计算机图形学小白入门

————从0开始实现OpenGL

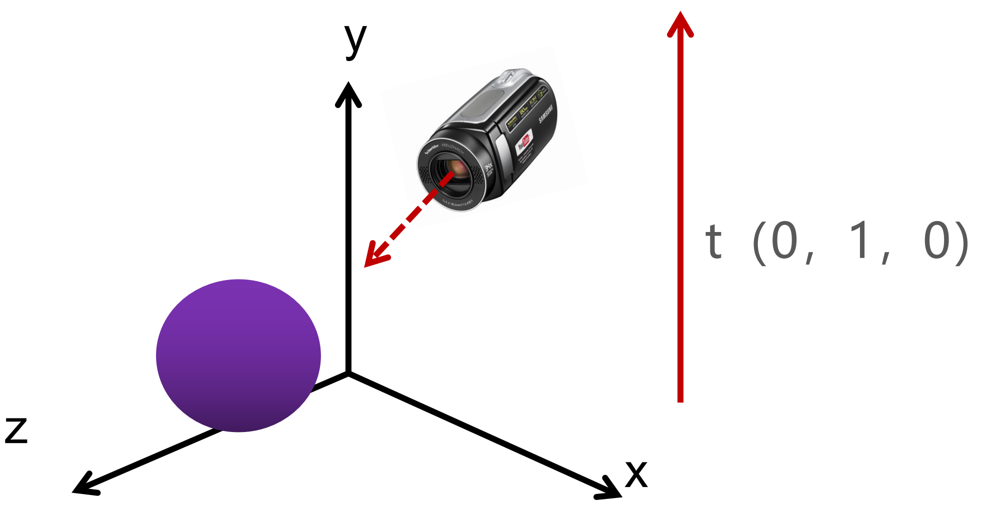
线性代数—视图变换

授课：赵新政
资深三维工程师

专注3D图形学技术
教育品牌

摄像机定义

- 渲染技术中，如果坐标系确定以及物体都已经摆放完毕的情况下，需要确定一台摄像机，描述观察者的参数

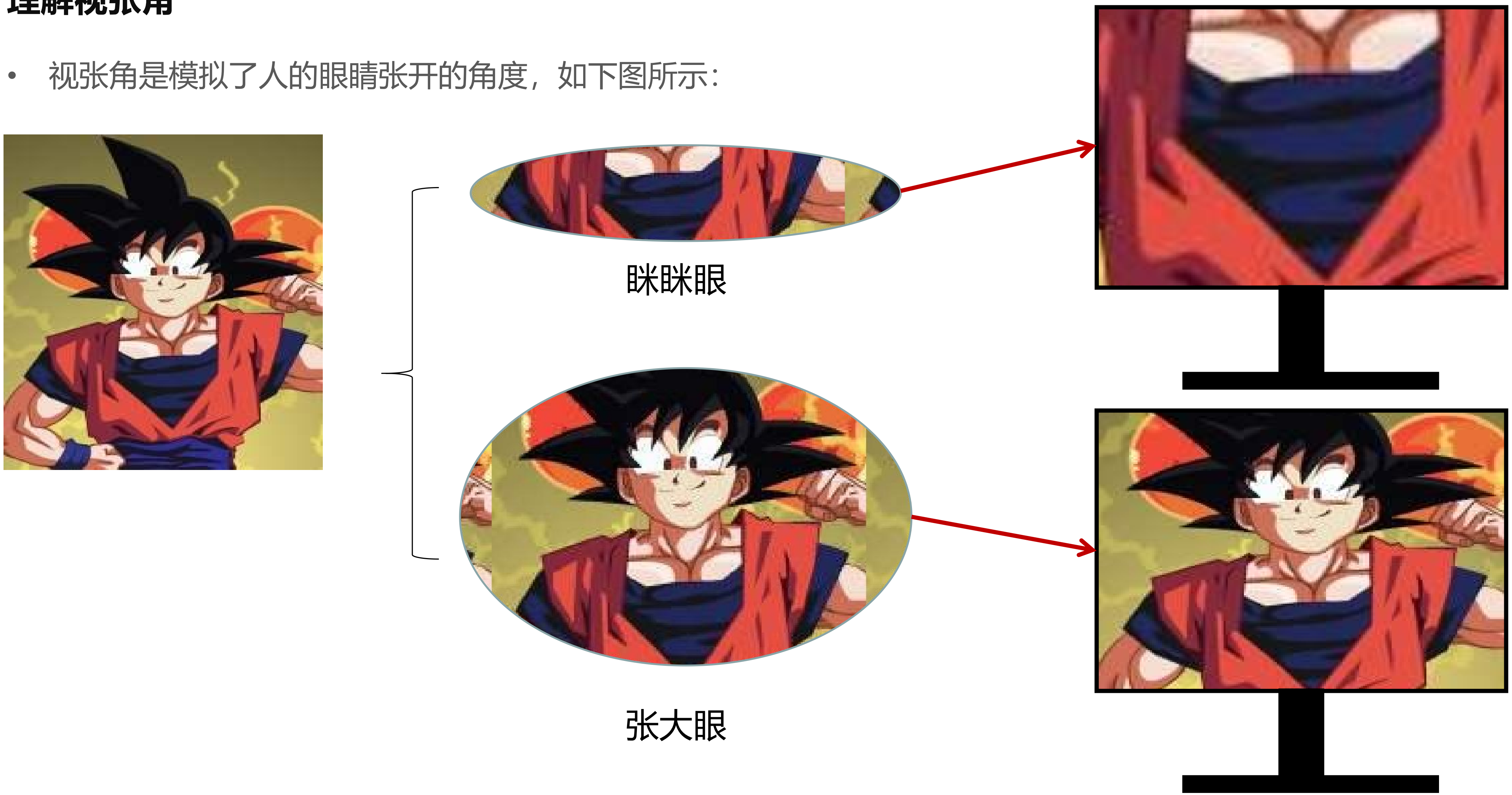


摄像机相关参数

- 摄像机位置
- 摄像机看向的方向
- 摄像机穹顶方向
