

计算机技术

蚁群算法参数分析

陈一昭 姜 麟

(昆明理工大学理学院, 昆明 650050)

摘 要 介绍了蚁群算法的基本原理。确定了蚁群算法中的主要参数, 这些参数对蚁群算法的寻优能力的影响非常之大, 有启发因子 α 、期望启发因子 β 、蚁群数量 m 、信息强度 Q 和信息素挥发因子 ρ 等参数, 以旅行商问题为例优化以上参数, 研究这些参数的组合情况。首先根据数值试验选定 $[\alpha, \beta, m, Q, \rho] = [1.5, 4.2, 30, 200, 0.5]$ 。固定四个参数, 改变一个参数进行数值试验。得到 $\alpha \in [0.7, 1.1]$, $\beta \in [3.8, 4.5]$, $Q \in [400, 950]$ 和 $\rho \in [0.7, 0.9]$ 能得到稳定的全局最优解。

关键词 蚁群算法 参数 旅行商问题

中图分类号 TP301.6; 文献标志码 A

蚁群算法是受生物进化论的影响产生的。20世纪90年代初, 意大利学者 M. Dorigo 等人提出了最基本的蚁群算法(Ant Colony Algorithm, ACA), 他们受到真实世界的蚁群的行为的影响。在观察蚁群集体觅食的过程中, 发现蚁群寻找食物的特征, 能迅速有效地找到食物, 和我们所研究的寻优类问题极其相似, 有助于对这类问题的求解。通过研究蚁群觅食得出的蚁群算法虽然能有效地找到问题的最优解和它比较强的鲁棒性, 但是还存在着很多不足, 比如收敛速度较慢、容易出现停滞等现象。基于上述问题, 不少学者提出了改进的蚁群算法。由于算法当中涉及到多类参数, 这些参数的数值对该算法的影响非常之大, 一直得不到最佳的参数组合, 这个问题困扰了不少学者。现对蚁群算法中所涉及的各个参数进行分析, 以探寻解决旅行商问题的最优参数组, 找到最佳的参数组合, 使算法运行效率更高^[1]。

1 旅行商问题

旅行商问题(Traveling Salesman Problem, TSP) —

2011年9月28日收到, 10月12日修改

第一作者简介: 陈一昭(1985—), 湖南岳阳人, 硕士研究生, 研究方向: 系统分析与集成。

般译为旅行推销员问题, 又称为货郎担问题, 简称为TSP问题。是基本的线路问题, 该问题是指某旅行者由起点出行, 通过所有给定的城市, 最后回到起点的最短路径。该问题的最早数学规划是由 Dantzig (1959) 等人所提出。在指定的 n 个城市之中, 确定一条经过每个城市并且只有一次的 shortest 路径。其图论描述为: 给定一个图 $G=(V, A)$, 其中 V 是所有城市的点集合, A 为各个点之间相互连接构成的边的集合, 已经知道每个点之间边的距离, 要求确定一条路径最短的哈密顿回路, 即遍历所有的点当且仅当一次的最短的路径。

2 蚁群算法的基本原理

通过模拟自然界中的蚁群所得到的蚁群算法主要思想来源于对现实世界蚂蚁在搜索食物的过程中发现食物的合理路径的行为, 表现出了较强的寻找最优路径的能力。在整个觅食的过程之中, 蚂蚁之间互相散播信息素, 相互交换所走过路径的信息, 它们有着对信息素的敏感反映, 感知到信息素的多少, 来决定所要选择的路径。分析蚁群算法, 以常见的旅行商问题为例, 算法设计的主要步骤有如下^[2]。

以 n 和 m 分别表示城市的数量和蚂蚁的数量, 城市 i 和城市 j 间的直线路径我们用 d_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$),

$\cdots, n)$ 表示, 计算结果由欧式距离得出 t 时刻 $e(i, j)$ 边上的信息素的量们用 $\tau_{ij}(t)$ 表示。

1) 初始化, 每条路径上的信息素量设置成一样, 设 $\tau_{ij}(0) = W$ (W 为常数) 在蚂蚁 k ($k = 1, 2, \cdots, m$) 运动时, 根据如下概率公式决定选择的途径。

