

基于离散化枚举的车灯线光源的优化设计

【摘要】

文对满足车灯规定需求下使得车灯功率最小进行研究,根据车灯半径、深度,车灯的线光源摆放位置,测试车灯的测试屏上一些点的光强度等因素,以线光源长度最小为目标,建立优化模型。

针对问题一与问题二:利用已知开口半径 36 毫米,深度 21.6 毫米推出车灯形状的解析式为 $x^2 + z^2 = 60y$,接着假设已知旋转抛物面上的入射点坐标,利用入射光线和反射光线角度相同以及入射点所在的法线垂直于入射点的切平面的空间几何知识,建立关于光源关法线对称的对称点与光源连线的中点交与入射点所在的法线上的方程组,解出光源关法线对称的对称点。最后通过空间内直线和平面的交点知识,求得光源经入射点反射到测试屏上一点的坐标。因为空间内的旋转抛物面是连续的,所以采取**连续问题离散化方法**求解;通过离散化枚举光源坐标和离散化枚举入射点坐标求得对应反射到测试屏上点的坐标;从而求得测试屏上所有的点。将求测试屏上一点的光强度转化为求在该平面上落在以该点为圆心的圆内点的个数。以题目要求的两点光强度不小于各规定额定值为限制,建立光源长度最小的**搜索优化模型**。在满足设计规范条件下,求解出最小线光源长度为 3.18mm。

针对问题三:本文认为一个合理设计规范应该是在这个规范下做出的最合适的车灯,具有以下照明效果,首先灯光图像的中心应该是最亮的,其次考虑到实际使用中车辆会车情况,灯光的周围光亮应该较弱,避免对面驾驶员产生光线晕眩。为了验证该规范是否合理,本文调整了线光源位置,进行光线模拟绘制图像,经过对比,题目给出的设计最为合理,符合分析要求,故此该设计规范合理。

关键词: 离散化枚举 旋转抛物面 搜索优化模型

一、问题重述

1.1 引言

随着国家的工业发展，人们的生活质量越来越好，车也成为了出行必不可少的交通工具，但随着车辆越来越多，交通事故的事故发生率也在提高。车灯是每辆车都必不可少的部分，现如今对车灯的亮度有更高的要求，功率越高，亮度越高，但高瓦数会导致工作温度过高，从而影响 LED 寿命，因此每辆车的车灯功率选择十分重要。不合格得车灯会使驾驶员辨认不清前方道路得情况，或者会车时使对面驾驶员目眩，从而易发生交通事故，故每辆车上市前都需对其车灯进行测试。本题中，需根据设计规范要求，对车灯线光源进行优化设计。

1.2 问题提出

根据附件给出的题目要求和相应的数据，结合旋转抛物面的几何特征，研究以下问题：

- 1、在满足附件中所给的设计规范条件下，计算其线光源长度，使线光源的功率最小。
- 2、根据问题一得到的线光源长度，在有标尺的坐标系中画出测试屏上反射光的亮区。
- 3、对该设计规范的合理性进行讨论

二、问题分析

本题主要对车灯光线源进行优化设计。针对问题一，需满足附件所给确定线光源长度的设计规范情况下，对线光源的长度进行计算，使线光源的功率最小。针对问题二，需在问题一计算得到的线光源长度下，在有标尺的坐标系中绘制处测试屏上反射光的亮区。针对问题三，需对设计规范下确定线光源长度的合理性进行讨论。

