信号处理原理 第 9 次作业

李祥泽 2018011331

本题 x_m 和 $\tilde{x}$ 的定义中, m 的取值范围不应该是 $0,1,\ldots,r-1$, 而应该是 $0,\ldots,r$. 前者会将 $x(rN),\ldots,x(rN+s)$ 截断, 后者才能正确地包含这一部分. 以下推导的倒数第二行从后者更改.

由题意

$$e^{-j(n+N)\omega_k}=e^{-jn\omega_k}\cdot e^{-jN\frac{k\cdot 2\pi}{N}}=e^{-jn\omega_k}$$

那么, 欲证等式的右边可如下变换: $\forall k=0,1,2,3,\ldots,N-1$

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{L-1}x(n)e^{-jn\omega_k}\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jn\omega_k}+\sum_{n=N}^{2N-1}x(n)e^{-jn\omega_k}+\cdots+\sum_{n=rN}^{L-1}x(n)e^{-jn\omega_k}\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jn\omega_k}+\sum_{n=0}^{N-1}x(n+N)e^{-j(n+N)\omega_k}+\cdots+\sum_{n=0}^{s-1}x(n+rN)e^{-j(n+rN)\omega_k}\\
&\text{由于序列最后部分补零, 即 } x(n)=0,\ n=L,L+1,\ldots,N-1+rN\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jn\omega_k}+\sum_{n=0}^{N-1}x(n+N)e^{-jn\omega_k}+\cdots+\sum_{n=0}^{N-1}x(n+rN)e^{-jn\omega_k}\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}\left[\sum_{m=0}^{r}x(n+mN)\right]e^{-jn\omega_k}\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)e^{-jn\omega_k}=\text{等式右边}
\end{aligned}$$

即证.