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} \tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}, & \text{若 } j \in \text{allowed}_k \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中有: α 表示运动轨迹相对重要程度, 反应了蚂蚁在运动过程中所积累的信息在蚂蚁运动时所起的作用, 其值越大, 则该蚂蚁越倾向于选择其他蚂蚁经过的路径; β 作为期望启发因子, 表示路径可见程度的相对重要程度, 其值越大, 则该状态转移概率越接近于贪心规则, 也就是说, 越倾向于往能见度程度高的路径上行走; η_{ij} 则表示路径边 $e(i, j)$ 的能见度程度; 所求的概率 $p_{ij}^k(t)$ 表示为在 t 时刻蚂蚁 k 由位置 i 转移到位置 j 的概率数; tabu_k ($k = 1, 2, \cdots, m$) 表示蚂蚁 k 已经走过城市的集合, $\text{allowed}_k = \{1, \cdots, n - \text{tabu}_k\}$ 表示不在 tabu_k 中的那些城市的集合, 也就是允许下一步继续寻找的城市集合。

2) 蚂蚁在运动中, 当完成一次周游即到达所有城市之后, 每条路径上的信息量按照以下的更新公式进行更新^[3]。

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t) \quad (2)$$

式(2)中有: ρ 的范围在 0 到 1 之间, 它用来表示信息素 $\tau_{ij}(t)$ 随时间而减少的量的程度, $\Delta \tau_{ij}$ 表示在循环之中路径 $e(i, j)$ 上的信息变化量。

$$\Delta \tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^{(k)}(t) \quad (3)$$

$\Delta \tau_{ij}^{(k)}(t)$ 表示蚂蚁 k 在这次循环之中城市 i 和城市 j 路径之间留下的信息变化量。

$$\Delta \tau_{ij}^{(k)}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{若蚂蚁 } k \text{ 在循环只经过边 } e(i, j) \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中有 L_k 为蚂蚁 k 在这次循环之中所走路径总长; Q 是常数, 表示的是每只蚂蚁周游一次后所留下信息量。

3) 依次循环以上各步骤, 循环次数达到算法给定最高次数后停止, 得到最优解。

3 蚁群算法中的主要参数介绍

通过上面对蚁群算法的介绍, 在整个算法的实现过程之中, 有不少重要参数需要设定其初值, 参数初值的设定对算法的性能影响很大, 如何选取这些参数的数值, 为提高算法性能有很大帮助, 不仅可以提高算法的收敛能力, 而且有利于寻找最优值。

首先介绍一些主要参数对算法的影响, 需要分析的主要参数有 α 、 β 、 m 、 Q 、 ρ ^[4]。

3.1 α 对算法的影响

α 是启发因子中的一个, 它表现的是蚂蚁在搜索路径的运动过程之中对所积累的信息量指导蚁群搜索当中的相对重要度, α 值越大, 蚂蚁选择之前走过的路径可能性就越大, 搜索路径的随机性自然就减弱, α 越小, 蚁群搜索范围就会减少, 陷入了局部最优。

3.2 β 对算法的影响

β 是指的期望启发因子, 它反映的是启发式信息在影响蚁群搜索的过程当中的相对重要度, 它的大小影响着蚁群在整个寻优的过程中的先验性和确定性。 β 值越大, 蚁群就越容易选择局部较短路径, 这时算法的收敛速度是加快了, 但是随机性却不高, 容易得到局部的相对最优。

3.3 m 对算法的影响

m 是指的蚁群数量, 蚁群数目在表面上来看, 数目越多, 得到的最优解就越精确, 但是会产生不少重复解, 随着算法接近最优值的收敛, 继续循环只能是越来越接近最优解, 信息正反馈作用降低, 大量的重复工作, 消耗了资源, 增加了时间复杂度, 所以一定要找到合适的蚁群数量。

3.4 Q 对算法的影响

Q 所指的是信息强度, 信息强度表示的是蚂蚁所释放的信息量大小, 蚂蚁在循环一次之后在所经过的路径上面所留下的信息素总量, 这些信息量影响到算法的正反馈功能, 让算法在正反馈作用下, 能够有效

的找到问题的最优解。

3.5 ρ 对算法的影响

信息素挥发因子用 ρ 表示, 则 $1 - \rho$ 表示所留下的信息素。 ρ 对蚁群算法的搜索能力和收敛速度的有影响。所以对 ρ 值的选择需要相当的谨慎。 ρ 过小时, 在各路径上残留的信息素过多, 导致无效的路径继续被搜索, 影响到算法的收敛速率; ρ 过大时, 无效的路径虽然可以被排除搜索, 但是不能保证有效的路径也会被放弃搜索, 影响到最优值的搜索, 使得收敛速率降低, 并且影响到算法的全局搜索的能力^[5]。

