

# 加法原理

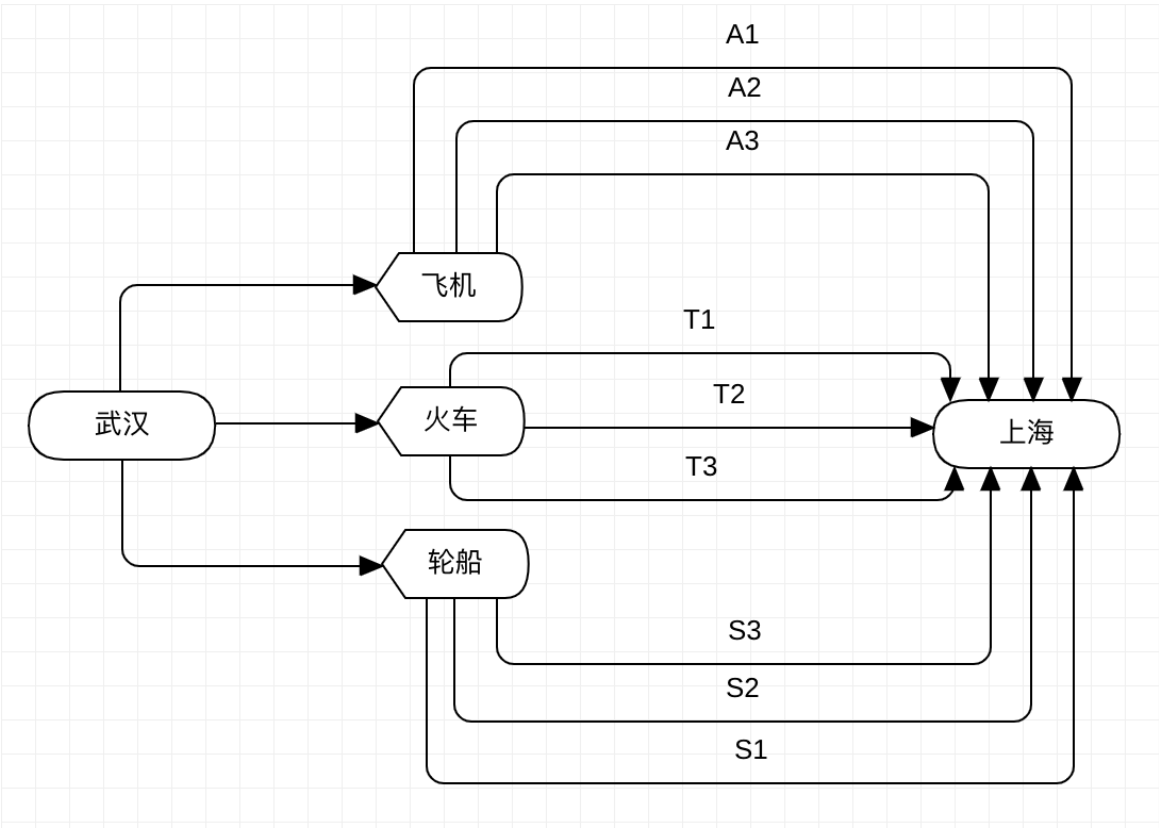
也叫分类加法计数原理

指的是在完成一个目标时可以有 $n$ 类方法，在第一类方法中有 $m_1$ 种不同的方法，在第二类方法中有 $m_2$ 种不同的方法，以此类推，在第 $n$ 类方法中有 $m_n$ 种不同的方法，那么完成这个目标共有 $N$ 中方法。

$$N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

## 例1

从武汉到上海有乘飞机、火车、轮船3种交通工具，而飞机有 $a$ 个班次；火车有 $b$ 个班次；轮船有 $c$ 个班次，那么从武汉到上海共有 $a + b + c$ 种方式



