

# 蛇形机器人步态

## 介绍

使用MuJoCo开源物理引擎，仿真实现蛇形机器人各种步态。注意: 某些浏览器下公式无法正常显示。读者可阅读[pdf版本](#)或通过Pycharm或Visual Studio Code等编辑器安装Markdown插件查看。

笔者编辑软件: PyCharm 2024.2.1 (Community Edition) [PyCharm历史版本](#)

## 特色 😊

包含MuJoCo模型、参考文献、中文注释的代码文件、步态讲解、前置基础知识说明和对部分论文的修正与补充等。[English version of README.md](#)

## 内容

步态	代码	参考文献
蜿蜒步态	<a href="#">Lateral_Undulation.py</a>	<a href="#">2002</a>
尺蠖步态	<a href="#">Inchworm.py</a>	<a href="#">2009</a>
弧形尺蠖	<a href="#">Inchworm_Arc.py</a>	<a href="#">2009</a>
S形尺蠖	<a href="#">Inchworm_S.py</a>	<a href="#">2009</a>
侧绕步态	<a href="#">Sidewinding.py</a>	<a href="#">2009</a>
S形平面横滚	<a href="#">Rolling_S.py</a>	<a href="#">2009</a>
爬竖直杆子	<a href="#">Pole_Climbing.py</a>	<a href="#">2013</a>
爬水平管子	<a href="#">Pipe_Crawling.py</a>	<a href="#">2013</a>
弧形横滚	<a href="#">Rolling_Arc.py</a>	<a href="#">2015</a>
驼峰横滚	<a href="#">Rolling_Hump.py</a>	<a href="#">2015</a>
仿鳗步态	<a href="#">Eel-like.py</a>	<a href="#">2017</a>
螺旋波传递		<a href="#">2017</a>
履带步态	<a href="#">Crawler.py</a>	<a href="#">2018</a>
履带步态转弯	<a href="#">Crawler_Turning_Form.py</a>	<a href="#">2018</a>
履带步态横滚恢复	<a href="#">Crawler_Rolling_Recovery.py</a>	<a href="#">2018</a>
越过法兰盘	<a href="#">Climbing_over_a_Flange.py</a>	<a href="#">2018</a>
爬竖/斜梯子	<a href="#">Ladder_Climbing.py</a>	<a href="#">2018</a>
C-足波步态	<a href="#">C-Pedal.py</a>	<a href="#">2021</a>
C2-足波步态		<a href="#">2023</a>
R-履带步态	<a href="#">R-Crawler.py</a>	<a href="#">2023</a>
H-履带步态	<a href="#">H-Crawler.py</a>	<a href="#">2023</a>
螺旋伸缩步态		<a href="#">2023</a>
S-足波步态	<a href="#">S-Pedal.py</a>	<a href="#">2024</a>
S形管上翻滚		<a href="#">2024</a>
摆荡绕杆		<a href="#">2025</a>
螺旋步态		<a href="#">2025</a>
窗口化滚动螺旋步态		<a href="#">2025</a>

步态	代码	参考文献
...		

## 论文修正与补充

- 2018\_Gait\_Design\_for\_a\_Snake\_Robot\_by\_Connecting\_Curve\_Segments\_and\_Experimental\_Demonstration
  - 第4页，图的编号有误；
  - 第4页，表2中最下面三行的扭转角应为- ( $\pi / 2$ );
  - 在此补充爬法兰步态的Case B的示意图[Climbing\\_over\\_a\\_Flange\\_CaseB](#)。
- 2017\_Implementation\_of\_Helical\_Wave\_Propagation\_Motion\_in\_Snake\_Robot\_Moving\_on\_Exterior\_of\_a\_Pipe
- 2018\_Helical\_Wave\_Propagation\_Motion\_for\_a\_Snake\_Robot\_on\_a\_Vertical\_Pipe\_Containing\_a\_Branch
  - 上述两篇文献作者相同，研究内容高度相似，2018年的公式推到更详细，但公式均存在图不对文情况。遇到去看2006年[文献](#)即可。
- 2018\_Ladder\_Climbing\_with\_a\_Snake\_Robot
  - 第3页，公式9，倒数第二个等号应为≤。
- 2021\_Hoop\_Passing\_Motion\_for\_a\_Snake\_Robot\_to\_Realize\_Motion\_Transition\_Across\_Different\_Environments
  - 第7页，公式15，不应是2倍的关系。

