



# 计算机图形学小白入门

——从0开始实现OpenGL

三角形重心插值算法

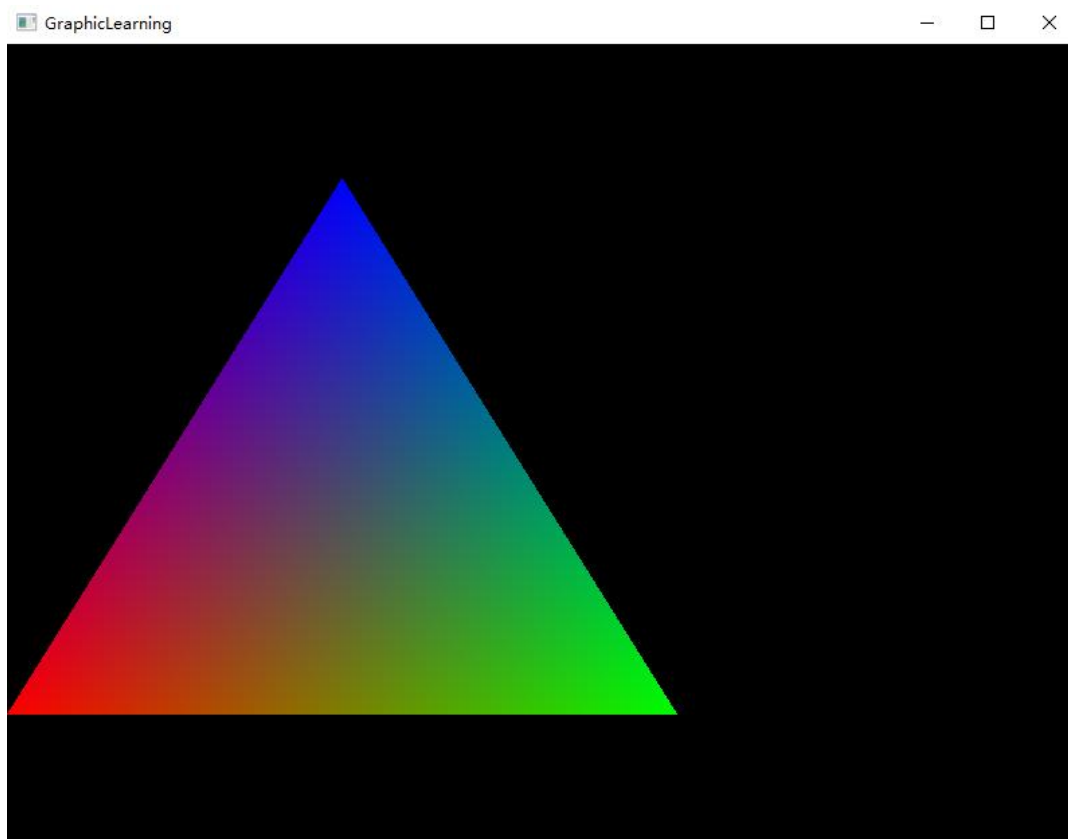


授课：赵新政  
资深三维工程师

专注3D图形学技术  
教育品牌

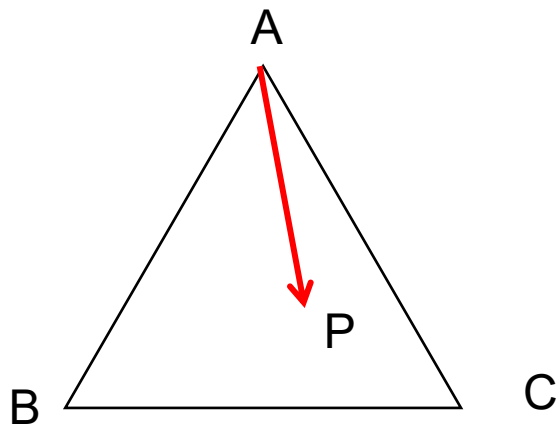
## 三角形顶点属性插值

- 需求：
  - 如果三角形的三个顶点都是不同的颜色，那么如何绘制一个彩色的三角形呢？
  - 如何求得已知三个顶点颜色情况下，某个点使用三个颜色，各自的比例呢？



