

蛇形机器人步态

介绍

使用MuJoCo开源物理引擎，仿真实现蛇形机器人各种步态。注意: 某些浏览器下公式无法正常显示。读者可阅读[pdf版本](#)或通过Pycharm或Visual Studio Code等编辑器安装Markdown插件查看。

笔者编辑软件：PyCharm 2024.2.1 (Community Edition) [PyCharm历史版本](#)

特色 🥳

包含MuJoCo模型、参考文献、中文注释的代码文件、步态讲解、前置基础知识说明和对部分论文的修正与补充等。 [English version of README.md](#)

内容

步态	代码	参考文献
蜿蜒步态	Lateral_Undulation.py	2002
尺蠖步态	Inchworm.py	2009
弧形尺蠖	Inchworm_Arc.py	2009
S形尺蠖	Inchworm_S.py	2009
侧绕步态	Sidewinding.py	2009
S形平面横滚	Rolling_S.py	2009
爬竖直杆子	Pole_Climbing.py	2013
爬水平管子	Pipe_Crawling.py	2013
弧形横滚	Rolling_Arc.py	2015
驼峰横滚	Rolling_Hump.py	2015
仿鳗步态	Eel-like.py	2017
螺旋波传递		2017
履带步态	Crawler.py	2018
履带步态转弯	Crawler_Turning_Form.py	2018
履带步态横滚恢复	Crawler_Rolling_Recovery.py	2018
越过法兰盘	Climbing_over_a_Flange.py	2018
爬竖/斜梯子	Ladder_Climbing.py	2018
C-足波步态	C-Pedal.py	2021
C2-足波步态	C2-Pedal.py	2023
R-履带步态	R-Crawler.py	2023
H-履带步态	H-Crawler.py	2023
螺旋伸缩步态		2023
S-足波步态	S-Pedal.py	2024
S形管上翻滚		2024
摆荡绕杆		2025
螺旋步态		2025
窗口化滚动螺旋步态		2025

◦ 微分几何-曲线论

[飞书文档](#)

[笔记](#)

- 骨干曲线法（结合[2006年文献](#)、[2017年文献](#)和[2018年文献](#)，可彻底理解掌握该方法）
- 曲线段拼接法 [2018年TRO文献](#)（结合微分几何-曲线论、骨干曲线法，可彻底理解掌握该方法）

- 软件

- Anaconda
- Pycharm

1. 笔者环境配置见[environment.yaml](#)。安装Anaconda后，可通过命令 `conda env create -f environment.yaml` 复现环境
2. 单独安装MuJoCo，使用命令 `pip install mujoco`

内容详解 🐍

- 蜿蜒步态

前置基础知识：初等数学（三角函数）、微积分（尤其定积分的定义）和微分几何（曲线弧长参数、曲线曲率）。

[1] S.Hirose, Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators. New York, NY: Oxford University Press, 1993.

下述内容参考自文献[2]，文献[2]又参考自文献[1]。若需要文献[1]的电子版可联系笔者。

Serpenoid Curve

曲率方程为

$$\rho(s) = -2K_n\pi\alpha_0 \cdot \frac{1}{L} \sin\left(\frac{2K_n\pi}{L}s\right) + c$$

积分可得切向角

$$\theta(s) = \alpha_0 \cos\left(\frac{2K_n\pi}{L}s\right) + cs$$

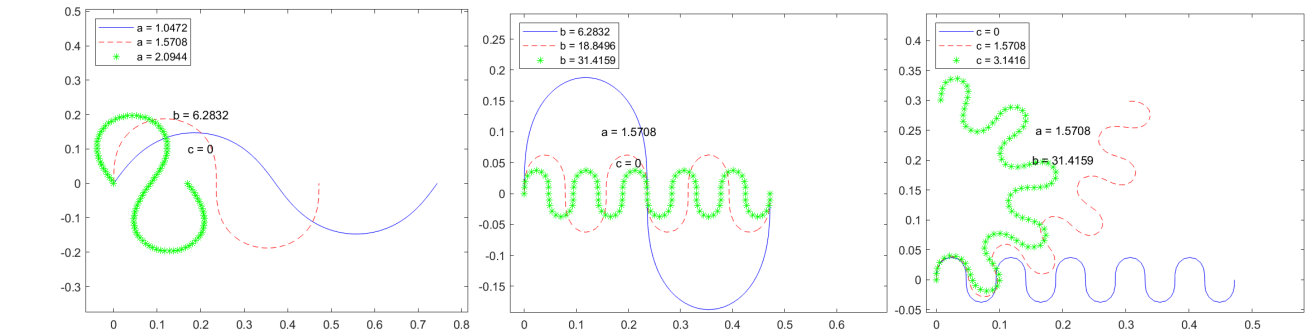
抽象后可对应下式

在x-y平面，若过原点的曲线满足

$$x(s) = \int_0^s \cos(\xi_\sigma)d\sigma, \quad y(s) = \int_0^s \sin(\xi_\sigma)d\sigma, \quad \xi_\sigma := a\cos(b\sigma) + c\sigma \tag{1.1}$$