## 准备

- 知识
  - Python **[必要]**

◦ MuJoCo

◦ 微分几何-曲线论

飞书文档

## 笔记

- 骨干曲线法（结合[2006年文献](#)、[2017年文献](#)和[2018年文献](#)，可彻底理解掌握该方法）
- 曲线段拼接法 [2018年TRO文献](#)（结合微分几何-曲线论、骨干曲线法，可彻底理解掌握该方法）

## • 软件

- Anaconda
- Pycharm

1. 笔者环境配置见**environment.yaml**。安装Anaconda后，可通过命令 `conda env create -f environment.yaml` 复现环境
2. 单独安装MuJoCo，使用命令 `pip install mujoco`

## 内容详解 🐍

### • 蜿蜒步态

前置基础知识：初等数学（三角函数）、微积分（尤其定积分的定义）和微分几何（曲线弧长参数、曲线曲率）。

[1] S.Hirose, Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators. New York, NY: Oxford University Press, 1993.

[2] Saito M, Fukaya M, Iwasaki T. Modeling, Analysis, and Synthesis of Serpentine Locomotion with a Multilink Robotic Snake[J]. IEEE control systems magazine, 2002, 22(1): 64-81.

下述内容参考自文献[2]，文献[2]又参考自文献[1]。若需要文献[1]的电子版可联系笔者。

### Serpentoid Curve

曲率方程为

$$\rho(s) = -2K_n\pi\alpha_0 \cdot \frac{1}{L} \sin\left(\frac{2K_n\pi}{L}s\right) + c$$

积分可得切向角

$$\theta(s) = \alpha_0 \cos\left(\frac{2K_n\pi}{L}s\right) + cs$$

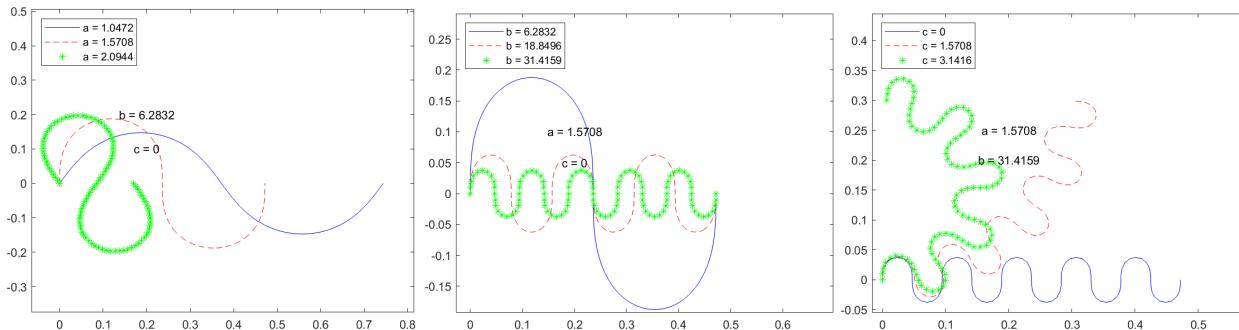
抽象后可对应下式

在x-y平面，若过原点的曲线满足

$$x(s) = \int_0^s \cos(\xi_\sigma) d\sigma, \quad y(s) = \int_0^s \sin(\xi_\sigma) d\sigma, \quad \xi_\sigma := a \cos(b\sigma) + c\sigma \quad (1.1)$$

其中a、b、c为标量，s为弧长（表示从原点到该点的曲线长度），则称该曲线为一条Serpentoid曲线。

参数a决定了曲线的波动程度，参数b决定了单位长度内的周期数，参数c决定了宏观的圆形形状。可视化如下图所示。[可视化代码](#)



文献[1]: Serpentoid曲线的曲率是个正弦曲线函数，可得

$$\kappa(s) = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2} = |absin(bs) - c| \quad (1.2)$$