## 三角形重心坐标

- 对于三角形内任何一点p的**坐标**，都有  $\alpha/\beta/\gamma$  满足： $P = \alpha.A + \beta.B + \gamma.C$
- 则  $\alpha/\beta/\gamma$  被称为**p点**在本三角形内的**重心坐标**

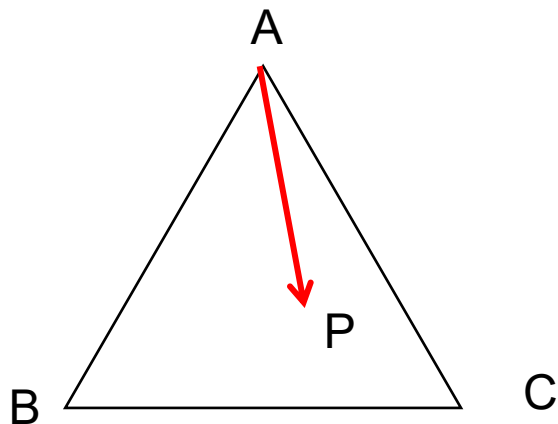


### 理解

- 重心坐标可以理解为，P点**位置坐标**是由ABC三个顶点位置按比例加和而成，或者说按照比例“烹饪”而成
- 如果ABC拥有其他属性（比如颜色），那么也可以按照相同的比例调配出P点的属性

## 三角形重心坐标推导

- 如何理解三个系数： $\alpha/\beta/\gamma$ ？



### 理解

- 使用向量来表示AP

$$\overrightarrow{AP} = \beta \cdot \overrightarrow{AB} + \gamma \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$(P - A) = \beta \cdot (B - A) + \gamma \cdot (C - A)$$

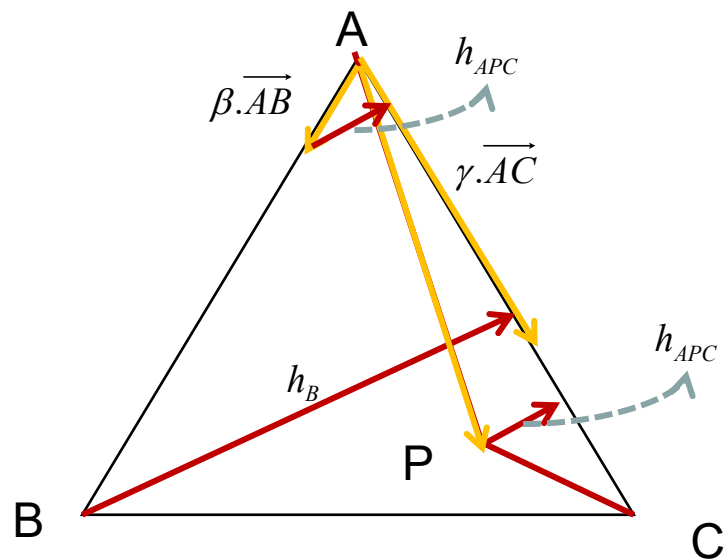
$$P = (1 - \beta - \gamma) \cdot A + \beta \cdot B + \gamma \cdot C$$

$$\therefore \alpha = 1 - \beta - \gamma$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 1$$

- 三角形的重心坐标，即是AP使用的AB与AC两者的**比例**

## 三角形重心坐标计算



### 计算

- 考察三角形APC的面积与总面积ABC的关系

$$S_{APC} = \frac{h_{APC} \cdot AC}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{h_B \cdot AC}{2}$$

