1. 证

   令$H(u',v')=\exp(-\pi(u'^2+v'^2))$，相应傅里叶反变换为$h(x,y)$

   那么有

   $H(u,v)=AH(\frac{u'^2}{\sqrt{2\pi}\sigma},\frac{v'^2}{\sqrt{2\pi}\sigma})$

   因此

$$\mathcal{F}^{-1}(H(u',v'))=2\pi A\sigma^2h(\sqrt{2\pi}\sigma x,\sqrt{2\pi}\sigma y)=A2\pi\sigma^2\exp(-2\pi^2\sigma^2(x^2+y^2))$$

---

2. 答

   左图的填充方式会保持图像原始的位置，引入较少的边缘高频分量；右图的padding方式会影响图像的相位信息，使频谱的中心偏移。

---

3. 解

   指数分布的累积分布函数为

$$F(x)=1-\exp(-\lambda x)$$

   因此随机数生成方程为

$$x=F_X^{-1}(u)=-\frac{\ln(1-u)}{\lambda}$$

   令$Z\sim\mathcal{N}(0,1)$

   则有$Y=\mu+\sigma Z\sim\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$，

   因此，对数状态分布的随机数生成方程为

$$x=\exp(\mu+\sigma z)$$

---

4. 证明

   设高频谱和低频谱分别为F_{hp}和F_{lp}

   那么有

$$\begin{aligned}F&=F_{hp}+F_{lp}\\&=F.H_{hp}+F.H_{lp}\\&=F(H_{hp}+H_{lp})\end{aligned}$$

   所以有

$$H_{hp}=1-H_{lp}$$