

第十九章 有磁介质时的磁场

§ 19.1 磁介质对磁场的影响

§ 19.2 原子的磁矩

§ 19.3 磁介质的磁化

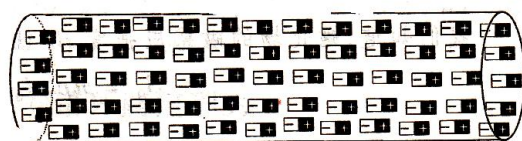
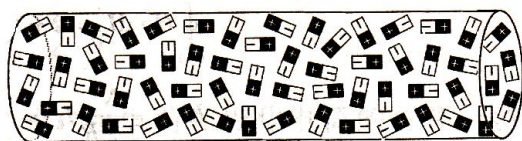
§ 19.4 H 的环路定理

§ 19.5 铁磁质

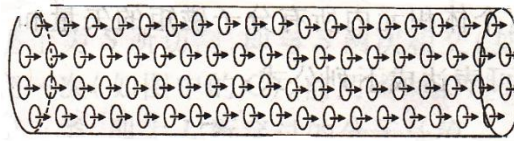
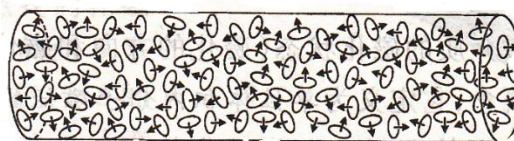
Δ § 19.6 简单磁路

磁介质：在磁场中发生变化并影响磁场的物质

研究磁场与磁介质的相互作用：



磁荷观点



分子电流观点

磁场对磁介质作用→→

介质中出现宏观电流——“磁化”。

附加的磁化电流亦将产生附加磁场

并最终影响磁场。

磁化规律？有磁介质时磁场的规律？

类比电介质中的电场

电介质：自由电荷场 $E_0 \rightarrow$ 电介质

\rightarrow 电介质极化 $\left\{ \begin{array}{l} \text{极化电荷 } q' \\ \text{分子偶极子 } p \end{array} \right. \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

$\rightarrow \vec{D} \rightarrow \vec{D}$ 的高斯定理、环路定理

磁介质：自由电流场 $B_0 \rightarrow$ 磁介质

\rightarrow 磁介质磁化 $\left\{ \begin{array}{l} \text{磁化电流 } I' \\ \text{分子磁矩 } m \end{array} \right. \rightarrow \vec{B}' \rightarrow \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

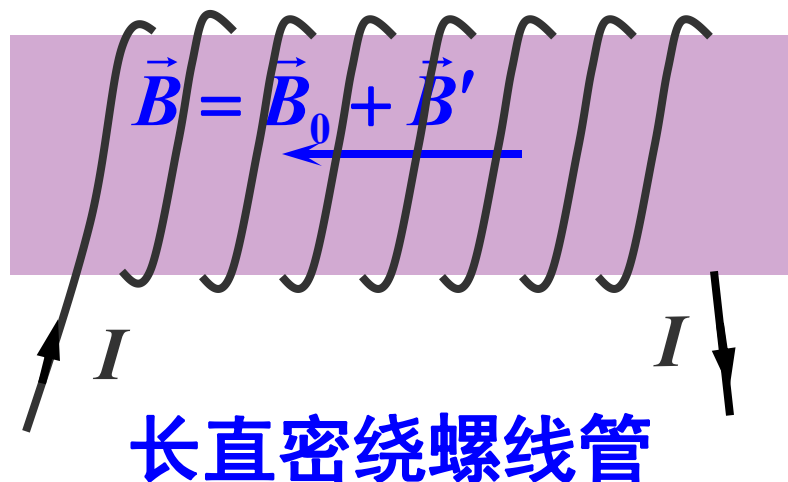
$\rightarrow \vec{H} \rightarrow \vec{H}$ 的高斯定理、环路定理

§ 19.1 磁介质对磁场的影响

所有物质皆磁介质

长螺线管通电流 I ，内部产生一个均匀磁场，
再将磁介质充满磁场（保持电流不变）

发现磁介质中的磁场： $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$



传导电流 $I \rightarrow \vec{B}_0$

磁介质上有磁化电流，

磁化电流 $I' \rightarrow \vec{B}'$

实验表明：均匀各向同性介质充满磁场所在空间时，有：

$$B = \mu_r B_0 \quad \mu_r \text{介质的相对磁导率}$$

实验发现：充各种磁介质，磁介质内的磁场有的比真空时弱，有的比真空时强。

磁介质的分类：按 μ_r 不同磁介质分为

顺磁质 $\mu_r > 1$

抗磁质 $\mu_r < 1$

铁磁质 $\mu_r \gg 1$

§ 19.2 原子的磁矩

物质由原子、分子组成，他们包含的电子
参与两种运动。

电子的自旋→自旋磁矩 m_s

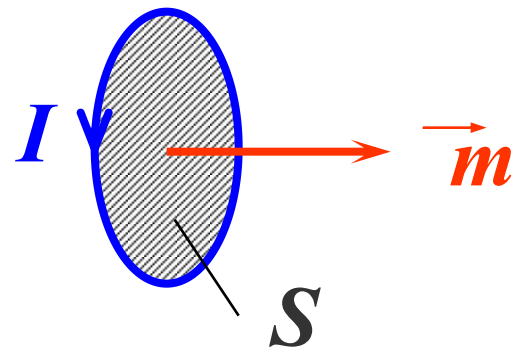
电子绕原子核轨道运动→轨道磁矩 m_l

同时核也有自旋→核磁矩 m_n

分子磁矩

$$\vec{m} = \vec{m}_l + \vec{m}_s + \vec{m}_n = I\vec{S}$$

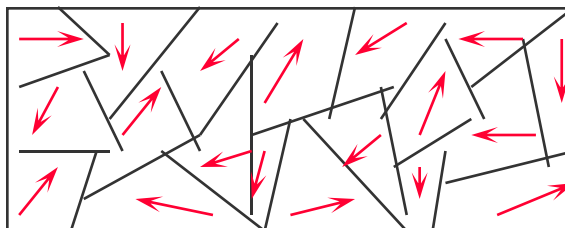
→等效成分子电流



$$\vec{m} = I\vec{S} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \neq 0 & \text{顺磁质} \\ = 0 & \text{抗磁质} \end{array} \right.$$

铁磁质 $\vec{m} \neq 0$

磁畴



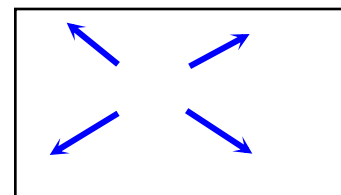
§ 19.3 磁介质的磁化

磁化：在磁场作用下，介质出现磁性或磁性发生变化的现象。

一 顺磁性：取向磁化

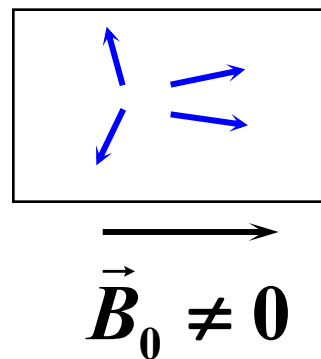
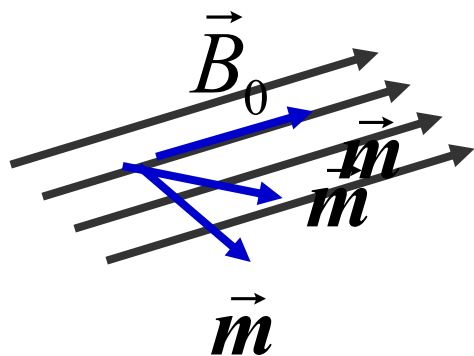
顺磁质的 $\vec{m} \neq 0$ —— 称为**分子固有磁矩**。

由于分子的热运动，分子磁矩 m 完全是混乱的，不显磁性。



$$\vec{B}_0 = 0$$

在外磁场中，分子磁矩 m 会发生转向而排列，这就是顺磁质被“磁化”