2.1 问题 1、2 分析

在问题一中，需根据旋转抛物面的几何特征，在满足设计规范的条件，计算其线光源长度，使线光源的功率最小，解决该问题，需从以下几个方面进行分析：

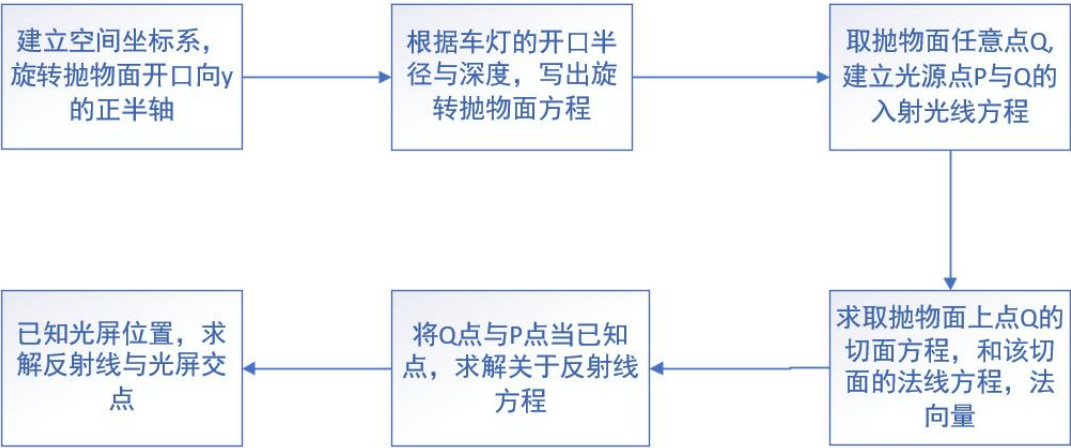
① 旋转抛物面方程求解。由于车灯形状为一旋转抛物面，故根据附件所给车灯的光学设计参数，结合旋转抛物面的方程，对该旋转抛物面的焦点和方程进行求解。

② 反射光线方程求解。应计算出该旋转抛物面的法向量和入射光线，

通过研究入射点与其关于法线的对称点连线与法向量之间的关系，入射点和入射点关于法线的对称点所在线段的中点与法线方程的关系，而法线方程可由法向量求解，综上可求解出光源点关于法线对称的对称点，该对称点再与入射光线在旋转抛物面上的点结合，两点确定一直线，从而可求解出反射光线方程。

③ 计算反射到测试屏上点的坐标。根据题目可知，测试屏位于旋转抛物面焦点前方 25 米处，结合其焦点坐标，则可求得测试屏所在平面得 y 轴坐标。再根据其求解出得反射光线方程，则可求解出反射光线照射到测试屏上点得坐标。

结合以上几点，我们建立得出求解该问题的步骤，具体步骤流程图如下：



图：问题分析流程图

④ 满足光强度要求。根据附件所给的设计规范，需对反射点照射到 B 点和 C 点的一定圆周范围内的反射点进行统计，在满足 B 点和 C 点光强度的基础上，以线光源功率最小为目标，计算其线光源长度。

⑤ 根据问题一求解出的最小线光源长度，应离散化枚举入射点和照射到抛物面点的坐标，从而求解出反射到测试屏上的所有点，满足光强度要求的前提下，绘制出测试屏上的亮区。

2.2 问题 3 分析

在现实生活中，设计前照灯合适的发光亮度和照明区域是十分重要的，在本问中，需根据车灯的光学设计参数，在满足设计规范条件下，对线光源在不同位置上的发光强度和照明区域进行分析。据此对车灯内线光源的位置进行调整，即改变线光源所在的坐标，绘制出线光源在不同坐标上反射光线照射在测试屏上的亮区，并对这些位置上的亮区进行对比。

三、符号说明

符号	描述说明
f_{ij}	第 i 个入射点光线照射到抛物面上第 j 个点的反射点是否落在 C 点一定圆周范围内
g_{ij}	第 i 个入射点光线照射到抛物面上第 j 个点的反射点是否落在 B 点一定圆周范围内
d_{ijk}	第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点在光屏上的反射点与第 k 个光强度判断点的距离
α_{ij}	第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点在光屏上的反射点 x 轴坐标
β_{ij}	第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点在光屏上的反射点 z 轴坐标

四、模型假设

- 1、假设测试屏大小合适
- 2、假设线光源亮度足够
- 3、假设光线入射和反射过程中都未受到阻碍

五、模型建立与求解

本题对车灯光源进行优化设计，根据附件所给数据，结合旋转抛物面的性质。针对问题一，建立数学模型，计算线光源长度，使线光源的功率最小。针对问题二，对问题一求解得到的线光源长度，在有标尺的坐标系中画出测试屏上反射光的亮区。针对问题三，对设计规范的合理性进行讨论。

