



# 计算机图形学小白入门

——从0开始实现OpenGL

线性代数—正交投影变换

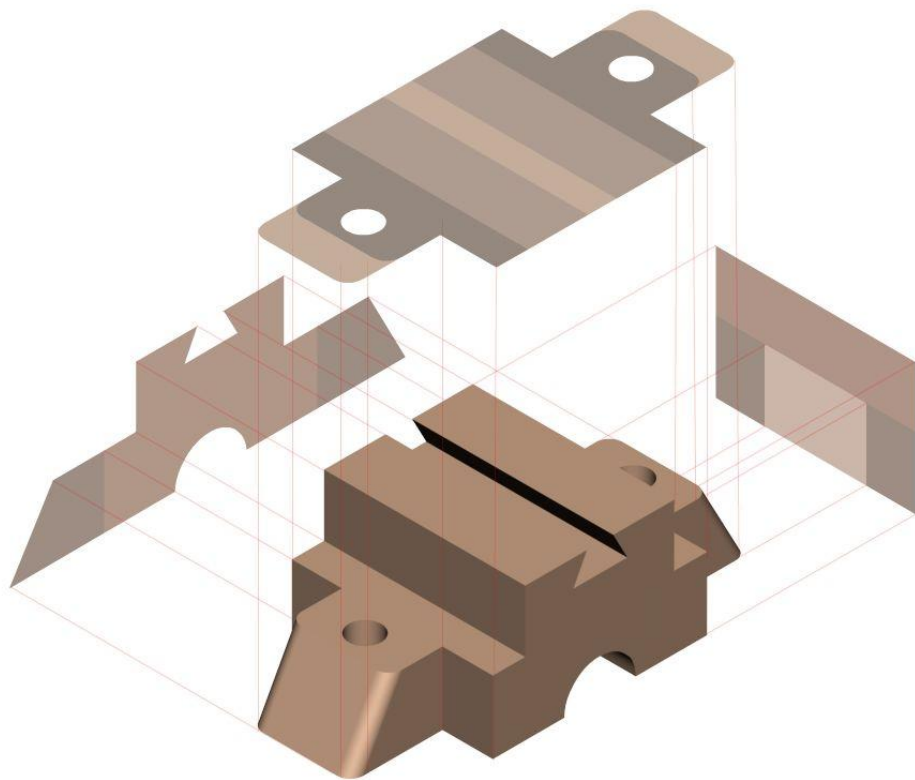


授课：赵新政  
资深三维工程师

专注3D图形学技术  
教育品牌

## 正交投影

投影是把空间中的物体投射成某个平面的影像，把3D场景转换为为了2D平面图像