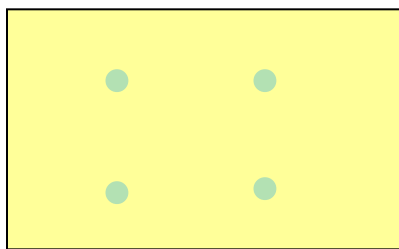
外磁场越强，转向排列越整齐。

\vec{B}' 方向与 \vec{B}_0 方向相同

二 抗磁性：感应磁化

抗磁质的分子固有磁矩为 0。

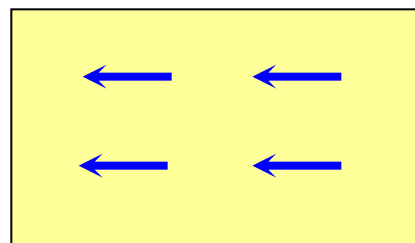
$$\vec{B}_0 = 0$$



$$\vec{m} = 0,$$

不显磁性

$$\vec{B}_0 \longrightarrow$$



$$\text{附加磁矩 } \Delta \vec{m} \parallel \vec{B}_0$$

显示抗磁性

为什么 $\Delta \vec{m}$ 反平行于 \vec{B}_0 呢？

分子固有磁矩为零，分子中某个电子的轨道磁矩、自旋磁矩不一定为零

以电子的轨道运动为例

设该电子的轨道运动

角动量为 \vec{L}

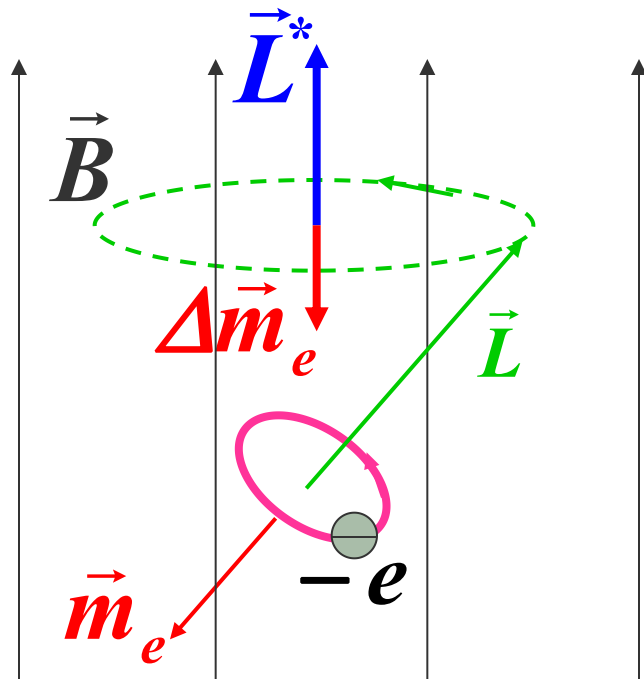
轨道磁矩为 \vec{m}_e

该磁矩在外磁场中要受力矩 \vec{M} ,

$$\vec{M} = \vec{m}_e \times \vec{B},$$

轨道角动量绕磁场进动

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad d\vec{L} = \vec{M} dt \perp \vec{L}$$

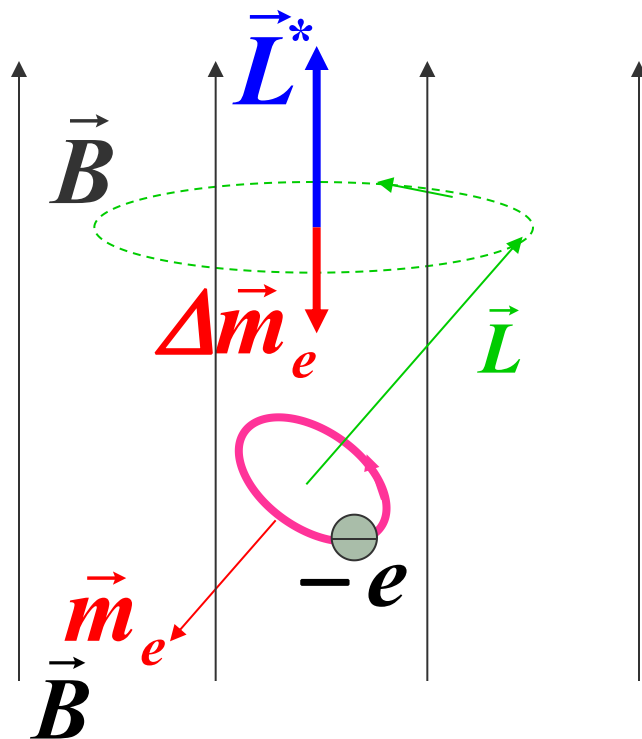


轨道进动附加的角动量 \vec{L}^* 与 \vec{B} 的方向一致

电子附加一个与磁感强度相反的磁矩 $\Delta\vec{m}_e$

对电子的自旋运动和核自旋运动，有类似的现象。

顺磁质中也有此效应，但与分子固有磁矩的转向效应相比弱得多。



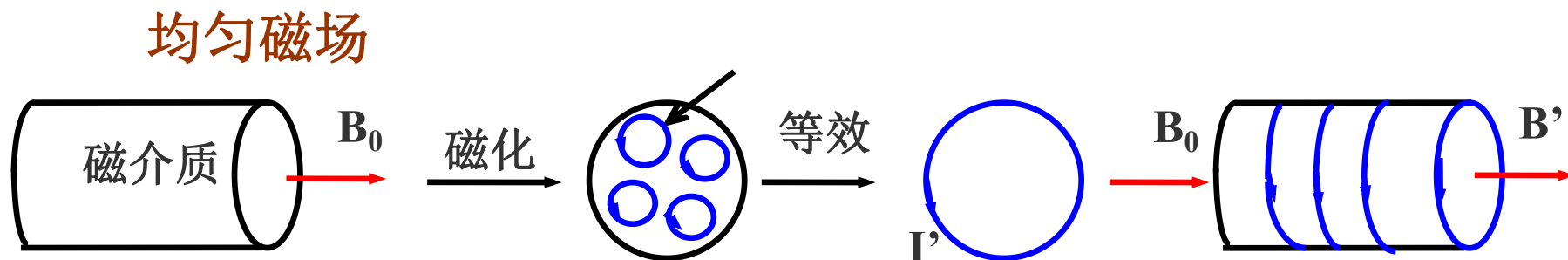
三 磁化电流与磁化强度

1. 磁化电流

磁化： 分子磁矩取向有序 = 分子电流排列有序
→ → 介质中及表面出现**等效的**宏观电流。

宏观电流 → → 磁化电流

如图，长直螺线管内部充满均匀的各向同性介质，将被均匀磁化。



对顺磁质和铁磁质，磁化电流产生的磁场
是加强磁介质内部原磁场的；

对抗磁质，磁化电流产生的磁场
是削弱磁介质内部原磁场的。

磁化电流 I' 的大小反映了磁化的强弱。

思考：磁化电流与自由电流比较？

2. 磁化强度

磁化的强弱还可以用磁化强度来描述。

定义：磁化强度

$$\vec{M} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_i \vec{m}}{\Delta V}$$

单位体积内分子磁矩的矢量和。

实验表明：在各向同性的顺磁质、抗磁质内，有

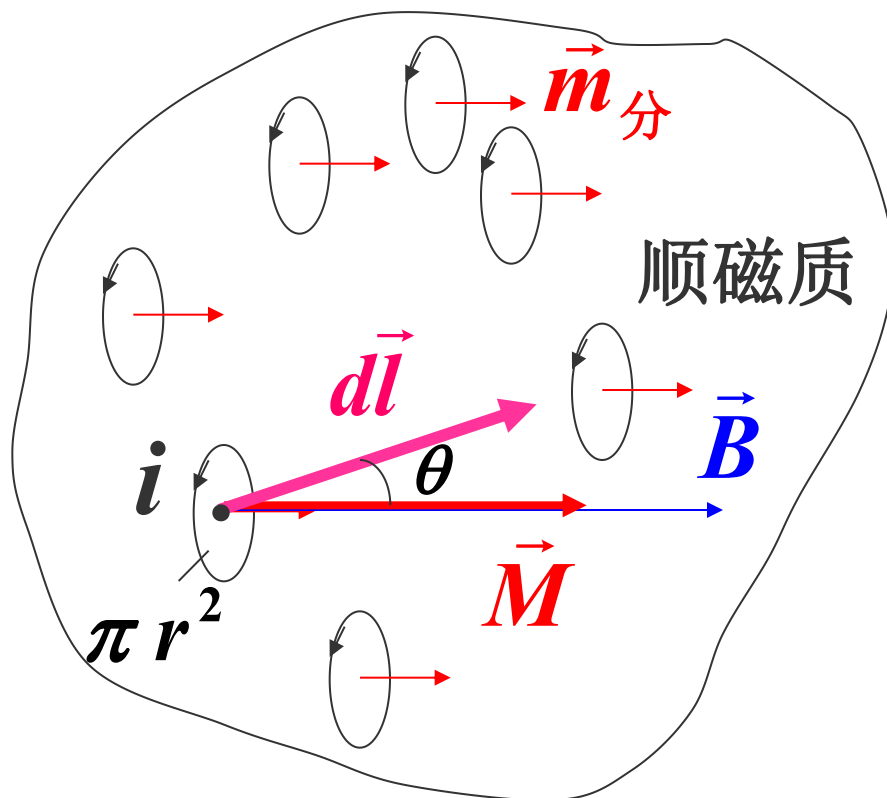
$$\vec{M} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}$$