5.1 问题 1：功率最小的线光源长度

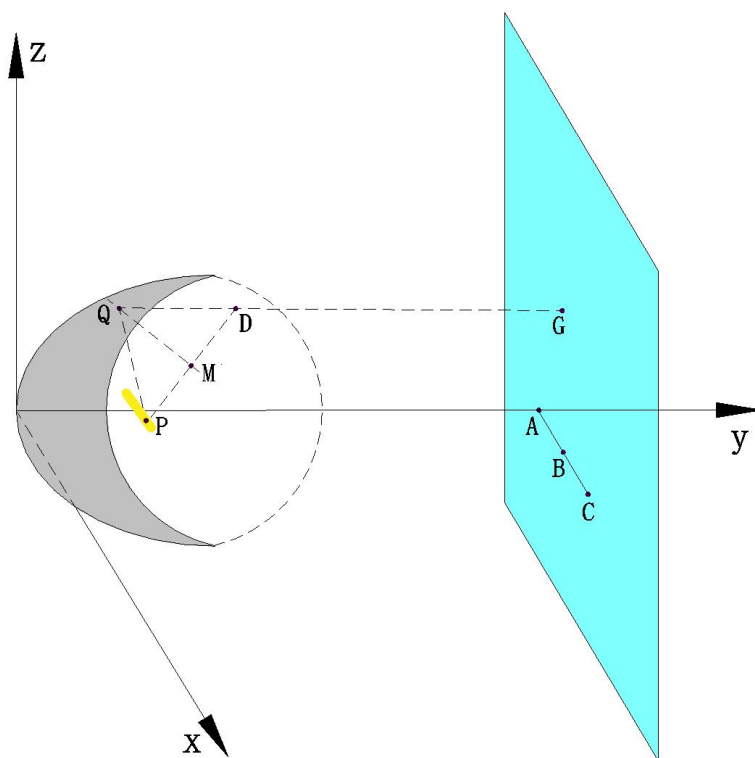
根据附件所给车灯的光学设计参数，满足设计规范情况下，计算该情况下的最小线光源长度。

5.1.1 推导过程

为了满足设计规范，需对反射到测试屏上的反射光线进行计算，具体计算过程如下：

(1) 旋转抛物面空间直角坐标系建立

根据题目要求，需先对旋转抛物面的空间直角坐标系进行建立，令旋转抛物面的开口朝向 Y 轴的正半轴，具体坐标系如下图所示：



图：旋转抛物面的空间直角坐标系

(2) 旋转抛物面方程推导

根据其旋转抛物面方程：

$$z^2 + y^2 = 2px \quad (1-1)$$

结合附件所给车灯的光学设计参数，带入抛物面上点(21.6,36,0)，可求解得到：

$$p = 30 \quad (1-2)$$

综上，该旋转抛物面的焦点坐标 F ：

$$F = (0, 15, 0) \quad (1-3)$$

旋转抛物面的方程为：

$$z^2 + y^2 = 60x \quad (1-4)$$

(3) 抛物面上点的法向量求解

设入射光线照在旋转抛物面上的点 Q 为 (x_0, y_0, z_0) ，旋转抛物面方程 $f(x, y, z) = 60x - y^2 - z^2$ ，在点 Q 分别对 x 、 y 、 z 求偏导，可得到法向量 \vec{n} 为：

$$\vec{n} = (2x_0, -60, 2z_0) \quad (1-5)$$

(4) 反射光线求解

设入射点 P 为 $(x_1, 15, 0)$ ，入射光线照在旋转抛物面上的点 Q 为 (x_0, y_0, z_0) ，

根据两点确定一直线可求解入射 PQ ：

$$\frac{x-x_0}{x_0-x_1} = \frac{y-y_0}{y_0-15} = \frac{z-z_0}{z_0} \quad (1-6)$$

设入射点 P 关于法线的对称点 D 为 (x_2, y_2, z_2) ， PD 连线中点为 M ，则可得到中点 M 的坐标：

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{15+y_2}{2}, \frac{z_2}{2} \right) \quad (1-7)$$

由于法向量 \vec{n} 和 \overrightarrow{PD} 相垂直，根据垂直向量的数量积为 0，则：

$$\overrightarrow{PD} \cdot \vec{n} = (x_2 - x_1, y_2 - 15, z_2) \cdot (2x_0, -60, 2z_0) = 0 \quad (1-8)$$

