

4. 答

在数学上，这指的是分解滤波器组和重构滤波器组之间的内积（内积是两个向量相乘再相加的操作）等于0或者 $\delta(n)$ ，即

$$\langle h_i(2n-k), g_i(k) \rangle = \delta(i-j)\delta(n), i, j = \{0, 1\}$$

其中 h_0, h_1 为分解滤波器， g_0 和 g_1 为重构滤波器；

对于公式(2)

$$\langle h_1(2n-k), g_1(k) \rangle = \delta(n)$$

证明：

$$\text{已知 } H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) = 2$$

由

$$H_0(z)G_0(z) = \frac{2}{\det(\mathbf{H}_m(z))} H_0(z)H_1(-z)$$

相应地

$$H_1(z)G_1(z) = \frac{-2}{\det(\mathbf{H}_m(z))} H_0(-z)H_1(z)$$

反变换有

$$\sum_k g_1(k)h_1(n-k) + (-1)^n \sum_k g_1(k)h_1(n-k) = 2\delta(n)$$

因此，其偶数项为

$$\sum_k g_0(k)h_0(n-k) = \langle h_1(2n-k), g_1(k) \rangle = \delta(n)$$

相应地

$$\langle h_0(2n-k), g_1(k) \rangle = 0$$