对**顺磁质**： \vec{M} 平行 \vec{B}

对**抗磁质**： \vec{M} 反平行 \vec{B}

对**铁磁质**，实验表明： \vec{M} 和 \vec{B} 呈非线性关系

3. 磁化强度与磁化电流的关系

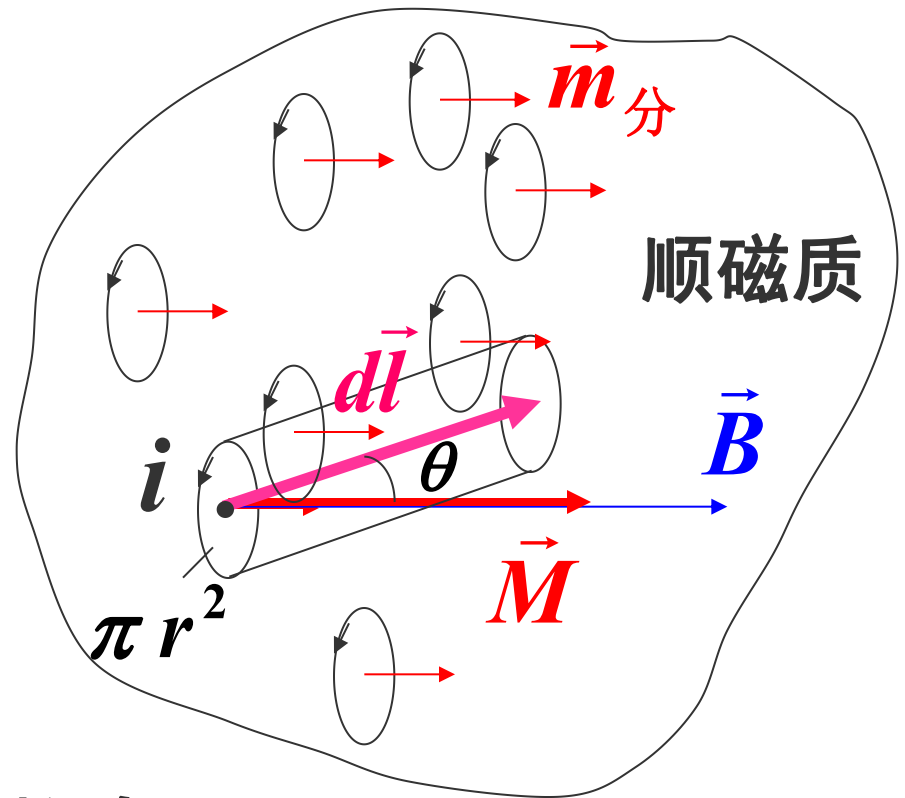


以顺磁质为例.
设其内部某点处的 \vec{B} \vec{M} 如图。

等效分子圆电流
为 i 、半径为 r 、
分子磁矩为 $\vec{m}_{\text{分}}$

在该点处，任取一微小矢量元 $d\vec{l}$ ，
设它与 \vec{B} 的夹角为 θ 。

则与 $d\vec{l}$ **套住** 的分子
电流的中心，都是
位于以 $d\vec{l}$ **为轴**、
以 πr^2 为底面积 的
小柱体内。



设单位体积内的分子数为 n ，
所以，与 $d\vec{l}$ 套住的总分子电流为

$$dI' = n(\pi r^2 \cdot d\vec{l} \cdot \cos \theta) i$$

$$\begin{aligned}
 dI' &= n(\pi r^2 \cdot dl \cdot \cos\theta) i \\
 &= n m_{\text{分}} \cdot dl \cdot \cos\theta = \vec{M} \cdot d\vec{l} \\
 &= \vec{M} \cdot d\vec{l}
 \end{aligned}$$

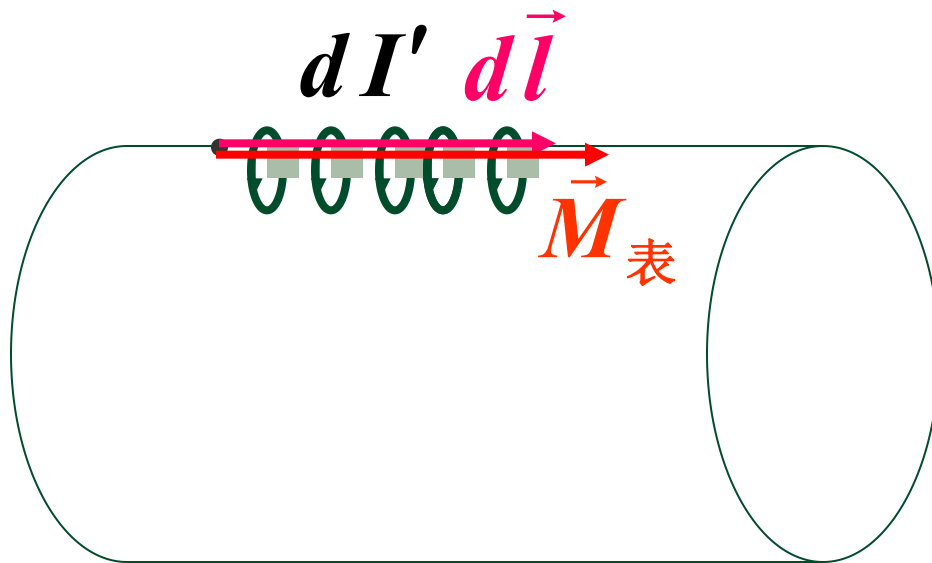
$$dI' = \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

这就是磁介质上任一点处, dI' 与 \vec{M} (磁化电流与磁化强度) 之间的基本关系。

在磁介质表面和磁介质内部磁化电流情况如何?

1. 磁介质表面

若 $d\vec{l}$ 在磁介质的表面上，
可以看出某些表面会有磁化面电流 dI'



定义： 在垂直磁化面电流方向
的单位长度上的磁化面电流，
称为磁化面电流密度

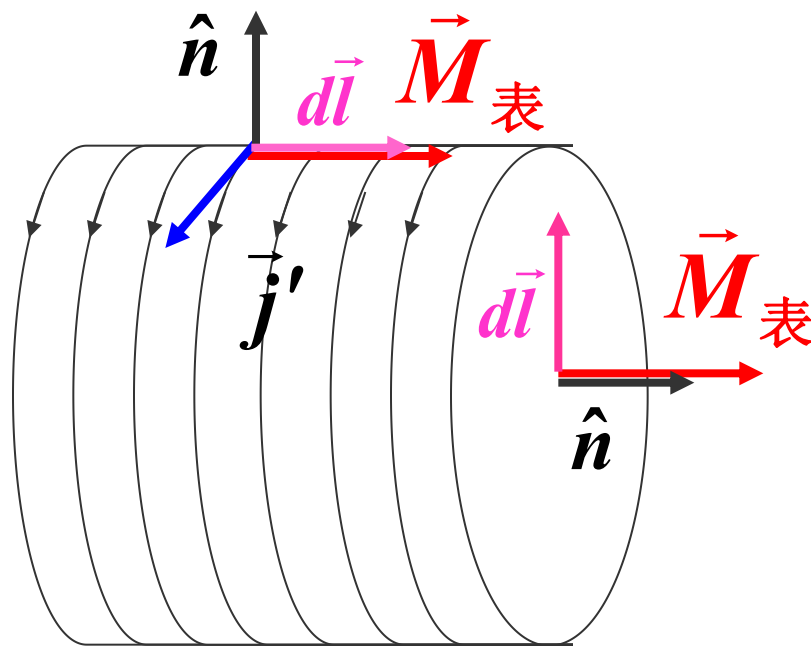
$$j' \equiv \frac{dI'}{dl}$$

它与磁化强度的关系为

$$j' = \frac{dI'}{dl} = \frac{\vec{M}_{\text{表}} \cdot d\vec{l}}{dl} = \frac{M_{\text{表}} \cdot dl \cdot \cos \theta}{dl} = M_{\text{表}} \cdot \cos \theta$$

