



# 计算机图形学小白入门

——从0开始实现OpenGL

线性代数—屏幕空间变换



授课：赵新政  
资深三维工程师

专注3D图形学技术  
教育品牌

## 屏幕空间变换

- 每个屏幕/窗体，都有自己独特的**宽度跟高度**，屏幕空间变换，是将NDC坐标表示的顶点，映射到屏幕/窗体具体的像素位置的过程
- 本过程只计算顶点的位置，仍未光栅化

## 透视除法

- 物体的顶点经过**透视投影矩阵**变换后，会得到一个剪裁空间的顶点坐标，即  $w = -z_e$
- 只有x/y/z都除以w之后，才能得到最终的NDC坐标
- 注意：
  - 这一步会出现 $w=0$ 的可能，所以在除法前已经做了剔除，后面的章节会讲解剔除算法
  - 正交投影后也需要除以w，保持流程统一性，只不过 $w=1$

$$\begin{pmatrix} x_{ndc} \\ y_{ndc} \\ z_{ndc} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_c}{w_c} \\ \frac{y_c}{w_c} \\ \frac{z_c}{w_c} \\ 1 \end{pmatrix}$$

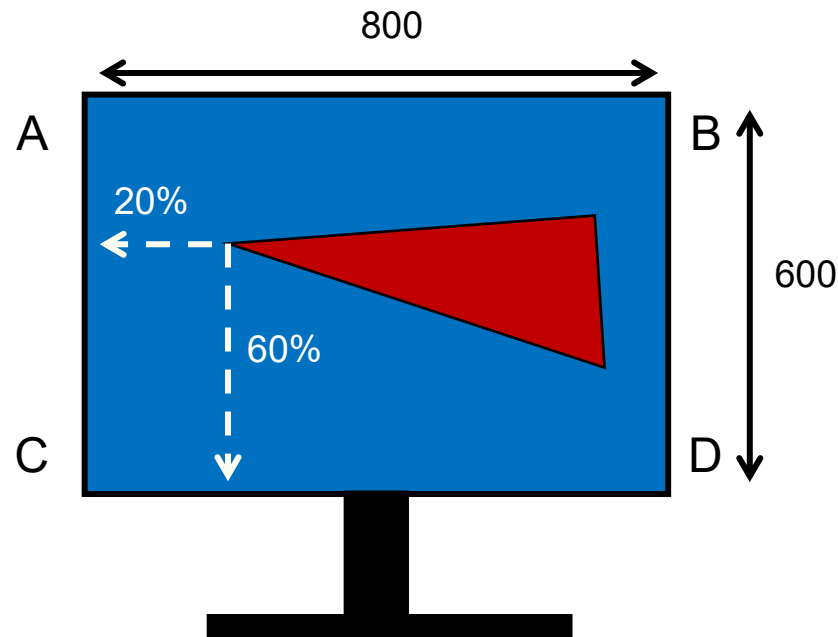
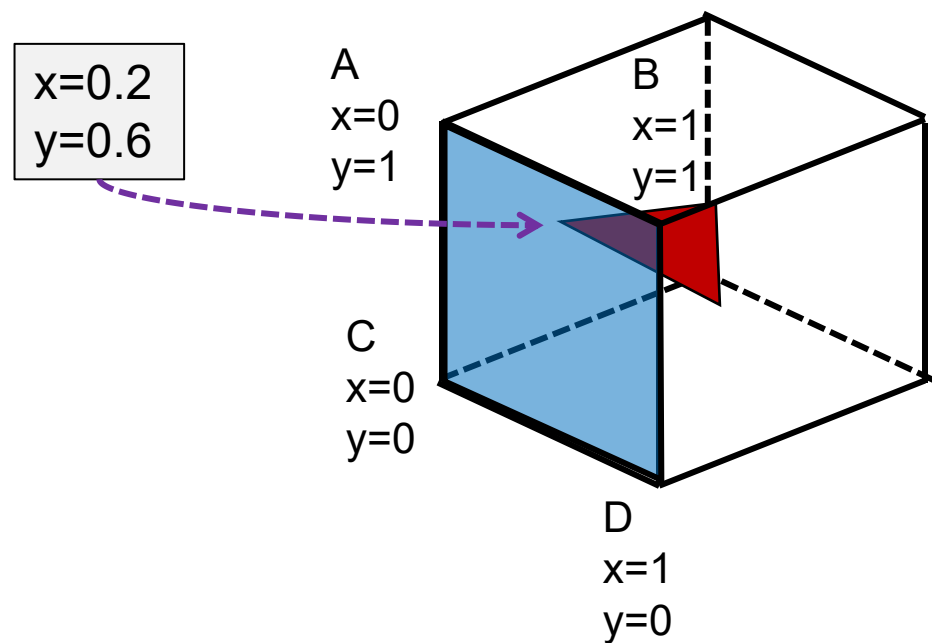
## NDC的改造到0-1

- 物体顶点的**NDC坐标范围在-1到1之间**，可以对其进行改造，**变化到0-1之间**
- 本步骤为线性

$$\begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_{ndc} + 1}{2} \\ \frac{y_{ndc} + 1}{2} \\ \frac{z_{ndc} + 1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

## 屏幕空间与NDC空间

- 正交投影与透视投影最终的结果，都是得到了物体顶点的NDC坐标；
- 改造后是0-1的区间，与屏幕的对应关系如图所示：



- 盒体内物体顶点，改造为0-1区间后，其x/y坐标，可以视作在**屏幕上的比例**，从而可以计算在屏幕上的位置

$$screenX = 0.2 \times 800 = 160$$

$$screenY = 0.6 \times 600 = 360$$

## 屏幕空间变换

- 对于任何一个NDC坐标下的顶点，变换到屏幕空间，其x/y/z都会经历如下过程：

$$\begin{aligned}
 screenX &= \frac{x_{ndc} + 1}{2} \cdot width = \frac{width}{2} \cdot x_{ndc} + \frac{width}{2} \\
 screenY &= \frac{y_{ndc} + 1}{2} \cdot height = \frac{height}{2} \cdot y_{ndc} + \frac{height}{2} \\
 depth &= \frac{z_{ndc} + 1}{2} = \frac{1}{2} \cdot z_{ndc} + \frac{1}{2}
 \end{aligned}
 \longrightarrow
 \begin{pmatrix} screenX \\ screenY \\ depth \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 从而可以得到屏幕空间变换矩阵为：

$$\begin{bmatrix} screenX \\ screenY \\ depth \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{width}{2} & 0 & 0 & \frac{width}{2} \\ 0 & \frac{height}{2} & 0 & \frac{height}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{ndc} \\ y_{ndc} \\ z_{ndc} \\ 1 \end{bmatrix}$$