

多波束测线问题

【摘要】

针对问题一：要求计算多波束探测器探测海底坡面时的测线覆盖宽度以及相邻条带之间的重叠率。首先，本文通过对几何模型的构建与分析，建立了基于**正弦定理**的数学推导模型，通过推导得到覆盖宽度以及海水深度关于坡角的函数关系式，并且采用**递推迭代**的计算方法，求解出了不同位置的海水深度、覆盖宽度。最后，重新定义了重叠率模型为（**重叠宽度/相邻测线探测宽度**）。

针对问题二：要求计算多波束探测器探测海底坡面时调整不同的测线方向在不同位置的覆盖宽度情况。本文利用三角函数相关知识，推导出调整后的方向截面的角度关于坡角和测线与坡面法向量投影夹角的函数关系式。最终解的覆盖宽度与截面角度的函数关系方程，**枚举**求得最终结果。

针对问题三：问题三是对一个矩形海域进行扫海测量，根据查阅资料后从 GB12327-2022《海道测量规范》^[1]中可知海趟要求有四选一，根据题目进行筛选后得到平行于长边和平行于等深线走向两个要求可选。因为测量路线是连续的，采用**连续问题离散化处理**，将其分解为间隔 1 m 的网格。对于平行于等深线走向(南北走向)，要测量长度最短只需研究东西走向测线组数最少。基于**贪心思想**，按照 10%覆盖率进行安排为最优，经过计算求得测量总长度 **129640** 米；对于平行于长边情况，通过模拟分析得到因为有坡面完全平行会发生漏测，这里考虑计算推导方向为平行于扫海区域的长边(东西边)。将**连续问题离散化**后发现对于在同一等深面上，覆盖宽度不变；因此可以利用平坦海面的情况去基于**贪心思想**计算同一等深面上的测量长度。最后将所有等深面上长度相加计算求得测量总长度 **128337** 米，对比后采用平行于长边方式设计测线。

针对问题四：首先根据附件给出不同位置的海深数据，观察其三维等高线地形图，发现主要分为四个大部分地形情况，并且部分区域可以近似成坡面，建立坡面方程，为简化计算量采用**粒子群算法**求解出参数。然后规划出 6 个平面区域，进行分区域探测。已知测线范围后，以单区域总测线最短为目标，同第三问求解思路，得到每个区域的测线布局，然后通过基于**仿真模拟**在拟合平面上求解漏测面积。最后基于**反悔贪心**调整重叠率超过 20%部分的总长度，从而完成**二次优化**。解得：总测线长度：**552590** 米，漏测比：**6.37%**，重叠率超过 20%的总长度为 **13595** 米。

关键词：递推迭代 枚举 贪心 粒子群算法 仿真模拟 反悔贪心

一、问题重述

1.1 引言

海洋占地表总面积 70.8%，人们持续对海洋进行探索，为了对水体深度进行测量，利用声波在水中的传播特性对水体深度进行测量，声波在均匀介质中作匀速直线传播，在不同界面上产生反射。

1.2 问题提出

根据附件题目要求和相应数据，结合多波束测深系统工作原理，研究以下问题：

1、与测线方向垂直的平面和海底坡面的交线构成一条与水平面夹角为 α （坡度）的斜线（图 1），建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条间重叠率的数学模型。

当多波束换能器的开角 θ 为 120° ，坡度为 1.5° ，海域中心点处的海水深度为 70 m ，利用模型计算表 1 所列位置的指标值。

2、考虑在一个矩形待测海域，测线方向与海底坡面法向量在水平面上的投影夹角为 β ，建立多波束测深覆盖宽度数学模型。

当多波束换能器开角为 120° ，坡度为 1.5° ，海域中心点处的海水深度为 120 m ，利用模型计算表 2 所列位置的指标值。

3、考虑在一个南北长 2 海里，东西宽 4 海里的矩形海域内，海域中心点处的海水深度为 110 m ，西深东浅，坡度为 1.5° ，多波束换能器开角为 120° 。设计一组测量长度最短、可完全覆盖整个海域的测线，且相邻条带间的重叠率满足 10%的要求。

4、根据附件所给海水深度数据，该数据是某海域（南北长 5 海里、东西宽 4 海里）单波束测量的测深数据，利用该组数据为多波束测量船的测量布线提供帮助。在设计侧线时，存在如下要求：

- （1）沿测线扫描形成的条带尽可能地覆盖整个待测海域
- （2）相邻条带之间的重叠率尽量控制在 20%以下
- （3）测线的总长度尽可能短

在设计出具体测线后，需计算如下指标：测线的总长度、漏测海区占总待测海域面积的百分比、在重叠区域中，重叠率超过 20%部分的总长度

二、问题分析

本题主要对多波束测线问题进行研究。针对问题一，在二维情况下，建立多波束测深覆盖宽度及相邻条带间重叠率的数学模型。针对问题二，在三

维情况下，建立多波束测深覆盖宽度的数学模型。针对问题三，设计一组测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的测线。针对问题四，根据附件所给数据，设计具体的多波束测量船的测量布线。

2.1 问题 1 分析

在问题一中，根据多波束测深工作原理，建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带间重叠率的数学模型，解决该问题，主要从以下几个方面进行分析：

① 计算海水深度。由于斜面具有一定角度，故多波束测深在不同水平位置上所测深度不同。已知海域中心点处海水深度，根据测线距中心点处距离，利用其三角函数关系，可知不同位置测线的水深比海域中心处海水深度的深度差，即 $\Delta = d \cdot \tan \alpha$ ，则相应的测线所测海水深度为 $D' = D - d \cdot \tan \alpha$ 。

② 计算覆盖宽度。多波束测深系统发射的测线与海底坡面所在斜线形成三角形，其测量船与水平面的垂线将该三角形划分为左右两个三角形，为了求解覆盖宽度，需求解左右两个三角形在坡面的边长。

利用三角形正弦定理：

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

分别对两三角形在坡面的边长进行求解，将两边长进行相加即为所求覆盖宽度。

③ 计算与前一条测线的重叠率。相邻两测线若相交，则说明相邻测线存在重叠部分，需对相邻两测线分别与测量船与水平面垂线与坡面形成的两三角面进行研究。若两测线间存在重叠，则相应的值为不重叠情况下两测量船距离减去实际情况下两船相距的距离，即为两船重叠的水平距离值，其坡面的重叠宽度根据其三角函数关系进行转换。其相应的重叠率计算，与相邻两条带间的重叠值和相邻两测量船的覆盖宽度有关。

2.2 问题 2 分析

在问题二中，需根据多波束测深工作原理，建立多波束测深的覆盖宽度数学模型，解决该问题，主要从以下几个方面进行分析：

① 测线方向坡面与水平面夹角求解。根据其三维示意图，将其划分成三个三角形，利用其边和角之间的关系，根据三角函数公式：

$$\tan \alpha = \frac{x_{\text{对}}}{x_{\text{邻}}}$$

再结合正弦定理：

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

联立，可对测线方向坡面与水平面夹角进行求解。

② 覆盖宽度计算。将求解得到的测线方向坡面与水平面夹角，将该夹角作为 α 带入问题一中的海水深度和覆盖宽度计算式子。

2.3 问题 3 分析

在问题三中，需根据多波束测深工作原理，设计一组测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的测线，且相邻条带之间的重叠率满足 10%到 20%的要求，解决该问题，主要从以下几个方面进行分析：

① 考虑平行于测线区等深线走向。根据贪心思想，第一艘测量船测深条带左端点应恰好贴合西边边界最佳。根据中心海域海水深度，利用三角函数关系：

$$\tan \alpha = \frac{x_{\text{对}}}{x_{\text{邻}}}, \sin \alpha = \frac{x_{\text{对}}}{x_{\text{斜}}}$$

结合几何关系，对第一艘测量船所在位置的海水深度进行计算。对于其余测量船，需根据重叠率要求，由于考虑平行测线区等深线走向，需保证测量的平行直线最少，故需取重叠率最小。重叠率取 0.1，再与问题一中求解的式子进行联立，即可求解出其余测量船所在位置的海水深度。

② 考虑平行于扫海区域的长边。若考虑直接测线方向直接平行南北方向，由于西深东浅，则在海水较浅处则会出现漏测，故需考虑连续性问题离散化求解，将东西 4 海里切割成若干等深面，每个等深面上各测量船需满足覆盖率要求，由于越靠近东边，测量船数量越多，为了保证测量线段和各线路长度尽量短，则各等深面重叠率需取 10%。在已知中心海域海水深度情况下，根据三角函数关系，求解各等深面的海水深度。在各等深面上各测量船海水深度和覆盖宽度不变，根据地形平坦的重叠率定义式，计算出各等深面内容纳的测量船数量。

2.4 问题 4 分析

在问题四中，需根据问题三确定的最优设计测线方案，对附件所给某海域海水深度设计测线，使得测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的测线，且相邻条带之间的重叠率控制在 20%以下，解决该问题，主要从以下几个方面进行分析：

① 区域划分。需根据附件所给海水深度数据，进行可视化展示，观察分析将其海域进行第一次区域划分。再结合前三问求解得到的式子，对各区域的坡面方程进行拟合，再根据拟合数据对该海域进行重新划分。

② 仿真模拟。考虑问题三确定的最优设计测线方案，以各区域的总测

线长的最短为目标，并且需保证各测量船间需满足重叠率尽量不超过 20%，且各区域内测线不能超过该区域的范围。

③ 二次优化。由于重叠率约束仅对各区域内相邻测线进行约束，但各区域边界的重叠率并未得到约束，故仿真模拟可能会出现在两个矩形交界处产生重叠率超 20%的情况。故为了减少超过 20%部分的总长度，需进行二次优化，重新调整重叠率超 20%部分总长度算法。

三、符号说明

符号	描述说明
W_i	第 i 个测量船的覆盖宽度
$C_{(i-1,i)}$	第 i 个测量船与第 $i-1$ 个测量船测线的重叠宽度
l_p	该海域东西方向海底坡面长度
W_i^L	第 i 个测量船左侧的覆盖宽度
W_i^R	第 i 个测量船右侧的覆盖宽度
D_i	第 i 个测量船所在位置的海水深度
$\eta_{(i-1,i)}$	第 $i-1$ 个测量船和第 i 个测量船间的重叠率
$\Delta_{(i-1,i)}$	第 $i-1$ 个测量船和第 i 个测量船间海水深度变化值
$d_{(i-1,i)}$	第 $i-1$ 个测量船和第 i 个测量船间的水平距离

四、模型假设

- 1、假设第四问多波束换能器的开角为 120°
- 2、假设不考虑风流方向
- 3、假设不考虑航道走向

五、模型建立与求解

本题对多波束测线进行研究，根据多波束测工作原理和附件所给数据。
 针对问题一：二维情况下，建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型；
 针对问题二：三维情况下，建立多波束测深覆盖宽度的数学模型；
 针对问题三：设计 一组测量长度最短、可完全覆盖整个海域的测线；
 针对问题四：设计测线，并计算相应的指标。

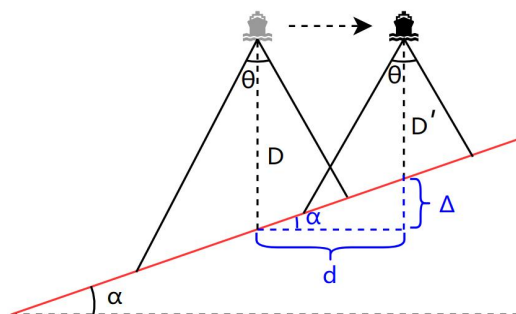
5.1 问题 1：二维多波束测探

为了建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带间的数学模型，需根据多波束测深系统的工作原理，针对多波束换能器开角为 120° ，坡度为 1.5° ，海域中心点处的海水深度为 70 m ，对距中心点不同距离的海水深度、覆盖宽度、重叠率进行计算。

5.1.1 推导过程

根据问题一所给数据，对多波束测探的海水深度、覆盖宽度以及重叠率进行推导计算，具体推导过程如下：

设 D 为中心点处海水深度， W 为覆盖宽度， C 为重叠宽度， η 为重叠率， d 为量测线间距离。



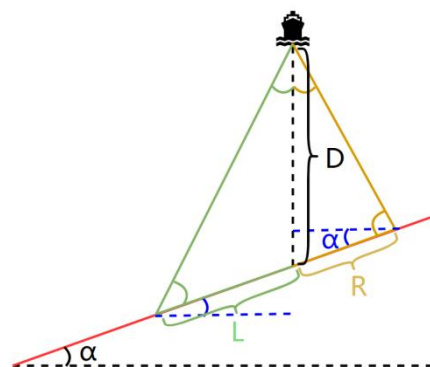
图：海水深度推导分析图

根据三角函数公式，可求解侧线离中心点海水深度变化值 Δ ：

$$\Delta = d \cdot \tan \alpha$$

则测线测量海水深度值 D' ：

$$D' = D - d \cdot \tan \alpha$$



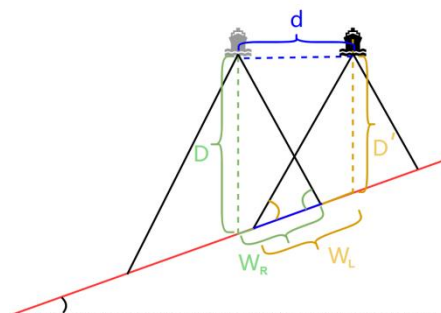
图：覆盖宽度推导分析图

多波束测深两条带分别与海底坡面形成两个三角形，据此，利用正弦定理：

$$\frac{L}{\sin 60^\circ} = \frac{D}{\sin(30^\circ - \alpha)}, \frac{R}{\sin 60^\circ} = \frac{D}{\sin(30^\circ + \alpha)}$$