当 $\theta=0$ 时, $j' = M_{\text{表}}$, 在磁介质的侧表面上有磁化面电流。

当 $\theta=90^\circ$ 时, $j' = 0$, 在磁介质的端面上无磁化面电流。



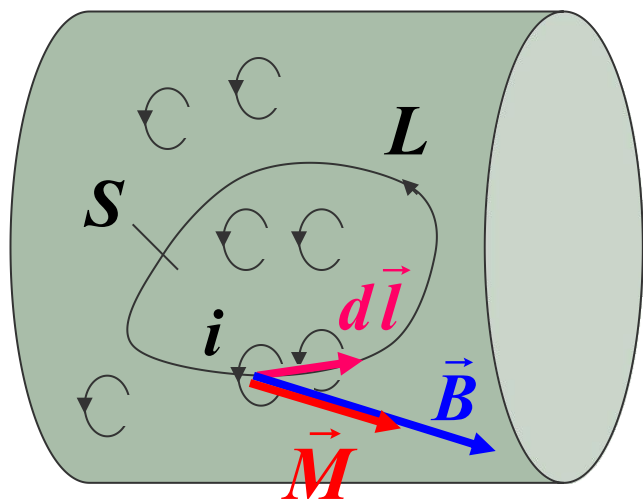
通常用

$$\vec{j}' = \vec{M}_{\text{表}} \times \hat{n}$$

表示二者的矢量关系。

2. 磁介质内部

任取一面积 S ，其周界为 L ，则通过 S 面的磁化电流是与周界套连的分子电流的总和。



$$I'_{\text{内}} = \oint_L dI' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

若磁介质均匀磁化，
通过体内任意面积的
磁化电流为零，因为

$$I'_{\text{内}} = \vec{M} \cdot \oint_L d\vec{l} = 0$$

$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{j}' = \vec{M} \times \hat{n}$$

类比电介质

$$q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

$$\sigma' = \vec{p} \cdot \hat{n}$$

§ 9.4 H的环路定理

一. 有介质时的环路定理

$$I_0 \rightarrow \vec{B}_0; \quad I' \rightarrow \vec{B}'$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

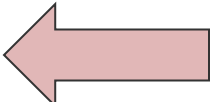
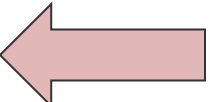
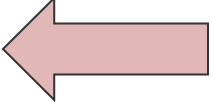
基本规律:

高斯定律

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum (I_{0\text{内}} + I'_{\text{内}})$$

求 \mathbf{B}  $\mathbf{I}'_{\text{内}}$  \mathbf{M}  \mathbf{B} ?

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum (I_{0\text{内}} + I'_{\text{内}})$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) \cdot d\vec{l} = \sum I_{0\text{内}} + \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \cdot d\vec{l} = \sum I_{0\text{内}}$$

定义：磁场强度

$$\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

有

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{0\text{内}}$$

.....H的环路定理

沿任一闭合路径的磁场强度的环流，等于该闭合路径所套连的传导电流的代数和。

当无磁介质时，上式就过渡到真空时的环路定理。

具有直接物理意义的是磁感应强度B

对各向同性的磁介质

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

磁介质的物性方程

由 \vec{H} 也能得到磁化强度 \vec{M} :

$$\vec{M} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \mu \vec{H} = (\mu_r - 1) \vec{H} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

χ_m 称为磁化率

【例1】 证明：各向同性均匀磁介质内，无传导电流处，也无磁化电流。

证： 磁介质中取任一微小面元，其周界闭合回路L所套联的磁化电流 $\Delta I'$

$$\begin{aligned}\Delta I' &= \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \oint_L (\mu_r - 1) \vec{H} \cdot d\vec{l} \\ &= (\mu_r - 1) \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} \\ &= (\mu_r - 1) \cdot \sum I_{o\text{内}}\end{aligned}$$

若 $\sum I_{o\text{内}} = 0$ ，则 $\Delta I' = 0$ 。

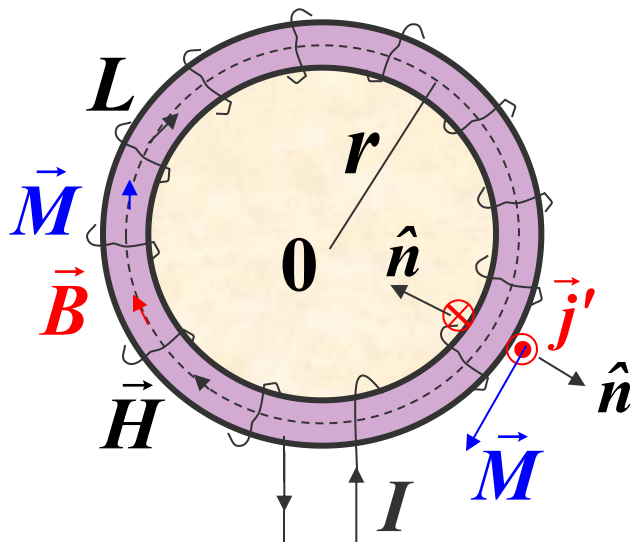
【例2】一均匀密绕细螺绕环， $n=10^3$ 匝/m，

$I=2\text{A}$ ，充满 $\mu=5\times 10^{-4}\text{T}\cdot\text{m/A}$ 的磁介质。

求：介质内的 $\vec{H}, \vec{B}, \vec{M}$ 及表面磁化电流面密度

解：此磁介质是顺磁质？抗磁质？铁磁质？

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{5\times 10^{-4}}{4\pi\times 10^{-7}} \approx 398$$



取环路 L 如图，在 L 上各点的 H 、 B 、 M 都沿 L 的方向， L 上的 H 大小相等。设总匝数为 N

有 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = NI$

$$H = \frac{NI}{2\pi r} = nI$$

$$B = \mu H = \mu nI$$

(与无限长螺线管内的B相同)

$$M = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} B = (\mu_r - 1)nI$$

$$= (398 - 1) \times 2 \times 3 \times 10^3 = 7.94 \times 10^5 \text{ A/m}$$

$$j' = M_{\text{表}} = 7.94 \times 10^5 \text{ A/m}$$



I' 的方向与 I_0 的方向是一样的.

讨论：如果设想把这些磁化面电流也分成每米 10^3 匝，相当于每匝多大电流？

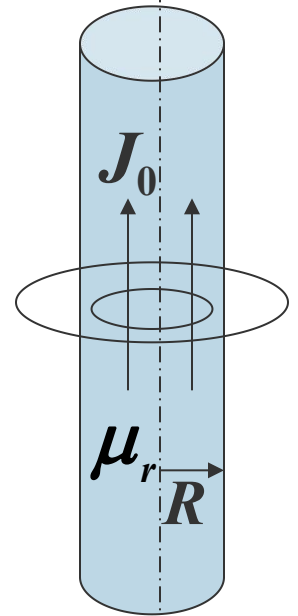
$$\frac{j'}{n} = \frac{7.94 \times 10^5}{10^3} = 794 \text{ A} \quad (>> 2\text{A})$$

$B \gg B_0$ ， 铁磁质作铁心可以大大加强磁场

【例】 半径为 R 的一无限长圆柱形介质中沿轴线均匀通有恒定电流, 电流密度为 J_0 , 介质相对磁导率为 $\mu_r(>1)$ 。求: 磁场分布和介质磁化电流分布。

解: 1) 磁场分布

因传导电流和介质呈相同的轴对称分布, 故磁场轴对称, 环向。



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r$$

$$r < R \quad \sum_i I_{oi} = J_0 \pi r^2$$

环路定理: $H = \frac{J_0 r}{2} \longrightarrow B = \mu H = \frac{\mu J_0 r}{2} = \mu_r B_0$

$$r > R \quad \sum_i I_{oi} = J_0 \pi R^2 = I_0 \therefore H = \frac{I_0}{2\pi r} \quad B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} = B_0$$

2) 磁化电流计算

$\because \mu_r > 1 \quad \vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H}$ 二者同向

