

| |
|----------------|
| 算法的五大特性 |
| 尝试: |
| 算法效率衡量 |
| 时间复杂度与“大O记法” |
| 时间复杂度的几条基本计算规则 |
| 空间复杂度 |
| 常见时间复杂度 |

算法的五大特性

- 1. 输入: 算法具有0个或多个输入
- 2. 输出: 算法至少有1个或多个输出
- 3. 有穷性: 算法在有限的步骤之后会自动结束而不会无限循环，并且每一个步骤可以在可接受的时间内完成
- 4. 确定性: 算法中的每一步都有确定的含义，不会出现二义性
- 5. 可行性: 算法的每一步都是可行的，也就是说每一步都能够执行有限的次数完成

尝试:

```
1 # 第一次
2 import time
3
4 start_time = time.time()
5
6 # 注意是三重循环
7 for a in range(0, 1001):
8     for b in range(0, 1001):
9         for c in range(0, 1001):
10             if a**2 + b**2 == c**2 and a+b+c == 1000:
11                 print("a, b, c: %d, %d, %d" % (a, b, c))
12
13 end_time = time.time()
```

```

14 print("elapsed: %f" % (end_time - start_time))
15 print("complete!")
16 # 需要200多s
17 # 当前时间复杂度:
18     T = 外层循环1000次*二层循环1000次*三层循环1000次 *2
19     # 改为a+b+c =2000
20     T = 外层循环2000次*二层循环2000次*三层循环2000次 *2
21     假设 a+b+c = N
22     T = N*N*N*2
23
24     T(N) =N^3*2
25     T(N) =N^3*10 #认为三者算是同一个数量级, 趋势都差不多
26
27     g(n) = T(N)*k #g(n)可以说是T(N)的渐进函数,
28     g(n) = N^3
29     # O(g(n)) 就可以说是时间复杂度的大O表示法,
30     # 为算法A的渐近时间复杂度, 简称时间复杂度, 记为T(n)
31
32
33 # 第二次
34 import time
35
36 start_time = time.time()
37
38 # 注意是两重循环
39 for a in range(0, 1001):
40     for b in range(0, 1001-a): #总数不超过1000
41         c = 1000 - a - b
42         if a**2 + b**2 == c**2:
43             print("a, b, c: %d, %d, %d" % (a, b, c))
44
45 end_time = time.time()
46 print("elapsed: %f" % (end_time - start_time))
47 print("complete!")
48
49 需要0.18s

```

```
50
51 # 时间复杂度计算
52 T(n) = n * n * (1 + max(1,0))
53     = n^2*2
54     =O(n^2) # 大 O表示法
55
```

算法效率衡量

同样的代码，在每台机器的总时间还是会不同的，但是执行的基本运算数量大体相同，因此可以作为衡量标准

时间复杂度与“大O记法”

见上面习题分析过程：

假设存在函数 g ，使得算法A处理规模为 n 的问题示例所用时间为 $T(n)=O(g(n))$ ，则称 $O(g(n))$ 为算法A的渐近时间复杂度，简称时间复杂度，记为 $T(n)$

如何理解：

可以认为 $3n^2$ 和 $100n^2$ 属于同一个量级，如果两个算法处理同样规模实例的代价分别为这两个函数，就认为**它们的效率“差不多”，都为 n^2 级，就是相当于忽略常数**

时间复杂度的几条基本计算规则

1. 基本操作，即只有常数项，认为其时间复杂度为 $O(1)$
2. **顺序**结构，时间复杂度按**加法**进行计算
3. **循环**结构，时间复杂度按**乘法**进行计算
4. **分支**结构，时间复杂度**取最大值**
5. 判断一个算法的效率时，往往**只需要关注操作数量的最高次项**，其它次要项和常数项可以忽略
6. 在没有特殊说明时，我们所分析的算法的时间复杂度都是指**最坏时间复杂度**

