序号：56

姓名：相贤泰

学号：202328019427026

---

3. 解

不妨设，$s < t$，由正交增量过程可知

$$R_Y(s,t) = F(\min(s,t))$$

$$R_Y(s,t) = F(s) = \mathbb{E}(|Y(s)|^2) = 4\mu^2 - 4\mu + 4\sigma^2 s + 1$$

---

4. 解

$$\mathbb{E}(X(t)) = 2\mathbb{E}(Z)\mathbb{E}(\sin(t+\theta) = 0)$$

$$\begin{aligned} R_X(s,t) &= \mathbb{E}\left(X(s)X(t)\right) \\ &= 4\mathbb{E}\left(\sin(s+\theta)\sin(t+\theta)\right) \\ &= 2\mathbb{E}\left(\cos(t-s) - \cos(t+s+2\theta)\right) \\ &= 2\cos(t-s) \end{aligned}$$

因此，该过程为平稳过程；且均方可积

---

5. 解

(1)

$$\begin{aligned} R_\xi(s,t) &= \mathbb{E}\left(\xi(s)\xi(t)\right) \\ &= \cos 2s \cos 2t\, \mathbb{E}(X^2) + \sin 2(t+s)\, \mathbb{E}(XY) + \sin 2s \sin 2t\, \mathbb{E}(Y^2) \\ &= \frac{1}{3}\cos 2(t-s) + \frac{1}{4}\sin 2(t+s) \end{aligned}$$

因此，此时不是平稳过程。

(2)

$X \sim N(0,1)$时，$\mathbb{E}(X^2) = \mathbb{E}(Y^2) = 1$，$\mathbb{E}(XY) = 0$

因此，有

$$R_\xi(s,t) = \cos 2(t-s)$$

所以是平稳过程，且均方可微。

---

6. 解

$$\begin{aligned} R_Y(s,t) &= \mathbb{E}\left[Y(s)Y(t)\right] \\ &= \mathbb{E}\left[X(s)X(t) - X(s)X(t-1) - X(t)X(s-1) + X(t-1)X(s-1)\right] \\ &= \frac{1}{2}\mathbb{E}\left[(X(s)-X(t-1))^2 - (X(s)-X(t))^2 + (X(t)-X(s-1))^2 - (X(s-1)-X(t-1))^2\right] \\ &= |s-t+1| - 2|s-t| + |s-t-1| \\ &= \begin{cases} 1-\tau, \tau \le 1 \\ 0, \tau \ge 1 \end{cases} \end{aligned}$$

其中，$\tau = |s-t| \ge 0$

因此，$Y(t)$为平稳过程。