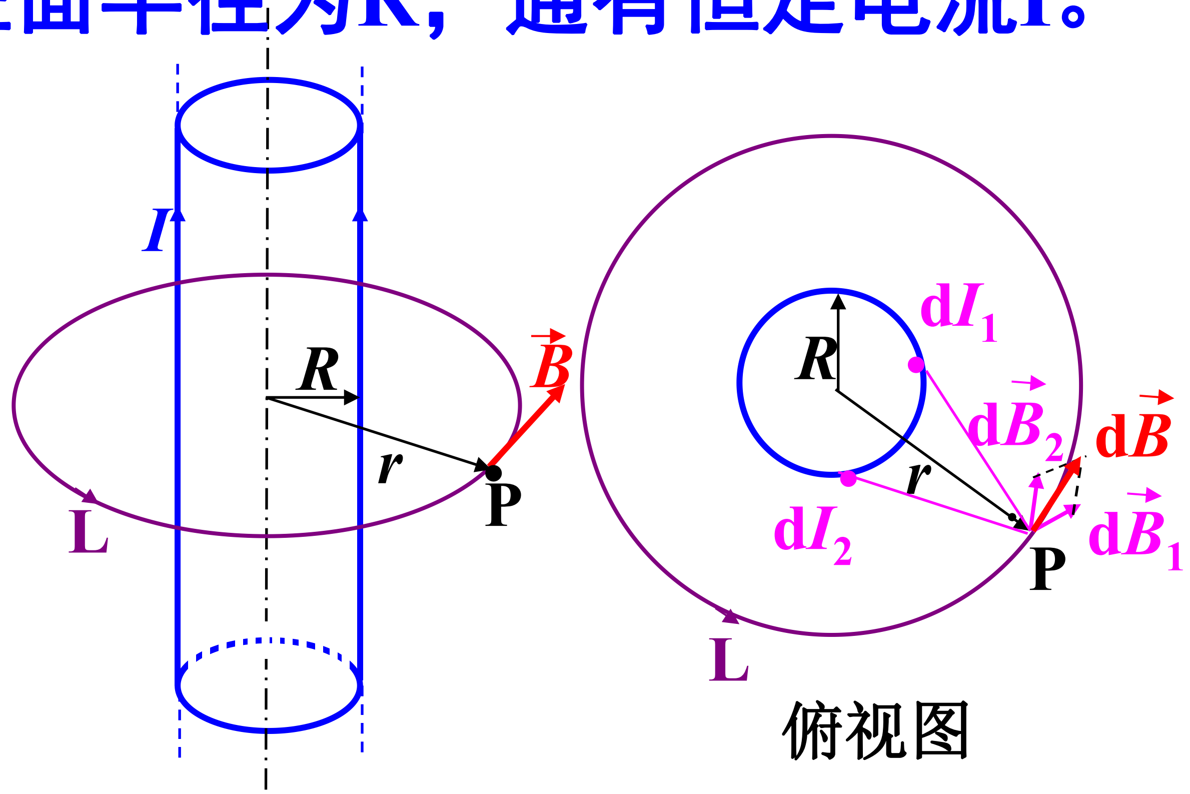
若均匀通过, 则 $\boxed{J = \dfrac{I}{l}}$

17.6 利用安培环路定理求磁场的分布

方法：

- 对称性分析(分析磁场的大小、方向特点)
- 选取合适的环路L
- 用环路定理计算磁场

【例1】求载流无限长圆柱面内外的磁场。设圆柱面半径为R，通有恒定电流I。



俯视图

解：(1) 对称性分析

任一点的$\vec{B}$ 均垂直于相应的r方向；且距离轴线同远的场点，其$\vec{B}$的大小相同。

(2) 选合适的环路

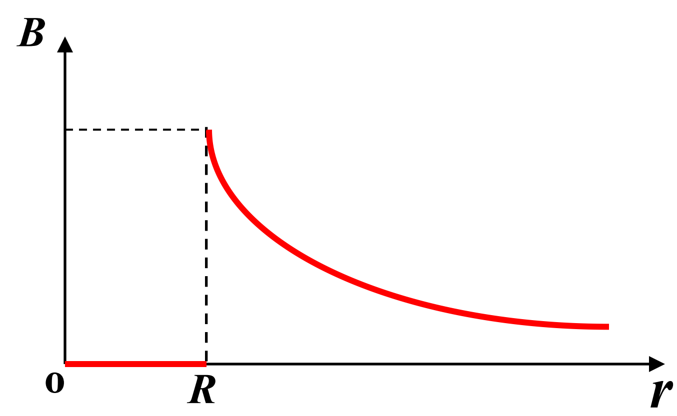
由 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}$