空间复杂度

类似于时间复杂度的讨论，一个算法的**空间复杂度S(n)**定义为该算法所耗费的存储空间，它也是问题规模n的函数。

渐近空间复杂度也常常简称为**空间复杂度**。

空间复杂度(SpaceComplexity)是对一个算法在运行过程中临时占用存储空间大小的量度。

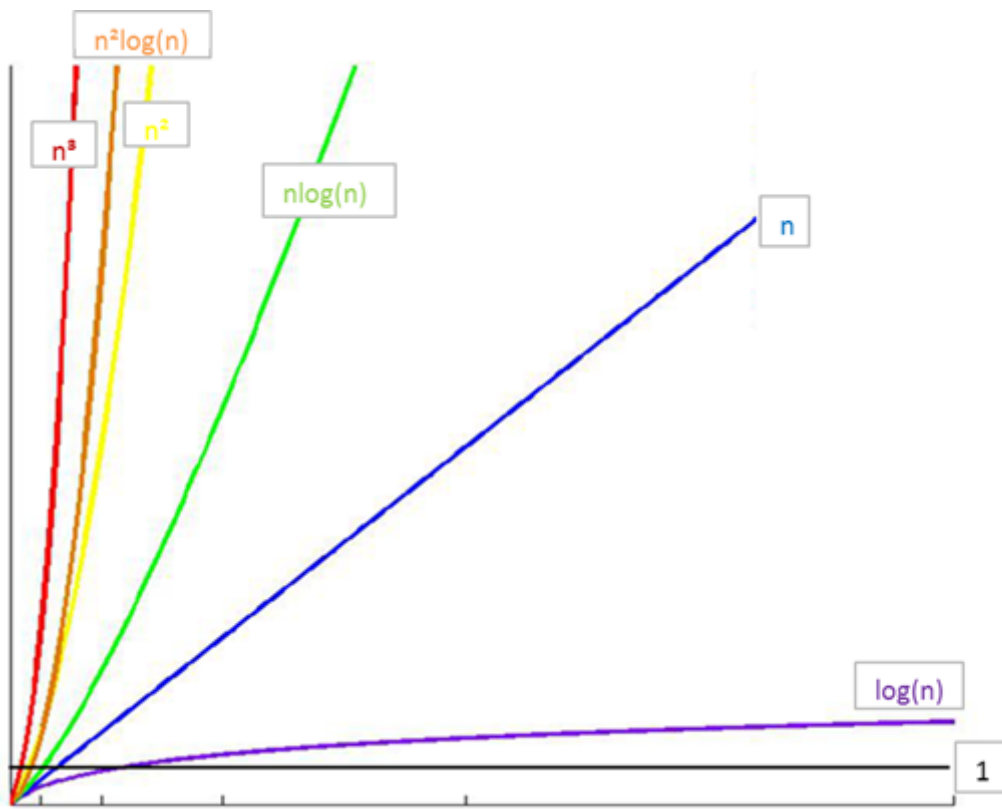
算法的时间复杂度和空间复杂度合称为**算法的复杂度**。

常见时间复杂度

| 执行次数函数举例 | 阶 | 非正式术语 |
|-------------------|--------------|-------------|
| 12 | $O(1)$ | 常数阶 |
| $2n+3$ | $O(n)$ | 线性阶 |
| $3n^2+2n+1$ | $O(n^2)$ | 平方阶 |
| $5\log_2n+20$ | $O(\log n)$ | 对数阶 |
| $2n+3n\log_2n+19$ | $O(n\log n)$ | $n\log n$ 阶 |
| $6n^3+2n^2+3n+4$ | $O(n^3)$ | 立方阶 |
| 2^n | $O(2^n)$ | 指数阶 |

注意，经常将 \log_2n （以2为底的对数）简写成 $\log n$

常见时间复杂度之间的关系



所消耗的时间从小到大

$O(1) < O(\log n) < O(n) < O(n \log n) < O(n^2) < O(n^3) < O(2n) < O(n!) < O(nn)$

list内置操作的时间复杂度

| Operation | Big-O Efficiency |
|------------------|------------------|
| indexx[] | $O(1)$ |
| index assignment | $O(1)$ |
| append | $O(1)$ |
| pop() | $O(1)$ |
| pop(i) | $O(n)$ |
| insert(i,item) | $O(n)$ |
| del operator | $O(n)$ |
| iteration | $O(n)$ |
| contains (in) | $O(n)$ |
| get slice [x:y] | $O(k)$ |
| del slice | $O(n)$ |
| set slice | $O(n + k)$ |
| reverse | $O(n)$ |
| concatenate | $O(k)$ |
| sort | $O(n \log n)$ |
| multiply | $O(nk)$ |

Table 2.2: Big-O Efficiency of Python List Operators

dict内置操作的时间复杂度

| Operation | Big-O Efficiency |
|---------------|------------------|
| copy | $O(n)$ |
| get item | $O(1)$ |
| set item | $O(1)$ |
| delete item | $O(1)$ |
| contains (in) | $O(1)$ |
| iteration | $O(n)$ |

Table 2.3: Big-O Efficiency of Python Dictionary Operations