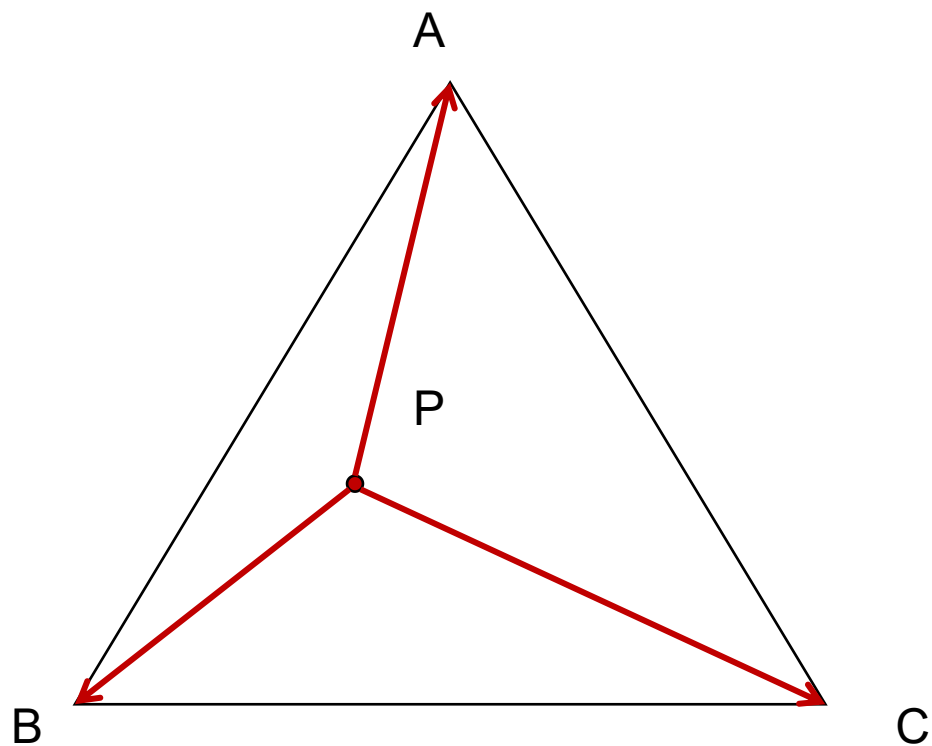
- 由重心坐标推导可知:

$$\frac{h_{APC}}{h_B} = \beta$$

- 最终可知:  $\beta = \frac{h_{APC}}{h_B} = \frac{S_{APC}}{S_{ABC}}$

## 三角形重心坐标结论

- P点的重心坐标，可以按照拆分三角形占总三角形比例进行计算



$$\alpha = \frac{S_{BPC}}{S_{ABC}}$$
$$\beta = \frac{S_{APC}}{S_{ABC}}$$
$$\gamma = \frac{S_{APB}}{S_{ABC}}$$

$$S_{ABC} = \frac{\|\vec{AB} \times \vec{AC}\|}{2}$$

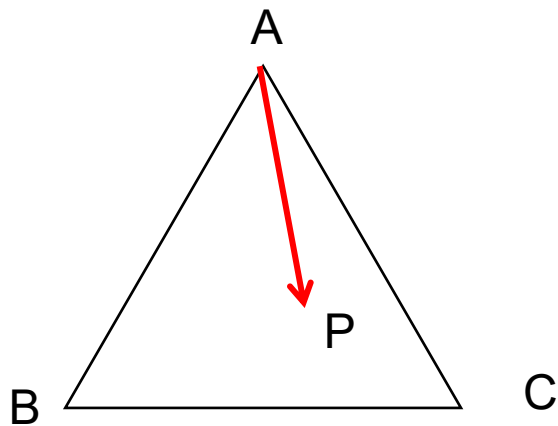
$$S_{BPC} = \frac{\|\vec{PB} \times \vec{PC}\|}{2}$$

$$S_{APC} = \frac{\|\vec{PA} \times \vec{PC}\|}{2}$$

$$S_{APB} = \frac{\|\vec{PA} \times \vec{PB}\|}{2}$$

## 三角形重心插值(平面)

- P点的任何属性值都可以通过重心坐标作为比例，通过ABC顶点的数据作为源来进行计算获得，颜色举例：



$$Color_P = \alpha.Color_A + \beta.Color_B + \gamma.Color_C$$