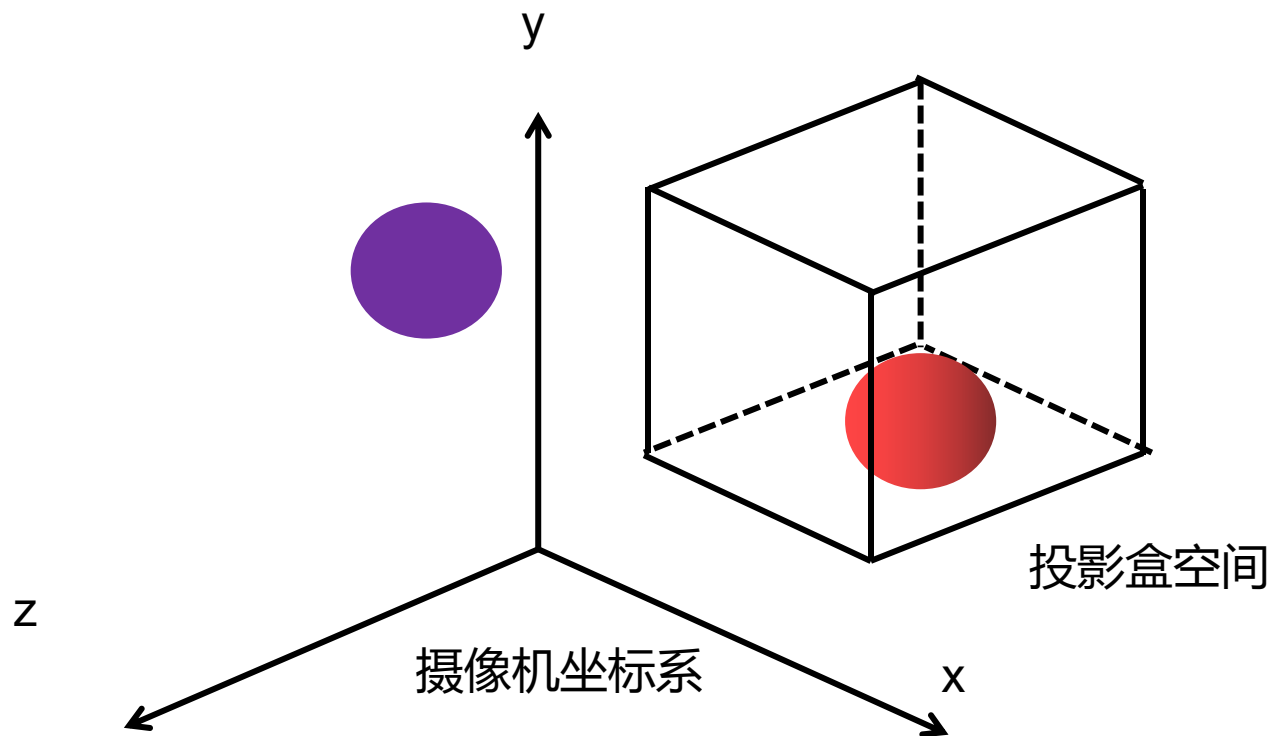
### 正交投影

图示为正交投影，是一种平行投影，类似用平行光把物体投射到地面上；

由于没有像人眼一样的光线汇集点，所以没有近大远小的效果

## 正交投影盒空间