- 摄像机**视张角**

理解视张角

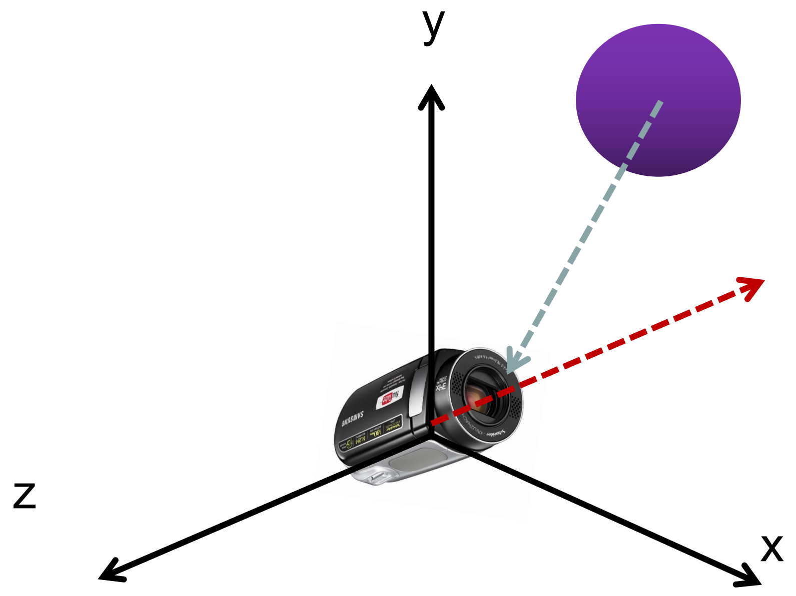
- 视张角是模拟了人的眼睛张开的角度，如下图所示：



空间变换—摄像机

摄像机初始状态

- 我们的目标是确定摄像机当中刚看到的场景，即观察者在摄像机的位置，看向其方向
- 考虑最简单的情况如下所示



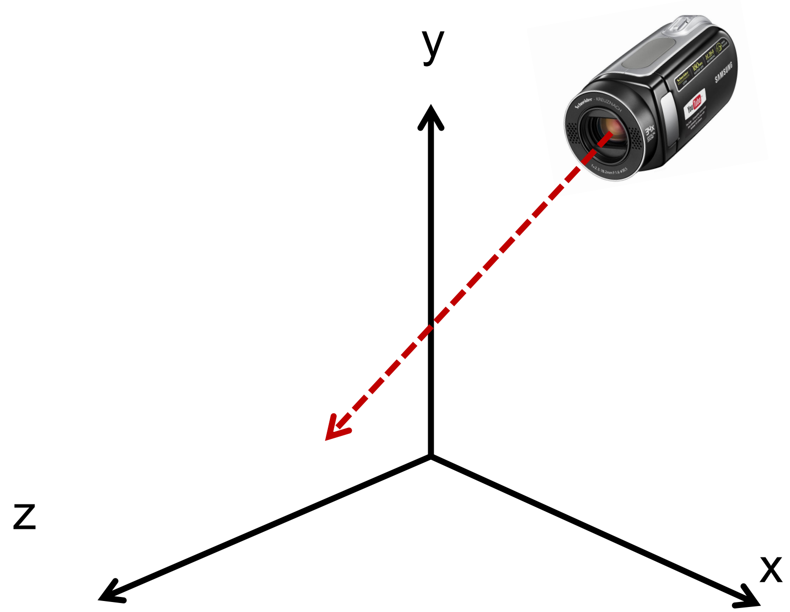
摄像机相关参数

- 摄像机位置摆放在坐标系原点
- 摄像机看向的方向是负Z方向
- 摄像机视张角暂不考虑