从武汉到上海有3类方法，每类方法有3个方法

根据加法原理： $N = 3 + 3 + 3 = 9$ 种

## 例2

书架上有不同的数学书5本，不同的物理书4本，不同的化学书3本，从中任取一本，有多少种不同的取法？

从书架上任取一本书有3类方法：

1. 从5本不同的数学书中选一本，有5种方法
2. 从4本不同的物理书中选一本，有4种方法

3. 从3本不同的化学书中选一本，有3种方法

根据加法原理： $N = 5 + 4 + 3 = 12$ 种

## 乘法原理

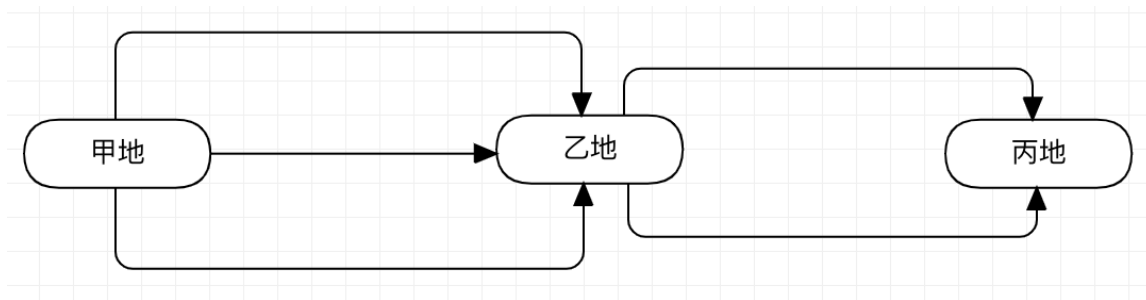
也叫分步乘法计数原理

乘法原理是指要完成一个目标，需要分成 $n$ 个步骤，做第一步时有 $m_1$ 种不同方法，做第二步时有 $m_2$ 种不同方法，以此类推，做第 $n$ 步时有 $m_n$ 种不同方法，那么完成这件事有 $N$ 种不同方法。

$$N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$$

### 例1

从甲地到乙地的道路有3条，有乙地到丙地的道路有2条，要想从甲地途径乙地到丙地，共有多少种不同的走法？



从甲地途径乙地到丙地要分成两个步骤：

1. 从甲地到乙地，有3条路径
2. 从乙地到丙地，有2条路径

根据乘法原理： $N = 3 \times 2 = 6$ 种

### 例2

密码锁有3位，每一位可能是0~9中的一个，那么可以设置多少种不同的密码？

设置密码锁分3个步骤：

1. 设置密码锁的第一位，有10种方法
2. 设置密码锁的第二位，有10种方法
3. 设置密码锁的第三位，有10种方法

根据乘法原理： $N = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ 种

### 例3

4名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每人限报其中的一个运动队，不同的报法有多少种？

4个同学报名运动队分4个步骤：

- 1. 第一名同学报名，有3种报法
- 2. 第二名同学报名，有3种报法
- 3. 第三名同学报名，有3种报法
- 4. 第四名同学报名，有3种报法

根据乘法原理： $N = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 种

### 例4

2160有多少种不同的正因数？

2160化为标准分解式为 $2^4 \times 3^3 \times 5^1$

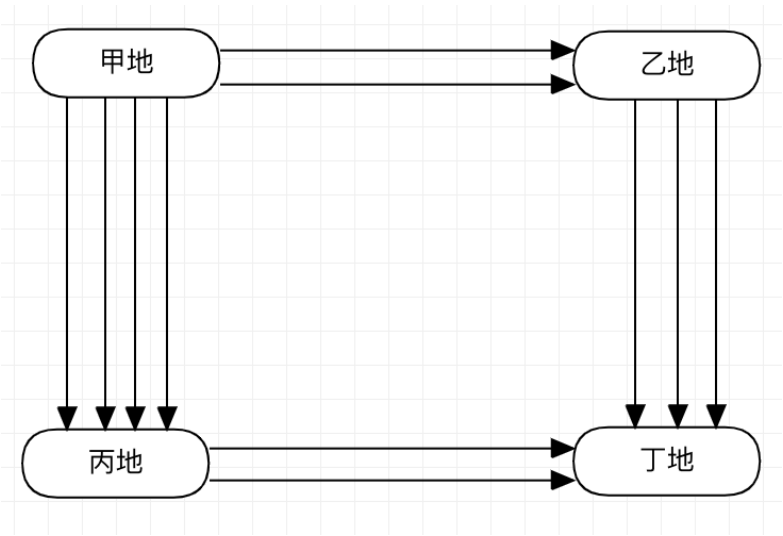
计算2160的正因数个数分为3个步骤：

- 1. 从 $2^4$ 中取一个因数有 $2^0$ 、 $2^1$ 、 $2^2$ 、 $2^3$ 、 $2^4$ ，5种取法
- 2. 从 $3^3$ 中取一个因数有 $3^0$ 、 $3^1$ 、 $3^2$ 、 $3^3$ ，4种取法
- 3. 从 $5^1$ 中取一个因数有 $5^0$ 、 $5^1$ ，2种取法

根据乘法原理正因数个数有： $N_2 = 5 \times 4 \times 2 = 40$ 种

### 例5

从甲地到乙地有2条路；从乙地到丁地有3条路；从甲地到丙地有4条路；从丙地到丁地有2条路。从甲地到丁地共有多少种不同的路线？



从甲地到丁地有2类不同的方法：

1. 甲地经乙地到丁地

分2个步骤：

1. 甲地到乙地，有2条路
2. 乙地到丁地，有3条路

根据乘法原理： $N_1 = 2 \times 3 = 6$ 种

2. 甲地经丙地到丁地

分2个步骤：

1. 甲地到丙地，有4条路
2. 丙地到丁地，有2条路

根据乘法原理： $N_2 = 4 \times 2 = 8$ 种

根据加法原理从甲地到丁： $N = N_1 + N_2 = 6 + 8 = 14$ 种