整理得：

$$W = \frac{\sin 60^\circ \cdot D}{\sin(30^\circ - \alpha)} + \frac{\sin 60^\circ \cdot D}{\sin(30^\circ + \alpha)}$$



图：重叠宽度推导分析图

根据正弦定理：

$$\frac{W_R}{\sin 60^\circ} = \frac{D}{\sin(30^\circ + \alpha)}, \frac{W_L}{\sin 60^\circ} = \frac{D}{\sin(30^\circ - \alpha)}$$

再结合几何关系，可得重叠值：

$$C = W_R + W_L - \frac{d}{\cos \alpha}$$

相应的相邻条带间的重叠率定义：相邻两条带交集（重叠宽度）比上两者的并集（测量船 1 覆盖宽度+测量船 2 覆盖宽度-重叠宽度），即：

$$\eta = \frac{C}{W_1 + W_2 - C}$$

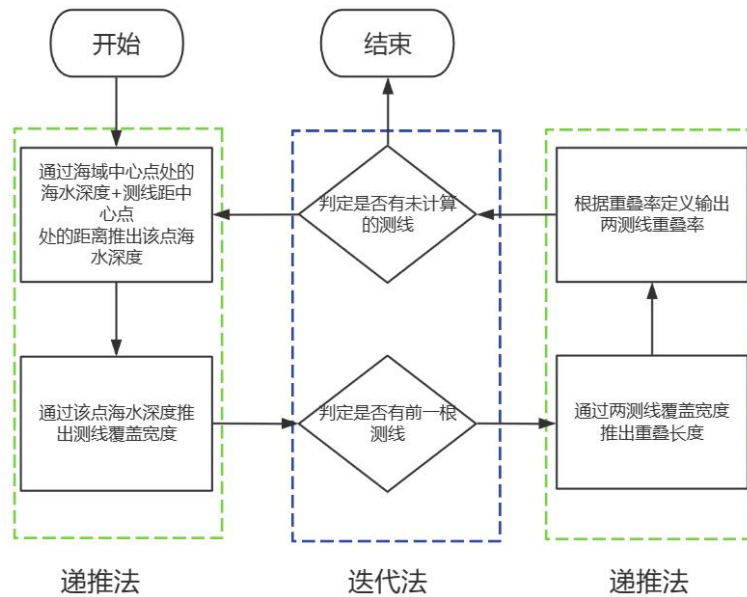
5.1.2 多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型

综合以上的公式推导，建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型，具体模型如下：

$$\left\{ \begin{array}{ll} D_i = D_1 - d_{(1,i)} \cdot \tan \alpha & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i = \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ - \alpha)} + \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ + \alpha)} & i = 1, 2, \dots, n \\ W_i^R = \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ + \alpha)} & i = 1, 2, \dots, n \\ W_i^L = \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ - \alpha)} & i = 1, 2, \dots, n \\ C_{(i-1,i)} = W_{i-1}^R + W_i^L - \frac{d_{(i-1,i)}}{\cos \alpha} & i = 2, 3, \dots, n \\ \eta_{(i-1,i)} = \frac{C_{(i-1,i)}}{W_i + W_i - C_{(i-1,i)}} & i = 2, 3, \dots, n \end{array} \right.$$

5.1.3 递推迭代算法的具体描述

根据以上的公式推导，结合题目所给开角、坡度、海水深度等数据，对距中心点不同距离的海水深度、覆盖宽度和重叠率进行计算，据此设计相应的求解算法，具体的递推迭代算法流程图如下图所示：



图：问题一递推迭代算法流程图

5.1.4 具体结果

综上，对附件表 1 中所列位置的指标值进行计算求解，得到距中心点不同距离相应的指标值，具体指标值如下表所示：

表：问题一距中心不同距离相应指标值

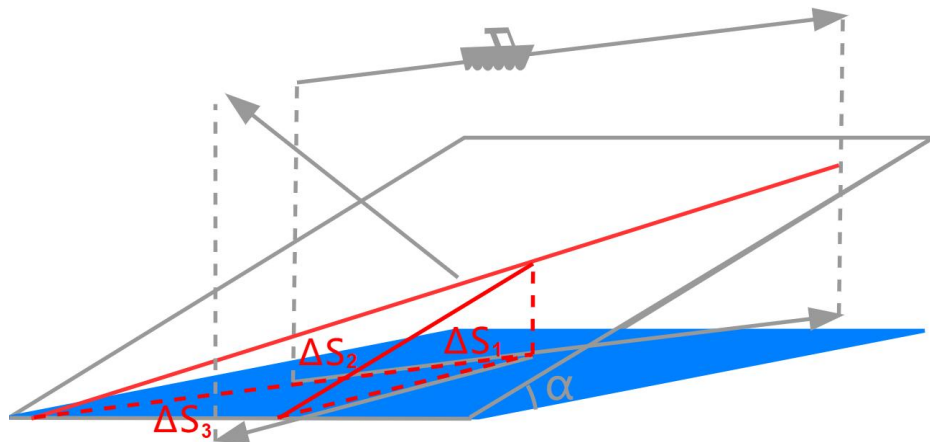
测线距中心点 处的距离/m	海水深度/m	覆盖宽度/m	与前一条测线 的重叠率/%
-800	90.9487	315.8133	——
-600	85.7116	297.6276	20.9462
-400	80.4744	279.4418	18.0063
-200	75.2372	261.2560	14.8393
0	70.0000	243.0703	11.4178
200	64.7628	224.8845	7.7099
400	59.5256	206.6987	3.6780
600	54.2884	188.5130	0
800	49.0513	170.3272	0

5.2 问题 2：三维多波束测探

为了建立三维多波束测深覆盖宽度的数学模型，需根据多波束测深系统的工作原理，针对多波束换能器开角为 120° ，坡度为 1.5° ，海域中心点处的海水深度为 120 m ，对不同测线方向夹角距中心点不同距离的覆盖宽度进行计算。

5.2.1 推导过程

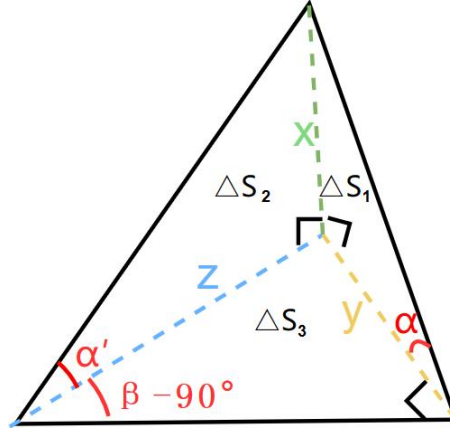
根据问题二所给数据，对三维情况下不同侧线方向夹角距中心点不同距离的覆盖宽度进行计算，具体推导过程如下：



图：问题二示意图

分析上图，为了对侧线方向的平面与水平面夹角进行计算，需对测线上

某一点与水平面垂直线与坡面成 α 角三角形 S_1 ，该垂直线与测线在水平面上投影直线所形成三角形 S_2 和两三角形在水平面所形成三角形 S_3 进行几何分析，故绘制三平面的分析图，具体分析图如下所示：



图：三平面分析图

在 ΔS_1 中，根据三角函数公式：

$$\tan \alpha = \frac{x}{y}$$

整理得：

$$y = \frac{x}{\tan \alpha} \quad (2-1)$$

在 ΔS_2 中，根据三角函数公式：

$$\tan \alpha' = \frac{x}{z}$$

整理得：

$$z = \frac{x}{\tan \alpha'} \quad (2-2)$$

在 ΔS_3 中，根据正弦定理：

$$\frac{y}{\sin(\beta - 90^\circ)} = \frac{z}{\sin 90^\circ}$$

将(2-1)和(2-2)带入上式中，可解得：

$$\alpha' = \arctan(-\cos \beta \cdot \tan \alpha)$$

将 α' 带入问题一中的坡角 α 中，求解覆盖宽度 W 。

5.2.2 多波束测深覆盖宽度数学模型

综合以上的公式推导，建立多波束测深覆盖宽度数学模型，具体模型如下：

$$\left\{ \begin{array}{ll}
\alpha' = \arctan(-\cos \beta \cdot \tan \alpha) & \\
D_i = D_1 - d_{(1,i)} \cdot \tan \alpha' & i = 2, 3, \dots, n \\
W_i = \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ - \alpha')} + \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ + \alpha')} & i = 1, 2, \dots, n \\
W_i^R = \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ + \alpha')} & i = 1, 2, \dots, n \\
W_i^L = \frac{\sin 60^\circ \cdot D_i}{\sin(30^\circ - \alpha')} & i = 1, 2, \dots, n \\
C_{(i-1,i)} = W_{i-1}^R + W_i^L - \frac{d_{(i-1,i)}}{\cos \alpha'} & i = 2, 3, \dots, n \\
\eta_{(i-1,i)} = \frac{C_{(i-1,i)}}{W_i + W_i^L - C_{(i-1,i)}} & i = 2, 3, \dots, n
\end{array} \right.$$

5.2.3 枚举算法的具体描述

根据以上的公式推导，结合题目所给开角、坡度、海水深度等数据，对不同测线方向夹角距中心点不同距离的覆盖宽度进行计算，据此设计相应的求解算法，具体的枚举算法伪代码如下所示：

算法 1: 三维待测海域覆盖宽度计算法

Input: θ, α, β, d

θ 表示多波束换能器的开角

α 表示坡度

矩阵 β 表示测线方向与海底坡面的法向在水平面上投影的夹角

矩阵 d 测量船距海域中心点处的距离(单位:海里)

Output: W

矩阵 W 表示覆盖宽度

```

1 begin
2   // 海域中心点处的海水深度为 120 m
3    $D_{1,1} = 120$ 
4   for  $i \leftarrow 1$  to 8 do
5      $\lambda_i = \arctan(-\tan \alpha \cos \beta_i)$ 
6     for  $j \leftarrow 1$  to 8 do
7        $D_{ij} = D_{1,1} - 1852d_j \tan \lambda_i$ 
8        $W_{a_{ij}} = \frac{D_{ij}}{\sin(\frac{\pi}{2} + \lambda_i - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
9        $W_{b_{ij}} = \frac{D_{ij}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \lambda_i - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
10       $W_{ij} = W_{a_{ij}} + W_{b_{ij}}$ 
11    end
12  end
13 return  $W$ 
14 end

```

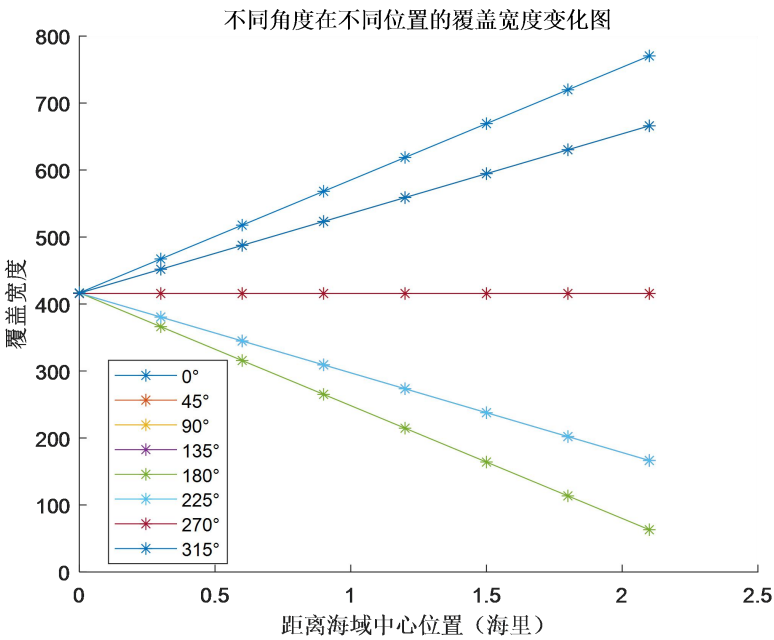
5.2.4 具体结果

综上，对附件表 2 中所列不同测线方向不同位置的覆盖宽度进行计算求解，具体覆盖宽度如下表所示：

表：问题二不同测线方向距中心不同距离相应覆盖宽度

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线方向 夹角 /°	0	415.6925	466.0914	516.4903	566.8892	617.2881	667.6870	718.0859	768.4848
	45	415.6923	451.3297	486.9671	522.6045	558.2419	593.8793	629.5167	665.1541
	90	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922
	135	415.6923	380.0550	344.4176	308.7802	273.1428	237.5054	201.8680	166.2306
	180	415.6925	365.2936	314.8947	264.4958	214.0969	163.6980	113.2991	62.9002
	225	415.6923	380.0550	344.4176	308.7802	273.1428	237.5054	201.8680	166.2306
	270	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922	415.6922
	315	415.6923	451.3297	486.9671	522.6045	558.2419	593.8793	629.5167	665.1541