体内电流：取垂直于轴线的圆截面，有

$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = M \cdot 2\pi r = (\mu_r - 1)J_0 \pi r^2$$

$$\therefore J'_S = (\mu_r - 1)J_0$$

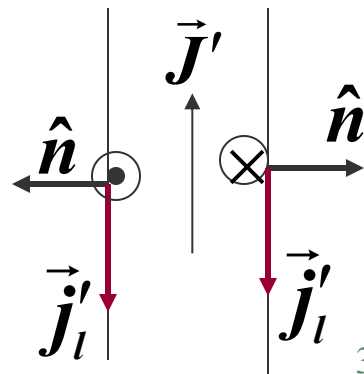
磁化电流在体内均匀分布，方向与自由电流同。

表面电流：

$$j'_l = |\vec{M}_R \times \hat{n}| = M_R = \frac{(\mu_r - 1)I_0}{2\pi R}$$

$$J'_S \pi R^2 = j'_l 2\pi R$$

二者反向

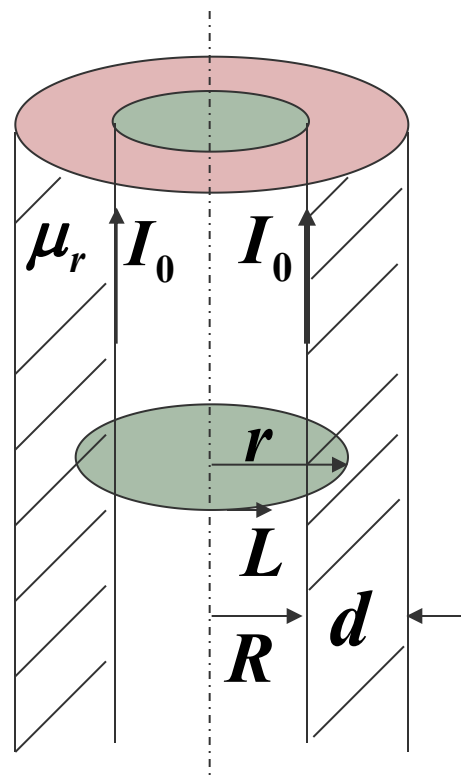


例. 一半径为 R 的长薄壁金属圆筒，其上沿轴向均匀流有传导电流 I_0 ，筒的外壁紧包着一层均匀的各向同性磁介质圆柱壳，壳层厚度为 d ，介质的相对磁导率为 μ_r ($\mu_r > 1$)。

求：金属筒外空间各区的 \vec{B} 及磁介质的磁化电流。

【解】 由传导电流、磁介质有相同的轴对称性可知，
磁场分布也是轴对称性分布的。
作圆形环路 L ，由 \vec{H} 的环路定理
对 $r > R$ 区，

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = I_0$$



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = I_0$$

$$\rightarrow H = \frac{I_0}{2\pi r}$$

金属筒外空间各区的 \vec{B} :

在磁介质外部,

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

$$\rightarrow B = B_0$$

在磁介质内,

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r I_0}{2\pi r}$$

$$\rightarrow B = \mu_r B_0$$

即磁介质内的磁场为传导电流的磁场的 μ_r 倍,

(对比: 电介质的 $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon_r}$)

磁介质的磁化电流：

由于磁介质均匀，体内又无传导电流，所以磁化电流只出现在磁介质柱壳的内外表面。

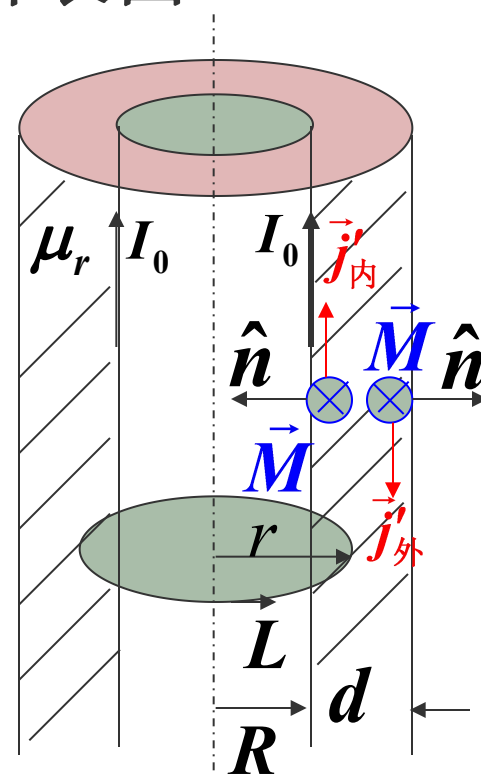
磁介质柱壳的内表面：

$$\begin{aligned}\because \vec{M}_{\text{内}} &= \chi_m \vec{H}_{\text{内}} = (\mu_r - 1) \vec{H}_{\text{内}} \\ &= (\mu_r - 1) \frac{I_0}{2\pi R}\end{aligned}$$

内表面上的磁化面电流密度：

$$\vec{j}'_{\text{内}} = \left| \vec{M}_{\text{内}} \times \hat{n}_{\text{内}} \right| = \frac{(\mu_r - 1) I_0}{2\pi R}$$

同理 $\vec{j}'_{\text{外}} = \left| \vec{M}_{\text{外}} \times \hat{n}_{\text{外}} \right| = \frac{(\mu_r - 1) I_0}{2\pi (R + d)}$



它们的方向
如图所示。

内外表面上的磁化面电流：

$$I'_{\text{内}} = j'_{\text{内}} \cdot 2\pi R = \frac{(\mu_r - 1)I_0}{2\pi R} \cdot 2\pi R$$

$$= (\mu_r - 1)I_0$$

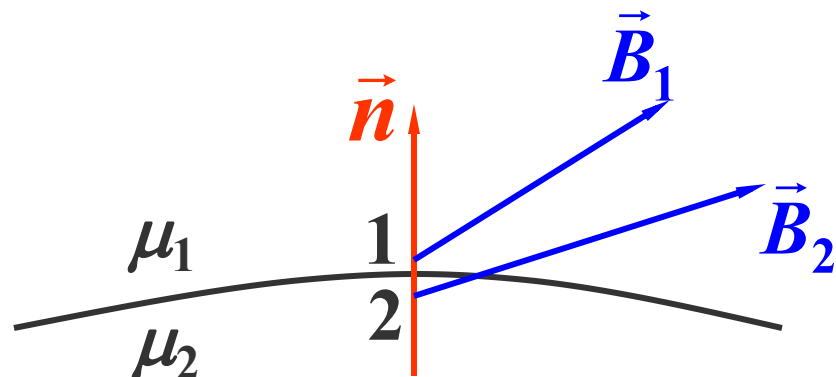
$$I'_{\text{外}} = j'_{\text{外}} \cdot 2\pi(R + d) = \frac{(\mu_r - 1)I_0}{2\pi(R + d)} \cdot 2\pi(R + d)$$

$$= (\mu_r - 1)I_0$$

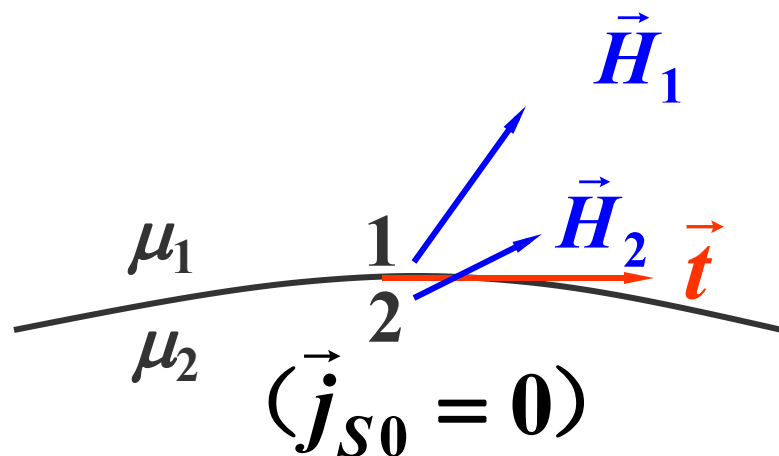
磁化的结果，使磁介质柱壳内外表面（柱面）上，有相等相反的均匀面磁化电流 I' 通过。

从传导电流和磁化电流的场的叠加来验证前面求得的磁场结果。

三 . 磁场的界面关系, 静磁屏蔽*



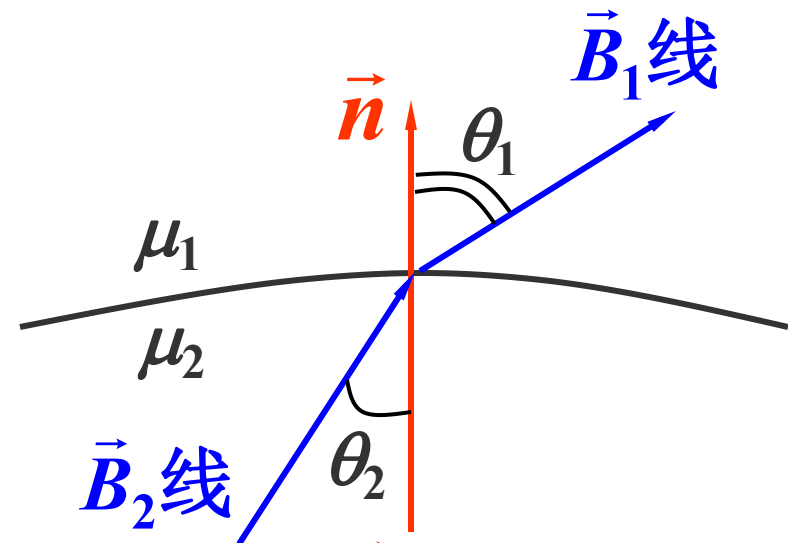
由 $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ 可得 $B_{1n} = B_{2n}$ (1)