正交投影盒空间是指，定义一个立方体，只有在立方体内的物体才会“可视”，其他的都看不到；即在视图变换后的结果中，选择一块区域进行渲染显示



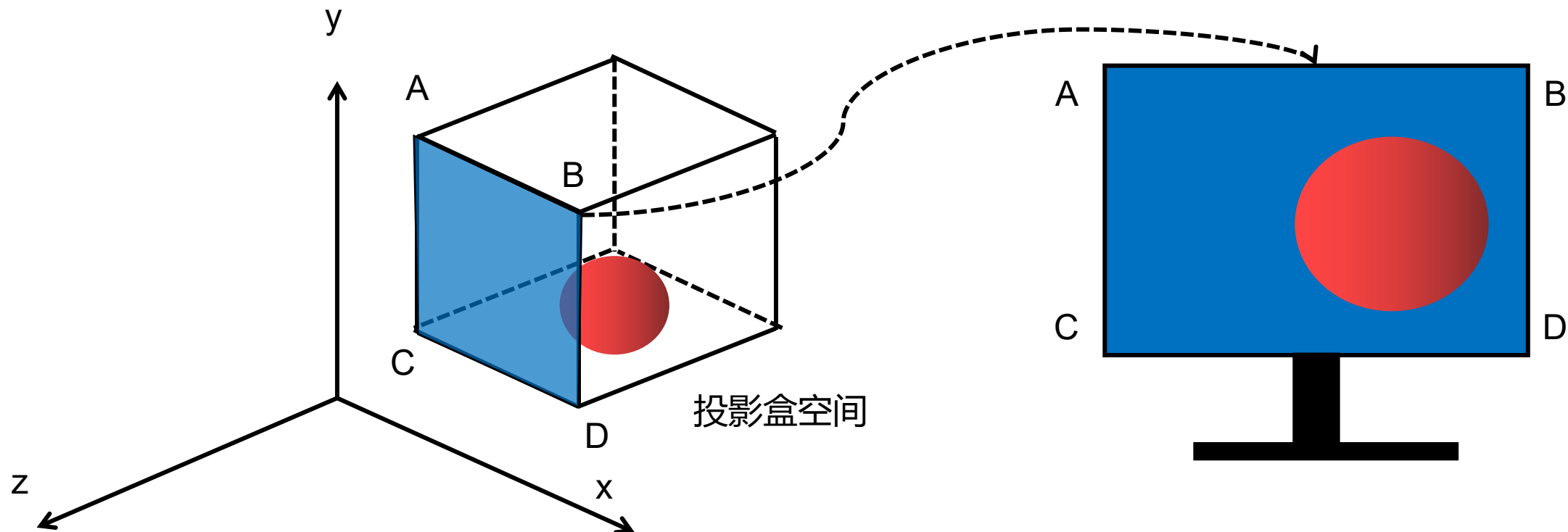
### 关于摄像机

正交投影比较特殊，在视图变换后，便没有考虑摄像机位于中心这件事儿；

其只关心投影盒空间圈起来了哪个区域，就会去显示哪个区域