将以上表格内的数据进行可视化，具体如下图所示：



图：测线方向夹角不同的覆盖宽度变化图

由上图可看出测线方向夹角为 90°和 270°时覆盖宽度不变，因为此时测线方向位于等深线上，0°和 180°时覆盖宽度变化最大，因为此时坡角最大，宽度变化最大。

5.3 问题3：设计测线

根据 GB12327-2022《海道测量规范》^[1]中可知：

大面积扫海时扫海趟相互平行，并使扫海趟符合下列要求之一：

- (1) 平行于测区风流方向
- (2) 平行于扫海区域的长边
- (3) 平行于测区等深线走向
- (4) 平行于航道走向等

在本题中不考虑风流和航道走向，仅对平行于扫海区域的长边和平行于测区等深线走向进行分析讨论。

5.3.1 平行于测线区等深线走向

考虑平行于测线区等深线走向，即测线方向为南北方向，相应的多波束测深条带往两边进行探测（东西方向），为了保证相邻条带间覆盖率满足要求，需对东西方向上测量船间的距离进行分析。

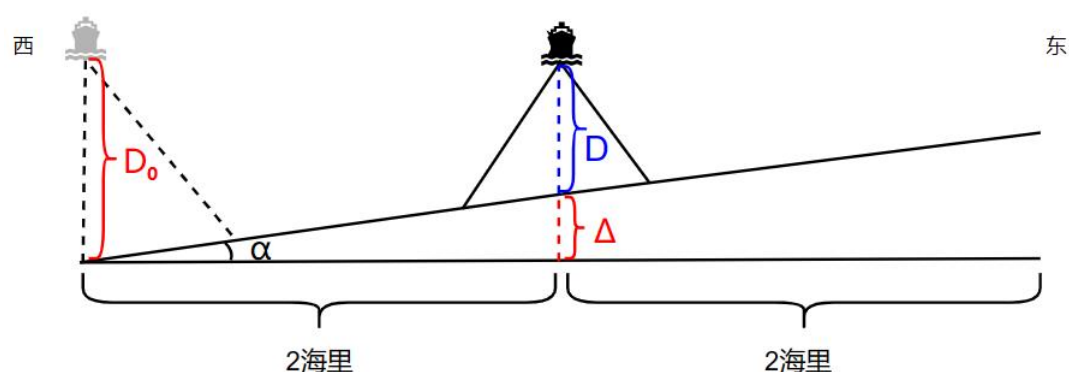
(1) 过程推导分析

以下是对平行于测线区等深线走向方案的具体分析：

① 确定第一艘测量船海水深度

根据贪心思想，第一艘测量船的测深条带的左端点应该刚好贴合西边边界为最佳。由于无法直接求得第一艘测量船海水深度，需要通过假设西边边界有船，间接算出第一艘测量船海水深度。

根据其海域中心处海水深度，可对最西边的海水深度（海水最深）进行计算，具体分析图如下图所示：



图：最西边海水深度求解分析图

计算过程如下：

根据几何分析，最西边海水深度 D_0 为中心海域海水深度 D 加上相应的海水深度变化值 Δ ，即：

$$D_0 = D + \Delta$$

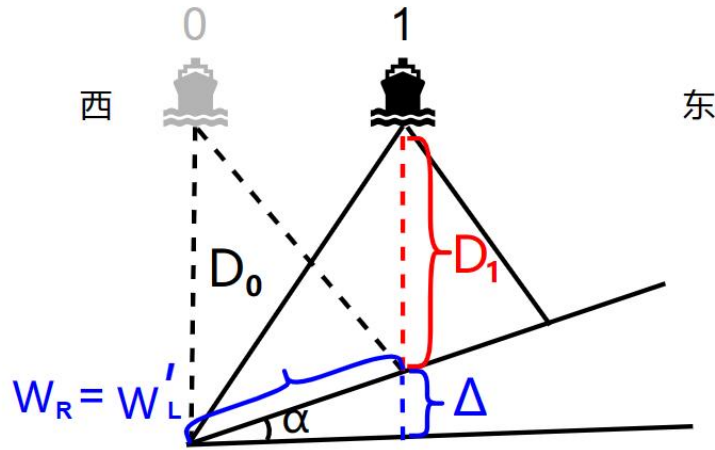
利用其三角函数关系，结合最深处与海域中心的水平距离和该海底坡面坡度 α ，即可求解出相应的海水深度变化值 Δ ：

$$\Delta = 2 \cdot 1852 \cdot \tan \alpha$$

综上，即可求解出西边海水深度 D_0 ：

$$D_0 = D + 2 \cdot 1852 \cdot \tan \alpha \quad (3-1)$$

假设最深处正上方存在一艘测量船，根据其开角和海水深度，以最深处正上方存在的测量船右边覆盖宽度作为第一艘船的左边覆盖宽度，计算其第一艘测量船的海水深度，具体分析图如下图所示：



图：第一艘测量船海水深度求解分析图

计算过程如下：

结合以上分析图，以最深处正上方存在的测量船右边覆盖宽度作为第一艘船的左边覆盖宽度，即：

$$W_R = W'_L \quad (3-2)$$

第一艘测量船相应的海水深度 D_1 为最深海水深度减去相应的海水深度变化值 Δ ，即：

$$D_1 = D_0 - \Delta$$

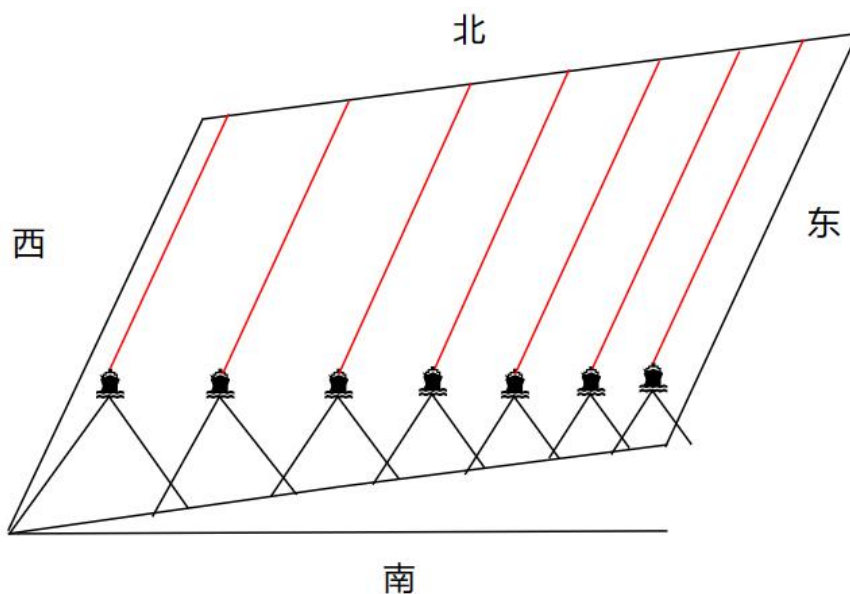
相应的海水深度变化值 Δ ，根据其三角函数关系，结合（3-2），可得到如下关系式：

$$\Delta = W_R \cdot \sin \alpha$$

综上，即可求解出第一艘测量船所在位置的海水深度 D_1 ：

$$D_1 = D_0 - W_R \cdot \sin \alpha \quad (3-2)$$

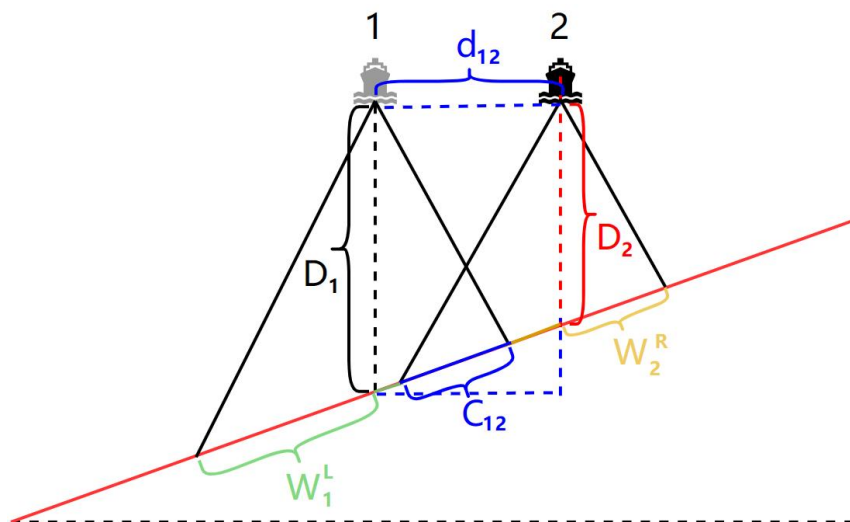
② 确定其余测量船海水深度



图：平行于测线等深线走向情况示意图

由于相邻条带间的重叠率需满足 10%到 20%，考虑平行于测线区等深线走向，结合上图，为了保证测量长度最短，需保证测量的平行直线最少，故尽量使重叠率最小，即重叠率取 10%。

对于求解测量船 2 的海水深度，绘制如下分析图：



图：求解测量船 2 海水深度分析图

对于测量船 2 测量的海水深度 D_2 为测量船 1 的海水深度 D_1 减去相应的海水深度变化值 Δ_{12} ，即：

$$D_2 = D_1 - \Delta_{12} \quad (3-3)$$

利用三角函数公式，结合两艘测量船间的水平距离 d ，求解相应的变化深度 Δ_{12} ：

$$\Delta_{12} = d_{12} \cdot \tan \alpha \quad (3-4)$$

对于未知量两测量船间的水平距离 d_{12} ，需通过以下计算得到：

根据其 10% 的覆盖率，结合问题一中定义的重叠率计算式子，可得到如下关系式：

$$0.1 = \frac{C_{12}}{W_1 + W_2 - C_{12}}$$

整理上式可得：

$$C_{12} = \frac{W_1 + W_2}{11} \quad (3-5)$$

再结合其问题一计算覆盖宽度式子：

$$C_{12} = W_1^R + W_2^L - \frac{d_{12}}{\cos \alpha}$$

对上式进行整理：

$$d_{12} = (W_1^R + W_2^L - C) \cdot \cos \alpha \quad (3-6)$$

相应的 W_1 、 W_2 、 W_1^R 、 W_2^L 需根据 5.1.1 求解覆盖宽度式子带入进行计算。

综上，其余测量船也需根据前一个测量船进行计算，循环该过程，即可对其余测量船进行求解。为了对其余的测量深度进行计算，需对方程进行联立：

$$\left\{ \begin{array}{ll} D_i = D_{i-1} - \Delta_{(i-1,i)} & i = 2, 3, \dots, n \\ \Delta_{(i-1,i)} = d_{(i-1,i)} \cdot \tan \alpha & i = 2, 3, \dots, n \\ C_{(i-1,i)} = \frac{W_{i-1} + W_i}{11} & i = 2, 3, \dots, n \\ d_{(i-1,i)} = (W_{i-1}^R + W_i^L - C_{(i-1,i)}) \cdot \cos \alpha & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i^L = \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cdot D_i}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \alpha)} & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i^R = \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cdot D_i}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \alpha)} & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i = W_i^L + W_i^R & i = 2, 3, \dots, n \end{array} \right.$$

对上式进行联立，解得：

$$D_i = \frac{1.1W_{i-1}^R - 0.1W_{i-1} - 1.1 \frac{D_{i-1}}{\tan \alpha \cdot \cos \alpha}}{\left(0.1 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\theta}{2})} - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2})} - 1.1 \frac{1}{\tan \alpha \cdot \cos \alpha} \right)}$$

(2) 确定目标

考虑平行于测区等深线走向，需使得测量长度最短，设该方案下测量线路数量为 n ，根据 1 海里=1852 米，则相应的总测量线路长度为线路数量乘上每条线路的长度，以测量长度最小为目标，具体目标如下：

$$\text{Min } z = 2 \cdot 1852n$$

(3) 约束条件

根据题目要求，需在满足测量海域的条件的前提下，以测量长度最小为目标，需对各个条件进行如下约束：

① 重叠率约束

根据题目要求，本题中相邻条带间的重叠率需满足 10%到 20%的要求，设 $\eta_{(i-1,i)}$ 为第 $i-1$ 个测量船和第 i 个测量船之间的重叠率，可得到具体约束如下：

$$10\% \leq \eta_{(i-1,i)} \leq 20\% \quad i = 2, 3, \dots, n$$

② 测量范围约束

由于受到东西方向海底坡面长度的限制，故在东西线路上的测量船应受到限制，设 W_i 为第 i 个测量船的覆盖宽度， $C_{(i-1,i)}$ 为第 i 个测量船与第 $i-1$ 个测量船测线的重叠宽度， n 为该线路上容纳的测量船数量，需满足 $n-1$ 个测量船之前所有覆盖宽度需小于东西海西坡面长度，而 n 个测量船之前所有覆盖宽度都需不小于东西坡面长度，具体约束如下：

$$\begin{cases} W_1 + \sum_{i=2}^{n-1} (W_i - C_{(i-1,i)}) < l_p \\ W_1 + \sum_{i=2}^n (W_i - C_{(i-1,i)}) \geq l_p \end{cases}$$