其中a、b、c为标量，s为弧长（表示从原点到该点的曲线长度），则称该曲线为一条Serpenoid曲线。

参数a决定了曲线的波动程度，参数b决定了单位长度内的周期数，参数c决定了宏观的圆形形状。可视化如下图所示。[可视化代码](#)



文献[1]：Serpenoid曲线的曲率是个正弦曲线函数，可得

$$\kappa(s) = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2} = |absin(bs) - c| \tag{1.2}$$

然而，文献[2]并没有给出Serpenoid曲线的推导过程。下面尝试对上式进行推导。注：下面内容部分生成于[DeepSeek](#)。

1. **定义曲率** 假设Serpenoid曲线的曲率 $\kappa(s)$ 是弧长 s 的函数，且具有周期性。例如：

$$\kappa(s) = Asin(\omega s) + c \tag{2.1}$$

2. **建立微分方程** 设曲线的切线与某固定方向的夹角为 $\theta(s)$ ，则曲线的切向量可表示为 $\vec{T}(s) = (\cos\theta(s), \sin\theta(s))$ 。由微分几何曲线论知识可得：

$$\frac{d\theta(s)}{ds} = \kappa(s)$$

两边同时对s积分可得：

$$\begin{aligned} \theta(s) &= \int_0^s (Asin(\omega\tau) + c)d\tau \\ \theta(s) &= -\frac{A}{\omega}\cos(\omega s) + cs + \theta_0 \end{aligned}$$

由现实意义可知： $\theta(0) = 0$ ，即 $\theta_0 = 0$ 。因此

$$\theta(s) = -\frac{A}{\omega}\cos(\omega s) + cs \tag{2.2}$$

若记 $\theta = \xi, s = \sigma, \omega = b, A = -ab$, 对(2.1)与(2.2)进行部分替换, 可得

$$\kappa(s) = -absin(bs) + c$$

$$\xi(\sigma) = acos(b\sigma) + c\sigma$$

这与(1.1)的夹角、(1.2)相一致。

3. **积分得到坐标** 对切向量积分可得到曲线的坐标:

$$x(s) = \int_0^s \cos\theta(\tau)d\tau, \quad y(s) = \int_0^s \sin\theta(\tau)d\tau$$

这与(1.1)的坐标公式相一致。

上述内容可加深对Serpennoid曲线的理解, 但假设 $\kappa(s)$ 为正弦曲线的理由还需要进一步阅读文献 [1]。

下述内容给出 $n - 1$ 个关节 (joints), n 个片段 (links, segments), $n + 1$ 个点 (points) 的蛇形机器人对Serppenoid曲线的近似 (离散化)。

设蛇形机器人总长度为1, 则每个片段长 $1/n$ 。 $x(s), y(s), 0 \leq s \leq 1$ 可表示Serpennoid曲线。 $s_i := i/n (i = 0, \dots, n)$ 可表示 $n + 1$ 个点, 其中 $s_i := i/n (i = 1, \dots, n - 1)$ 表示 $n - 1$ 个**关节点**。由定义可知 (需掌握定积分的几何意义):

$$x_i = \sum_{k=1}^i \frac{1}{n} \cos(acos(\frac{kb}{n}) + \frac{kc}{n}), \quad y_i = \sum_{k=1}^i \frac{1}{n} \sin(acos(\frac{kb}{n}) + \frac{kc}{n})$$

连接 $n + 1$ 个点 (x_i, y_i) , 可得 n 个直线片段对Serpennoid曲线的近似。

记第 i 个片段与 x 轴的逆时针方向夹角为 θ_i , 由几何意义可得

$$\tan(\theta_i) = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\sin(acos(ib/n) + ic/n)}{\cos(acos(ib/n) + ic/n)}$$

$$\theta_i = acos(\frac{ib}{n}) + \frac{ic}{n}, \quad i = 1, \dots, n$$

决定离散Serpennoid曲线的相对角 (关节点处的角度) 由下式可得:

$$\phi_i := \theta_i - \theta_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n - 1$$

$$\phi_i := a(\cos(\frac{ib}{n}) - \cos(\frac{(i+1)b}{n})) - \frac{c}{n}$$

由和差化积公式

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

可得

$$\phi_i := -2a\sin(\frac{ib}{n} + \frac{b}{2n})\sin(-\frac{b}{2n}) - \frac{c}{n}$$