化简得：

$$x_0(x_2 - x_1) - 30(y_2 - 15) + z_0 z_2 = 0 \quad (1-9)$$

由式子 (1-5)，可求解法线 QM 方程：

$$\frac{x-x_0}{2x_0} = \frac{y-y_0}{-60} = \frac{z-z_0}{2z_0} = t \quad (1-10)$$

中点 M 位于法向量上，则将 M 带入法线方程中，则：

$$\frac{\frac{x_1+x_2}{2} - x_0}{2x_0} = \frac{\frac{15+y_2}{2} - y_0}{-60} = \frac{\frac{z_2}{2} - z_0}{2z_0} = t \quad (1-11)$$

解得：

$$\begin{cases} x_2 = 4x_0 t - x_1 + 2x_0 \\ y_2 = -120t + 2y_0 - 15 \\ z_2 = 4z_0 t + 2z_0 \end{cases} \quad (1-12)$$

将 (1-12) 带入 (1-9) 中，可解得：

$$t = \frac{x_0 x_1 - x_0^2 - z_0^2 + 30y_0 - 450}{2x_0^2 + 2z_0^2 + 1800} \quad (1-13)$$

根据两点确定一直线可得直线 QD ：

$$\frac{x-x_0}{x_0-x_2} = \frac{y-y_0}{y_0-y_2} = \frac{z-z_0}{z_0-z_2} \quad (1-14)$$

(5) 反射光线照射到测试屏上点的坐标

根据 (1-14) 的直线方程，设该反射线在测试屏上得反射点 G 为 (x_3, y_3, z_3) ，则：

$$\begin{cases} x_3 = \frac{y_3 - y_0}{y_0 - y_2} \cdot (x_0 - x_2) + x_0 \\ y_3 = 25015 \\ z_3 = \frac{y_3 - y_0}{y_0 - y_2} \cdot (z_0 - z_2) + z_0 \end{cases} \quad (1-15)$$

将 (1-12) 和 (1-13) 带入上式则可求解出反射点 G 的坐标。

5.1.2 确定目标

根据题目要求，需满足设计规范的情况下，计算线光源长度，使线光源的功率最小，即以线光源长度最小为目标，设 l 为线光源长度，具体目标如下：

$$\text{Min} = l$$

5.1.3 约束条件

根据 5.1.1 求解反射到光屏上的点的坐标，为了满足设计规范，以线光源长度最小为目标，需对各个条件进行如下约束：

(1) “0-1” 变量约束

由于需对反射到 C 点一定圆周范围内的反射点进行统计，可设 f_{ij} 进行“0-1”约束，当 f_{ij} 为 1 时表示第 i 个入射光线照射到旋转抛物面上第 j 个点的反射点落在 C 点一定圆周范围内，当 f_{ij} 为 0 时表示第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点的反射点不落在 C 点一定圆周范围内，具体约束如下：

$$f_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 1,2,\dots,l, j = 1,2,\dots,72$$

由于需对反射到 B 点一定圆周范围内的反射点进行统计，可设 f_{ij} 进行“0-1”约束，当 f_{ij} 为 1 时表示第 i 个入射光线照射到旋转抛物面上第 j 个点的反射点落在 B 点一定圆周范围内，当 f_{ij} 为 0 时表示第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点的反射点不落在 B 点一定圆周范围内，具体约束如下：

$$g_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 1,2,\dots,l, j = 1,2,\dots,72$$

(2) 光强度约束

根据题目要求，要求 C 点的光强度不小于某一额定值，设某一额定值为 2，则每个入射点照射到旋转抛物面上的每个点反射到 C 点一定圆周范围内总和应不小于 2，具体约束如下：

$$\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{72} f_{ij} \geq 2$$

根据题目要求，要求 B 点的光强度不小于某一额定值，设某一额定值为 2，则每个入射点照射到旋转抛物面上的每个点反射到 B 点一定圆周范围内总和应不小于 2，具体约束如下：

$$\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{72} g_{ij} \geq 4$$

(3) 反射点与 B 、 C 点间距离

为了判断反射点是否落在 B 、 C 点一定的圆周范围内，需对反射点与 B 、 C 点之间的距离进行计算，设 d_{ijk} 为第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点在光屏上的反射点与第 k 个光强度判断点的距离， α_{ij} 为第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点在光屏上的反射点 x 轴坐标， β_{ij} 为第 i 个入射点光线照射到旋转抛物面上第 j 个点在光屏上的反射点 z 轴坐标， x_k'' 为第 k 个光强度判断点的 x 轴坐标， z_k'' 为第 k 个光强度判断点的 z 轴坐标，具体距离公式如下：

$$d_{ijk} = \sqrt{(\alpha_{ij} - x_k'')^2 + (\beta_{ij} - z_k'')^2} \quad i = 1, 2, \dots, l, j = 1, 2, \dots, 72, k = 1, 2$$