由于该海域海水深度西深东浅，且题目仅给出矩形海域的长度，故需根据该矩形海域的长度和相应的坡度，对该海域东西方向海底坡面长度 l_p 进行计算：

$$l_p = \frac{1852 \cdot 4}{\cos \alpha}$$

③ 初始测量船测量海水深度约束

根据（1）中的推导分析，需先对初始测量船的位置进行设置，根据最西边（海水深度最大）处的海水深度，可初步对第一艘测量船左边覆盖宽度进行确定，进而确定其第一艘测量船测量的海水深度，计算出的该测量船所在位置的海水深度为 189.0309 m ，设 D_1 为第一艘测量船所在位置的海水深度，具体约束如下：

$$D_1 = 189.0309$$

（4）平行等深线走向最优测量长度模型的建立与求解

综合以上约束条件，结合（1）中的推导分析，以测量长度最小为目标，建立平行于测线区等深线走向最优测量长度模型，具体模型如下：

$$\text{目标：} \min z = 2 \cdot 1852n$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 10\% \leq \eta_{(i-1,i)} \leq 20\% & i = 2, 3, \dots, n \\ W_1 + \sum_{i=2}^{n-1} (W_i - C_{(i-1,i)}) > l_p & i = 2, 3, \dots, n \\ W_1 + \sum_{i=2}^n (W_i - C_{(i-1,i)}) \leq l_p & i = 2, 3, \dots, n \\ l_p = \frac{1852 \cdot 4}{\cos \alpha} & \\ \eta_{(i-1,i)} = \frac{C_{(i-1,i)}}{W_{i-1} + W_i - C_{(i-1,i)}} & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i^L = \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cdot D_i}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \alpha)} & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i^R = \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cdot D_i}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \alpha)} & i = 2, 3, \dots, n \\ W_i = W_i^L + W_i^R & i = 1, 2, \dots, n \\ D_i = D_{i-1} - A_{(i-1,i)} & i = 2, 3, \dots, n \\ A_{(i-1,i)} = d_{(i-1,i)} \cdot \tan \alpha & i = 2, 3, \dots, n \\ d_{(i-1,i)} = (W_{i-1}^R + W_i^L - C_{(i-1,i)}) \cdot \cos \alpha & i = 2, 3, \dots, n \\ D_1 = 189.0309 & \end{array} \right.$$

（5）基于贪心思想对平行于测线区等深线情况算法的具体描述

考虑平行于测线区等深线走向情况下对测线进行设计，设计相对应的测

量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的测线求解算法，具体算法的伪代码如下所示：

算法 1: 基于递推对平行于等深线的情况求解最少总路线数量

Input: θ, α, D_{mid}

θ 表示多波束换能器的开角

α 表示坡度

D_{mid} 表示海域中心点处的海水深度

Output: n, d

n 最少总路线数量

矩阵 d 表示测量船距海域中心点处的距离(单位：米)

```

1 begin
    // 算海域最深和最浅的深度
2    $D_{west} = D_{mid} - (-4/2 * 1852) \tan \alpha$ 
3    $WR_{west} = \frac{D_{west}}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
4    $D_1 = WR_{west} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2})}{\sin \frac{\theta}{2}}$ 
5    $D_{east} = D_{mid} - (4/2 * 1852) \tan \alpha$ 
6    $WR_{east} = \frac{D_{east}}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
7    $D_n = WR_{east} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2})}{\sin \frac{\theta}{2}}$ 
8    $n = 0$ ;
9   while 1 do
10    根据递推公式利用上一个航线求出下一个航线对应深度  $D_{next}$ 
11    if  $D_{next} < D_n$  then
12        break;
13    end
14     $WR_{next} = \frac{D_{next}}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
15     $WL_{next} = \frac{D_{next}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
16     $W_{next} = WL_{next} + WR_{next}$ 
17     $d_{next} = \frac{D_{mid} - D_{next}}{\tan \alpha}$ 
    push( $D_{next}, WR_{next}, WL_{next}, W_{next}, d_{next}$ ) →
    ( $D, WR, WL, W, d$ )
18     $n = n + 1$ 
19 end
20 return  $n$ 
21 end

```

算法 1: 基于贪心对平行于等深线的情况进行离散化求解

Input: d, n 矩阵 d 表示测量船距海域中心点处的距离(单位: 米) n 最少总路线数量**Output:** ans, x, y ans 离散后的最短测量长度矩阵 x, y 分别表示离散后测线点的 x, y 坐标

```
1 begin
2   sum = 0;
3   init(x, y);
4   for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
5      $y' = 1$ ;
6      $push(d_i, y') \rightarrow (x, y)$ 
7     while 1 do
8       if  $y' + 1 \geq 2 * 1852$  then
9         break;
10      end
11       $y' = y' + 1$ ;
12       $push(d_i, y') \rightarrow (x, y)$ 
13       $ans = ans + 1$ ;
14    end
15  end
16  return  $ans, x, y$ 
17 end
```

(6) 具体结果

考虑平行于测线区等深线走向情况下, 利用递推求解最少总路线数量, 基于贪心思想进行离散化求解, 可得到该矩形海域的测线分布如下:

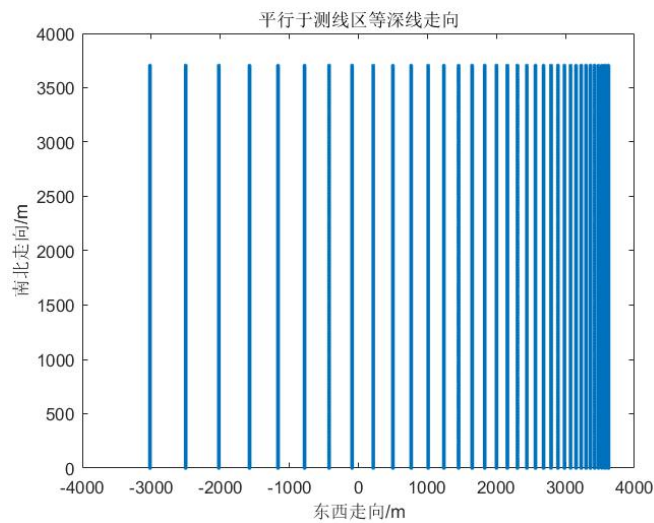


图: 平行于测线区等深线走向的测线分布图

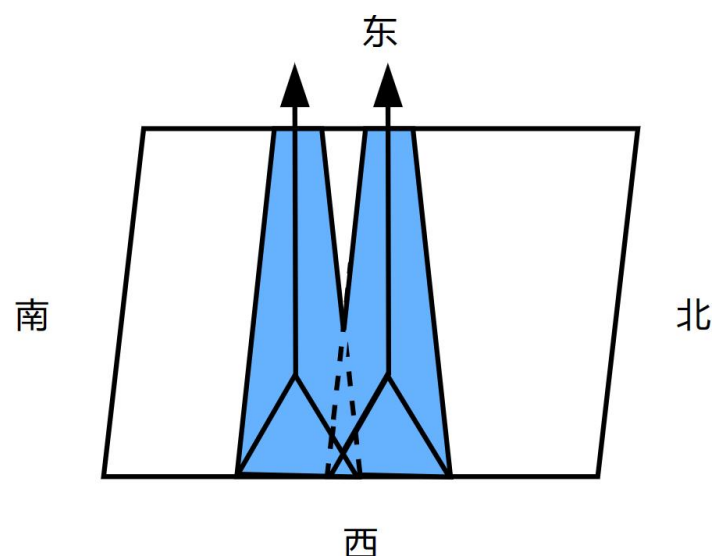
由上图可看出该测线已完全覆盖整个海域，且该情况下，在东西方向上需满足重叠率要求，同一南北坐标下东西方向上最少需放置 35 艘测量船，则所需要的测线长度（测量船数量）为 129640 m 。

5.3.2 平行于扫海区域的长边

考虑平行于扫海区域长边，即测线方向为东西方向，相应的多波束测深条带往两边进行探测（南北方向），为了保证相邻条带间覆盖率满足要求，需对南北方向上测量船间的距离进行分析。

（1）过程推导分析

平行于扫海区域长边，在本题中长边为东西边，即测线方向沿东西边方向。若考虑测线方向直接平行，由于西深东浅，会出现海水较浅处出现漏测，具体如下图所示：



无法直接考虑测线方向平行，故使用连续性问题离散化求解，将连续的东西方向 4 海里离散化成每米一点，每米对应一个等深面。

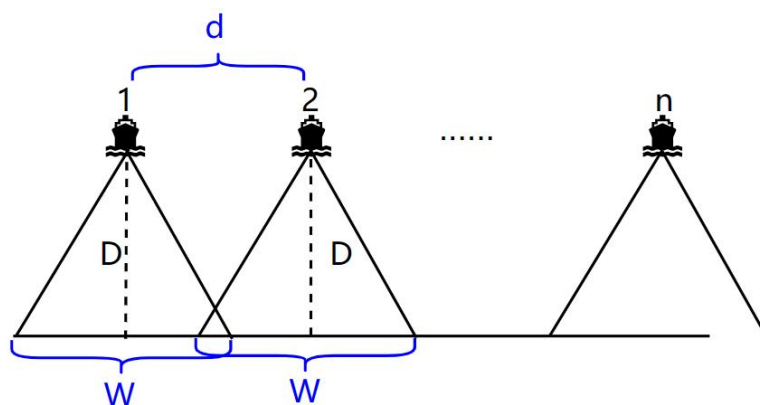
对于在同一等深面上，测量深度、覆盖宽度不变：

① 确定第一个等深面测量船数量

根据（1）中计算得到二道最西边（第一个等深面）的海水深度为：

$$D_1 = D + 2 \cdot 1852 \cdot \tan \alpha$$

由于相邻条带间的重叠率需满足 10%到 20%，考虑直接平行扫海区域长边，则会发生漏测现象，故考虑斜着进行，为了保证测量长度最短，需尽量使每个等深面的重叠率最小，即重叠率取 10%。



根据其 10%的覆盖率：

$$d_i = 0.9W_i$$

相应的覆盖宽度：

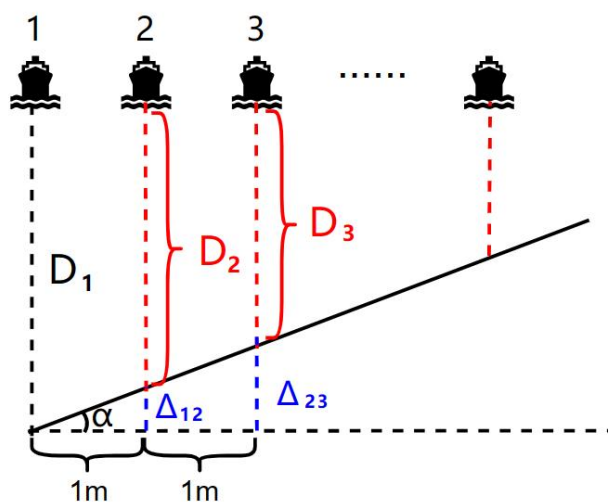
$$W_i = 2D \cdot \tan \alpha$$

该等深面相应的测量船数量 n 需满足：

$$\begin{cases} W + (n-2)d < 2 \cdot 1852 \\ W + (n-1)d \geq 2 \cdot 1852 \end{cases}$$

② 确定其余等深面测量船数量

根据其将连续的东西方向 4 海里离散化成每米一点，每米对应一个等深面，为了对其余等深面测量船数量进行计算，需先对每个等深面的深度进行计算，分析图如下图所示：



在已知最深处等深面海水深度情况下，需结合其三角函数关系，计算出两个等深面的海水深度差值 Δ ：

对于第二个等深面：

$$\Delta_{(1,2)} = 1 \cdot \tan \alpha$$

$$D_2 = D_1 - \Delta_{(1,2)}$$

对于第三个等深面：

$$\Delta_{(2,3)} = 2 \cdot \tan \alpha$$

$$D_3 = D_1 - \Delta_{(2,3)}$$

综上，则第 i 个等深面对应的海水深度：

$$D_i = D_1 - (i-1) \tan \alpha$$

根据求解得到的各等深面海水深度，即可根据确定第一个等深面测量船数量的具体步骤，对每个等深面的测量船数量进行计算。

(2) 确定目标

考虑平行于扫海区域的长边，需使得测量长度最短。将东西方向上 4 海里进行离散化处理，每米切割成一个等深面，由于西深东浅，故越靠近东边等深面上的测量船数量越多，故总的测量长度数量应为最东边等深面上所能容纳的测量船数量 n_{7408} ，设每条线路上的测量长度为 l_z ，以测量长度最小为目标，具体目标如下：

$$\text{Min} = \sum_{z=1}^{n_{7408}} l_z$$

(3) 约束条件

根据题目要求，需在满足测量海域的条件的前提下，以测量长度最小为目标，需对各个条件进行如下约束：

① 重叠率约束

根据题目要求，本题中相邻条带间的重叠率需满足 10% 到 20% 的要求，设 $\eta_{((i,j-1),(i,j))}$ 为第 i 个等深面上第 $j-1$ 个测量船和第 j 个测量船之间的重叠率， n_i 为第 i 条线路上容纳的测量船数量，具体约束如下：

$$10\% \leq \eta_{((i,j-1),(i,j))} \leq 20\% \quad i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, n_i$$