4 蚁群算法的实现步骤及程序结构流程

4.1 蚁群算法实现步骤

根据以下的基本蚁群算法, 通过对算法中的各个主要参数进行分析调试, 以求寻找到算法中各主要参数的最佳配置, 算法具体实现如下。

1) 参数初始化过程, 时间 t 循环次数 N_c 为 0, 且设置最大循环次数 $N_{c_{\max}}$, 将 m 个蚂蚁置于 n 个顶点上, n 是城市的个数, 蚂蚁禁忌表中索引号 tabu_k 为 1, 初始时有向图上每边 (i, j) 的初始化信息量 $\tau_{ij}(t)$ 为常数 W , 初始时刻 $\Delta\tau_{ij}(t) = 0$ 。

2) 蚂蚁个体根据概率转移公式 (1), 得到概率, 根据概率大小选择下一个城市 j , 寻找到了下一个城市 j , 此时 $j \in \{C - \text{tabu}_k\}$ 。

3) 选择好下一个城市 j 之后, 将蚂蚁移动到一个城市 j , 并把 j 移动到蚂蚁个体的禁忌表中, $\text{tabu}_k = \text{tabu}_k + 1$ 。

4) 在整个城市集合 Z 中元素未完全遍历完, 则继续执行第 2 步, 若已全部遍历, 则执行第 5 步。

5) 根据路径上信息量更新公式 (2) 和信息量变化公式 (3) 更新每条路径 $e(i, j)$ 上信息量。

6) 循环次数 $N_c \leftarrow N_c + 1$ 。

7) 根据结束条件, 如果循环次数 $N_c \geq N_{c_{\max}}$, 则循环结束, 输出程序计算的最佳结果, 否则对禁忌表进行清空, 跳转到第 2 步。

4.2 蚁群算法程序结构流程

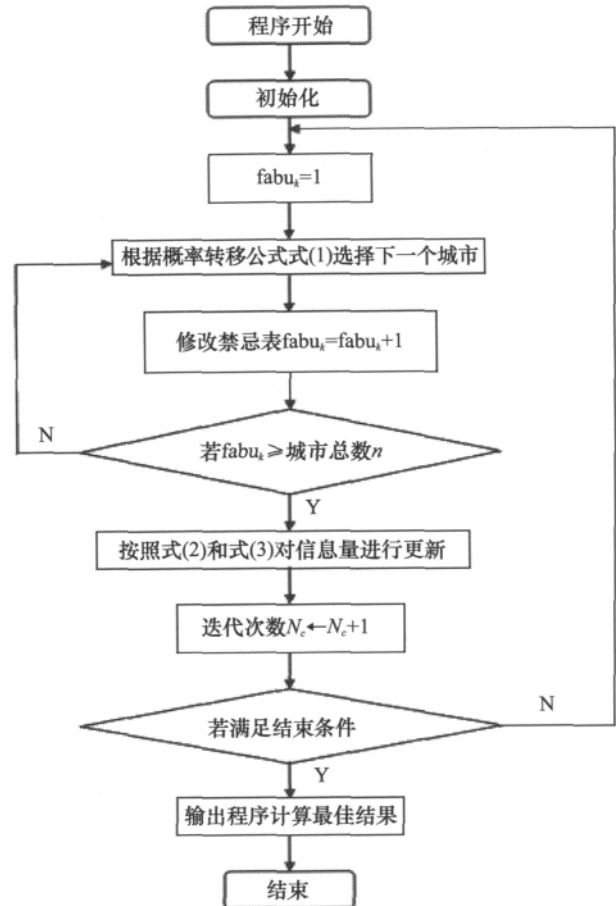


图1 蚁群算法的结构流程

5 各个参数对蚁群算法性能的影响

为对蚁群算法参数进行优化, 首先利用仿真实验讨论分析参数值的选择对算法运行结果的影响, 并据此确定参数的初始合理范围。由于算法中的参数选择尚无严格的理论依据, 至今还没确定最优参数的数学解析方法, 对于算法中的参数 α 、 β 、 m 、 Q 、 ρ 等主要是基于统计方法进行实验确定其取值范围。首先通过大量实验得到合理的参数值, 然后分别讨论蚁群算法最优解与各个参数值之间的关系。试验中所用到的 TSP 数据都来源于 TSBLIB 中的 Oliver30TSP, 坐标如表 1 所示。根据实验将蚁群算法参数设置为如表 2 所示。