根据 5.1.1 的公式推导，可得到以下式子：

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{ij} = \frac{25015 - y_j}{y_j - y'''} \cdot (x_j - x''') + x_j \\ \beta_{ij} = \frac{25015 - y_j}{y_j - y'''} \cdot (z_j - z''') + z_j \\ x''' = 4x_j t - x_i' + 2x_j \\ y''' = -120t + 2y_j - 15 \\ z''' = 4z_j t + 2z_j \\ t = \frac{x_j x_i' - x_j^2 - z_j^2 + 30y_j - 450}{2x_j^2 + 2z_j^2 + 1800} \\ x_1'' = 2600 \\ x_2'' = 2600 \\ z_1'' = z_2'' = 0 \end{array} \right.$$

具体推导过程详见 5.1.1。

(4) 反射点落在 C、B 点一定圆周范围内的条件约束

为了对 C 点的光照强度进行计算，需先以 C 点的坐标为圆心以半径为 0.1 做一圆周，若落在圆周内则说明该反射点落在 C 点，光强度加 1，具体约束如下：

$$d_{ijk} \cdot f_{ij} \leq 0.1 \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72, k=1,2$$

为了对 B 点的光照强度进行计算，需先以 B 点的坐标为圆心以半径为 0.1 做一圆周，若落在圆周内则说明该反射点落在 B 点，光强度加 1，具体约束如下：

$$d_{ijk} \cdot g_{ij} \leq 0.1 \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72, k=1,2$$

5.1.4 线光源长度最优模型的建立与求解

综合以上的约束条件，结合 5.1.1 的公式推导，以求解最小线光源长度最小为目标，建立优化模型，具体模型如下：

目标：Min = l

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{72} f_{ij} \geq 2 \\ \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{72} g_{ij} \geq 4 \\ d_{ijk} = \sqrt{(\alpha_{ij} - x_k'')^2 + (\beta_{ij} - z_k'')^2} \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72, k=1,2 \\ \alpha_{ij} = \frac{25015(x_j - x''') - x_j y''' + y_j x'''}{y_j - y'''} \\ \beta_{ij} = \frac{25015(z_j - z''') - z_j y''' + y_j z'''}{y_j - y'''} \\ x''' = 4x_j t - x_i' + 2x_j \\ y''' = -120t + 2y_j - 15 \\ z''' = 4z_j t + 2z_j \\ t = \frac{x_j x_i' - x_j^2 - z_j^2 + 30y_j - 450}{2x_j^2 + 2z_j^2 + 1800} \\ x_1'' = 2600 \\ x_2'' = 2600 \\ z_1'' = z_2'' = 0 \\ d_{ijk} \cdot f_{ij} \leq 0.1 \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72, k=1,2 \\ d_{ijk} \cdot g_{ij} \leq 0.1 \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72, k=1,2 \\ f_{ij} \in \{0,1\} \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72 \\ g_{ij} \in \{0,1\} \quad i=1,2,\dots,l, j=1,2,\dots,72 \end{cases}$$

