蛇形机器人步态

介绍

使用MuJoCo开源物理引擎，仿真实现蛇形机器人各种步态。<font color=red size=4>注意: 某些浏览器下公式无法正常显示。读者可阅读**pdf版本**或通过Pycharm或Visual Studio Code等编辑器安装Markdown插件查看.

笔者编辑软件：PyCharm 2024.2.1 (Community Edition) PyCharm历史版本

特色😆

包含MuJoCo模型、参考文献、中文注释的代码文件、步态讲解、前置基础知识说明和对部分论文的修正与补充等。English version of README.md

内容

步态	代码	参考文献
蜿蜒步态	Lateral_Undulation.py	2002
尺蠖步态	Inchworm.py	2009
弧形尺蠖	Inchworm_Arc.py	2009
S形尺蠖	Inchworm_S.py	2009
侧绕步态	Sidewinding.py	2009
S形平面横滚	Rolling_S.py	2009
爬竖直杆子	Pole_Climbing.py	2013
爬水平管子	Pipe_Crawling.py	2013
弧形横滚	Rolling_Arc.py	2015
驼峰横滚	Rolling_Hump.py	2015
仿鳗步态	Eel-like.py	2017
螺旋波传递		2017
履带步态	Crawler.py	2018
履带步态转弯	Crawler_Turning_Form.py	2018
履带步态横滚恢复	Crawler_Rolling_Recovery.py	2018
越过法兰盘	Climbing_over_a_Flange.py	2018
爬竖/斜梯子	Ladder_Climbing.py	2018
C-足波步态	C-Pedal.py	2021
C2-足波步态	C2-Pedal.py	2023
R-履带步态	R-Crawler.py	2023
H-履带步态	H-Crawler.py	2023
螺旋伸缩步态		2023
S-足波步态	S-Pedal.py	2024
S形管上翻滚		2024
摆荡绕杆		2025
螺旋步态		2025
窗口化滚动螺旋步态		2025

步态	代码	参考文献
...		

论文修正与补充✨

- 2018_Gait_Design_for_a_Snake_Robot_by_Connecting_Curve_Segments_and_Experimental_Demonstration
    - 第4页，图的编号有误;
    - 第4页，表2中最下面三行的扭转角应为- (pi / 2);
    - 在此补充爬法兰步态的Case B的示意图Climbing_over_a_Flange_CaseB。
- 2017_Implementation_of_Helical_Wave_Propagation_Motion_in_Snake_Robot_Moving_on_Exterior_of_a_Pipe
- 2018_Helical_Wave_Propagation_Motion_for_a_Snake_Robot_on_a_Vertical_Pipe_Containing_a_Branch
    - 上述两篇文献作者相同，研究内容高度相似，2018年的公式推到更详细，但公式均存在图不对文情况。遇到去看2006年文献即可。
- 2018_Ladder_Climbing_with_a_Snake_Robot
    - 第3页，公式9，倒数第二个等号应为≤。
- 2021_Hoop_Passing_Motion_for_a_Snake_Robot_to_Realize_Motion_Transition_Across_Different_Environments
    - 第7页，公式15，不应是2倍的关系。

准备🦐

- 知识
    - Python **[必要]**
    - MuJoCo

    - 微分几何-曲线论 飞书文档

      笔记
    - 骨干曲线法 （结合2006年文献、2017年文献和2018年文献，可彻底理解掌握该方法）
    - 曲线段拼接法 2018年TRO文献（结合微分几何-曲线论、骨干曲线法，可彻底理解掌握该方法）
- 软件
    - Anaconda
    - Pycharm

> 1. 笔者环境配置见**environment.yaml**。安装Anaconda后，可通过命令 `conda env create -f environment.yaml` 复现环境
> 2. 单独安装MuJoCo，使用命令 `pip install mujoco`

内容详解 🐫

- **蜿蜒步态**

> 前置基础知识：初等数学（三角函数）、微积分（尤其定积分的定义）和微分几何（曲线弧长参数、曲线曲率）。

[1] S.Hirose, Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators. New York, NY: Oxford University Press, 1993.