然而，文献[2]并没有给出Serpentoid曲线的推导过程。下面尝试对上式进行推导。注：下面内容部分生成于[DeepSeek](#)。

**1. 定义曲率** 假设Serpentoid曲线的曲率 $\kappa(s)$ 是弧长s的函数，且具有周期性。例如：

$$\kappa(s) = Asin(\omega s) + c \quad (2.1)$$

**2. 建立微分方程** 设曲线的切线与某固定方向的夹角为 $\theta(s)$ ，则曲线的切向量可表示为 $\vec{T}(s) = (\cos\theta(s), \sin\theta(s))$ 。由微分几何曲线论知识可得：

$$\frac{d\theta(s)}{ds} = \kappa(s)$$

两边同时对s积分可得：

$$\begin{aligned} \theta(s) &= \int_0^s (Asin(\omega\tau) + c) d\tau \\ \theta(s) &= -\frac{A}{\omega} \cos(\omega s) + cs + \theta_0 \end{aligned}$$

由现实意义可知： $\theta(0) = 0$ ，即 $\theta_0 = 0$ 。因此

$$\theta(s) = -\frac{A}{\omega} \cos(\omega s) + cs \quad (2.2)$$

若记 $\theta = \xi$ ,  $s = \sigma$ ,  $\omega = b$ ,  $A = -ab$ , 对(2.1)与(2.2)进行部分替换, 可得

$$\kappa(s) = -abs\sin(bs) + c$$

$$\xi(\sigma) = a\cos(b\sigma) + c\sigma$$

这与(1.1)的夹角、(1.2)相一致。

3. 积分得到坐标 对切向量积分可得到曲线的坐标:

$$x(s) = \int_0^s \cos\theta(\tau)d\tau, \quad y(s) = \int_0^s \sin\theta(\tau)d\tau$$

这与(1.1)的坐标公式相一致。

上述内容可加深对Serpoid曲线的理解, 但假设 $\kappa(s)$ 为正弦曲线的理由还需要进一步阅读文献 [1]。

下述内容给出 $n - 1$ 个关节 (joints),  $n$ 个片段 (links, segments),  $n + 1$ 个点 (points) 的蛇形机器人对Serpoid曲线的近似 (离散化)。

设蛇形机器人总长度为1, 则每个片段长 $1/n$ .  $x(s), y(s), 0 \leq s \leq 1$ 可表示Serpoid曲线。 $s_i := i/n (i = 0, \dots, n)$ 可表示 $n + 1$ 个点, 其中 $s_i := i/n (i = 1, \dots, n - 1)$ 表示 $n - 1$ 个关节点。由定义可知 (需掌握定积分的几何意义) :

$$x_i = \sum_{k=1}^i \frac{1}{n} \cos\left(a\cos\left(\frac{kb}{n}\right) + \frac{kc}{n}\right), \quad y_i = \sum_{k=1}^i \frac{1}{n} \sin\left(a\cos\left(\frac{kb}{n}\right) + \frac{kc}{n}\right)$$

连接 $n + 1$ 个点 $(x_i, y_i)$ , 可得 $n$ 个直线片段对Serpoid曲线的近似。

记第 $i$ 个片段与 $x$ 轴的逆时针方向夹角为 $\theta_i$ , 由几何意义可得

$$\begin{aligned} \tan(\theta_i) &= \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\sin(a\cos(ib/n) + ic/n)}{\cos(a\cos(ib/n) + ic/n)} \\ \theta_i &= \arctan\left(\frac{ib}{n}\right) + \frac{ic}{n}, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

决定离散Serpoid曲线的相对角 (关节点处的角度) 由下式可得:

$$\phi_i := \theta_i - \theta_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n - 1$$

$$\phi_i := a\left(\cos\left(\frac{ib}{n}\right) - \cos\left(\frac{(i+1)b}{n}\right)\right) - \frac{c}{n}$$

由和差化积公式

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

可得

$$\phi_i := -2a\sin\left(\frac{ib}{n} + \frac{b}{2n}\right)\sin\left(-\frac{b}{2n}\right) - \frac{c}{n}$$

记 $\alpha := a|\sin(\frac{\beta}{2})|$ ,  $\beta := \frac{b}{n}$ ,  $\gamma := -\frac{c}{n}$ 则

$$\phi_i := -2a\sin(i\beta + \frac{\beta}{2})\sin(-\frac{\beta}{2}) + \gamma$$

$$\phi_i := \alpha\sin(i\beta + \frac{\beta}{2}) + \gamma$$

可知相邻相对角的相位差为 $\beta$ 。

至此可得文献[2]中的表达式。下面给出蛇形机器人物理样机实现蜿蜒步态的函数表达式。

### Serpentine Locomotion

$$\phi_i(t) = \alpha\sin(\omega t + (i - 1)\beta) + \gamma, \quad (i = 1, \dots, n - 1)$$