## 正交投影平面

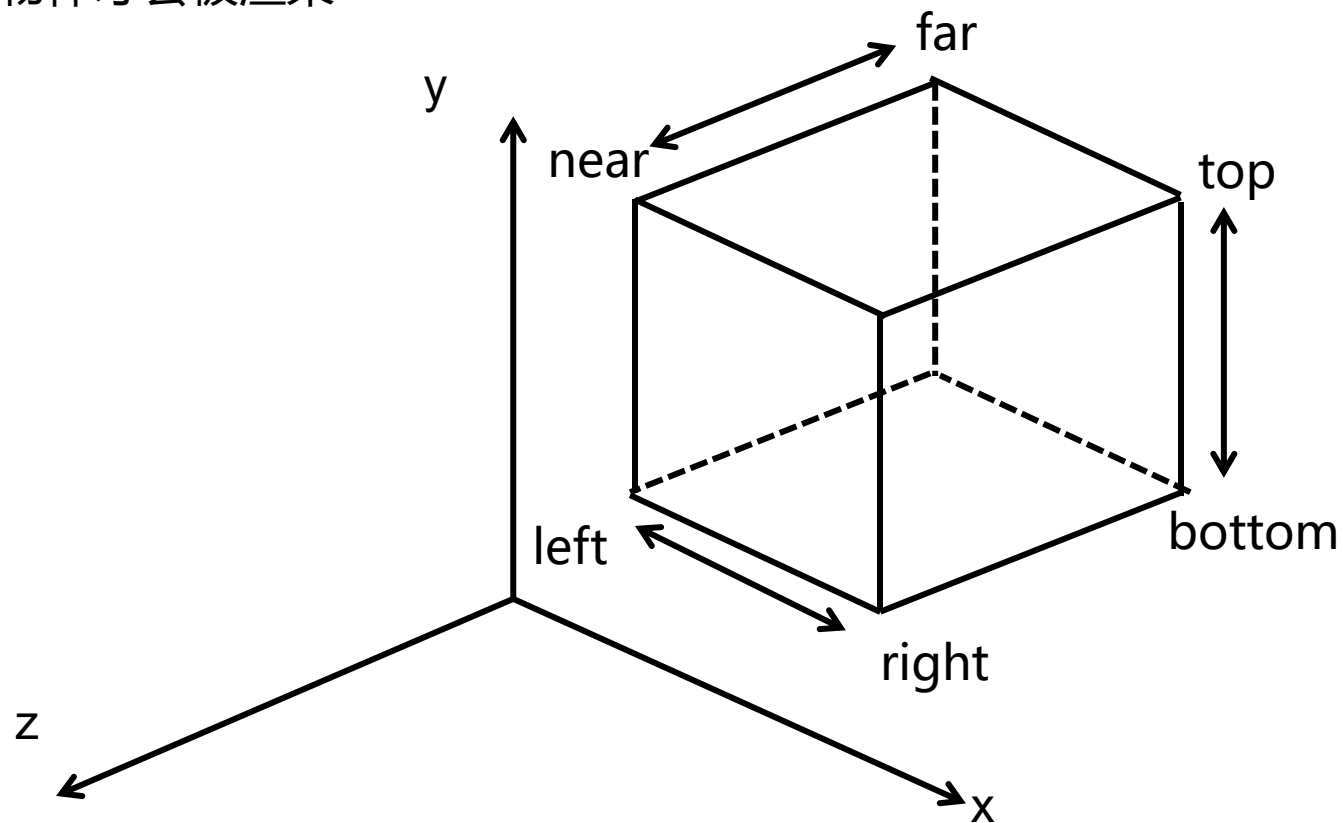
正交投影平面，位于投影盒正z轴方向的面，如图所示：



如图可知，投影平面与屏幕窗体的四个角，——对应吻合

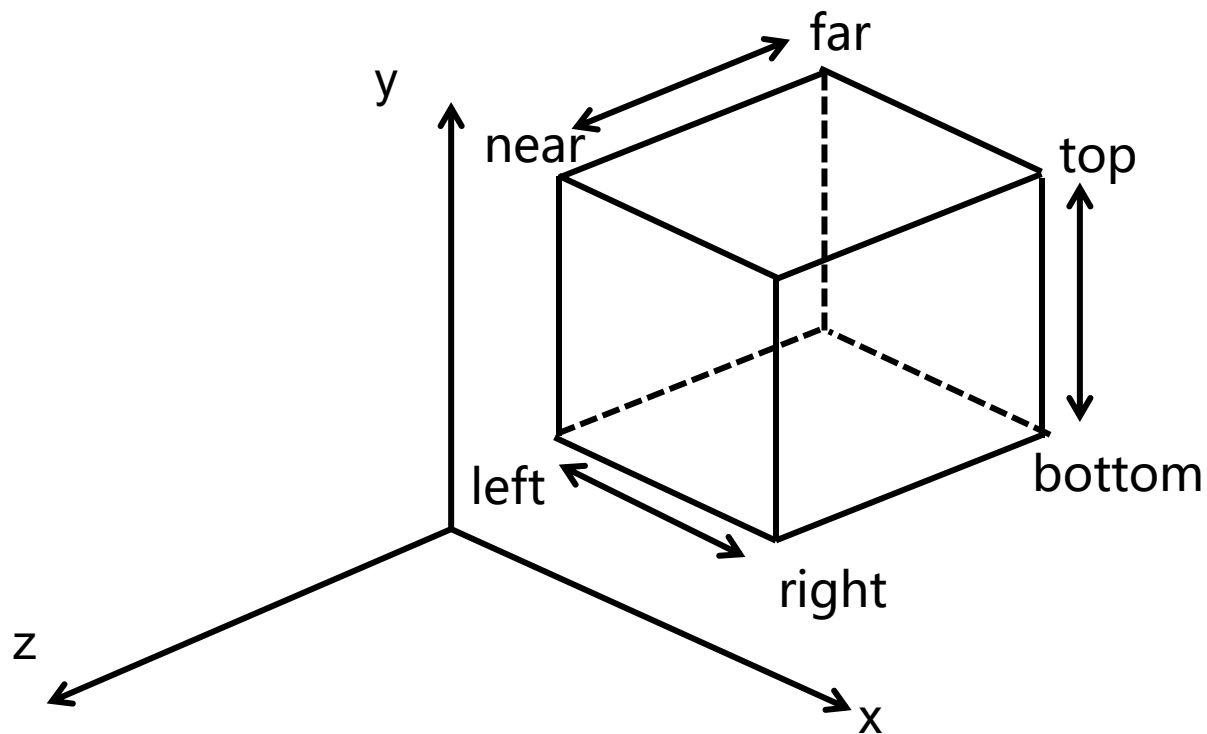