- 此时可以直接进行投影计算操作，所有物体沿着**z轴**投影到摄像机的幕布上，相对简单

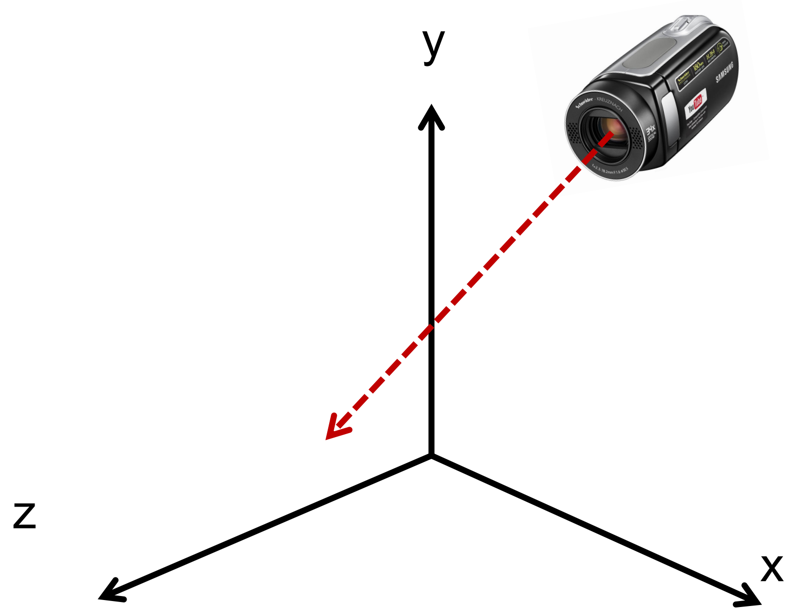
摄像机变化状态

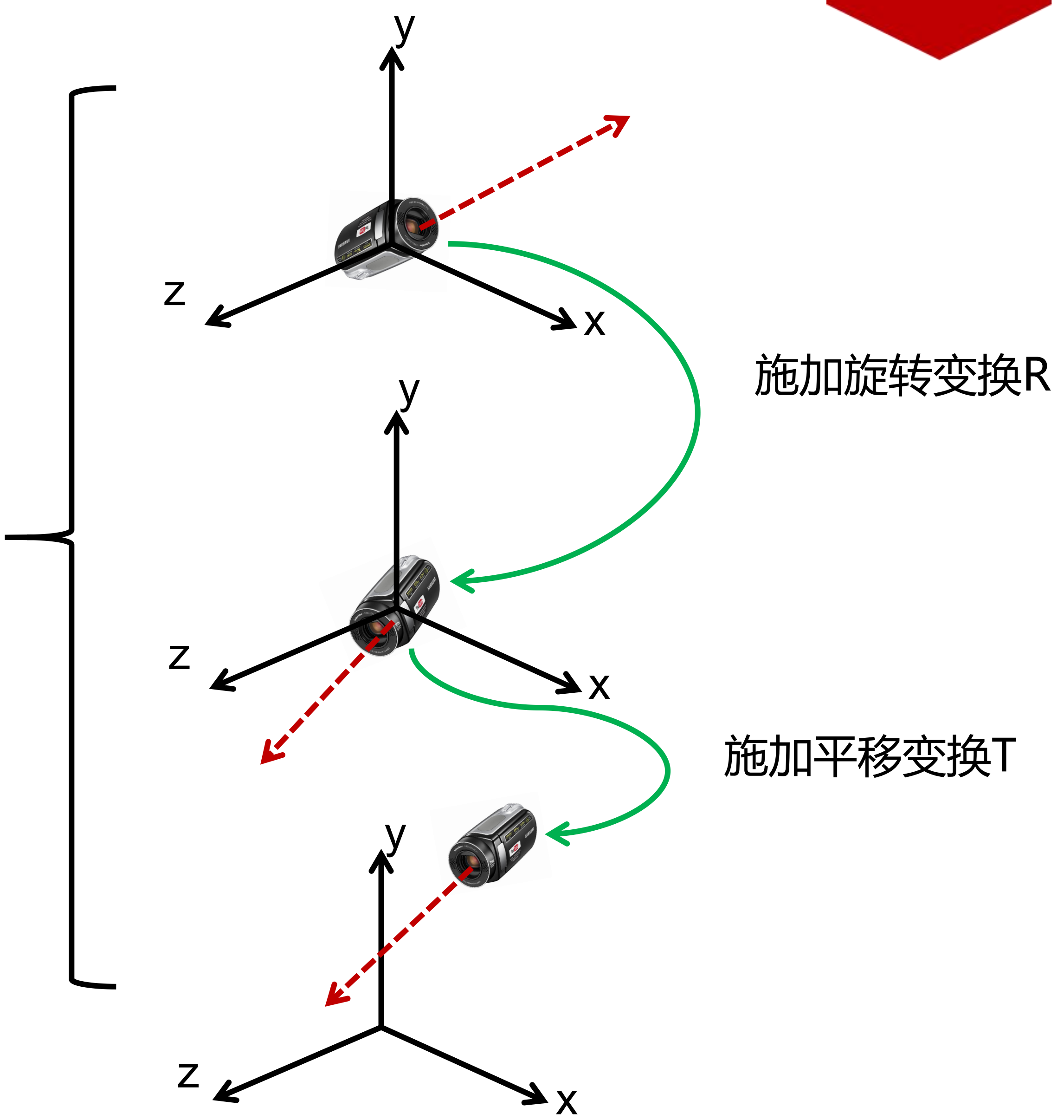
- 如果摄像机经过旋转跟平移等操作，变成了如下形态：



- 此时由于摄像机离开了原点，且旋转，无法直接沿着z轴投影
- 需要把摄像机“恢复”到原点，并且看向-z轴

摄像机变换过程（怎么来的）



