SVD 实验报告

PB20010429 侯相龙

2022 年 12 月 27 日

1 问题描述

矩阵奇异值分解 SVD 算法

2 设计概要

2.1 子函数

•Givens 变换 参考算法 3.2.2，略作修改使得变换后的值为非负数

• 二对角化 通过左右 Household 变换打洞，将原矩阵二对角化。并记录对应 Household 变换的对应向量。复杂度为 $\mathcal{O}(mn^2)$

• 带 Wikinson 位移的 SVD 迭代 初始化求 Wilkinson 位移所确定 Givens 变换（第一列），接着用左右 Givens 变换打洞使非 0 元下移右移直至变成二对角阵，记录 Givens 变换。复杂度为 $\mathcal{O}(n)$

•0 对角元的调整 通过左 Givens 变换，使得 0 对角元所在行的次对角元上的非 0 元素右移，直至消失，并记录 Givens 变换。

2.2 SVD 算法

(Step1) 二对角化，并将记录的左、右 Household 变换依次作用在左、右正交阵上（初始为单位阵）

(Step2)（1）收敛性判定，将足够小的对角元和次对角元元素置 0. 遍历次对角线元素，并确定最大的负整数 p 和最小负整数 q，使得

$$B = \mathrm{diag}(B_{11}, B_{22}, B_{33}),$$

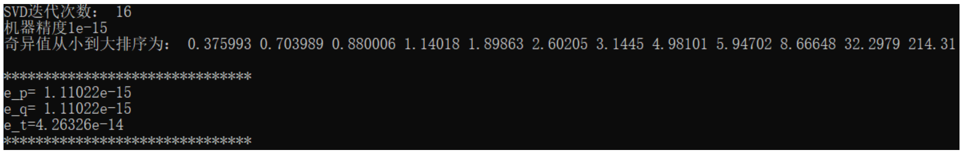
其中，$B_{11\in \mathrm{R}^{p\times p}}, B_{33}$ 为 q 阶对角阵，B_{22} 次对角元不为 0.

（2）若 q=n，输出相关信息，程序结束，否则进行下一步。

（3）若 B_{22} 有对角元为 0，则通过调整整行化 0，并将记录的 Givens 变换作用在左正交阵上，并转 **Step2** 循环，否则进行下一步。

(Step3) 用**带 Wikinson 位移的 SVD 迭代**算法作用到 B_{22} 上，将迭代记录的左、右 Givens 变换分别作用到左、右正交阵上，转 **Step2**。

3 程序运行结果



4 结果分析

算法的渐进收敛速度是三次的，且由于矩阵的稀疏性，算法的时间复杂度不高。就本实验而言，结果稳定性也比较好。