## 投影空间描述

- 每个投影的盒子都是由六组数据组成，即**上下 左右 前后**四组坐标值
- 只有在这组坐标范围内的物体才会被渲染



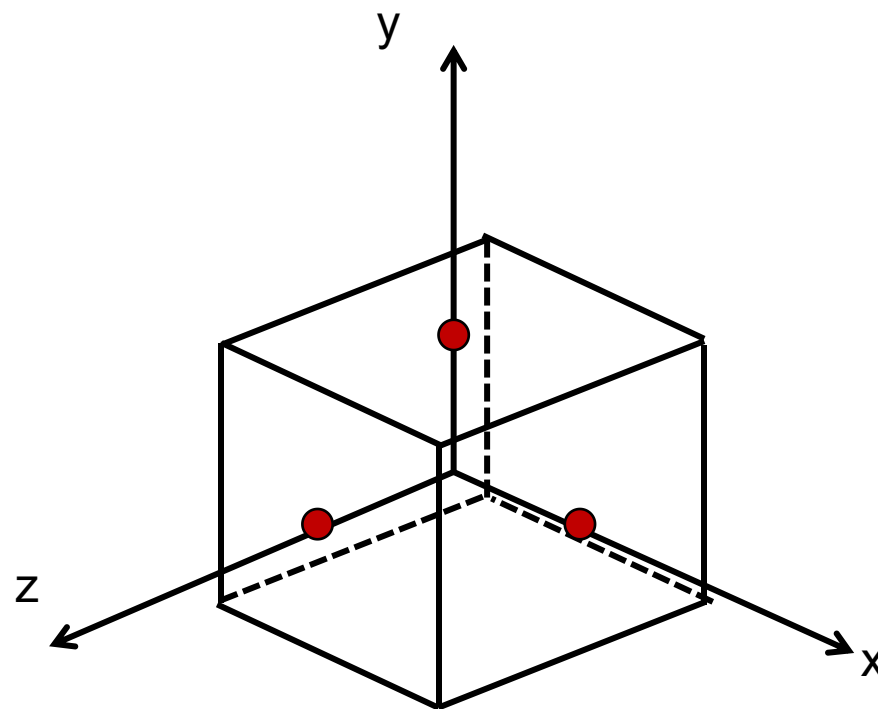
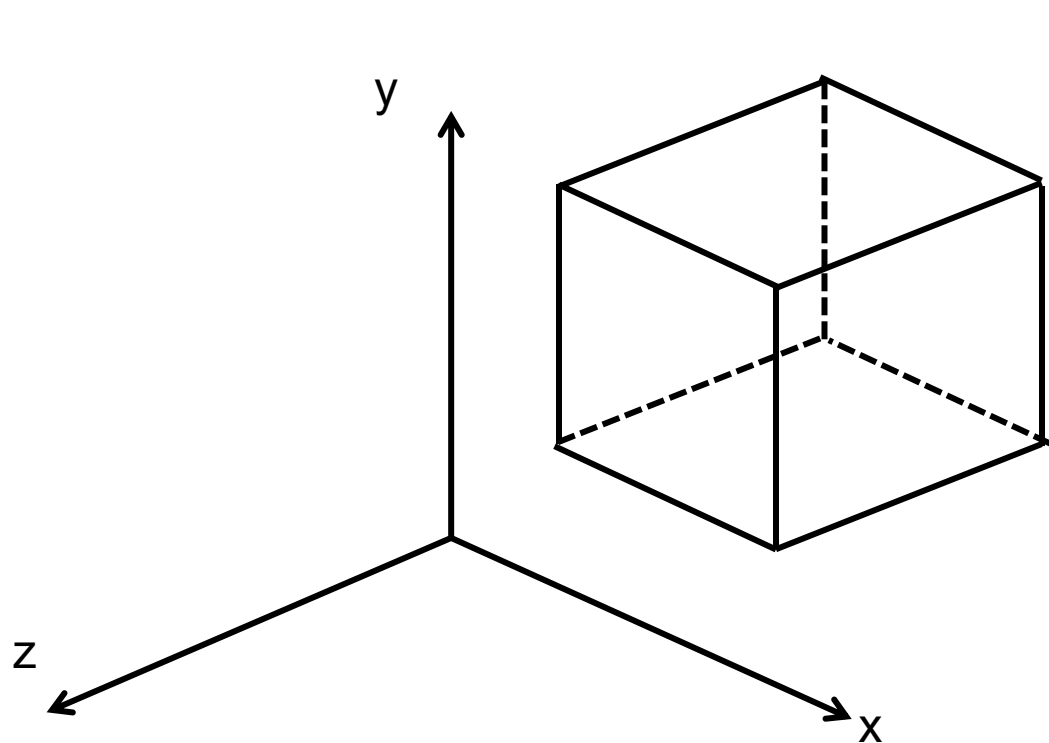
## 正交投影盒的统一