记 $\alpha := a|\sin(\frac{\beta}{2})|, \beta := \frac{b}{n}, \gamma := -\frac{c}{n}$ 则

$$\phi_i := -2a\sin(i\beta + \frac{\beta}{2})\sin(-\frac{\beta}{2}) + \gamma$$

$$\phi_i := \alpha\sin(i\beta + \frac{\beta}{2}) + \gamma$$

可知相邻相对角的相位差为 β 。

至此可得文献[2]中的表达式。下面给出蛇形机器人物理样机实现蜿蜒步态的函数表达式。

Serpentine Locomotion

$$\phi_i(t) = \alpha\sin(\omega t + (i - 1)\beta) + \gamma, \quad (i = 1, \dots, n - 1)$$

- 尺蠖步态

亦称行波（Inchworm）步态，可视为蛇身偏转90度的蜿蜒步态。

- 弧形尺蠖

尺蠖步态基础上，偏航关节给非零值，使其稳定不易倾斜，可实现转弯运动。

- S形尺蠖

尺蠖步态基础上，偏航关节前后给相反非零值，使其稳定不易倾斜，可实现直线运动。

- 侧绕步态

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 \sin(\omega_1 t + \beta_1 i) & (i : odd) \\ \alpha_2 \sin(\omega_2 t + \beta_2 i + \lambda) & (i : even) \end{cases}$$

- S形平面横滚

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 \sin(\Omega_1 i + \delta_1) \sin(\omega_1 t) & (i : odd) \\ \alpha_2 \sin(\Omega_2 i + \delta_2) \sin(\omega_2 t + \delta) & (i : even) \end{cases}$$

- 爬竖直杆子

v较小时可通过夹持管道外壁实现爬杆子。

$$\phi_i(t) = \begin{cases} A \sin(\omega t + v i) & (i : odd) \\ A \sin(\omega t + v i + \frac{\pi}{2}) & (i : even) \end{cases}$$

- 爬水平管子

v较大时可通过挤压管道内壁实现爬管子。

$$\phi_i(t) = \begin{cases} A \sin(\omega t + v i) & (i : odd) \\ A \sin(\omega t + v i + \frac{\pi}{2}) & (i : even) \end{cases}$$

- 弧形横滚

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_1 \sin(\omega_1 t) & (i : odd) \\ \alpha_2 \sin(\omega_2 t + \lambda) & (i : even) \end{cases}$$

- 驼峰横滚

前置基础知识：骨干曲线法。

形式上相当于弧形横滚的中部局部抬起，可用于过障碍物。

- 仿鳗步态

形式上相当于蜿蜒步态的变种，从蛇头到蛇尾，关节摆动幅度依次增大。

$$\phi_i(t) = \alpha(n - i)/(n + 1) \sin(\omega t + (i - 1)\beta) + \gamma, \quad (i = 1, \dots, n - 1)$$

- **螺旋波传递**

前置基础知识：骨干曲线法。

项目未给出实现，若有幸发出论文后，则开源相关代码 😊。

- **履带步态**

前置基础知识：曲线段拼接法。

- **履带步态转弯**

前置基础知识：履带步态。

- **履带步态横滚恢复**

前置基础知识：履带步态。

- **越过法兰盘**

前置基础知识：曲线段拼接法。

若有幸发出论文后，给出笔者对本步态的讨论 😊。

- **爬竖/斜梯子**

前置基础知识：曲线段拼接法。

本步态很不稳定。

- **C-足波步态**

前置基础知识：曲线段拼接法。

- **C2-足波步态**

前置基础知识：曲线段拼接法。

此步态在构型上与S-Pedal步态等价。

- **R-履带步态**

前置基础知识：履带步态。

- **H-履带步态**

前置基础知识：履带步态。

- **螺旋伸缩步态**

前置基础知识：曲线段拼接法。

项目未给出实现。闲暇时实现。

- **S-足波步态**

前置基础知识：曲线段拼接法。

已用两种方法实现S-足波步态的转弯。其中一种不是笔者的思路，不方便给出。另外一种，正计划做相关实验。若有幸发出论文后，则开源相关代码😁。

- **S形管上翻滚**

前置基础知识：曲线段拼接法。

无复现该步态的打算。

- **摆动步态**

前置基础知识：强化学习。

目前笔者未考虑强化学习。若后续考虑强化学习，则考虑复现。

- **螺旋步态**

项目未给出实现。闲暇时实现。

- **窗口化滚动螺旋步态**

项目未给出实现。闲暇时实现。

联系我 😊

邮箱: xjxf0923@gmail.com 3332407087@qq.com

微信: xjxf0923

笔者简介：INFJ-A，98年男，2025级博士研究生。通过本项目，期望可以对本领域新手有所帮助。

markdown语法 <https://markdown.com.cn/basic-syntax/>

Emoji表情 <https://emojipedia.org/>