[2] Saito M, Fukaya M, Iwasaki T. Modeling, Analysis, and Synthesis of Serpentine Locomotion with a Multilink Robotic Snake[J]. IEEE control systems magazine, 2002, 22(1): 64-81.

> 下述内容参考自文献[2]，文献[2]又参考自文献[1]。若需要文献[1]的电子版可联系笔者。

Serpenoid Curve

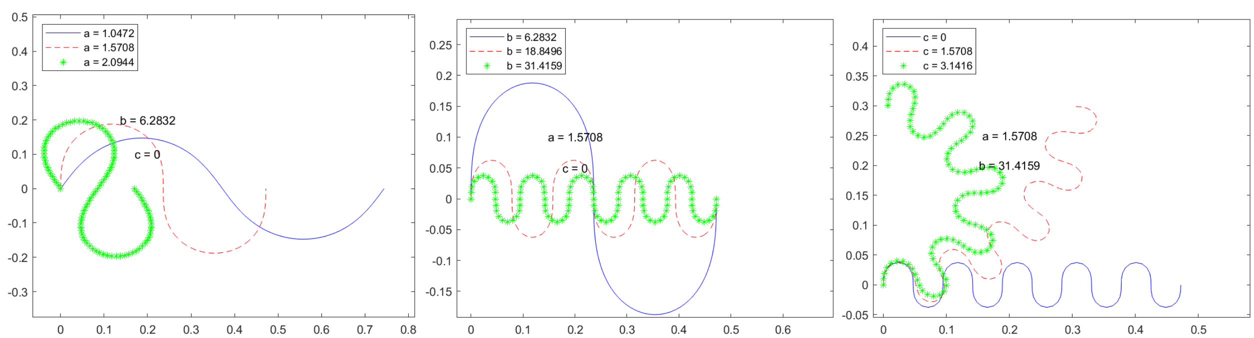
> 曲率方程为
>
> $$\rho(s) = -2K_n\pi\alpha_0 \cdot \frac{1}{L}\sin\left(\frac{2K_n\pi}{L}s\right) + c$$
>
> 积分可得切向角
>
> $$\theta(s) = \alpha_0\cos\left(\frac{2K_n\pi}{L}s\right) + cs$$
>
> 抽象后可对应下式

在x-y平面，若过原点的曲线满足

$$x(s) = \int_0^s cos(\xi_\sigma)d\sigma, \quad y(s) = \int_0^s sin(\xi_\sigma)d\sigma, \quad \xi_\sigma := acos(b\sigma) + c\sigma \tag{1.1}$$

其中a、b、c为标量，s为弧长（表示从原点到该点的曲线长度），则称该曲线为一条Serpenoid曲线。

参数a决定了曲线的波动程度，参数b决定了单位长度内的周期数，参数c决定了宏观的圆形形状。可视化如下图所示。[可视化代码]



文献[1]：Serpenoid曲线的曲率是个正弦曲线函数，可得

$$\kappa(s) = \sqrt{(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}s^2})^2 + (\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}s^2})^2} = |absin(bs) - c| \tag{1.2}$$

> 然而，文献[2]并没有给出Serpenoid曲线的推导过程。下面尝试对上式进行推导。注：下面内容部分生成于[DeepSeek]。

1. **定义曲率** 假设Serpenoid曲线的曲率$\kappa(s)$是弧长s的函数，且具有周期性。例如：

$$\kappa(s) = Asin(\omega s) + c \tag{2.1}$$

2. **建立微分方程** 设曲线的切线与某固定方向的夹角为$\theta(s)$，则曲线的切向量可表示为$\vec{T}(s) = (cos\theta(s), sin\theta(s))$。由微分几何曲线论知识可得：