② 测量范围约束

由于受到南北方向海底坡面长度的限制，故在南北线路上的测量船应受到限制，设 $w_{(i,j)}$ 为第 i 个等深面上第 j 个测量船的覆盖宽度， $C_{((i,j-1),(i,j))}$ 为第 i 个等深面上第 $j-1$ 个测量船和第 j 个测量船之间的重叠宽度， n_i 为第 i 个等深面

上容纳的测量船数量，对于每个等深面，需满足 $n_i - 1$ 个测量船之前所有覆盖宽度需小于东西海西坡面长度，而 n_i 个测量船之前所有覆盖宽度都需不小于东西坡面长度，具体约束如下：

$$\begin{cases} W_{(i,1)} + \sum_{j=2}^{n_i-1} (W_{(i,j)} - C_{(i,j-1),(i,j)}) < 2 \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ W_{(i,1)} + \sum_{j=2}^{n_i} (W_{(i,j)} - C_{(i,j-1),(i,j)}) \geq 2 \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \end{cases}$$

③ 初始测量船测量海水深度约束

需先对初始测量船位置进行设置，根据最西边（海水深度最大）处的海水深度，可初步对第一艘测量船左边覆盖宽度进行确定，进而确定其第一艘测量船测量的海水深度，计算出该测量船所在位置的海水深度为 189.0309 m ，设 D_1 为第一艘测量船所在位置的海水深度，具体约束如下：

$$D_1 = 189.0309$$

（4）平行长边最优测量长度模型的建立与求解

综合以上约束条件，结合（1）中的推导分析，以测量长度最小为目标，建立平行于测线区等深线走向最优测量长度模型，具体模型如下：

$$\begin{aligned} \text{目标: } \text{Min} &= \sum_{z=1}^{n_{7408}} l_z \\ \begin{cases} 10\% \leq \eta_{(i,j-1),(i,j)} \leq 20\% & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ W_i + \sum_{j=2}^{n_i-1} (W_i - C_{(i,j-1),(i,j)}) < 2 \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ W_i + \sum_{j=2}^{n_i} (W_i - C_{(i,j-1),(i,j)}) \geq 2 \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ \eta_{(i,j-1),(i,j)} = 1 - \frac{d_{(i,j-1),(i,j)}}{W_i} & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ W_i = 2D \cdot \tan \alpha & i = 1, 2, \dots, 7408 \\ D_i = D_1 - (n-1) \tan \alpha & i = 1, 2, \dots, 7408 \\ D_1 = 189.0309 \\ d_{(i,j-1),(i,j)} = W_i - C_{(i,j-1),(i,j)} & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \end{cases} \end{aligned}$$

（5）基于贪心思想对平行于扫海区域的长边情况算法的具体描述

考虑平行于扫海区域的长边情况下对测线进行设计，设计相对应的测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的测线求解算法，具体算法的伪代码如下所示：

算法 1: 基于贪心对平行于扫海区域的长边的情况进行离散化求解

Input: θ, α, D_{mid}

θ 表示多波束换能器的开角

α 表示坡度

D_{mid} 表示海域中心点处的海水深度

Output: ans, x, y

ans 离散后的最短测量长度

矩阵 x, y 分别表示离散后测线点的 x, y 坐标

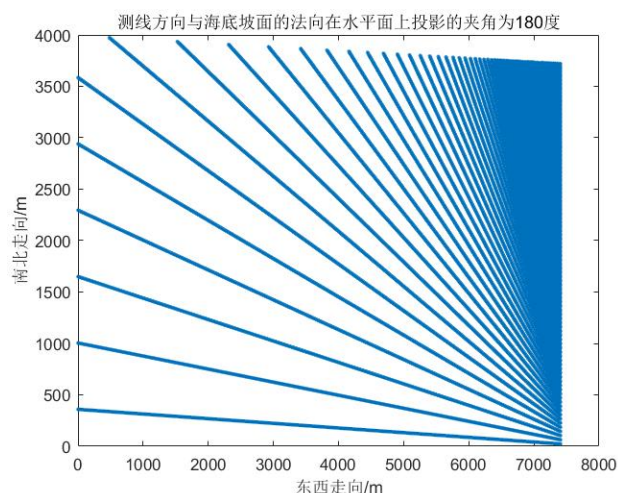
```

1 begin
    // 算海域最深的深度
2    $\lambda = \arctan(-\tan \alpha \cos \beta)$ 
3    $D_{north} = D_{mid} - (-2/2 * 1852) \tan \alpha$ 
4    $l = -1852*2 : 2*1852;$ 
5   for  $i \leftarrow 1$  to  $4 * 1852$  do
6        $D_i = D_{mid} - l_i \tan \lambda$ 
7        $WR_i = \frac{D_i}{\sin(\frac{\pi}{2} + \lambda - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
8        $WL_i = \frac{D_i}{\sin(\frac{\pi}{2} - \lambda - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
9        $W_i = WL_i + WR_i$ 
10       $d_i = 0.9W_i$ 
        push( $D_i, WR_i, WL_i, W_i, d_i$ )  $\rightarrow (D, WR, WL, W, d)$ 
11   end
12   sum = 0;
13   init(x, y);
14   for  $i \leftarrow 1$  to  $4 * 1852$  do
15        $y' = WL_i;$ 
16       push( $d_i, y'$ )  $\rightarrow (x, y)$ 
17       while 1 do
18           if  $y' + WR_i \geq 2 * 1852$  then
19               break;
20           end
21            $y' = y' + d(i);$ 
22           push( $d_i, y'$ )  $\rightarrow (x, y)$ 
23           ans = ans + 1;
24       end
25   end
26   return ans, x, y
27 end

```

(6) 具体结果

考虑平行于扫海区域的长边情况下，即测线方向与海底坡面法向在水平面上投影的夹角为 180° ，基于贪心思想进行离散化求解，满足测量长度最短、完全覆盖整个海域，可得到该矩形海域的测线分布，具体如下图所示：



图：平行于扫海区域长边的测线分布图

由上图可看出该测线已完全覆盖整个海域，且该情况下，在南北方向上需满足重叠率要求，由于西深东浅，同一东西坐标下南北方向上最少需放置测量船数量不同，相应所需要的测量船数量为 128337。

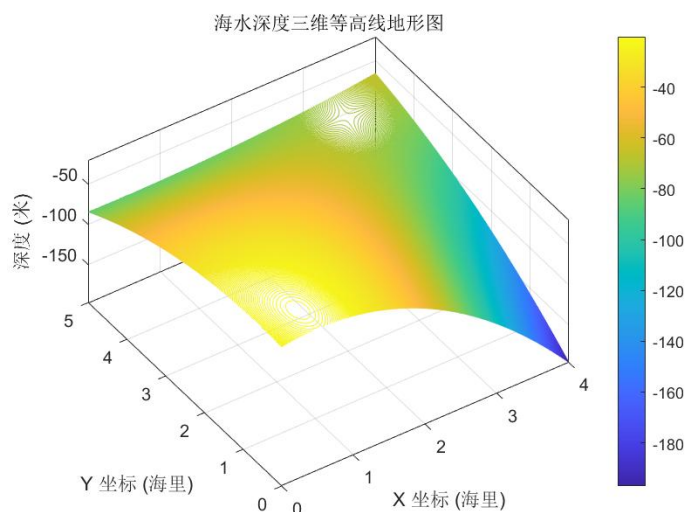
与平行于测线区等深线走向情况下的测量船数量（测线长度）129640 *m* 进行对比，可知平行于扫海区域的长边方案的测量长度较短，故使用平行于扫海区域的长边方案更好。

5.4 问题 4：测线设计

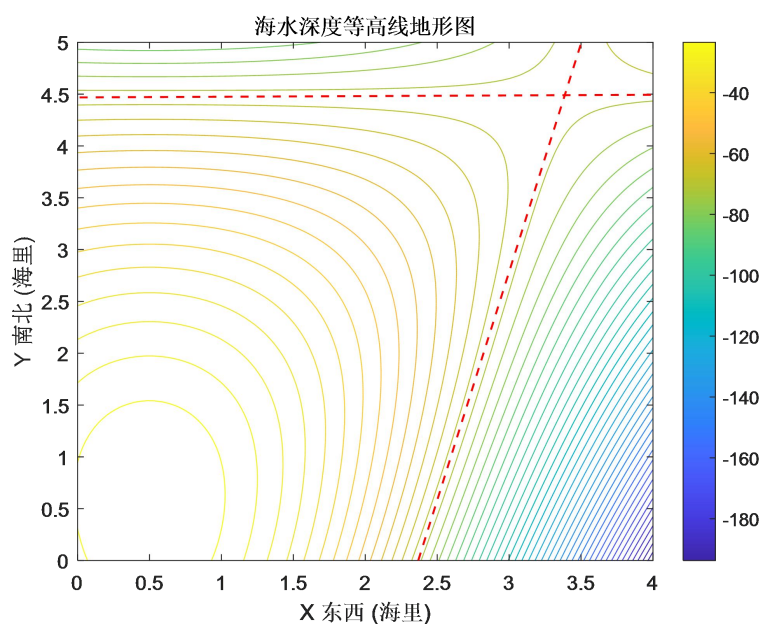
根据附件所给数据，需满足条带尽可能覆盖整个待测海域、相邻条带间重叠率约束、测线总长度尽量短条件下，为该数据下的海域设计测线，并计算其相应的指标值。

5.4.1 区域划分

利用附件所给数据对三维等深地形图与平面等深地形图进行绘制，并根据地形将地形图进行划分区域，具体如下图所示：



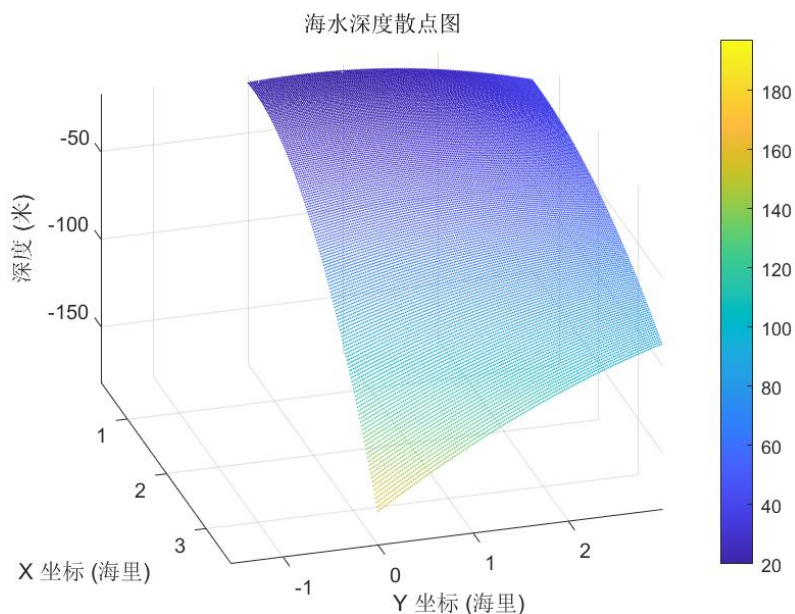
图：海水深度三维等高线地形图



图：海水深度等高线地形图

可将该地形图划分为 4 各区域，表示不同地形。

对部分的海水深度数据绘制三维散点图像，具体如下图所示：



图：部分区域海水深度散点图

从上图可看出，该形状类似于一个坡面形状。为了求解测线方向，尽可能将地形划分为坡面，结合问题一到问题三的推导公式进行求解。

(1) 基于最小二乘法确定坡面方程

基于前三问已经掌握了对于海底地形为矩形坡面的覆盖率，重叠率的计算方式与测线布局等。

部分区域可以划分成矩形坡面，建立海底平面方程 $z = Ax + By + C$ ，采用最小二乘法对题目附件海水的深度数据，对坡面 A ， B ， C 参数进行估计。

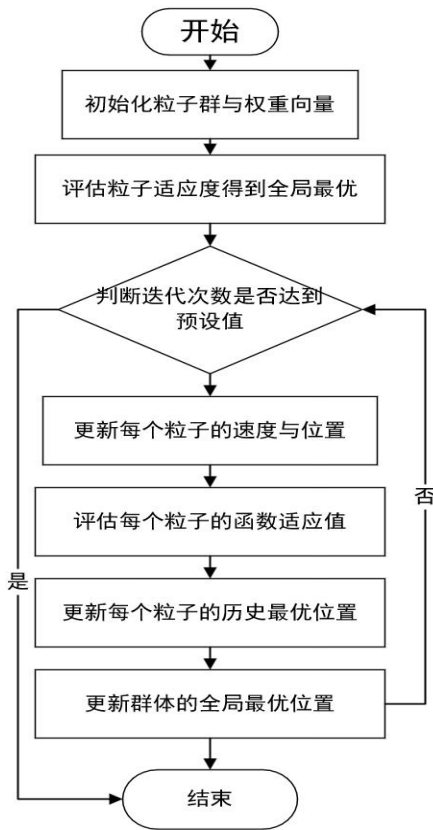
如下是最小二乘法的目标规划模型。

$$Min = \frac{\sum_{i=1}^n (z - z_{测})^2}{n}$$

$$s.t \begin{cases} A \in [-100, 100] \\ B \in [-100, 100] \\ C \in [23, 190] \end{cases}$$