5.1.5 线光源长度最小算法的具体描述

根据以上的数学模型，设计相应的线光源长度最小求解算法，利用 *Matlab* 进行编程求解，具体的伪代码如下：

算法 1: 线光源长度最小求法

```

1 begin
2   设误差值  $\Delta = 0.1$ 
3   设最大线光源长度为  $LMAX \leftarrow 4$ 
4   初始化初始线光源长度  $l \leftarrow LMAX$ 
5    $\vec{C} = \begin{pmatrix} 2600 \\ 25015 \\ 0 \end{pmatrix}$ 
6    $\vec{B} = \begin{pmatrix} 1300 \\ 25015 \\ 0 \end{pmatrix}$ 
7   for  $i \leftarrow 1$  to  $LMAX$  do
8     Bcount = 0
9     Ccount = 0
10    for  $x_1 \leftarrow -i$  to  $i$  do
11      // 离散化枚举线光源上每个点
12      for  $\vec{G} \leftarrow \begin{pmatrix} -36 \\ y \\ -36 \end{pmatrix}$  to  $\begin{pmatrix} 36 \\ y \\ 36 \end{pmatrix}$  do
13         $\vec{G}_y = (\vec{G}_x^2 + \vec{G}_z^2)/60$ 
14         $\vec{D} = \begin{pmatrix} 4*\vec{G}_x*t+2*\vec{G}_x-x_1 \\ -120t+2\vec{G}_y-15 \\ 4\vec{G}_z*t+2\vec{G}_z \end{pmatrix}$ 
15         $\vec{G} = \begin{pmatrix} \frac{25015-\vec{G}_y}{\vec{D}_y-\vec{G}_y}*(\vec{D}_x-\vec{G}_x)+\vec{G}_x \\ 25015 \\ \frac{25015-\vec{G}_y}{\vec{D}_y-\vec{G}_y}*(\vec{D}_z-\vec{G}_z)+\vec{G}_z \end{pmatrix}$ 
16        if  $\|\vec{G} - \vec{C}\| \leq \Delta$  then
17          Ccount = Ccount + 1
18        else if  $\|\vec{G} - \vec{B}\| \leq \Delta$  then
19          Bcount = Bcount + 1
20        end
21      end
22    end
23    if Ccount  $\geq 2$  and Bcount  $\geq 4$  then
24       $l = \min(i, l)$ 
25    end
26  end
27 return  $l$ 