$$\frac{\mathrm{d}\theta(s)}{\mathrm{d}s} = \kappa(s)$$

两边同时对s积分可得：

$$\theta(s) = \int_0^s (Asin(\omega\tau) + c)d\tau$$

$$\theta(s) = -\frac{A}{\omega}cos(\omega s) + cs + \theta_0$$

由现实意义可知：$\theta(0) = 0$，即$\theta_0 = 0$。因此

$$\theta(s) = -\frac{A}{\omega}cos(\omega s) + cs \tag{2.2}$$

若记$\theta = \xi, s = \sigma, \omega = b, A = -ab$，对(2.1)与(2.2)进行部分替换，可得

$$\kappa(s) = -absin(bs) + c$$

$$\xi(\sigma) = acos(b\sigma) + c\sigma$$

这与(1.1)的夹角、(1.2)相一致。

3. **积分得到坐标** 对切向量积分可得到曲线的坐标：

$$x(s) = \int_0^s cos\theta(\tau)d\tau, \quad y(s) = \int_0^s sin\theta(\tau)d\tau$$

这与(1.1)的坐标公式相一致。

> 上述内容可加深对Serpenoid曲线的理解，但假设$\kappa(s)$为正弦曲线的理由还需要进一步阅读文献 **[1]**。
>
> 下述内容给出$n-1$个关节（joints），n个片段（links, segments），$n+1$个点（points）的蛇形机器人对Serppenoid曲线的近似 **（离散化）**。

设蛇形机器人总长度为1，则每个片段长$1/n$。$x(s), y(s), 0 \leq s \leq 1$可表示Serpenoid曲线。$s_i := i/n(i = 0, ..., n)$可表示$n+1$个点，其中$s_i := i/n(i = 1, ..., n-1)$表示$n-1$个**关节点**。由定义可知（需掌握定积分的几何意义）：

$$x_i = \sum_{k=1}^{i} \frac{1}{n} cos(acos(\frac{kb}{n}) + \frac{kc}{n}), \quad y_i = \sum_{k=1}^{i} \frac{1}{n} sin(acos(\frac{kb}{n}) + \frac{kc}{n})$$

连接$n+1$个点(x_i, y_i)，可得n个直线片段对Serpenoid曲线的近似。

记第i个片段与x轴的逆时针方向夹角为θ_i，由几何意义可得

$$tan(\theta_i) = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{sin(acos(ib/n) + ic/n)}{cos(acos(ib/n) + ic/n)}$$

$$\theta_i = acos(\frac{ib}{n}) + \frac{ic}{n}, \quad i = 1, ..., n$$

决定离散Serpenoid曲线的相对角（**关节点**处的角度）由下式可得：

$$\phi_i := \theta_i - \theta_{i+1}, \quad i = 1, ...n-1$$

$$\phi_i := a(cos(\frac{ib}{n}) - cos(\frac{(i+1)b}{n})) - \frac{c}{n}$$

由和差化积公式

$$cos\alpha - cos\beta = -2sin(\frac{\alpha+\beta}{2})sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

可得

$$\phi_i := -2asin(\frac{ib}{n} + \frac{b}{2n})sin(-\frac{b}{2n}) - \frac{c}{n}$$

记$\alpha := a|sin(\frac{\beta}{2})|, \beta := \frac{b}{n}, \gamma := -\frac{c}{n}$则

$$\phi_i := -2asin(i\beta + \frac{\beta}{2})sin(-\frac{\beta}{2}) + \gamma$$

$$\phi_i := \alpha sin(i\beta + \frac{\beta}{2}) + \gamma$$

可知相邻相对角的相位差为β。

> 至此可得文献[2]中的表达式。下面给出蛇形机器人物理样机实现蜿蜒步态的函数表达式。

Serpentine Locomotion

$$\phi_i(t) = \alpha sin(\omega t + (i-1)\beta) + \gamma, \quad (i = 1, ..., n-1)$$