(2) 粒子群算法求解参数

对初步划分的区域进行拟合，由于参数范围较大，若采用三层遍历循环求解，运算量过大。故采用粒子群算法进行拟合求解，可以再短时间内得到较为精确的值。以下为粒子群的算法描述：



Step1 初始化粒子群：设定粒子群的规模为 100，迭代规模为 1000，生产随机粒子群 $x1 = rand(A)$, $x2 = rand(B)$, $x3 = rand(C)$ 。

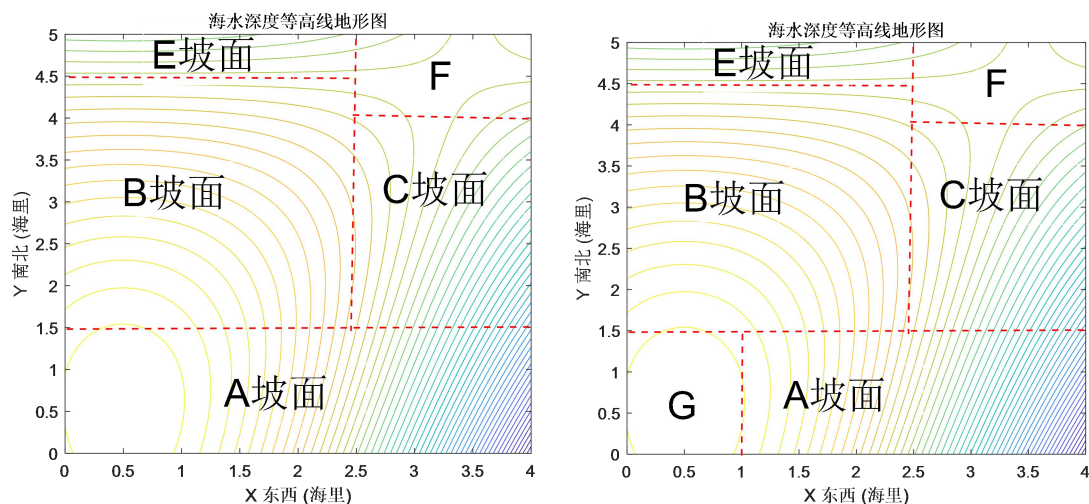
Step2 计算适应度：即计算每个粒子对应的最小二乘的拟合度。

Step3 计算个体和全局最优解：首先将每个粒子的适应值 $fit(x)$ 与经历过的最好位置的适应值 $Best(x)$ 比较，若 $fit > best$ ，则将其更新为每个粒子的最优解，即 $Best = fit$ ，再将每个粒子的适应值 $Best_i$ 与全局最好位置的适应值 $Best_g$ 比较，若 $Best_i > Best_g$ ，则将其更新为全局最优解。

Step4 判断程序是否结束：重复上述步骤直至达到迭代最大次数，停止算法，否则继续迭代。

(3) 划分结果

通过初步观察等深线等信息，划分出矩形分布如下左侧图所示，通过拟合数据发现可将 A 坡面进行重新划分，重新划分后为 A、B、C、E 四个坡面、G 一个平面还有 F 一个复杂地形，重新划分后如右侧图所示。



图：划分区域分布图

相应的拟合后数据如下表所示：

表：各划分区域拟合后数据表

区域名称	$\tan \alpha$	平面方程	坡度	区域面积/ m^2
坡面 A	0.0304	$Z=37.85x-4.56y+108.62$	1.742°	15434568
坡面 B	0.0076	$Z=17.19x+6.27y-2.77$	0.431°	25724280
坡面 C	0.0265	$Z=33.89x-17.94y+17.48$	1.518°	12862140
坡面 D	0.0108	$Z=-2.73x+20.53y-16.08$	0.6188°	4287380
平面 E	0	$Z=23.57$	0	5144856
平面 F	0	$Z=68.74$	0	5144856

5.4.2 仿真模拟

为了对该海域的测线进行设计，需进行仿真模拟。由于在问题三中，分析可得到采用平行于扫海区域的长边该方案较好，故对划分的六个区域采用平行于扫海区域的长边方案进行划分。

(1) 确定目标

根据题目要求，需使得测量长度尽量短。上文中已将该海域划分为 6 个区域，在各个区域内的各测线长度都需尽量小，以整个海域的测量长度最小为目标，具体目标如下：

$$\text{Min} \quad Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^n l_j$$

(2) 条件分析

根据题目要求，需在满足测量海域的条件的前提下，以测量长度最小为目标，需对各个条件进行如下约束：

① 重叠率约束

本题中相邻条带间的重叠率需满足 10%到 20%的要求，即相邻两条测线上的重叠率需满足重叠率要求，设 $\eta_{((i,j-1,k),(i,j,k))}$ 为第 i 个区域内第 $j-1$ 条测线上第 z 艘测量船和第 j 条测线上第 z 艘测量船之间的重叠率， n_i 为第 i 个区域内测线数量， m_{ij} 为第 i 个区域内第 j 条测线上容纳的测量船数量，具体约束如下：

$$10\% \leq \eta_{((i,j-1,k),(i,j,k))} \leq 20\% \quad i = 1, 2, \dots, 6, j = 1, 2, \dots, n_i, k = 1, 2, \dots, m_{ij}$$

② 测量范围约束

由于受到所划分矩形区域内长度的限制，故在南北线路上的测量船应受到限制，设 $W_{(i,j,k)}$ 为第 i 个区域内第 j 条测线上第 k 个测量船的覆盖宽度， $C_{((i,j-1,k),(i,j,k))}$ 为第 i 个区域内第 $j-1$ 条测线上第 z 艘测量船和第 j 条测线上第 z 艘测量船之间的重叠宽度， n_i 为第 i 个等深面上容纳的测量船数量，对于每个等深面，需满足 $n_i - 1$ 个测量船之前所有覆盖宽度需小于东西海西坡面的长度，而 n_i 个测量船之前所有覆盖宽度都需不小于东西坡面长度，相应的约束如下：

$$\begin{cases} W_{(i,j,1)} + \sum_{k=2}^{m_{ij}-1} (W_{(i,j,k)} - C_{((i,j-1,k),(i,j,k))}) < a_i \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 6, j = 1, 2, \dots, n_i, k = 1, 2, \dots, m_{ij} \\ W_{(i,j,1)} + \sum_{k=2}^{m_{ij}} (W_{(i,j,k)} - C_{((i,j-1,k),(i,j,k))}) \geq a_i \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 6, j = 1, 2, \dots, n_i, k = 1, 2, \dots, m_{ij} \end{cases}$$

③ 侧漏百分比计算

本题中需对侧漏海区占总待测海域面积的百分比该指标进行计算，设 λ_i 为第 i 个区域的侧漏百分比， SC_i 为第 i 个区域内的侧漏面积， S_i 为第 i 个区域的海域面积，其各区域侧漏百分比为侧漏面积比上该区域的海域面积，具体计算式如下：

$$\lambda_i = \frac{SC_i}{S_i} \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

④ 重叠率超 20% 部分长度计算

由于重叠率约束仅对各区域内相邻测线进行约束，但各区域边界的重叠率并未得到约束，故本策略下的仿真模拟可能会出现在两个矩形交界处产生重叠率超 20% 的情况，通过计算上一个矩形最边界的测线测量宽度超出部分宽度 W^C ，利用计算重叠率公式判断是否超过 20%。将该部分重叠率命名为边界重叠率 η' ，其中 W^a 、 W^b 分别表示两交界处矩形的边界测线覆盖宽度，具体如下：

$$\eta' = \frac{W^C}{W^a + W^b - W^C}$$

(3) 各区域测线设计模型的建立与求解

综合以上约束条件，结合前三问的推导分析，以测量总长度最小为目标，采用平行于测线区等深线走向方案，建立各区域测线设计模型，具体模型如下：

$$\begin{aligned} & \text{目标: } \text{Min} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^n l_j \\ & \left\{ \begin{array}{ll} 10\% \leq \eta_{(i,j-1,k),(i,j,k)} \leq 20\% & i = 1, 2, \dots, 6, j = 1, 2, \dots, n_i, k = 1, 2, \dots, m_{ij} \\ W_i + \sum_{j=2}^{n_i-1} (W_i - C_{(i,j-1),(i,j)}) < 2 \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ W_i + \sum_{j=2}^{n_i} (W_i - C_{(i,j-1),(i,j)}) \geq 2 \cdot 1852 & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ \lambda_i = \frac{SC_i}{S_i} & i = 1, 2, \dots, 6 \\ \eta_{(i,j-1),(i,j)} = 1 - \frac{d_{(i,j-1),(i,j)}}{W_i} & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ W_i = 2D \cdot \tan \alpha & i = 1, 2, \dots, 7408 \\ D_i = D_1 - (n-1) \tan \alpha & i = 1, 2, \dots, 7408 \\ D_1 = 189.0309 & \\ d_{(i,j-1),(i,j)} = W_i - C_{(i,j-1),(i,j)} & i = 1, 2, \dots, 7408, j = 1, 2, \dots, n_i \\ \eta' = \frac{W^C}{W^a + W^b - W^C} & \end{array} \right. \end{aligned}$$

(4) 基于仿真模拟算法的具体描述

综合以上的目标模型和条件分析，设计基于仿真模拟在拟合平面上求解漏测面积算法，具体伪代码如下：

算法 1: 基于仿真模拟在拟合平面上求解漏测面积

Input: $depth, x, y, \theta$ 矩阵 $depth$ 表示海水深度数据矩阵 x, y 分别表示海水深度数据对应的纵横坐标 θ 表示多波束换能器的开角**Output:** ans ans 表示漏测海区占总待测海域面积的百分比

```
1 begin
    // 算F平面漏测面积
2    sum = 0;
3    for i ← 201 to 251 do
4         $\alpha_{i,201} = \arctan \frac{depth_{i,201} - depth_{i,200}}{0.1}$ 
5         $WR_{i,201} = \frac{depth_{ij}}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha_{i,201} - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
6         $WL_{i,201} = \frac{depth_{ij}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_{i,201} - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
7         $W_{i,201} = WR_{i,201} + WL_{i,201}$ 
8        for j ← 151 to 201 do
9             $\alpha_{i,j} = \arctan \frac{depth_{i,j} - depth_{i,j-1}}{0.1}$ 
10            $WR_{i,j} = \frac{depth_{ij}}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha_{i,j} - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
11            $WL_{i,j} = \frac{depth_{ij}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_{i,j} - \frac{\theta}{2})} \sin \frac{\theta}{2}$ 
12            $W_{i,j} = WR_{i,j} + WL_{i,j}$ 
13        end
14    end
15     $ans = \frac{(4-2.5) \cdot (5-4) \cdot 1852^2 - sum}{(4-2.5) \cdot (5-4) \cdot 1852^2};$ 
16    return ans
17 end
```

5.4.3 基于反悔贪心二次优化

通过仿真模拟，由于重叠率约束仅对各区域内相邻测线进行约束，但各区域边界的重叠率并未得到约束，各区域边界存在重叠率超 20% 部分，仿真模拟下得到的各区域重叠率超 20% 部分总长度具体如下表所示：

表：仿真模拟下各区域重叠率超 20% 部分总长度

边界名称	重叠率超过 20% 部分的总长度/ m
AG	3017
AC	3248
AB	5956
EB	3207
BC	4577
CF	107

据此，为了减少超过 20% 部分的总长度，需使用反悔贪心算法进行二次优化，设计基于反悔贪心调整重叠率超 20% 部分总长度算法，具体伪代码如下

下：

算法 1: 基于反悔贪心调整重叠率超过 20% 部分的总长度

Input: *nowans*

*ans*表示目前重叠率超过 20% 部分的总长度

Output: *ans*

*ans*表示重叠率超过 20% 部分的总长度

```

1 begin
2   初始化每个区域内的重叠率 $\eta_i = 0.1$ 
3   while 微调重叠率 $\eta_i$  do
4     根据新重叠率计算A, B, C, E, F, G区域路线
5     仿真模拟求得新重叠率超过 20% 部分的总长度
6     求得总长度比较当前最优解, 取最优解
7     if 当前解并不是已知最优解 then
8       根据当前解继续(多次)反悔贪心
9       if 多次贪心无法取得比最优解找到更优的解 then
10        回退之前最优解的重叠率 $\eta$ 
11      end
12    end
13  end
14  return ans
15 end

```

5.4.4 具体结果

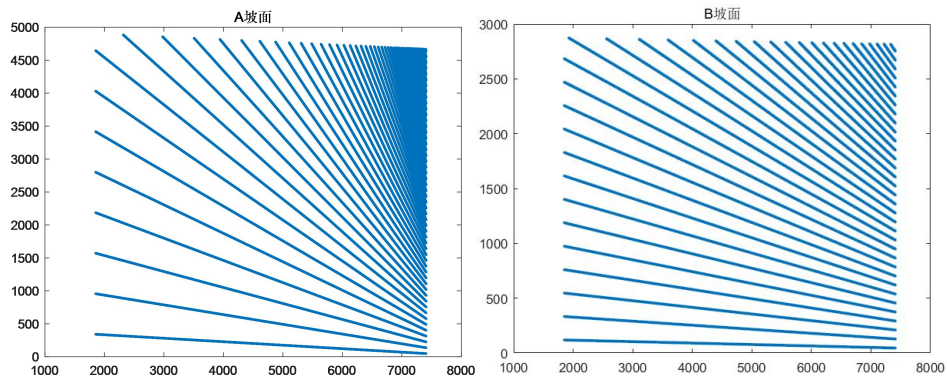
综上, 根据以上的仿真模拟求解最短测线长度和基于反悔贪心进行二次优化, 再结合问题三中的平行于扫海区域长边情况, 可得到测线分布图和数据指标具体如下所示:

