

素（质）数与合数

定义

一个大于1的正整数，只能被1和它本身整除，不能被其他正整数整除，这样的正整数叫做素数或者质数

一个正整数除了能被1和本身整除以外，还能被另外的正整数整除，这样的正整数叫做合数

由素数与合数的定义，全体正整数可分为三类：

- 1
- 全体素数
- 全体合数

素因数

如果一个正整数a有一个因数b，而b又是素数，则b叫做a的素因数

如 $12 = 3 \times 4$ ，所以3和4都是12的因数，由于3是素数而4不是，所以3是12的素因数

引理

以下引理需要记忆，不要求证明

1. 如果a是一个大于1的整数，则a的大于1的最小因数一定是素数
2. 如果a是一个大于1的整数，而所有 $\leq \sqrt{a}$ 的素数都除不尽a，则a是素数
3. 有无限多个素数

目前已知的最大素数

$$2^{19937} - 1$$

孪生素数

$$\begin{array}{ccccccc} 3, 5; & 5, 7; & 11, 13; & 17, 19; & 29, 31; \\ 41, 43; & 59, 61; & 71, 73; & 101, 103; & \cdots \end{array}$$

相邻两个素数的差是2的素数，叫孪生素数

哥德巴赫猜想

$6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, $10 = 5 + 5$,
 $12 = 5 + 7$, $14 = 7 + 7$, $16 = 3 + 13$,
 $18 = 5 + 13$, $20 = 7 + 13$, $22 = 3 + 19$,
 $24 = 5 + 19$, $26 = 3 + 23$, $28 = 5 + 23$,

凡是大于4的偶数都可以表示为两个素数之和?