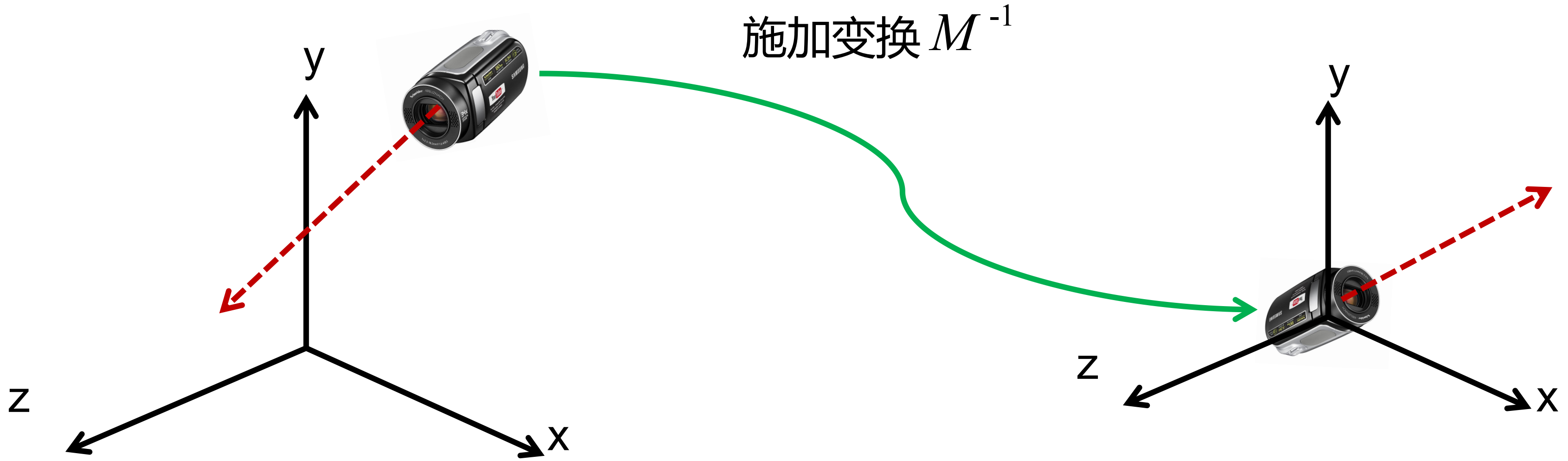


摄像机变换逆变换

- 已知摄像机是由变换R与T结合的，所以其最终变换矩阵为**M = T*R**（注意变换顺序）

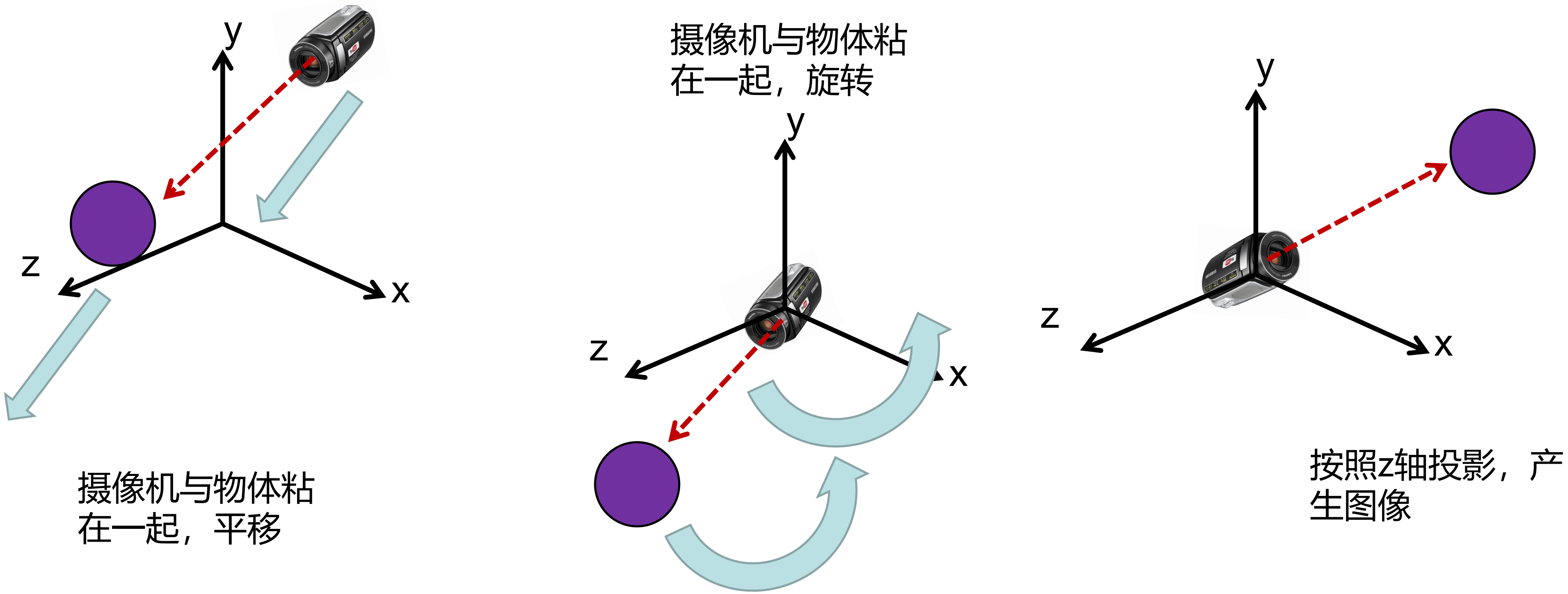
逆变换

M矩阵的逆矩阵 M^{-1}，可以把摄像机从变换后的状态“恢复”成初始化的状态



相对不变准则

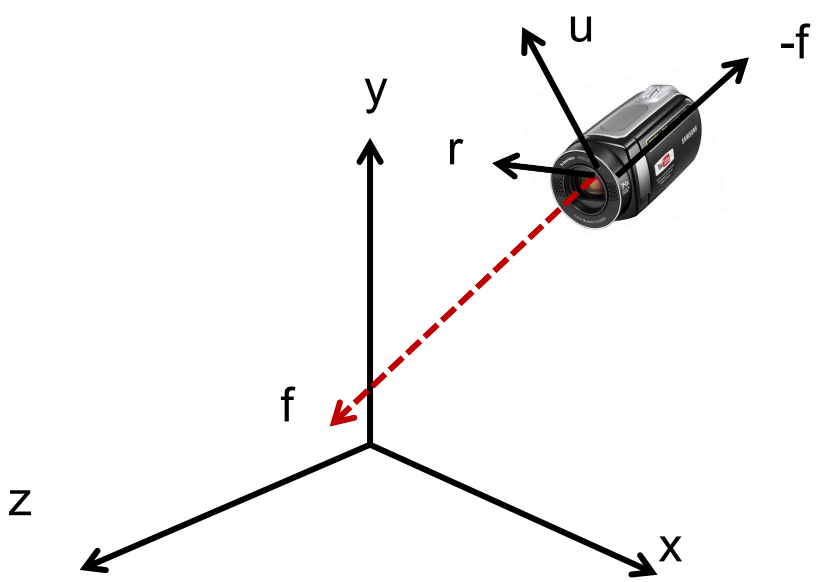
- **思路：最终目的是投影到摄像机，所以把摄像机跟场景物体做同样的矩阵变换，则显示关系不变**
- 对摄像机使用 M^{-1} 矩阵后，摄像机就处于0点，看向-z方向
- 与此同时，对场景中所有物体都使用 M^{-1} 矩阵进行变换，则所有物体与摄像机的相对位置就不会发生变化



构建摄像机矩阵

目标：根据已知条件求M矩阵，把摄像机变换到当前状态

- 条件：已知当前摄像机看向的方向，称作front向量（**front必须归一化**），以及摄像机位置p
- 原理回顾：旋转变换矩阵的**三列向量**，其实是**新的坐标系基向量的三个轴**，分别对应原来的**X/Y/Z**

