蛇形机器人步态

介绍

使用MuJoCo开源物理引擎，仿真实现蛇形机器人各种步态。<font color=red size=4>注意: 某些浏览器下述公式无法正常显示。读者可阅读[**pdf版本**]()或通过Pycharm或Visual Studio Code等编辑器安装Markdown插件查看.

特色😆

包含MuJoCo模型、参考文献、中英文双语代码文件、中英文双语README.md文件、步态讲解和前置基础知识说明等。[English version of README.md]()

内容及进度

步态	模型	模型进度	代码	代码进度	参考文献
蜿蜒步态					
行波步态					
翻滚步态					
履带步态	Snake_Robot_o30.xml	Y	[CrawlerGait_zh.py]()	Y	[2016]()
足波步态					

准备

- 知识
  - Python **[必要]**
  - 微分几何-曲线论 [飞书文档笔记]()
- 软件
  - Anaconda
  - Pycharm

> 1. 笔者的环境配置见**environment.yaml**。安装Anaconda后，可通过命令 `conda env create -f environment.yaml` 复现环境
> 2. 单独安装MuJoCo，使用命令 `pip install mujoco`

内容详解

- **蜿蜒步态**

> 前置基础知识：初等数学（三角函数）、微积分（尤其定积分的定义）和微分几何（曲线弧长参数、曲线曲率）。

[1] S.Hirose, Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators. New York, NY: Oxford University Press, 1993.

[2] Saito M, Fukaya M, Iwasaki T. Modeling, analysis, and synthesis of serpentine locomotion with a multilink robotic snake[J]. IEEE control systems magazine, 2002, 22(1): 64-81.

> 下述内容参考自文献[2]，文献[2]又参考自文献[1]。笔者未能找到文献[1]的电子版与纸质版😭

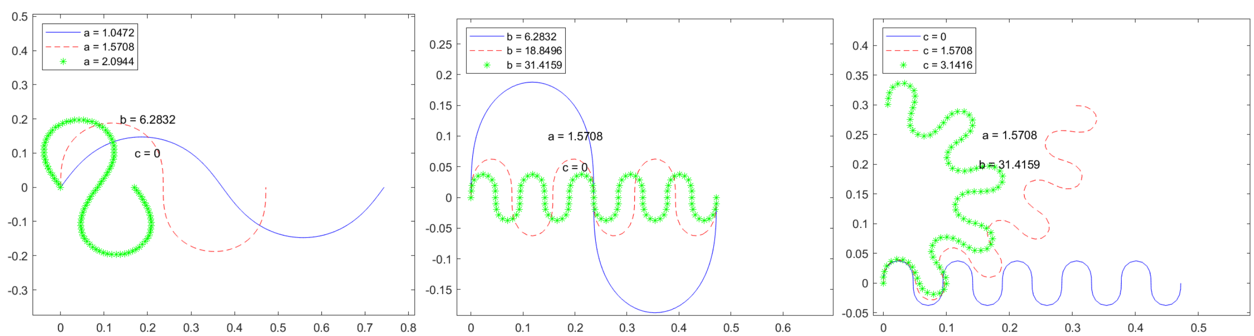
Serpenoid Curve

在x-y平面，若过原点的曲线满足

$$x(s) = \int_0^s cos(\xi_\sigma)d\sigma, \quad y(s) = \int_0^s sin(\xi_\sigma)d\sigma, \quad \xi_\sigma := acos(b\sigma) + c\sigma \tag{1.1}$$

其中a、b、c为标量，s为弧长（表示从原点到该点的曲线长度），则称该曲线为一条Serpenoid曲线。

参数a决定了曲线的波动程度，参数b决定了单位长度内的周期数，参数c决定了宏观的圆形形状。可视化如下图所示。[可视化代码]



文献[1]：Serpenoid曲线的曲率是个正弦曲线函数，可得

$$\kappa(s) = \sqrt{(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}s^2})^2 + (\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}s^2})^2} = |absin(bs) - c| \tag{1.2}$$

