

作业 1.

(a) 差分方程

$$y(n) - 0.7y(n-1) + 0.1y(n-2) = x(n) + 4x(n-1)$$

对应传递函数.

$$H(z) = \frac{1 + 4z^{-1}}{1 - 0.7z^{-1} + 0.1z^{-2}}$$

(b) 单位冲激响应与传递函数互为 ZT 对.

$$h(n) = Z^{-1}[H(z)].$$

~~⇒ H(z) 收敛域:~~

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{1 + 4z^{-1}}{1 - 0.7z^{-1} + 0.1z^{-2}} \\ &= \frac{1 + 4z^{-1}}{(1 - 0.5z^{-1})(1 - 0.2z^{-1})} \\ &= \frac{15}{1 - 0.5z^{-1}} - \frac{14}{1 - 0.2z^{-1}} \end{aligned}$$

收敛域 $|z| > 0.5$

因此

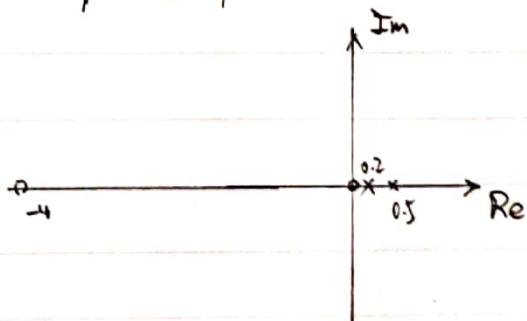
$$h(n) = [15 \cdot (0.5)^n - 14 \cdot (0.2)^n] u(n).$$

(c) 由 $H(z)$ 知系统有零点 $Z_0 = -4$ 和极点 $P_0 = 0.5, P_1 = 0.2$ (d) 频率响应为 $H(e^{j\omega})$

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \frac{1 + 4e^{-j\omega}}{(1 - 0.5e^{-j\omega})(1 - 0.2e^{-j\omega})} \\ \Rightarrow |H(\omega)| &= \frac{|1 + 4e^{j\omega}|}{|1 - 0.5e^{j\omega}| \cdot |1 - 0.2e^{j\omega}|} \end{aligned}$$

计算并画在 $[0, \pi]$ $|H(\omega)|$ 单减.

因此系统为低通.

(e) 由收敛域包含 $|z|=1$ 知不稳定.

作业 2

按要求，取通常截止频率 $f_p = 1000 \text{ Hz}$.

对应数字频率为 $\omega_p = 2\pi \cdot \frac{f_p}{f_s} = 0.25\pi$.

由模拟扭曲方程，模拟以滤波器相应频率为 $\Omega_p = 2f_s \tan \frac{\omega_p}{2} = 6627.4 \text{ Hz}$

对 $H(s)$ 应用双线性变换得：

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{\sqrt{\omega_p^2}}{(2f_s \frac{z-1}{z+1})^2 + 2\sqrt{\omega_p} f_s \frac{z-1}{z+1} + \sqrt{\omega_p^2}} \\ &= \frac{(z+1)^2}{(2 \frac{f_s}{\sqrt{\omega_p}} (z-1))^2 + 2\sqrt{\frac{\omega_p}{f_s}} (z^2-1) + (z+1)^2} \\ &= \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{6.0883 - 3.4903 z^{-1} + 1.4021 z^{-2}} \end{aligned}$$



由传递函数写出差分方程：

$$y(n) = \frac{1}{6.0883} [x(n) + 2x(n-1) + x(n-2) + 3.4903 y(n-1) - 1.4021 y(n-2)]$$

结构图：