设界面无传导电流,

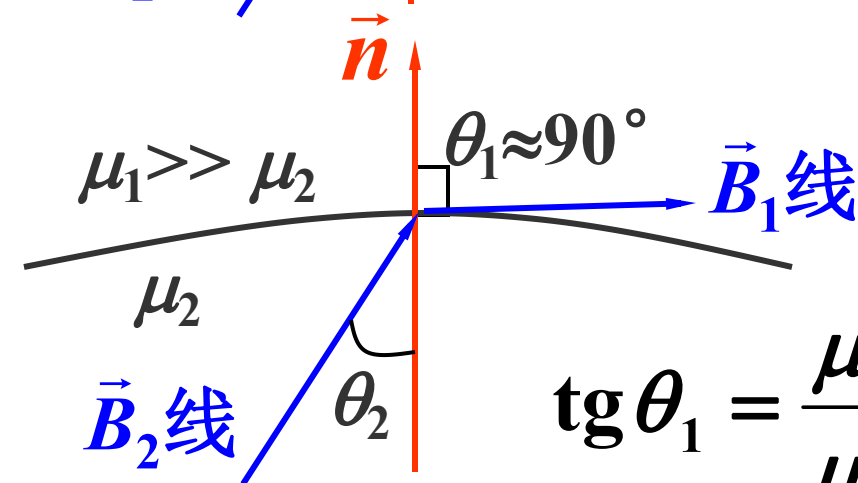
由 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$ 可得 $H_{1t} = H_{2t}$ (2)

即: $\frac{B_{1t}}{\mu_1} = \frac{B_{2t}}{\mu_2}$ (2)'



$$\frac{(2)'}{(1)}: \frac{1}{\mu_1} \operatorname{tg} \theta_1 = \frac{1}{\mu_2} \operatorname{tg} \theta_2$$

若 $\mu_1 > \mu_2$, 则 $\theta_1 > \theta_2$,

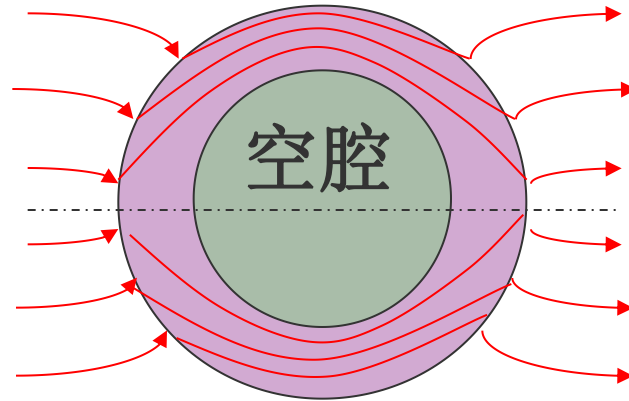


当 $\mu_1 \gg \mu_2$ 时,

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \operatorname{tg} \theta_2 \gg 1, \theta_2 \neq 0, \theta_1 \approx \frac{\pi}{2}。$$

在 μ_1 很大的介质1中, \vec{B} 线几乎平行界面,
这就是铁磁质中 **\vec{B} 线沿铁芯延续**的情形。

*静磁屏蔽



铁磁质的“磁屏蔽”作用

精密探头、显象管...都需要磁屏蔽。

§ 9.5 铁磁质

一、铁磁质与非铁磁质的比较

1. 铁磁质、非铁磁质相同之处:

场方程 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{0\text{内}} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

H、B关系 $\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

磁化电流 $I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} \quad \vec{j}' = \vec{M} \times \hat{n}$

边界条件 $B_{1n} = B_{2n} , \quad H_{1t} = H_{2t}$

2. 铁磁质、非铁磁质不同之处

物性方程不同

非铁磁质: $B = \mu H$, B 、 H 同向

铁磁质: 形式上可写作 $B = \mu H$

但 μ 不是常数

磁化机制不同

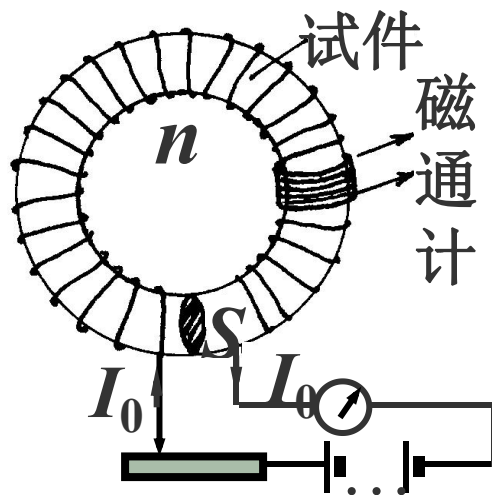
非铁磁质: 磁化是分子的个体行为

铁磁质: 由于量子效应, 在小区域自发
磁化整齐——磁畴

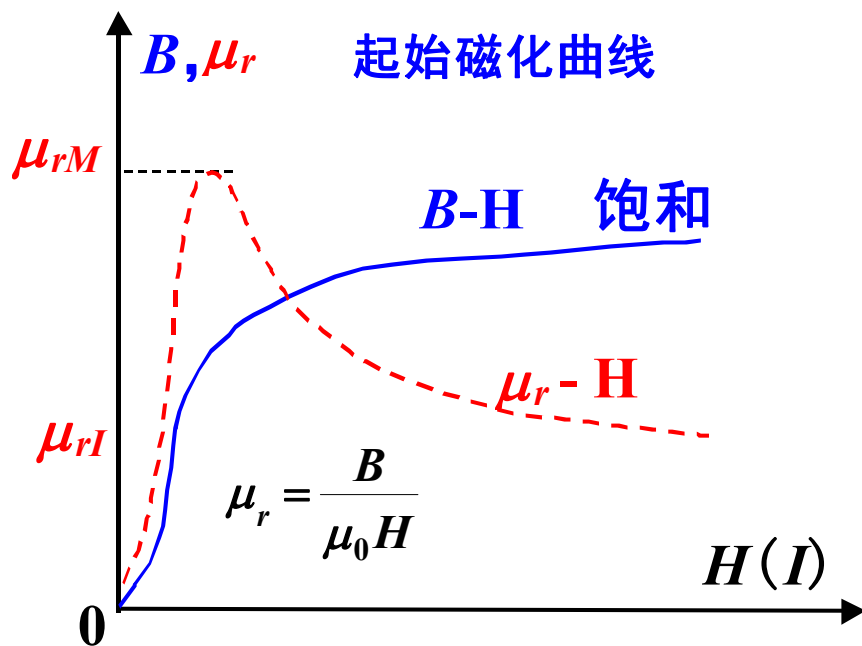
二、铁磁质的磁化规律

测 $\Phi \rightarrow B = \frac{\Phi}{S}$, 测 $I_0 \rightarrow H = nI_0$

$$(\because \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot L = NI_0, \therefore H = \frac{N}{L} \cdot I_0 = nI_0)$$



(1) 起始磁化曲线



非线性
饱和性
磁导率与 H 有关

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$$

说明:

* B 有饱和现象，但仍有一定的斜率。原因:

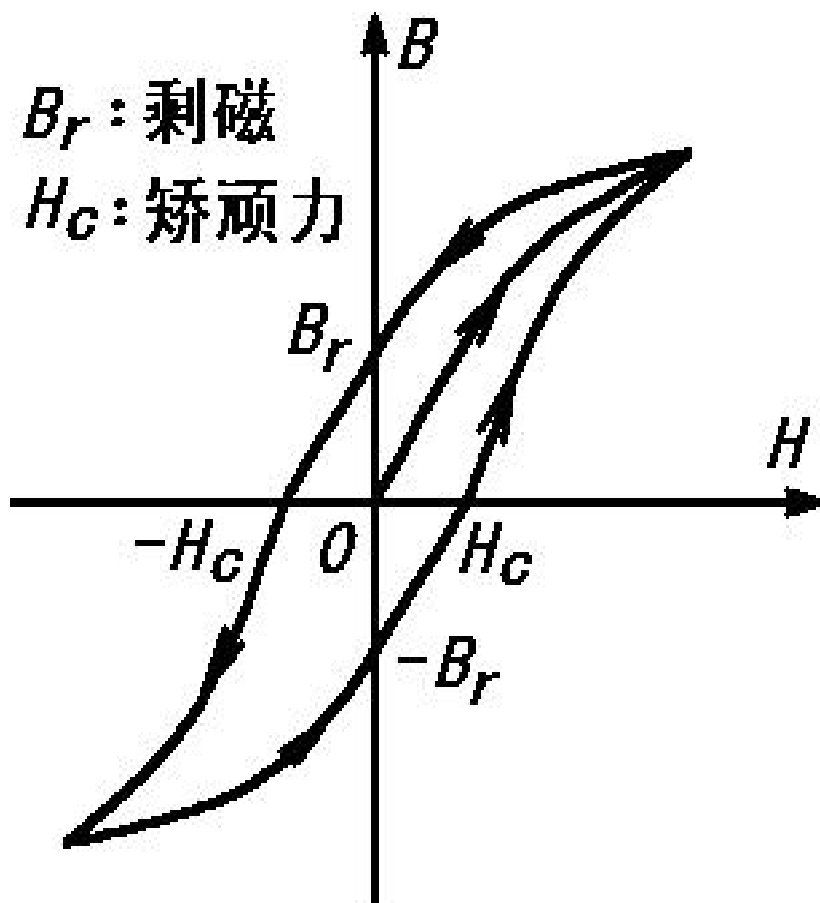
$$H \equiv \frac{B}{\mu_0} - M \rightarrow B = \mu_0(H + M)$$

* 可以看出 μ_r 不是常数。但是在给定了 μ_r 值的情况下，有 $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ，通常形式上仍说成 B 与 H 成正比。

* 巴克豪森效应



(2) 磁滞回线



在一个循环磁化过程中，单位体积磁滞损耗的能量与磁滞回线的面积成正比。

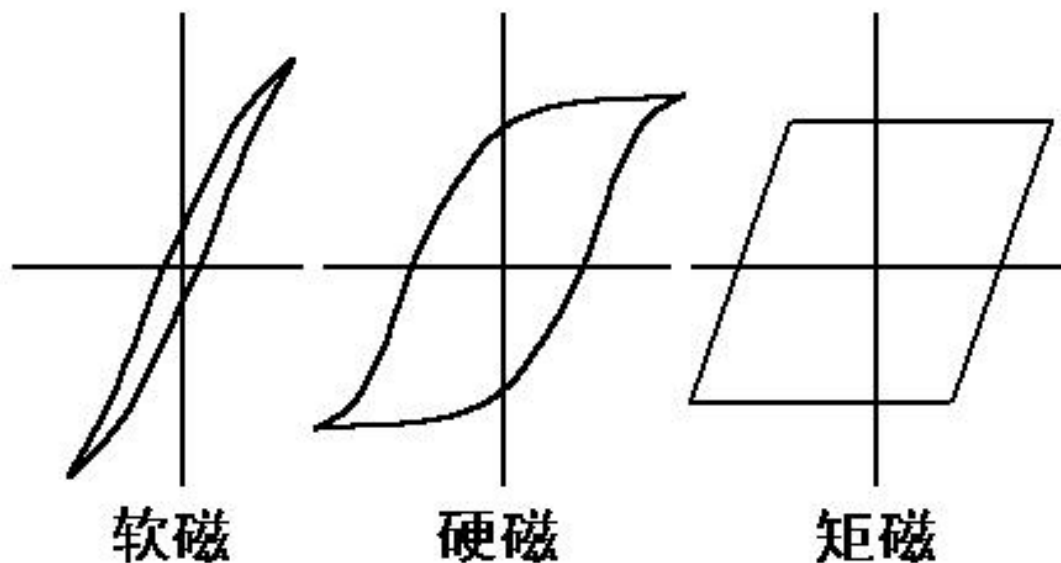
剩磁状态：

$$\mu_r \sim \pm\infty$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \neq \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$$

(3) 铁磁体分类

铁磁质按 H_c 分类:



软磁材料: 磁滞损耗小，交变磁场中的铁芯。

硬磁材料: 矫顽力和剩磁大，永磁体。

矩磁材料: “记忆”元件。

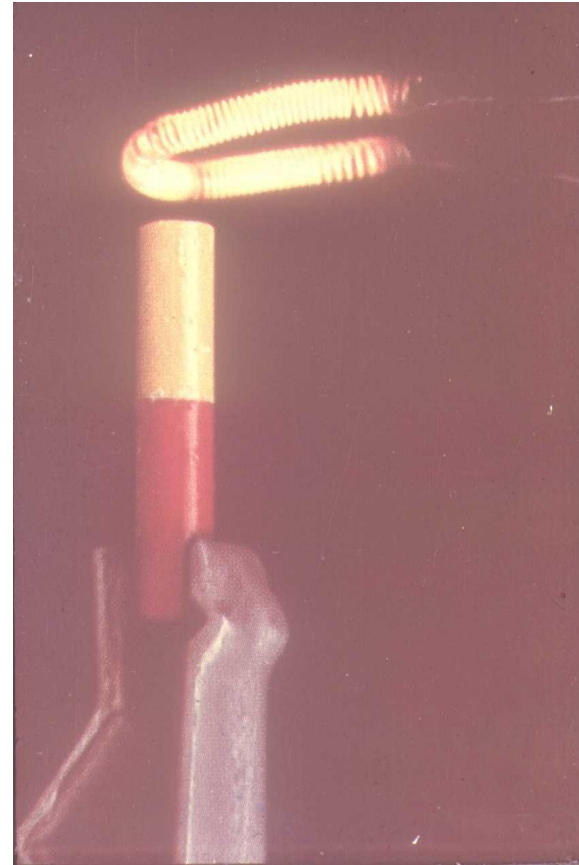
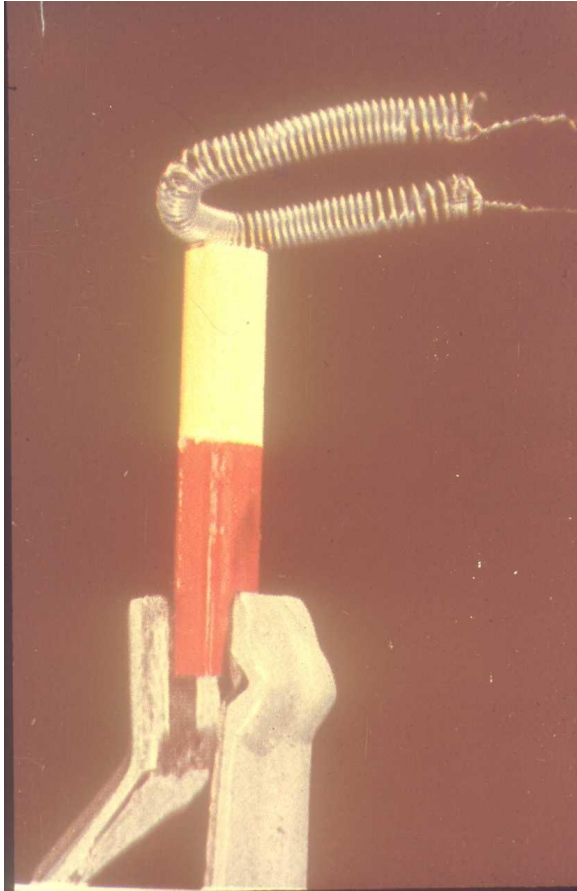
(4) 居里温度

