

HW7 实验报告

PB20010429 侯相龙

2023 年 5 月 7 日

1 实验内容

实现二维 As-Rigid-As-Possible 形状插值算法:

M. Alexa et al. As-Rigid-As-Possible Shape Interpolation. SIGGRAPH 2000

2 实验原理

- 网格中的每个三角形初始的两条边 \vec{x}_1, \vec{x}_2 线性映射到终态 \vec{y}_1, \vec{y}_2 , 设对应的2*2子矩阵为A
- 对A 做SVD 分解 $A = U\Sigma V^T$, 其中U和V为正交阵。

对A继续分解, 具体来讲 $A = XY$, 其中

$$X = UV^T, \quad Y = V\Sigma V^T$$

- 创建迭代式子(随时间):X(2*2的正交阵)有如下表示:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

假设迭代n次, 那么每一次旋转角为 $\frac{\theta}{n}$, 对应的矩阵

$$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\theta}{n}) & \sin(\frac{\theta}{n}) \\ -\sin(\frac{\theta}{n}) & \cos(\frac{\theta}{n}) \end{bmatrix}$$

对于Y,它的矩阵直接使用更简单的插值: $Y = t * I + (1 - t) * Y$, 其中 $t = \frac{i}{n}, i = 1, 2, \dots, n$

- 再基于约束点的限制, 可构造方程, 用最小二乘法(求导)即得解。

3 算法介绍与步骤

- 将输入的3D点转换成2D点, 以便进行后续计算。
- 构建稀疏矩阵L
- 初始化变量b, 用于存储计算得到的b向量。

- 设置最后一行的边界条件，即将最终点的坐标赋值给最后一行的b向量。
- 利用最小二乘方法求解线性方程组，得到形状插值的结果。
- 将插值结果转换回3D点，并返回结果

4 测试数据与实验结果

对大象网格（elephant_s.obj，elephant_t.obj）进行测试，实验结果如下

