1. 答
   - 已知条件:

     先验概率

     $$P(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, c$$

     类条件概率

     $$p(\mathbf{x}|\omega_i)$$

   - 求解任务

     观测到的样本$\mathbf{x}$，将其分类到哪一类别?

   - 计算步骤

     求解后验概率

     $$P(\omega_i|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^{c} p(\mathbf{x}|\omega_j)P(\omega_j)}$$

   - 两类情况的决策规则

     $$\text{如果 } p(\mathbf{x}|\omega_1)P(\omega_1) > p(\mathbf{x}|\omega_1)P(\omega_1)$$
     $$\text{那么 } \mathbf{x} \in \omega_1\text{; 否则 } \mathbf{x} \in \omega_2$$

---

2. 答
   - 已知条件:

     先验概率

     $$P(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, c$$

     类条件概率

     $$p(\mathbf{x}|\omega_i)$$

     决策空间包含的a个决策$\alpha_i, i = 1, 2, \ldots, a$

     损失函数$\lambda(\alpha_i|w_j)$

   - 求解任务

     观测到的样本$\mathbf{x}$，将其分类到哪一类别能使风险最小?

   - 计算步骤

     求解后验概率

     $$P(\omega_i|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^{c} p(\mathbf{x}|\omega_j)P(\omega_j)}$$

     计算条件风险

     $$R(\alpha_i|\mathbf{x}) = \mathbb{E}(\lambda(\alpha_i|\omega_j)) = \sum_{j=1}^{c} \lambda(\alpha_i|\omega_j)P(\omega_j|\mathbf{x})$$

选择风险最小的决策

$$a=\underset{j=1,\ldots,a}{\arg\min}R(\alpha_j|\mathbf{x})$$

- 两类情况的决策规则

$$\text{如果 } R(\alpha_1|\mathbf{x})>R(\alpha_2|\mathbf{x})$$
$$\text{那么 } \alpha=\alpha_1\text{；否则 } \alpha=\alpha_2$$

---

3. 答

- 多元正态分布的判别函数为

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}) &= \ln\left(p\left(\mathbf{x}\mid\omega_i\right)\right)+\ln\left(P\left(\omega_i\right)\right) \\ &= -\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_i)^T\mathbf{\Sigma}_i^{-1}\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_i\right)-\frac{d}{2}\ln(2\pi)-\frac{1}{2}\ln\left(|\mathbf{\Sigma}_i|\right)+\ln\left(P\left(\omega_i\right)\right) \end{aligned}$$

其中，$i=1,2,\ldots,c$

- 最小距离分类器需满足以下条件

1. $$\mathbf{\Sigma}_i=\sigma^2\boldsymbol{I}$$
2. 先验概率相等，即

$$\forall i,j \;\; P(\omega_i)=P(\omega_j)$$

- 线性判别函数需满足以下条件

1. $$\mathbf{\Sigma}_i=\sigma^2\boldsymbol{I}$$
2. 先验概率不相等

---

4. 答

- 已知条件

1. $p(\mathbf{x}|\theta)$具有确定的函数形式
2. 给定样本集$D=\{\mathbf{x_1},\mathbf{x_2},\ldots,\mathbf{x_n}\}$

- 求解任务

估计参数θ的值

- 计算步骤

确定似然函数，即

$$l(\theta)=\prod_{i=1}^{n}p(\mathbf{x}_i|\boldsymbol{\theta})$$

求出估计值，即

$$\hat{\theta}=\underset{\theta}{\arg\max}\,l(\theta)$$

---

5. 答

- 已知条件

1. $p(\mathbf{x}|\theta)$具有确定的函数形式

2. 先验分布$p(\theta)$已知
3. 给定样本集$D=\{\mathbf{x_1},\mathbf{x_2},\ldots,\mathbf{x_n}\}$

- 求解任务

  求解参数θ的分布使得后验分布$p(\theta|D)$最大

- 计算步骤

  计算后验概率

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid D)=\frac{p(D \mid \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\boldsymbol{\theta}} p(D \mid \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta}) d \boldsymbol{\theta}}=\frac{\prod_{i=1}^{n} p\left(\mathbf{x}_{i} \mid \boldsymbol{\theta}\right) p(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\boldsymbol{\theta}} \prod_{i=1}^{n} p\left(\mathbf{x}_{i} \mid \boldsymbol{\theta}\right) p(\boldsymbol{\theta}) d \boldsymbol{\theta}}=\alpha \prod_{i=1}^{n} p\left(\mathbf{x}_{i} \mid \boldsymbol{\theta}\right) p(\boldsymbol{\theta})$$

  获得参数θ的平均估计量，即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\int_{\mathbb{R}} \boldsymbol{\theta} p(\boldsymbol{\theta} \mid D)$$

  也可以直接计算后验概率分布，即

$$p(\mathbf{x} \mid D)=\int_{\theta} p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta} \mid D) d \boldsymbol{\theta}$$

---

6. 答

- 最大似然待估参数θ视为一个固定的未知常数；同时，假定样本D是随机的。
- 贝叶斯估计将参数θ视为随机变量，并将样本D视为固定的。