```

1

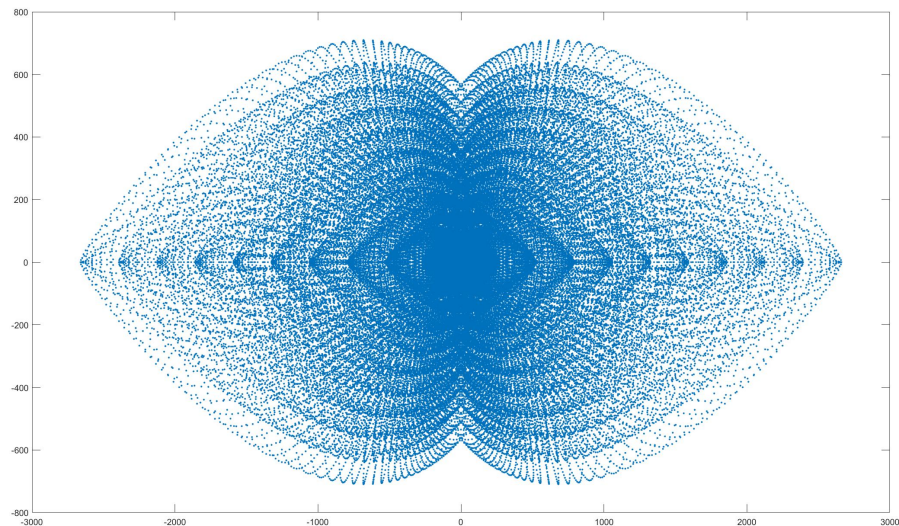
5.1.6 具体结果

综上，利用 *Matlab* 编程进行求解，得到满足设计规范条件下，最小线光源长度为 3.18mm，对该线光源长度下，反射点在测设屏上反射的亮区进行绘

制。

5.2 问题 2：绘制亮区

在问题一求解得出的线光源长度基础上，利用 *Matlab* 编程对线光源的反射到测试屏上的反射点进行绘制，具体如下图所示：



图：最小线光源下测试屏上反射光的亮区

从上图可观察出，反射点在中心区域点分布较密集，而越远离中心，则越稀疏。

5.3 问题 3：合理性分析

针对题目所给的设计规范，结合现实中车灯的实际应用，对其设计规范的合理性进行讨论。

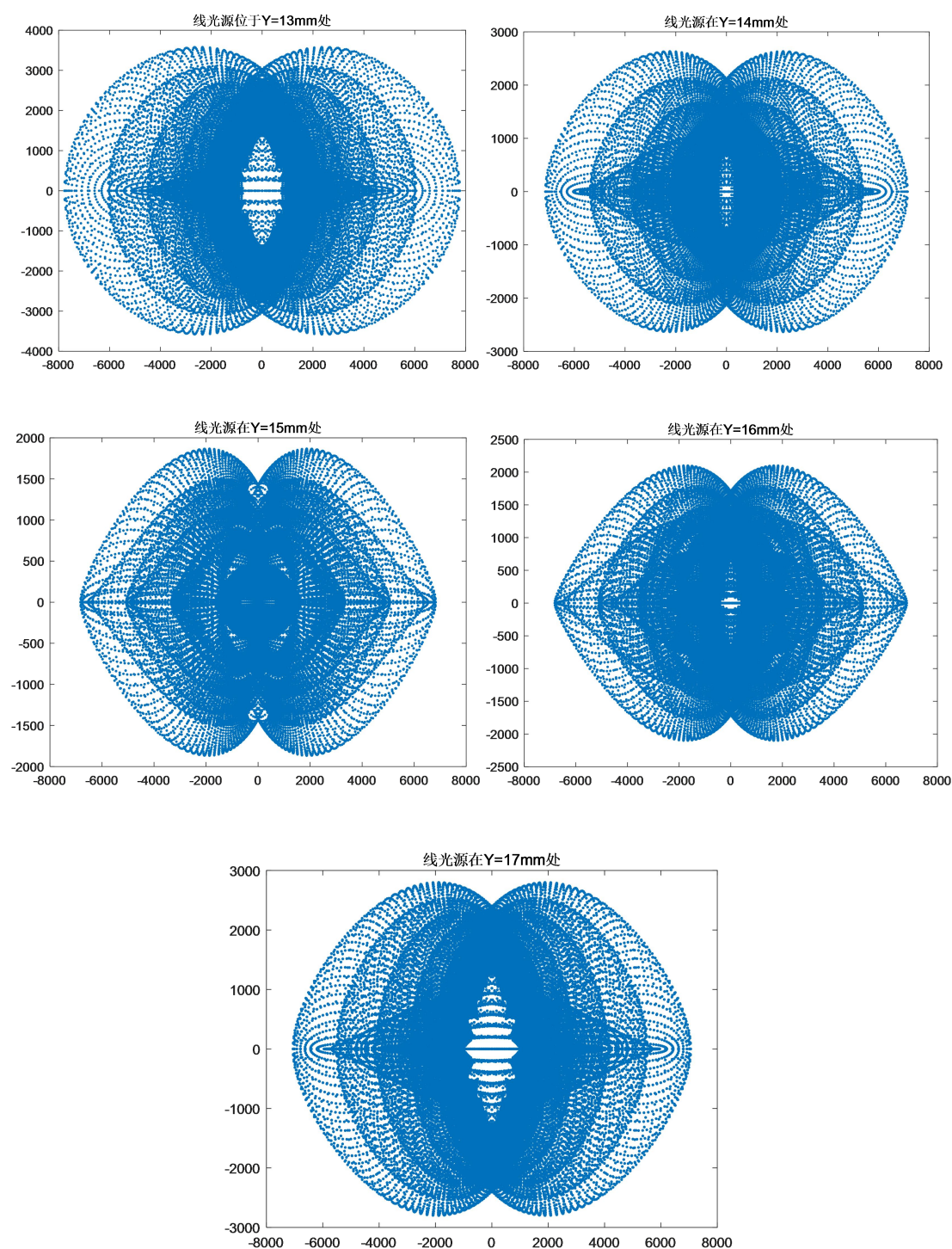
5.3.1 设计规范的合理性分析

本题中涉及到的灯是车的前照灯。前照灯是汽车在夜间行车或在能见度较低条件下，为驾驶员提供车道照明的重要设备，所以前照灯必须有足够的发光强度和正确照明区域。不合格的前照灯会使驾驶员对前方道路情况辨认不清，或者在与来车交会时造成对方驾驶员目眩等，从而导致事故的发生。一个合理设计规范应该是在这个规范下做出的最合适的车灯具有以下照明效果

1. 车灯正前方为了照亮车道，应该亮度很大。
2. 前照灯也要照亮邻道，使驾驶员能清楚把握邻道的情况，故车两侧附近也应该有较高的亮度。
3. 而更远一点的距离，如果太亮的话，就有可能使迎面而来车辆的驾驶员目眩，而使发生事故的机率加大，故亮度要较低。

