

1. 答

① 线性移不变系统 H 应该满足**线性**与**移不变**两个性质;

○ 线性

对于输入图像 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$, 需要有

可加性

$$H(f_1(x, y) + f_2(x, y)) = H(f_1(x, y)) + H(f_2(x, y))$$

齐次性

对于常数 a , 有

$$H(af_1(x, y)) = aH(f_1(x, y))$$

○ 移不变

$$H(f_1(x - a, y - b)) = g(x - a, y - b)$$

其中 a, b 为常数, $g(x, y) = H(f_1(x, y))$

② 记单位脉冲 $\delta(x, y)$ 的响应为 $h(x, y)$

对于任意输入 $f(x, y)$, 可知其

$$f(x, y) = \iint_{\mathbb{R}} f(\alpha, \beta) \delta(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

那么有

$$\begin{aligned} H(f(x, y)) &= H\left[\iint_{\mathbb{R}} f(\alpha, \beta) \delta(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta\right] \\ &= \iint_{\mathbb{R}} H[f(\alpha, \beta) \delta(x - \alpha, y - \beta)] d\alpha d\beta \\ &= \iint_{\mathbb{R}} f(\alpha, \beta) H[\delta(x - \alpha, y - \beta)] d\alpha d\beta \\ &= \iint_{\mathbb{R}} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \end{aligned}$$

因此当知道单位脉冲响应 $h(x, y)$ 时, 可以利用卷积计算出任意输入 $f(x, y)$ 的系统输出。

2. 解

优化目标函数 C

$$\min C = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\nabla^2 f(x, y)]^2$$

并且引入约束

$$\|g - H\hat{f}\| = \|\eta\|$$

频域的求解结果为

$$\hat{F}(u,v)=[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2+\gamma|P(u,v)|^2}]G(u,v)$$

其中

$$p(x,y)=\left|\begin{array}{ccc}0&-1&0\\-1&4&-1\\0&-1&0\end{array}\right|$$

调整参数 γ 使其满足

$$||\gamma||^2=||\eta||^2\pm a$$