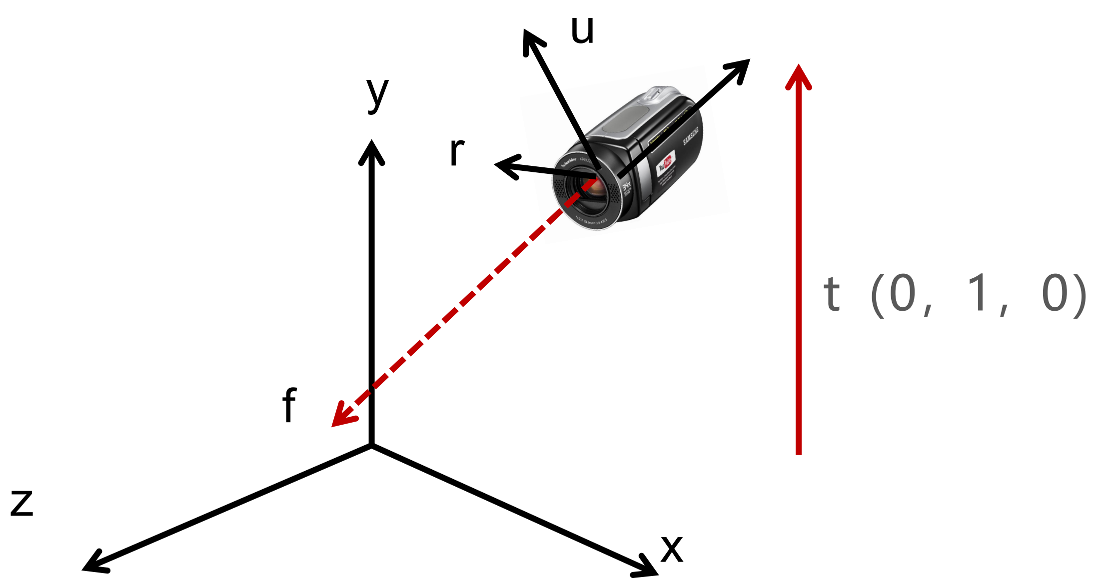


摄像机坐标系的**-z即f向量**已知

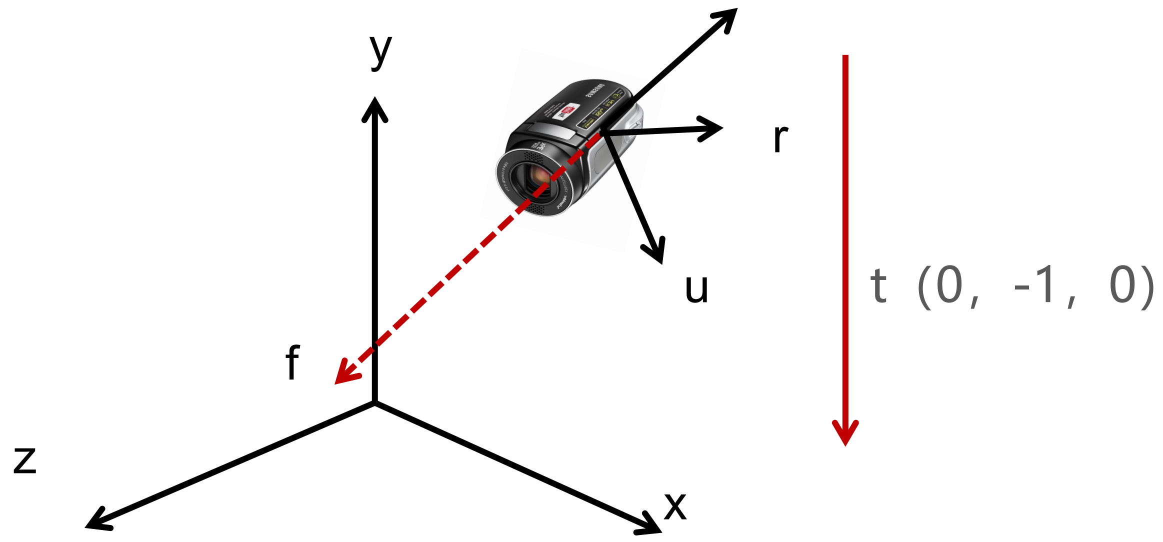
顶部**u向量**以及右边**r向量**均未知

构建摄像机矩阵

- **顶部向量**
- 对于一台摄像机，在固定好位置与方向之后，会产生两种情况，如下所示：
- 所以需要**提前规定顶部向量**，左图是（0，1，0），有图是（0，-1，0）



