## 1. 答

。 已知条件:

先验概率

$$P(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, c$$

类条件概率

$$p(\mathbf{x}|\omega_i)$$

。 求解任务

观测到的样本x,将其分类到哪一类别?

。 计算步骤

求解后验概率

$$P(\omega_i|\mathbf{x}) = rac{p(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^c p(\mathbf{x}|\omega_j)P(\omega_j)}$$

。 两类情况的决策规则

如果 
$$p(\mathbf{x}|\omega_1)P(\omega_1) > p(\mathbf{x}|\omega_1)P(\omega_1)$$
  
那么  $\mathbf{x} \in \omega_1$ ; 否则  $\mathbf{x} \in \omega_2$ 

## 2. 答

。 已知条件:

先验概率

$$P(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, c$$

类条件概率

$$p(\mathbf{x}|\omega_i)$$

决策空间包含的a个决策 $lpha_i, i=1,2,\ldots,a$ 损失函数 $\lambda(lpha_i|w_j)$ 

。 求解任务

观测到的样本x,将其分类到哪一类别能使风险最小?

。 计算步骤

求解后验概率

$$P(\omega_i|\mathbf{x}) = rac{p(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^c p(\mathbf{x}|\omega_j)P(\omega_j)}$$

计算条件风险

$$R(lpha_i|\mathbf{x}) = \mathbb{E}(\lambda(lpha_i|\omega_j)) = \sum_{j=1}^c \lambda(lpha_i|\omega_j) P(\omega_j|\mathbf{x})$$

### 选择风险最小的决策

$$a = \underset{i=1,...,a}{\operatorname{arg\,min}} R(\alpha_j | \mathbf{x})$$

。 两类情况的决策规则

如果 
$$R(\alpha_1|\mathbf{x}) > R(\alpha_2|\mathbf{x})$$
  
那么  $\alpha = \alpha_1$ ; 否则  $\alpha = \alpha_2$ 

#### 3. 答

。 多元正态分布的判别函数为

$$egin{aligned} g_i(\mathbf{x}) &= \ln \left( p\left( \mathbf{x} \mid \omega_i 
ight) 
ight) + \ln \left( P\left( \omega_i 
ight) 
ight) \ &= -rac{1}{2} (\mathbf{x} - oldsymbol{\mu}_i)^T oldsymbol{\Sigma}_i^{-1} \left( \mathbf{x} - oldsymbol{\mu}_i 
ight) - rac{d}{2} \mathrm{ln}(2\pi) - rac{1}{2} \mathrm{ln} \left( |oldsymbol{\Sigma}_i| 
ight) + \mathrm{ln} \left( P\left( \omega_i 
ight) 
ight) \end{aligned}$$

其中, i = 1, 2, ..., c

。 最小距离分类器需满足以下条件

1.

$$oldsymbol{\Sigma}_i = \sigma^2 oldsymbol{I}$$

2. 先验概率相等,即

$$orall i, j \ P(\omega_i) = P(\omega_j)$$

。 线性判别函数需满足以下条件

1.

$$\mathbf{\Sigma}_i = \sigma^2 \mathbf{I}$$

2. 先验概率不相等

#### 4. 答

- 。 已知条件
  - $1.p(\mathbf{x}|\theta)$ 具有确定的函数形式
  - 2. 给定样本集 $D = \{\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \dots, \mathbf{x_n}\}$
- 。 求解任务

估计参数 $\theta$ 的值

。 计算步骤

确定似然函数,即

$$l( heta) = \prod_{i=1}^n p(\mathbf{x}_i|oldsymbol{ heta})$$

求出估计值,即

$$\hat{ heta} = rg \max_{ heta} l( heta)$$

# 5. 答

- 。 已知条件
  - 1.  $p(\mathbf{x}|\theta)$ 具有确定的函数形式

2. 先验分布 $p(\theta)$ 已知

3. 给定样本集
$$D = \{\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \dots, \mathbf{x_n}\}$$

。 求解任务

求解参数 $\theta$ 的分布使得后验分布 $p(\theta|D)$ 最大

。 计算步骤

计算后验概率

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid D) = \frac{p(D \mid \boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\boldsymbol{\theta}} p(D \mid \boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} = \frac{\prod_{i=1}^{n} p\left(\mathbf{x}_{i} \mid \boldsymbol{\theta}\right)p(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\boldsymbol{\theta}} \prod_{i=1}^{n} p\left(\mathbf{x}_{i} \mid \boldsymbol{\theta}\right)p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} = \alpha \prod_{i=1}^{n} p\left(\mathbf{x}_{i} \mid \boldsymbol{\theta}\right)p(\boldsymbol{\theta})$$

获得参数 $\theta$ 的平均估计量,即

$$\hat{oldsymbol{ heta}} = \int_{\mathbb{D}} oldsymbol{ heta} p(oldsymbol{ heta} \mid D)$$

也可以直接计算后验概率分布,即

$$p(\mathbf{x} \mid D) = \int_{\theta} p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta} \mid D) d\boldsymbol{\theta}$$

#### 6. 答

- $\circ$  最大似然待估参数 $\theta$ 视为一个固定的未知常数;同时,假定样本D是随机的。
- $\circ$  贝叶斯估计将参数 $\theta$ 视为随机变量,并将样本D视为固定的。