- 尺蠖步态

亦称行波 (Inchworm) 步态，可视为蛇身偏转90度的蜿蜒步态。

- 弧形尺蠖

尺蠖步态基础上，偏航关节给非零值，使其稳定不易倾斜，可实现转弯运动。

- S形尺蠖

尺蠖步态基础上，偏航关节前后给相反非零值，使其稳定不易倾斜，可实现直线运动。

- 侧绕步态

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 \sin(\omega_1 t + \beta_1 i) & (i : \text{odd}) \\ \alpha_2 \sin(\omega_2 t + \beta_2 i + \lambda) & (i : \text{even}) \end{cases}$$

- S形平面横滚

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 \sin(\Omega_1 i + \delta_1) \sin(\omega_1 t) & (i : \text{odd}) \\ \alpha_2 \sin(\Omega_2 i + \delta_2) \sin(\omega_2 t + \delta) & (i : \text{even}) \end{cases}$$

- 爬竖直杆子

v较小时可通过夹持管道外壁实现爬杆子。

$$\phi_i(t) = \begin{cases} A \sin(\omega t + vi) & (i : \text{odd}) \\ A \sin(\omega t + vi + \frac{\pi}{2}) & (i : \text{even}) \end{cases}$$

- 爬水平管子

v较大时可通过挤压管道内壁实现爬管子。

$$\phi_i(t) = \begin{cases} A \sin(\omega t + vi) & (i : \text{odd}) \\ A \sin(\omega t + vi + \frac{\pi}{2}) & (i : \text{even}) \end{cases}$$

- 弧形横滚

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 \sin(\omega_1 t) & (i : \text{odd}) \\ \alpha_2 \sin(\omega_2 t + \lambda) & (i : \text{even}) \end{cases}$$

- 驼峰横滚

前置基础知识：骨干曲线法。

形式上相当于弧形横滚的中部局部抬起，可用于过障碍物。

- 仿鳗步态

形式上相当于蜿蜒步态的变种，从蛇头到蛇尾，关节摆动幅度依次增大。

$$\phi_i(t) = \alpha(n - i)/(n + 1) \sin(\omega t + (i - 1)\beta) + \gamma, \quad (i = 1, \dots, n - 1)$$

- 螺旋波传递

前置基础知识：骨干曲线法。

项目未给出实现，若有幸发出论文后，则开源相关代码 😊。

- 履带步态

前置基础知识：曲线段拼接法。

- 履带步态转弯

前置基础知识：履带步态。

- 履带步态横滚恢复

前置基础知识：履带步态。

- 越过法兰盘

前置基础知识：曲线段拼接法。

若有幸发出论文后，给出笔者对本步态的讨论 😊。

- 爬竖/斜梯子

前置基础知识：曲线段拼接法。

本步态很不稳定。

- C-足波步态

前置基础知识：曲线段拼接法。

- C2-足波步态

前置基础知识：曲线段拼接法。

项目未给出实现。闲暇时实现。

- R-履带步态

前置基础知识：履带步态。

- H-履带步态

前置基础知识：履带步态。

- 螺旋伸缩步态

前置基础知识：曲线段拼接法。

项目未给出实现。闲暇时实现。

- **S-足波步态**

前置基础知识：曲线段拼接法。

已用两种方法实现S-足波步态的转弯。其中一种不是笔者的思路，不方便给出。另外一种，正计划做相关实验。若有幸发出论文后，则开源相关代码。  
😊。

- **S形管上翻滚**

前置基础知识：曲线段拼接法。

无复现该步态的打算。

- **摆荡步态**

前置基础知识：强化学习。

目前笔者未考虑强化学习。若后续考虑强化学习，则考虑复现。

- **螺旋步态**

项目未给出实现。闲暇时实现。

- **窗口化滚动螺旋步态**

项目未给出实现。闲暇时实现。

**联系我** 😊

---

邮箱: [xjxf0923@gmail.com](mailto:xjxf0923@gmail.com) [3332407087@qq.com](mailto:3332407087@qq.com)

微信: xjxf0923

markdown语法 <https://markdown.com.cn/basic-syntax/>

Emoji表情 <https://emojipedia.org/>