A109260076 經濟二乙 黃伯勳 Week3. 作業

Cobb-Douglas 生產函數計算. $Q=f(L,K)=L^{\alpha}K^{\beta}$. $\alpha,\beta>0$

(1) 產出彈性:

勞動平均產量 $AP_L=\frac{Q}{L}=\frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{L}=L^{\alpha-1}K^{\beta}$

勞動邊際產量 $MP_L=\frac{\Delta Q}{\Delta L}=\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}$

資本平均產量 $AP_K=\frac{Q}{K}=\frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{K}=L^{\alpha}K^{\beta-1}$

資本邊際產量 $MP_K=\frac{\Delta Q}{\Delta K}=\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}$

勞動產出彈性 $=\frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{\frac{Q}{L}}=\frac{MP_L}{AP_L}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{L^{\alpha-1}K^{\beta}}=\alpha$

資本產出彈性 $=\frac{\frac{\Delta Q}{\Delta K}}{\frac{Q}{K}}=\frac{MP_K}{AP_K}=\frac{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}{L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\beta$.

(2) 生產彈性

$Q=f(QL,QK)=Q^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta}$

Q的生產彈性 $=\frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta Q}{Q}}=\frac{\frac{\Delta Q}{\Delta Q}}{\frac{Q}{Q}}=\frac{(\alpha+\beta)Q^{\alpha+\beta-1}L^{\alpha}K^{\beta}}{\frac{Q^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta}}{Q}}=\alpha+\beta$.

(3) 邊際替代率(MRTS). $=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\frac{\alpha K}{\beta L}$.

替代彈性 $=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(MRTS)}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(\frac{\alpha}{\beta})+d\ln(\frac{K}{L})}=1$.