5.3.2 线光源位置对比分析

经过设计规范的合理性分析，我们更改线光源的位置进行随机模拟，绘制打在光屏上图像进行对比，并分析题目设计规范下的车灯是否合理。



图：不同线光源长度的亮区对比图

经过对比以上不同位置的线光源成像图，可以发现线光源位于焦点处最满足现实需求。从上图可以很明显的看出来灯的正前方光的强度很大，而且两侧光的

强度和正前方相比偏小，与其他区域相比起来光强度很弱，降低了迎面而来车辆的驾驶员目眩的概率，这就从实验的角度验证了这个设计规范的合理性。

六、模型评价与推广

6.1 模型优点

- 1) 本模型满足车灯的光学设计参数和设计规范要求
- 2) 本模型采取连续问题离散化方法求解
- 3) 本模型符合现实中车灯光线照射，具有较大的实用性

6.2 模型推广

对车灯线光源进行优化设计是一类较常见的事件，与现实中车灯的光源亮度、区域测试较为类似，满足车灯的光学设计参数和设计规范要求，使线光源的功率最小，并将该情况下反射光线照射到测试屏上的亮区绘制出来并且结合现实中车辆的使用场景和实际应用，对该设计的规范性进行合理性讨论。

七、参考文献

- [1] 秦乐平, 朱庆棠. 旋转抛物面精度检测[J]. 汽车电器, 1995(05):28-30.
- [2] 丁伟林. 基于车灯高功率驱动的降流降功率技术研究[J]. 中国照明电器, 2024(02):1-6.
- [3] 尹福祈, 禹文浩, 张超, 等. 基于LED光源的汽车车灯设计与优化[J]. 中国机械, 2023(20):22-25.

附录

一、支撑材料的文件列表

1、pro_1.m

2、Pro_2.m

二、程序代码

1、问题 1 的 MATLAB 代码

```
a=[];
b=[];
for p=-4:1:4
    for xx=-36:1:36
        for zz=-36:1:36
            y2=25015;
            yy=(xx^2+zz^2)/60;

            r=(-2*xx^2-2*zz^2+2*xx*p+60*yy-900)/(4*xx^2+3600+4*zz^2);
            x1=2*(2*xx*r+xx)-p;
            y1=2*(-60*r+yy)-15;
            z1=4*zz*r+2*zz;
            m=(y2-y1)/(yy-y1);
            x2=m*(xx-x1)+x1;
            z2=m*(zz-z1)+z1;
            a=[a,x2];
            b=[b,z2];
        end
    end
end
plot(a,b,'.');
```



```
ex=[];
tmp=1;
min=10000;
for p=-20:0.01:20
```

```

i1=0;
i2=0;
for xx=-36:1:36
    for zz=-36:1:36
        y2=25015;
        yy=(xx^2+zz^2)/60;

r=(-2*xx^2-2*zz^2+2*xx*p+60*yy-900)/(4*xx^2+3600+4*zz^2);
        x1=2*(2*xx*r+xx)-p;
        y1=2*(-60*r+yy)-15;
        z1=4*zz*r+2*zz;
        m=(y2-y1)/(yy-y1);
        x2=m*(xx-x1)+x1;
        z2=m*(zz-z1)+z1;
        if (sqrt(x2^2+z2^2)>2599)&&(sqrt(x2^2+z2^2)<2601)
            i2=i2+1;
        end
        if (sqrt(x2^2+z2^2)<1301)&&(sqrt(x2^2+z2^2)>1299)
            i1=i1+1;
        end
    end
end
if i1>=1*tmp&& i2>=2*tmp
    ex=[ex,p];
end
end
s=length(ex);
for i=1:s
    if abs(ex(i))<min
        min=abs(ex(i));
    end
end
2、问题 2 的 MATLAB 代码
clc;

```

```

a=[];
b=[];
for p=-1.59:0.159:1.59
    for xx=-36:1:36
        for zz=-36:1:36
            y2=25015;
            yy=(xx^2+zz^2)/60;

r=(-2*xx^2-2*zz^2+2*xx*p+60*yy-900)/(4*xx^2+3600+4*zz^2);
            x1=2*(2*xx*r+xx)-p;
            y1=2*(-60*r+yy)-15;
            z1=4*zz*r+2*zz;
            m=(y2-y1)/(yy-y1);
            x2=m*(xx-x1)+x1;
            z2=m*(zz-z1)+z1;
            a=[a,x2];
            b=[b,z2];
        end
    end
end
plot(a,b,'.');
```