失去铁磁性（变为顺磁质）的临界温度。

T 升高 $T=T_c$ 铁磁质 \rightarrow 顺磁质

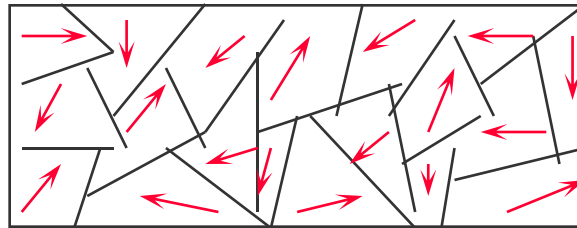
$T < T_c$ 又恢复铁磁性

居里温度



三. 铁磁性起因

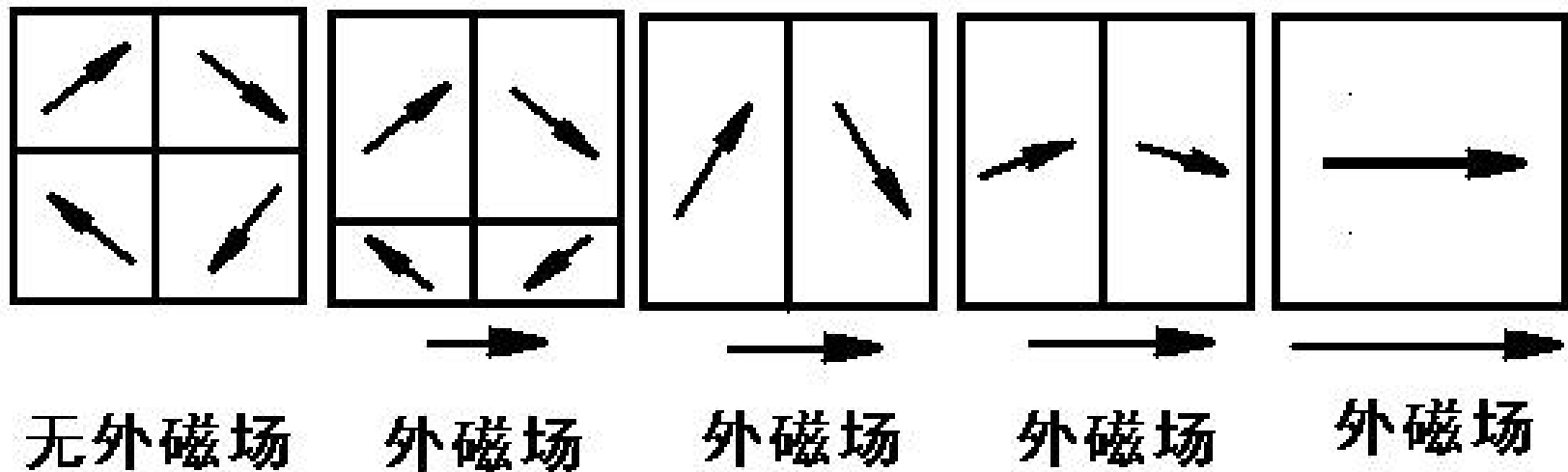
量子理论 磁畴



铁磁质中起主要作用的是电子的自旋磁矩。

各电子的自旋磁矩靠交换耦合作用使方向一致，
从而形成**自发的均匀磁化小区域——磁畴**。

一个磁畴中约有 $10^{17} \sim 10^{21}$ 个原子。



磁滞是由于晶体缺陷和内应力、以及磁畴在外磁场减退时，就近沿易磁化方向排列而造成的。

居里点: 温度升高，磁畴瓦解，表现顺磁性

铁磁体的磁致伸缩：

原因：磁畴的 \vec{M} 方向改变

→ 晶格间距改变

→ 铁磁体长度和体积改变

（长度相对改变约 10^{-5} 量级）

用途：可用于制作超声发生器等。

* § 9.6 简单磁路

磁路也有类似于电路的规律。

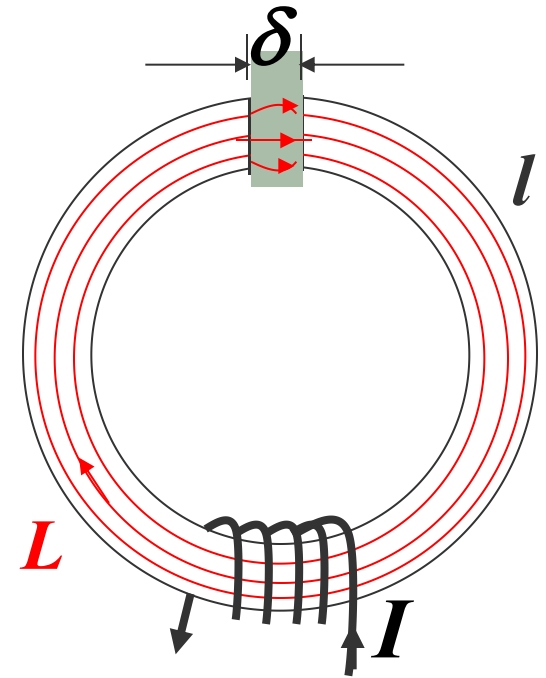
设铁环长 l ，气隙长度 δ ，

根据 \vec{H} 的环路定理

$$\oint_{(l+\delta)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

设铁环中和气隙中的磁场强度和磁感应强度分别为 $\vec{H}, \vec{H}_0; \vec{B}, \vec{B}_0$ 有：

$$Hl + H_0\delta = NI$$



$$\frac{B}{\mu} l + \frac{B_0}{\mu_0} \cdot \delta = NI$$

设铁环截面积 S , 气隙处磁场截面积 S' ,
因为磁通是连续的, 都是 Φ , 所以

$$\frac{\Phi}{S\mu} l + \frac{\Phi}{S'\mu_0} \cdot \delta = NI$$

$$\Phi = \frac{NI}{\frac{l}{S\mu} + \frac{\delta}{S'\mu_0}} \quad \begin{array}{l} \text{磁通势} \\ \text{令 } \varepsilon_m \\ \text{磁阻} \end{array}$$

$$= \frac{\varepsilon_m}{R_m + R'_m}$$

把 $\Phi = \frac{\mathcal{E}_m}{R_m + R'_m}$ 和 $R_m = \frac{l}{S\mu}$ 与电路相比

$$\mathcal{E}_m \sim \mathcal{E}, \quad \Phi \sim I, \quad R_m \sim R, \quad \mu \sim \sigma$$

$$\frac{R_m}{R'_m} = \frac{l \cdot S' \cdot \mu_0}{\delta \cdot S \cdot \mu_r \mu_0} \doteq \frac{l}{\delta \mu_r}$$

若 $\mu_r = 10^3$, 则 $\delta = 1\text{mm}$ 的气隙, 其磁阻相当于 $l = 1\text{m}$ 的铁芯磁阻,

所以气隙对磁路影响很大。

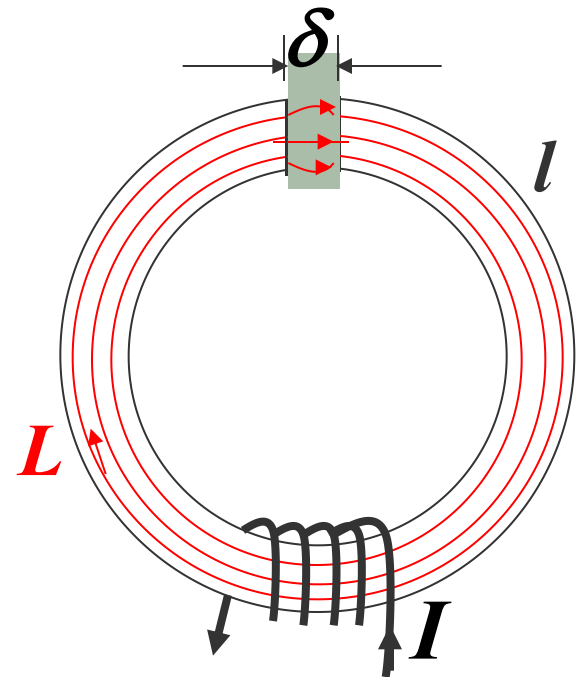
例：铁环环长 $l=0.5\text{m}$ ，截面积 $S=4\times 10^{-4}\text{m}^2$ ，
气隙宽 $\delta=1.0\times 10^{-3}\text{m}$ 。环上一部分绕有线圈
 $N=200$ 匝，通电流 $I=0.5\text{A}$ ，铁心 $\mu_r=5000$ ，
求：铁环气隙中的磁感应强度和磁通量。

解 根据 \vec{H} 的环路定理

$$\oint_{(l+\delta)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$Hl + H_0\delta = NI$$

由于 $\delta \ll l$ ，在气隙内
磁场散开不大，可认为
铁环和气隙内的 B 一样大。



$$Hl + H_0\delta = NI$$

$$\frac{B}{\mu_0\mu_r}l + \frac{B}{\mu_0} \cdot \delta = NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\frac{l}{\mu_r} + \delta} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 0.5}{\underbrace{\frac{0.5}{5000}}_{10^{-4} \text{ (铁心)}} + \underbrace{10^{-3}}_{\text{(气隙)}}} = 0.114 \quad T$$

可见，气隙虽小，但是大大影响铁心内的磁场。

磁通量 $\Phi = BS$

$$= 0.114 \times 4 \times 10^{-4} = 4.56 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$