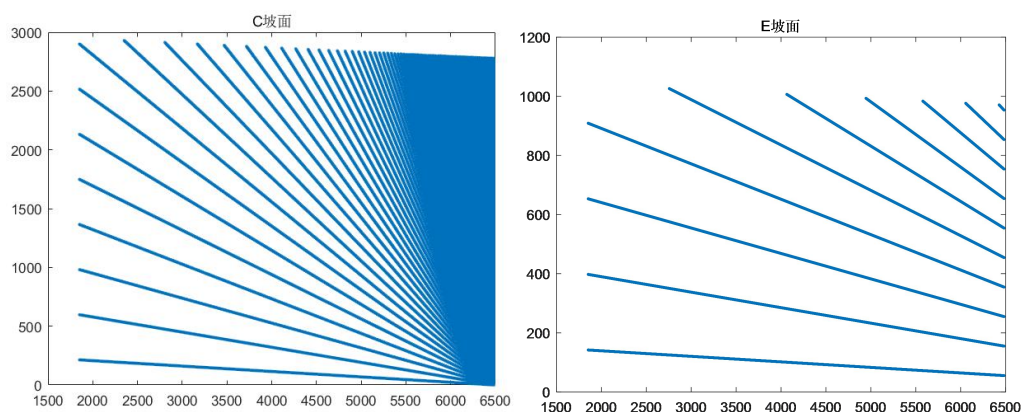
(1) 测线分布图

根据以上的仿真模拟, 可求解各矩形区域内的测线分布情况。

① 斜坡区域

考虑平行于扫海区域的长边情况下, 即测线方向与海底坡面法向在水平面上投影的夹角为 180° , 基于贪思想进行离散化求解, 满足测量长度最短、完全覆盖整个海域, 可得到四个斜坡矩形区域的测线分布, 具体如下图所示:

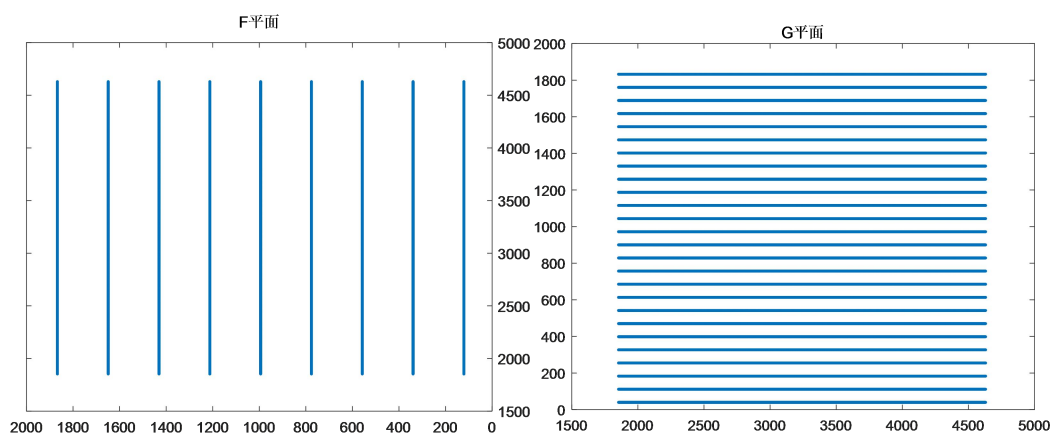




图：四个斜坡区域的测线分布图

② 平坦区域

考虑平行于扫海区域的长边情况下，满足测量长度最短、完全覆盖整个海域，可得到两个平坦矩形区域的测线分布，具体如下图所示：



图：两个平坦区域的测线分布图

(2) 指标数据

综上，通过仿真模拟设计最短测线长度，并使用反悔贪心进行二次优化，得到相应的指标，具体如下表所示：

表：不同区域指标数据表

区域	总面积 $/m^2$	覆盖总面积 $/m^2$	漏测面积 $/m^2$	漏测比 $\%$	测线总长 $/m$
A	15434568	15434568	0	0	96995
B	25724280	25724280	0	0	114434
C	12862140	12862140	0	0	216338
E	8574760	8574760	0	0	27593
F	5144856	4817052	327804	6.37	25002
G	5144856	5144856	0	0	72228

由于各区域边界存在重叠率超 20%部分，基于反悔贪心后对该部分进行二次优化，得到优化前后各区域重叠率超 20%部分总长度如下表所示：

表：二次优化前后各区域重叠率超 20%部分总长度

边界名称	重叠率超过 20%部分的长度/m	
	优化前	优化后
AG	3017	2717
AC	3248	1230
AB	5956	2255
EB	3207	2969
BC	4577	4317
CF	107	107

根据上表，优化前后的重叠率超 20%部分的总长度分别为：20112 米、13595 米，其长度缩短 6517 米。

六、模型评价与推广

6.1 模型优点

1) 模型涵盖了从几何模型构建到具体计算方法的全面分析。解决了多波束探测器探测海底坡面的各个关键问题，包括测线覆盖宽度、重叠率、测线方向调整等。

2) 使用了正弦定理、三角函数相关知识、贪心算法、粒子群算法等多种数学和计算方法。方法的多样性有助于从不同角度解决问题，并优化测量方案。

3) 用了 GB12327-2022《海道测量规范》作为指导，这表明了在实际问题中考虑了行业标准和规范要求，有助于保证测量结果的准确性和可靠性。

6.2 模型缺点

1) 使用多种复杂的数学模型和算法，包括粒子群算法和反悔贪心等，可能导致计算量较大，需要充分的计算资源和时间来实现。

2) 模型得出的测线布局方案，在现实生活中不一定能精确实现，海面情况复杂多变。

6.3 模型推广

将模型应用于不同类型的海底地形，如不规则坡面、台阶状坡面或者具有局部平坦区域的海底。考虑不同的海洋环境条件，如潮汐影响或不同的水深范围。引入更精细的模型调整方法，例如基于动态规划的路径规划算法，

以优化测量线路的设计。

七、参考文献

- [1] 《海道测量规范》 [GB 12327-2022 4630.pdf \(nssi.org.cn\)](#)
- [2] 张红伟, 殷冰冰. 多波束与侧扫声纳组合系统在海洋生态修复建设中的应用[C]//河海大学, 江苏省水利学会, 浙江省水利学会, 上海市水利学会. 2024 (第十二届) 中国水利信息化技术论坛论文集. 黄委会山东水文水资源局利津水文站;, 2024:7. DOI:10.26914/c.cnkihy.2024.009393.
- [3] 马海伟, 栾坤祥, 陈良. 利用线性调频声呐及波束角调节技术的海底管缆探测[J]. 测绘通报, 2024, (06):171-175. DOI:10.13474/j.cnki.11-2246.2024.0629.
- [4] 时高建, 王欣威, 刘强, 等. 基于贪心策略改进 $RRT^*(*)$ 算法机械臂路径规划[J/OL]. 制造技术与机床, 1-12[2024-07-18]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.3398.TH.20240717.1313.020.html>.

附录

一、支撑材料的文件列表

- 1、AntiGreed.m
- 2、celou.m
- 3、chongover20.m
- 4、question1.m
- 5、question2.m
- 6、question3.m
- 7、question4.m
- 8、question4A.m
- 9、question4B.m
- 10、question4C.m
- 11、question4E.m
- 12、question4F.m
- 13、question4G.m
- 14、问题 4 数据.xlsx
- 15、result1.xlsx
- 16、result2.xlsx

二、程序代码

question1.m

```
theta=deg2rad(120);
alpha=deg2rad(1.5);
%D = 70;
%{
Wa0 = D/(sin(pi/2 + alpha - theta/2)) * sin(theta/2);
Wb0 = D/(sin(pi/2 - alpha - theta/2)) * sin(theta/2);
W0 = Wa0 + Wb0;

d = 200;
D200 = D - d * tan(alpha);
Wa200 = D200/(sin(pi/2 + alpha - theta/2)) * sin(theta/2);
Wb200 = D200/(sin(pi/2 - alpha - theta/2)) * sin(theta/2);
```

```

W200 = Wa200 + Wb200;
%}
W = zeros(9,1);
Wa = zeros(9,1);
Wb = zeros(9,1);
D = zeros(9,1);
D(5) = 70;
for d = -800 : 200 : 800
    D((d+1000)/200) = D(5) - d * tan(alpha);
    Wa((d+1000)/200) = D((d+1000)/200)/(sin(pi/2 + alpha - theta/2)) *
sin(theta/2);
    Wb((d+1000)/200) = D((d+1000)/200)/(sin(pi/2 - alpha - theta/2)) *
sin(theta/2);
    W((d+1000)/200) = Wa((d+1000)/200) + Wb((d+1000)/200);
end
C = zeros(9,1);
C(1) = -1;
for d = -600 : 200 : 800
    C((d+1000)/200) = Wa((d+1000-200)/200) + Wb((d+1000)/200) -
(200/cos(alpha));
end
eta = zeros(9,1);
for d = -600 : 200 : 800
    eta((d+1000)/200) = 100*(C((d+1000)/200))/(W((d+1000-200)/200) +
W((d+1000)/200) - C((d+1000)/200));
end

```

question2.m

```

%角度计算
theta = 120;
alpha = 1.5;
beta = [0 45 90 135 180 225 270 315];

```

```

lambda = atan(-tand(alpha) * cosd(beta));

Wa = zeros(8,8);
Wb = zeros(8,8);
W = zeros(8,8);
D = zeros(8,8);
D(1,1) = 120;
d = [0,0.3,0.6,0.9,1.2,1.5,1.8,2.1] * 1852;
for i = 1:8
    for j = 1:8
        D(i,j) = D(1,1) - d(j) * tan(lambda(i));
        Wa(i,j) = D(i,j)/(sind(90 + lambda(i) - theta/2)) * sind(theta/2);
        Wb(i,j) = D(i,j)/(sind(90 - lambda(i) - theta/2)) * sind(theta/2);
        W(i,j) = Wa(i,j) + Wb(i,j);
    end
end
end

```

question3.m

```

%对平行于等深线的情况进行分析求解
%弧度计算
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
alpha = deg2rad(1.5);
theta = deg2rad(120);
Dmin = 110;%海域中心点处的海水深度
dwest = -4/2 * 1852;
Dwest = Dmin - dwest * tan(alpha); %最深的

WRwest = Dwest/(sin(pi/2 + alpha - theta/2)) * sin(theta/2);%假设最深处有船,
算其 WRwest

```

D1 = WRwest * (sin(pi/2 - alpha - theta/2))/sin(theta/2);%根据 WRwest 当作
WL1 反推深度 D1

d1 = (Dmin - D1)/tan(alpha);%深度 D1 反推距离海域中心点的距离

deast = 4/2 * 1852;

Deast = Dmin - deast * tan(alpha); %最浅的

WLeast = Deast/(sin(pi/2 - alpha - theta/2)) * sin(theta/2);%假设最深处有船, 算
其 WLeast

Dn = WLeast * (sin(pi/2 + alpha - theta/2))/sin(theta/2);%根据 WLeast 当作
WRn 反推深度 Dn

dn = (Dmin - Dn)/tan(alpha);%深度 Dn 反推距离海域中心点的距离

%

WR1 = D1/(sin(pi/2 + alpha - theta/2)) * sin(theta/2);

WL1 = D1/(sin(pi/2 - alpha - theta/2)) * sin(theta/2);

%

D = [D1];%海深

d = [d1];%距离海域中心点的距离

WR = [WR1];

WL = [WL1];

W = [WR1+WL1];

n = 1;

while 1

Dnext_Numerator = (WR(n) - 0.1*W(n) + 0.1*WR(n) -
0.1*(D(n)/(tan(alpha)*cos(alpha))) - D(n)/(tan(alpha)*cos(alpha))); %Dnext 分子

Dnext_denominator = 0.1* sin(theta/2) * (1/(sin(pi/2 + alpha - theta/2))) -
sin(theta/2) * (1/(sin(pi/2 - alpha - theta/2))) - 0.1*(1/(tan(alpha)*cos(alpha))) -
(1/(tan(alpha)*cos(alpha))); %Dnext 分母