得 $\oint_L B\cdot dl = \mu_0 I \quad \rightarrow B\oint_L dl = \mu_0 I$

柱面外的场 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

柱面内的场 $B = 0$

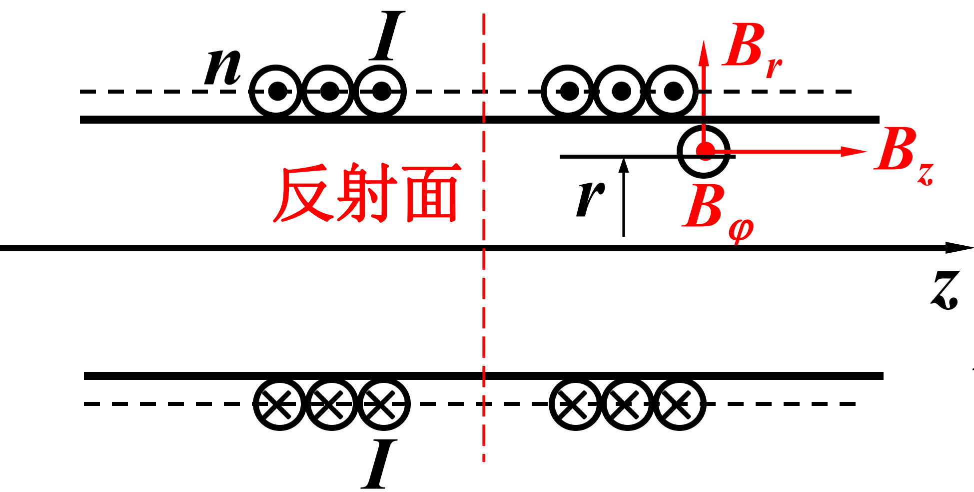
磁场分布曲线



例2 无限长直密绕载流螺线管的磁强分布. 设线圈上单位长匝数为n，线圈中电流为I.

$\because n$大（密绕），$\therefore$螺距小，螺线管可简化为由一匝匝平面圆电流圈并排排列所组成。

用对称性原理分析： 该电流系统对图示反射面镜像对称， $\vec{B}$是轴矢量。

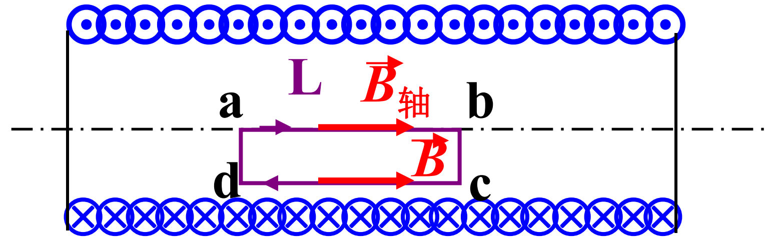


B_z 经镜像反射不变，

B_r和B_φ 经镜像反射变号，

故应有 $B_r = B_\varphi = 0$， $\therefore \vec{B} = B_z \cdot \vec{k}$

选如图矩形环路L，由环路定理有



$$\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$

其中左端第二、四项均为零

$$B = B_{轴} = \mu_0 nI$$

同法可求：无限长直螺旋线圈外的磁场

$$B = 0$$

几种典型电流的B

- **一段载流直导线** $$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$
- **无限长载流直导线** $$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
- **无限长均匀载流薄圆筒** $$B_{内}=0,\ B_{外}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
- **无限长载流密绕直螺线管，细螺绕环**

$$B_{内}=\mu_0 nI,\ B_{外}=0$$

◆ 圆电流圈的圆心和轴线上

$$B_{中心} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_{轴线} = \frac{\mu_0 IS}{2\pi\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

◆ 无限大均匀平面电流的磁场，两侧为均匀磁场， 方向相反（右手定则）

大小为 $B = \frac{\mu_0 j}{2}$