表 1 *Oliver30* 城市坐标

城市	坐标	城市	坐标
1	41 94	16	25 38
2	37 84	17	24 42
3	54 67	18	58 69
4	25 62	19	71 71
5	7 64	20	74 78
6	2 99	21	87 76
7	68 58	22	18 40
8	71 44	23	13 40
9	54 62	24	82 7
10	83 69	25	62 32
11	64 60	26	58 35
12	18 54	27	45 21
13	22 60	28	41 26
14	83 46	29	44 35
15	91 38	30	4 50

表 2 蚁群算法参数设定表

参数	启发因子 α	期望启发因子 β	信息素挥发因子 ρ	信息强度 Q	蚂蚁数量 m
数值	1.5	4.2	0.5	200	30

根据表 2 中设置的参数数值,通过单机实验,改变其中一种参数的数值,寻找该参数的最佳数值范围,以保证算法求得最短路径的稳定性,即平均路径。经过大量实验,统计实验结果,对实验结果数据求平均,得到平均路径值,如表 3 所示。

表 3 平均路径和主要参数之间的关系表

α	平均路径	β	平均路径	m	平均路径	Q	平均路径	ρ	平均路径
0.1	318.177	0.1	520.176	1	361.653	50	311.141	0.1	310.874
0.5	307.793	1.5	321.061	10	318.798	100	308.741	0.2	308.687
0.8	304.365	2.0	312.648	20	312.112	200	308.761	0.3	311.553
1.3	308.006	2.8	309.725	30	310.833	300	305.742	0.35	309.918
1.5	310.811	3.4	310.794	40	308.708	400	305.307	0.45	310.398
2.0	308.102	3.8	308.362	50	305.895	500	304.365	0.55	308.272
2.8	315.453	4.2	308.983	60	304.365	600	304.365	0.65	307.373
3.5	315.477	4.5	308.412	80	304.365	950	304.365	0.75	304.718
4.6	316.113	5.5	312.950	1000	307.903	1000	305.322	0.91	305.028

5.1 对启发因子 α 的分析

由表 3 可知,启发因子 α 的数值的改变,所求得平均路径值随之变化,它表现的是蚂蚁在搜索路径的运动过程之中对所积累的信息量指导蚁群搜索当中

的相对重要度,对算法的随机性有影响,并且可以导致算法过早陷入局部的最优。从表 3 中 α 与平均路径之间的关系,可以看出当 α 等于 0.8 的时候,所求得平均路径值最佳,进一步分析得到表 4, $\alpha \in [0.7, 1.1]$ 之间时,可以保证算法求得最佳数值的稳定性。

表 4 平均路径与 α 之间关系表

α	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
平均路径	305.291	304.365	304.365	304.365	305.21

5.2 对期望启发因子 β 的分析

由表 3 可知:期望启发因子 β 的数值的改变,所求得平均路径随之变化,它表现的是启发式信息在指导蚁群搜索过程之中相对重要的程度,它的大小影响着蚁群在整个寻优的过程中的先验性和确定性。从表 3 中 β 与平均路径之间的关系,当 β 等于 3.8 的时候,所求平均路径值最佳,进一步分析得到表 5, $\beta \in [3.8, 4.5]$ 之间时,对算法的求解性能最好。

表 5 平均路径与 β 之间的关系表

β	3.8	4.0	4.2	4.4	4.5
平均路径	308.930	308.362	307.932	307.341	308.412

5.3 对蚁群数目 m 的分析

m 是指的蚁群数量,蚁群数目在表面上来看,数目越多,得到的最优解就越精确,但是会产生不少重复解,随着算法接近最优值的收敛,继续循环只能是越来越接近最优解,信息正反馈作用降低,大量的重复工作,消耗了资源,增加了时间复杂度。从表 3 中 m 与平均路径之间的关系,当 m 等于 60 时,所求平均路径值最佳,进一步分析得到表 6,当蚁群数目 m 等于 58 时,能够得到全局最优解,虽然蚁群数目增加也能得到最优解,但是增加了算法的运行时间,并且对算法的改进也起不到作用。