- 原理：做完了视图变换后，不需要考虑摄像机的位置，所以可以统一所有数据
- 每个投影的盒子都位于空间中不同的区域，所以需要统一放置在原点
- 每个投影的盒子都有不同的长宽高，所以需要统一



## 统一盒体中心点

- 每个投影的盒子都位于空间中不同的区域，所以需要统一放置在原点



## 统一盒体中心点

- 移动到原点的变换矩阵如下所示：
- 此变换施加到每个物体上面，物体都会随着盒体进行相应移动

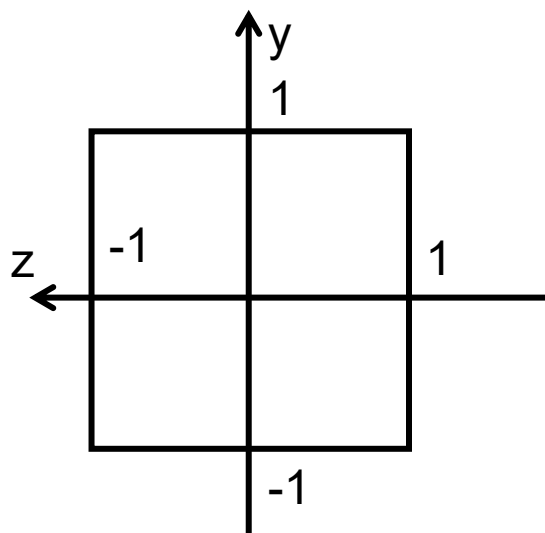
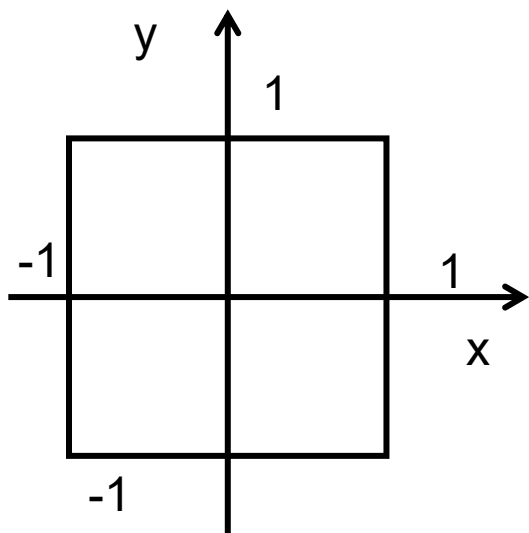
$$center = (\frac{r+l}{2}, \frac{t+b}{2}, \frac{n+f}{2})$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{r+l}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{t+b}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{n+f}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## 统一箱体大小

- 我们统一将盒子的长宽高都做成2的长度，即长宽高在**坐标上都是-1到1**；
- 同样的变换也施加到箱体内的物体上，这样物体顶点坐标都会被放缩到**-1到1**，这种坐标称为**NDC坐标（标准设备坐标-Normalized Device Coordinates）**



$$S = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{f-n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 正交投影矩阵

- 将平移与缩放结合起来

$$OrthoMatrix = S.T = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{f-n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{r+l}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{t+b}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{n+f}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{2}{f-n} & -\frac{n+f}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

经过了正交投影变换后，物体的顶点会发生如下变化：

- 盒体内的顶点，坐标xyz都缩放在了-1—1以内的NDC坐标
- 盒体外的顶点，坐标xyz缩放后，至少某一维度坐标会小于-1或者大于1