头朝上拍摄



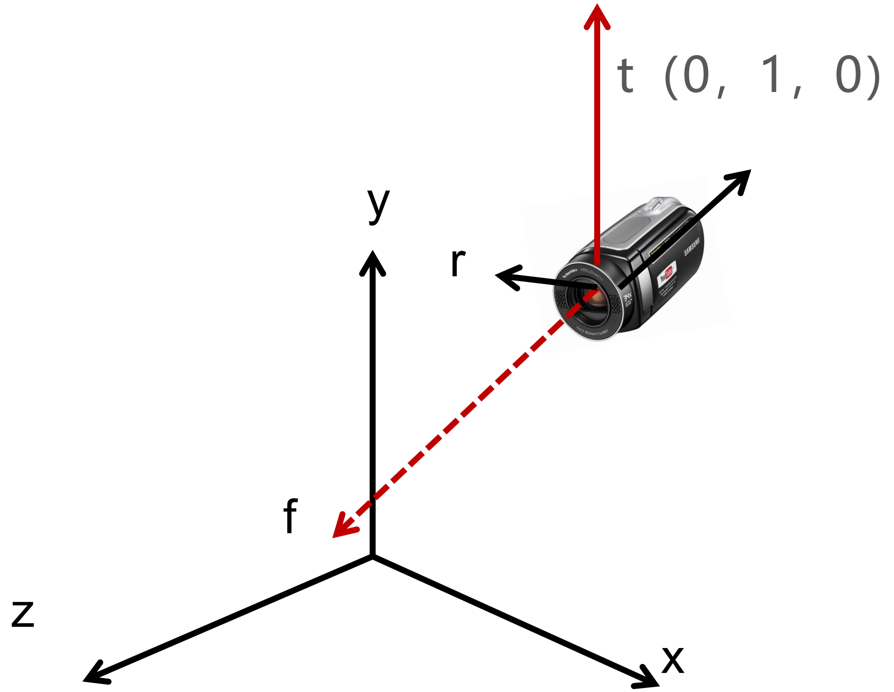
头朝下拍摄

构建摄像机矩阵

- **顶构建右侧向量 r 与头顶向量 u**

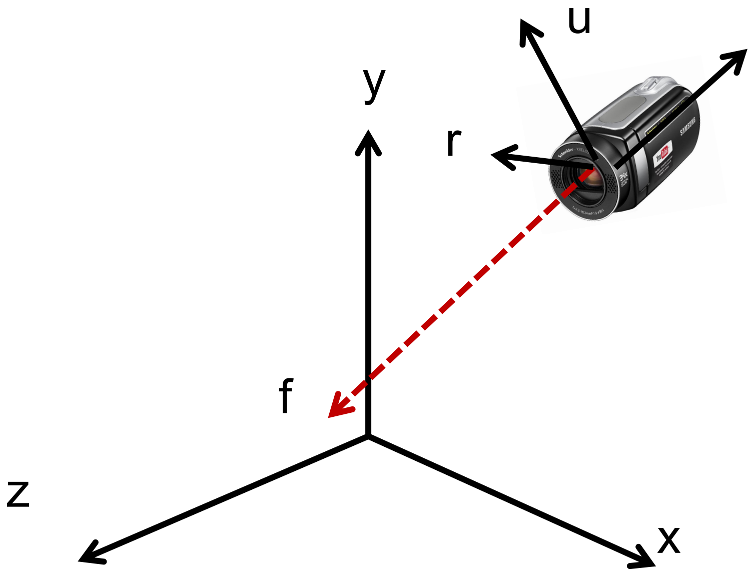
- 已知方向向量 f 以及顶部向量 t，可以知道：

$$\vec{r} = normalize(\vec{f} \times \vec{t})$$



- 已知方向向量 f 以及右部向量 r，可以知道：

$$\vec{u} = \vec{r} \times \vec{f}$$



头朝上拍摄

构建摄像机矩阵

构造旋转矩阵

- 目前已知摄像机坐标系下的X/Y/Z轴分别为：r u -f
- 可以构建如下旋转矩阵以及其逆矩阵（旋转矩阵都是正交阵）

$$R=\begin{pmatrix} r_x & u_x & -f_x & 0 \\ r_y & u_y & -f_y & 0 \\ r_z & u_z & -f_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R^{-1}=\begin{pmatrix} r_x & r_y & r_z & 0 \\ u_x & u_y & u_z & 0 \\ -f_x & -f_y & -f_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

构建摄像机矩阵

构造平移矩阵

- 目前已知摄像机位于点P的位置
- 可以构建如下平移矩阵以及其逆矩阵

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -p_x \\ 0 & 1 & 0 & -p_y \\ 0 & 0 & 1 & -p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

构建视图变换矩阵（View Matrix）

- View Matrix即摄像机变换到目标状态的逆矩阵，作用是将摄像机变换回到初始状态

- 摄像机变换到目标状态的矩阵为：