表 6 平均路径与 m 之间关系表

m	55	56	57	58	59
平均路径	305.763	305.466	305.332	304.365	304.365

5.4 对信息强度 Q 的分析

信息强度 Q 表示的是蚂蚁所释放的信息量大小,蚂蚁在循环一次之后在所经过的路径上面所留

下的信息素总量, 这些信息量影响到算法的正反馈功能, 让算法在正反馈作用下, 能够有效地找到问题的最优解。从表 3 中 Q 与平均路径之间的关系, 当 Q 等于 400、500、600 这些数值的时候, 所求平均路径值最佳, 进一步分析得到表 7, 当 $Q \in [400, 950]$ 时, 能够得到全局最优解, 若 Q 大于 950, 算法的求解性能会随之变差。

表 7 最优路径与 Q 之间关系表

Q	400	500	600	950	1000
平均路径	305.307	304.365	304.365	304.365	305.322

5.5 对信息素挥发因子 ρ 的分析

ρ 对蚁群算法的搜索能力和收敛速度有影响。所以对 ρ 值的选择需要相当谨慎, ρ 过小时, 在各路径上残留的信息素过多, 导致无效的路径继续被搜索, 影响到算法的收敛速率; ρ 过大时, 无效的路径虽然可以被排除搜索, 但是不能保证有效的路径也会被放弃搜索, 影响到最优值的搜索, 使得收敛速率降低, 并且影响到算法的全局搜索的能力。从表 3 中 ρ 与平均路径之间的关系, 当 ρ 等于 0.75 时, 所求平均路径值最佳, 进一步分析得到表 8, 当 $\rho \in [0.7, 0.9]$ 时, 能够得到全局最优解, 算法性能也最好。

表 8 最优路径与 ρ 之间关系表

ρ	0.7	0.75	0.80	0.85	0.90
平均路径	305.670	304.6731	304.365	304.365	304.365

6 结论

近年来, 不少学者了解到蚁群算法在智能寻优求解这类问题上的优越性, 使之在很多领域有了广泛的以后, 但是蚁群算法中参数的数值选择, 一直没有权威的认证。采用 Ant2Cyle 模型, 对蚁群算法中的主要参数进行了分析。通过大量的实验分析, 研究参数的最初设置对蚁群算法求解性能的影响, 找到最佳的参数数值范围, 对以后深入蚁群算法的研究有深刻影响, 从统计学角度, 对数据进行处理, 通过多次实验分析, 验证和确定了数值范围, 由以上实验结果可以看出, 参数的初始设置对算法的影响非常之大。

参 考 文 献

- 1 彭喜元, 彭宇, 戴毓. 群智能理论及应用. 电子学报, 2003; 31 (12A): 1982—1988
- 2 段海滨. 蚁群算法原理及其应用. 北京: 科学出版社, 2005
- 3 李士勇, 陈永强, 李妍. 蚁群算法及其应用. 北京: 科学出版社, 2005
- 4 尹莹莹, 孙亮. 一种进化型蚁群算法及其在 TSP 问题中的检验. 计算机仿真, 2006; 23(4): 167—173
- 5 Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997; 1(1): 53266

Parametric Study of Ant Colony Optimization

CHEN Yi-zhao, JIANG Lin

(College of Science, Kunming Polytechnical University, Kunming 650050, P. R. China)

[Abstract] The basic principle of Ant Colony algorithm and main parameters about this algorithm are determined and described. These parameters which greatly influence the ant colony algorithm's capacity of searching optimal solution comprise the inspired factor α , the expectation inspired factor β , ant population m , information strength Q and the pheromone volatilization factor ρ . Employing the Travelling Salesman problem (TSP) as an example, different combined conditions about these parameters are studied. Firstly, according to the result of numerical examples, selects $[\alpha, \beta, m, Q, \rho] = [1.5, 4.2, 30, 200, 0.5]$. Secondly, 4 parameters of them, Conducts numerical experiments by changing the remaining parameter value are fixed. Through getting $\alpha \in [0.7, 1.1]$, $\beta \in [3.8, 4.5]$, $Q \in [400, 950]$ and $\rho \in [0.7, 0.9]$, the stable global optimal solution could be achieved.

[Key words] ant colony algorithm parameter traveling salesman problem