Dnext = Dnext_Numerator/Dnext_denominator;

if Dnext < Dn || D(n) == Dnext

break;

end

question32.m

```
%对垂直于等深线的情况进行分析求解
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x = 1:2*1852;

%角度计算
theta = 120;
alpha = 1.5;
beta = 180;
lambda = atan(-tand(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(4*1852,1);
WL = zeros(4*1852,1);
W = zeros(4*1852,1);
D = zeros(4*1852,1);
Dmid = 110;
dnorth = -2/2 * 1852;
Dnorth = Dmid - dnorth * tan(alpha); %最深的
%l = [-x , x];%离散化
l = -1852*2:2*1852;
for i = 1:4*1852
    D(i) = Dmid - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算
```

```

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(4*1852,1);
for i = 1:4*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end

%估计侧线的数量
sum = 0;
for i = 1:4*1852
    sum = 2*1852/d(i) + sum;
end
sum

%对平行于等深线的情况进行分析求解
%已求出测线组数 n = 35
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
n = 35;
sum2 = 2*1852*n;

%画图
%对垂直于等深线的情况
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x_ = [];
y_ = [];
for i = 1:4*1852
    y = WL(i);
    x_ = [x_ , i];
    y_ = [y_ , y];

```

```

while 1
    if y+WR(i) > 2*1852
        break;
    end
    y = y + d(i);
    x_ = [x_ , i];
    y_ = [y_ , y];
end
end
plot(x_,y_',');

```

question4.m

```

% 读取数据
data = xlsread('问题 4 数据.xlsx');
% 提取坐标和深度数据
x = data(1, 2:end); % 第一行除去第一个元素为 x 坐标
y = data(2:end, 1); % 第一列除去第一个元素为 y 坐标
depth = data(2:end, 2:end); % 深度数据

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%A 面
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

nautical_mile = 1852;
%角度计算
theta = 120;
WLfrist = zeros(201,1);
alpha = zeros(201,201);
WR = zeros(201,201);
WL = zeros(201,201);
W = zeros(201,201);

```



```

W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = depth(1,201); %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出， 宽度求出， 按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end

%估计侧线的数量
sum = 0;
for i = 1:long*1852
    sum = short*1852/d(i) + sum;
end
sum

%画图
%对垂直于等深线的情况

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

x_ = [];
y_ = [];
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    x_ = [x_ , i+1*1852];
    y_ = [y_ , y];
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            break;
        end
        y = y + d(i);
        x_ = [x_ , i+1*1852];
        y_ = [y_ , y];
    end
end
plot(x_,y_,'.');
title('A 坡面');

```

question4B.m

```

%对垂直于等深线的情况进行分析求解
%坡面 B。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 4-1;
short = 1.5-0;
x = 1:short*1852;

```

```

%角度计算
theta=120;
alpha = atan(0.0076);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 68.54; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end

%估计侧线的数量
sum = 0;
for i = 1:long*1852
    sum = short*1852/d(i) + sum;

```

```

end
sum

%画图
%对垂直于等深线的情况
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x_ = [];
y_ = [];
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    x_ = [x_ , i+1*1852];
    y_ = [y_ , y];
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            break;
        end
        y = y + d(i);
        x_ = [x_ , i+1*1852];
        y_ = [y_ , y];
    end
end
end
plot(x_,y_,'.');
```

question4C.m

```

%对垂直于等深线的情况进行分析求解
%坡面 C。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```



```

long = 4-1.5;
short = 4-2.5;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta = 120;
alpha = atan(0.02654);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 123.1; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end

%估计侧线的数量

```

```

sum = 0;
for i = 1:long*1852
    sum = short*1852/d(i) + sum;
end
sum

%画图
%对垂直于等深线的情况
%%%%%%%%%
%%%%%%%%%
%%%%%%%%%
x_ = [];
y_ = [];
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    x_ = [x_ , i+1*1852];
    y_ = [y_ , y];
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            break;
        end
        y = y + d(i);
        x_ = [x_ , i+1*1852];
        y_ = [y_ , y];
    end
end
plot(x_,y_,'');

```

question4E.m

%对垂直于等深线的情况进行分析求解

```

%坡面 E。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 2.5-0;
short = 5-4.5;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta =120;
alpha = atan(0.0108);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 82; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出， 宽度求出， 按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852

```

```

        d(i) = W(i) * (1-0.1);
    end

    %估计侧线的数量
    sum = 0;
    for i = 1:long*1852
        sum = short*1852/d(i) + sum;
    end
    sum

    %画图
    %对垂直于等深线的情况
    %%%%%%%%%%
    %%%%%%%%%%
    %%%%%%%%%%
    x_ = [];
    y_ = [];
    for i = 1:long*1852
        y = WL(i);
        x_ = [x_ , i+1*1852];
        y_ = [y_ , y];
        while 1
            if y+WR(i) > short*1852
                break;
            end
            y = y + d(i);
            x_ = [x_ , i+1*1852];
            y_ = [y_ , y];
        end
    end
    plot(x_,y_,'.');
```

question4F.m

```
%  
%平面 F。  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
long = 4-2.5;  
short = 5-4;  
x = 1:short*1852;  
%角度计算  
theta = 120;  
alpha = atan(0);  
beta = 180;  
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));  
  
WR = zeros(long*1852,1);  
WL = zeros(long*1852,1);  
W = zeros(long*1852,1);  
D = zeros(long*1852,1);  
  
Dnorth = 70; %最深的  
  
l = 1:long*1852;  
for i = 1:long*1852  
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);  
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);  
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);  
    W(i) = WR(i) + WL(i);  
end  
  
%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算
```



```
end
plot(x_,y_',');

```

question4G.m

```
%
%平面 G。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%角度计算
theta=120;
alpha = atan(0);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 23; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);

```

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

```
%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end
```

```
%估计侧线的数量
sum = 0;
for i = 1:long*1852
    sum = short*1852/d(i) + sum;
end
sum
```

```
%画图
%对垂直于等深线的情况
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x_ = [];
y_ = [];
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    x_ = [x_ , i+1*1852];
    y_ = [y_ , y];
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            break;
        end
    end
end
```



```

        y = y + d(i);
        x_ = [x_ , i+1*1852];
        y_ = [y_ , y];
    end
end
plot(x_,y_,'.');
```

AntiGreed.m

```

%%算重叠率超过百分之 20 的部分
%反悔贪心算法
% 读取数据
data = xlsread('问题 4 数据.xlsx');
% 提取坐标和深度数据
x = data(1, 2:end); % 第一行除去第一个元素为 x 坐标
y = data(2:end, 1); % 第一列除去第一个元素为 y 坐标
depth = data(2:end, 2:end); % 深度数据
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%init
AG = 0; %3017 %2717
AC_tiao = 4053; % 提前跑出来 4053
AC = 0; %3248 %1230
AB = 0; %5956 %2255
EB = 0; %3207 %2969
BC = 0; %4577 %4317
CB = 0;
CF = 0; %107 %107

WB = zeros(3*1852,1);
eta = 0;
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```
%
```

```
%A 区 坡面 A 超出部分。
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```
long = 4.5-1.5;
```

```
short = 2.5-0;
```

```
x = 1:short*1852;
```

```
%角度计算
```

```
theta =120;
```

```
alpha = atan(0.0304);
```

```
beta = 180;
```

```
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));
```

```
WR = zeros(long*1852,1);
```

```
WL = zeros(long*1852,1);
```

```
W = zeros(long*1852,1);
```

```
D = zeros(long*1852,1);
```

```
Dnorth = depth(1,201); %最深的
```

```
l = 1:long*1852;
```

```
for i = 1:long*1852
```

```
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
```

```
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
```

```
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda- theta/2)) * sind(theta/2);
```

```
    W(i) = WR(i) + WL(i);
```

```
end
```

```
%每 m 的海深度求出， 宽度求出， 按照平坦的去算
```

```
%eta = 1 - d/w
```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

long = 4-1;
short = 1.5-0;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta = 120;
alpha = atan(0.0076);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

```

```

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

```

```

Dnorth = 68.54; %最深的

```

```

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
    WB(i) = W(i);
end

```

```

%每 m 的海深度求出， 宽度求出， 按照平坦的去算

```

```

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852

```

```

        d(i) = W(i) * (1-eta);
    end

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %%% B
    Bover = zeros(long*1852,1);
    for i = 1:long*1852
        y = WL(i);
        sumAB = 0;
        sumEB = 0;
        while 1
            if y+WR(i) > short*1852
                Bover(i) = short*1852 - y+WR(i);
                if 1-(d(i)/(WR(i)+WL(i))) > 0.2
                    CB = CB + 1;
                end
                break;
            end
            y = y + d(i);
            sumAB = sumAB + 1;
            if Eover(int16(y)) > i - Eover(int16(y))
                EB = EB + 1;
            end
        end
        end
        if i < Aover(i)
            AB = AB + sumAB;
        end

    end

    %
    %坡面 Cover。

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

long = 4-1.5;
short = 4-2.5;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta = 120;
alpha = atan(0.02654);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

```

```

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

```

```

Dnorth = 123.1; %最深的

```

```

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

```

```

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

```

```

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-eta);

```

end

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% C
```

```
Cover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    sumAC = 0;
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            Cover(i) = short*1852 - y+WR(i);
            %if 1-(d(i)/(WR(i)+WL(i))) > 0.2
            %    BC = BC + 1;
            %end
            if (Bover(i) + Cover(i))/(WB(i)+W(i)-(Bover(i) + Cover(i)))>0.2
                BC = BC + 1;
            end
            break;
        end
        y = y + d(i);
        %if i == long*1852
        %    AC_tiao = AC_tiao + 1;
        %end
        sumAC = sumAC + 1;
    end
    if i < Aover(i)
        AC = AC + sumAC;
    end
    if i > long*1852 - 1.060927859705716e+02
        CF = CF + 1;
    end
end
```

```

end

%
%坡面 E over。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 2.5-0;
short = 5-4.5;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta = 120;
alpha = atan(0.0108);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 82; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w

```



```

%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-eta);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% E
Eover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            Eover(i) = short*1852 - y+WR(i);
            break;
        end
        y = y + d(i);
    end
end

%
%平面 G over。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 1.5-0;
short = 1-0;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta = 120;
alpha = atan(0);
beta = 180;

```



```

        Gover(i) = short*1852 - y+WR(i);
        break;
    end
    y = y + d(i);
end
end

%
%平面 F。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 4-2.5;
short = 5-4;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta =120;
alpha = atan(0);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 70; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda- theta/2)) * sind(theta/2);
end
end

```

$$W(i) = WR(i) + WL(i);$$

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

```
%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-eta);
end
```

%%%%%%%%%%
 %%%%%%%%%%
 %%% F

```
Fover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            Fover(i) = short*1852 - y+WR(i);
            break;
        end
        y = y + d(i);
    end
end
```

chongover20.m

```
%%算重叠率超过百分之 20 的部分
%
% 读取数据
data = xlsread('问题 4 数据.xlsx');
```

```

% 提取坐标和深度数据
x = data(1, 2:end); % 第一行除去第一个元素为 x 坐标
y = data(2:end, 1); % 第一列除去第一个元素为 y 坐标
depth = data(2:end, 2:end); % 深度数据

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%init
AG = 0; %3017
AC_tiao = 4053; % 提前跑出来 4053
AC = 0; %3248
AB = 0; %5956
EB = 0; %3207
BC = 0; %4577
CB = 0;
CF = 0; %107

WB = zeros(3*1852,1);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%A 区 坡面 A 超出部分。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 4.5-1.5;
short = 2.5-0;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta = 120;
alpha = atan(0.0304);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

```

```

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = depth(1,201); %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end

%估计侧线的数量
sum = 0;
for i = 1:long*1852
    sum = short*1852/d(i) + sum;
end

%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% A

Aover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852

```



```

WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 82; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% E

Eover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            Eover(i) = short*1852 - y+WR(i);
            break;
        end
    end
end

```

```

        y = y + d(i);
    end
end

%
%平面 G over。
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
long = 1.5-0;
short = 1-0;
x = 1:short*1852;
%角度计算
theta =120;
alpha = atan(0);
beta = 180;
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));

WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);

Dnorth = 23; %最深的

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda- theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

```

```
%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end
```

```
Gover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    y = WL(i);
    while 1
        if y+WR(i) > short*1852
            Gover(i) = short*1852 - y+WR(i);
            break;
        end
        y = y + d(i);
    end
end
```

```
long = 4-2.5;  
short = 5-4;  
x = 1:short*1852;  
%角度计算
```

```
theta = 120;  
alpha = atan(0);  
beta = 180;  
lambda = atan(-tan(alpha) * cosd(beta));
```

```
WR = zeros(long*1852,1);
WL = zeros(long*1852,1);
W = zeros(long*1852,1);
D = zeros(long*1852,1);
```

```
Dnorth = 70; %最深的
```

```

l = 1:long*1852;
for i = 1:long*1852
    D(i) = Dnorth - l(i) * tan(lambda);
    WR(i) = D(i)/(sind(90 + lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    WL(i) = D(i)/(sind(90 - lambda - theta/2)) * sind(theta/2);
    W(i) = WR(i) + WL(i);
end

```

%每 m 的海深度求出，宽度求出，按照平坦的去算

```
%eta = 1 - d/w
%d = w*(1 - eta)
d = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
    d(i) = W(i) * (1-0.1);
end
```

```
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%
%%% F
Fover = zeros(long*1852,1);
for i = 1:long*1852
```

```
y = WL(i);  
while 1  
    if y+WR(i) > short*1852  
        Fover(i) = short*1852 - y+WR(i);  
        break;  
    end  
    y = y + d(i);  
end  
end
```