- **尺蠖步态**

亦称行波（Inchworm）步态，可视为蛇身偏转90度的蜿蜒步态。

- **弧形尺蠖**

尺蠖步态基础上，偏航关节给非零值，使其稳定不易倾斜，可实现转弯运动。

- **S形尺蠖**

尺蠖步态基础上，偏航关节前后给相反非零值，使其稳定不易倾斜，可实现直线运动。

- **侧绕步态**

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 sin(\omega_1 t + \beta_1 i) & (i: odd) \\ \alpha_2 sin(\omega_2 t + \beta_2 i + \lambda) & (i: even) \end{cases}$$

- **S形平面横滚**

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 sin(\Omega_1 i + \delta_1) sin(\omega_1 t) & (i: odd) \\ \alpha_2 sin(\Omega_2 i + \delta_2) sin(\omega_2 t + \delta) & (i: even) \end{cases}$$

- **爬竖直杆子**

v较小时可通过夹持管道外壁实现爬杆子。

$$\phi_i(t) = \begin{cases} Asin(\omega t + vi) & (i: odd) \\ Asin(\omega t + vi + \frac{\pi}{2}) & (i: even) \end{cases}$$

- **爬水平管子**

v较大时可通过挤压管道内壁实现爬管子。

$$\phi_i(t) = \begin{cases} Asin(\omega t + vi) & (i: odd) \\ Asin(\omega t + vi + \frac{\pi}{2}) & (i: even) \end{cases}$$

- **弧形横滚**

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 sin(\omega_1 t) & (i: odd) \\ \alpha_2 sin(\omega_2 t + \lambda) & (i: even) \end{cases}$$

- **驼峰横滚**

> 前置基础知识：骨干曲线法。

形式上相当于弧形横滚的中部局部抬起，可用于过障碍物。

- **仿鳗步态**

形式上相当于蜿蜒步态的变种，从蛇头到蛇尾，关节摆动幅度依次增大。

$$\phi_i(t) = \alpha(n-i)/(n+1) sin(\omega t + (i-1)\beta) + \gamma, \quad (i = 1, ..., n-1)$$

- **螺旋波传递**

> 前置基础知识：骨干曲线法。

项目未给出实现，若有幸发出论文后，则开源相关代码😆。

- **履带步态**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

- **履带步态转弯**

> 前置基础知识：履带步态。

- **履带步态横滚恢复**

> 前置基础知识：履带步态。

- **越过法兰盘**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

若有幸发出论文后，给出笔者对本步态的讨论😆。

- **爬竖/斜梯子**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

本步态很不稳定。

- **C-足波步态**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

- **C2-足波步态**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

此步态在构型上与S-Pedal步态等价。

- **R-履带步态**

> 前置基础知识：履带步态。

- **H-履带步态**

> 前置基础知识：履带步态。

- **螺旋伸缩步态**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

项目未给出实现。闲暇时实现。

- **S-足波步态**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

已用两种方法实现S-足波步态的转弯。其中一种不是笔者的思路，不方便给出。另外一种，正计划做相关实验。若有幸发出论文后，则开源相关代码😆。

- **S形管上翻滚**

> 前置基础知识：曲线段拼接法。

无复现该步态的打算。

- **摆荡步态**

> 前置基础知识：强化学习。

目前笔者未考虑强化学习。若后续考虑强化学习，则考虑复现。

- **螺旋步态**

项目未给出实现。闲暇时实现。

- **窗口化滚动螺旋步态**

项目未给出实现。闲暇时实现。

联系我😊

邮箱: xjxf0923@gmail.com 3332407087@qq.com

微信: xjxf0923

笔者简介：INFJ-A，98年男，2025级博士研究生。通过本项目，期望可以对本领域新手有所帮助。

> markdown语法 https://markdown.com.cn/basic-syntax/
>
> Emoji表情 https://emojipedia.org/