$$M=\begin{pmatrix}1&0&0&p_x\\0&1&0&p_y\\0&0&1&p_z\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}r_x&u_x&-f_x&0\\r_y&u_y&-f_y&0\\r_z&u_z&-f_z&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}r_x&u_x&-f_x&p_x\\r_y&u_y&-f_y&p_y\\r_z&u_z&-f_z&p_z\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

- 摄像机回归到初始状态的矩阵为：

$$M^{-1}=\begin{pmatrix}r_x&r_y&r_z&0\\u_x&u_y&u_z&0\\-f_x&-f_y&-f_z&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&-p_x\\0&1&0&-p_y\\0&0&1&-p_z\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}r_x&r_y&r_z&-\vec{r}.\vec{p}\\u_x&u_y&u_z&-\vec{u}.\vec{p}\\-f_x&-f_y&-f_z&\vec{f}.\vec{p}\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

结论：

- 摄像机拥有自己的变换矩阵M，将其变换到目标位置以及旋转状态

$$M = \begin{pmatrix} r_x & u_x & -f_x & p_x \\ r_y & u_y & -f_y & p_y \\ r_z & u_z & -f_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 视图矩阵为M的逆矩阵，施加在所有物体上，将他们变换到摄像机坐标系，从而可达到 z 轴投影目的

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} r_x & r_y & r_z & -\vec{r}.\vec{p} \\ u_x & u_y & u_z & -\vec{u}.\vec{p} \\ -f_x & -f_y & -f_z & \vec{f}.\vec{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$