> 然而，文献[2]并没有给出Serpenoid曲线的推导过程。下面尝试对上式进行推导。注：下面内容部分生成于[DeepSeek]。

1. **定义曲率** 假设Serpenoid曲线的曲率$\kappa(s)$是弧长s的函数，且具有周期性。例如：

$$\kappa(s) = Asin(\omega s) + c \tag{2.1}$$

2. **建立微分方程** 设曲线的切线与某固定方向的夹角为$\theta(s)$，则曲线的切向量可表示为$\vec{T}(s) = (cos\theta(s), sin\theta(s))$。由微分几何曲线论知识可得：

$$\frac{\mathrm{d}\theta(s)}{\mathrm{d}s} = \kappa(s)$$

两边同时对s积分可得：

$$\theta(s) = \int_0^s (Asin(\omega\tau) + c)d\tau$$

$$\theta(s) = -\frac{A}{\omega}cos(\omega s) + cs + \theta_0$$

由现实意义可知：$\theta(0) = 0$，即$\theta_0 = 0$。因此

$$\theta(s) = -\frac{A}{\omega}cos(\omega s) + cs \tag{2.2}$$

若记$\theta = \xi, s = \sigma, \omega = b, A = -ab$，对(2.1)与(2.2)进行部分替换，可得

$$\kappa(s) = -absin(bs) + c$$

$$\xi(\sigma)=acos(b\sigma)+c\sigma$$

这与(1.1)的夹角、(1.2)相一致。

3. **积分得到坐标** 对切向量积分可得到曲线的坐标：

$$x(s)=\int_0^s cos\theta(\tau)d\tau,\quad y(s)=\int_0^s sin\theta(\tau)d\tau$$

这与(1.1)的坐标公式相一致。

> 上述内容可加深对Serpenoid曲线的理解，但假设$\kappa(s)$为正弦曲线的理由还需要进一步阅读论文 **[1]**。
>
> 下述内容给出$n-1$个关节（joints），n个片段（links, segments），$n+1$个点（points）的蛇形机器人对Serppenoid曲线的近似 **（离散化）**。

设蛇形机器人总长度为1，则每个片段长$1/n$。$x(s),y(s),0\leq s\leq 1$可表示Serpenoid曲线。$s_i:=i/n(i=0,...,n)$可表示$n+1$个点，其中$s_i:=i/n(i=1,...,n-1)$表示$n-1$个**关节点**。由定义可知（需掌握定积分的几何意义）：

$$x_i=\sum_{k=1}^{i}\frac{1}{n}cos(acos(\frac{kb}{n})+\frac{kc}{n}),\quad y_i=\sum_{k=1}^{i}\frac{1}{n}sin(acos(\frac{kb}{n})+\frac{kc}{n})$$

连接$n+1$个点(x_i,y_i)，可得n个直线片段对Serpenoid曲线的近似。

记第i个片段与x轴的逆时针方向夹角为θ_i，由几何意义可得

$$tan(\theta_i)=\frac{y_i-y_{i-1}}{x_i-x_{i-1}}=\frac{sin(acos(ib/n)+ic/n)}{cos(acos(ib/n)+ic/n)}$$

$$\theta_i=acos(\frac{ib}{n})+\frac{ic}{n},\quad i=1,...,n$$

决定离散Serpenoid曲线的相对角（**关节点**处的角度）由下式可得：

$$\phi_i:=\theta_i-\theta_{i+1},\quad i=1,...n-1$$

$$\phi_i:=a(cos(\frac{ib}{n})-cos(\frac{(i+1)b}{n}))-\frac{c}{n}$$

由和差化积公式

$$cos\alpha-cos\beta=-2sin(\frac{\alpha+\beta}{2})sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

可得

$$\phi_i:=-2asin(\frac{ib}{n}+\frac{b}{2n})sin(-\frac{b}{2n})-\frac{c}{n}$$

记$\alpha:=a|sin(\frac{\beta}{2})|,\beta:=\frac{b}{n},\gamma:=-\frac{c}{n}$则

$$\phi_i:=-2asin(i\beta+\frac{\beta}{2})sin(-\frac{\beta}{2})+\gamma$$

$$\phi_i:=\alpha sin(i\beta+\frac{\beta}{2})+\gamma$$

可知相邻相对角的相位差为β。

> 至此可得文献[2]中的表达式。下面给出蛇形机器人物理样机实现蜿蜒步态的函数表达式。

Serpentine Locomotion

$$\phi_i(t)=\alpha sin(\omega t+(i-1)\beta)+\gamma,\quad (i=1,...,n-1)$$

- **行波步态**
- **翻滚步态**
- **履带步态**

> 前置基础知识：微分几何-曲线论（Frenet-Serret Frame）。

[1] Takemori T, Tanaka M, Matsuno F. Gait design of a snake robot by connecting simple shapes[C]//2016 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR). IEEE, 2016: 189-194.

[2] Takemori T, Tanaka M, Matsuno F. Gait design for a snake robot by connecting curve segments and experimental demonstration[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(5): 1384-1391.

- **足波步态**

联系我😊

邮箱: xjxf0923@gmail.com 3332407087@qq.com

微信: xjxf0923

> markdown语法 https://markdown.com.cn/basic-syntax/
>
> Emoji表情 https://emojipedia.org/