

分数

定义

分数是指整体的一部分，表现形式为一个整数与另一个非0整数的比。



分数的组成

分子、分母、分数线

分数线 $\leftarrow \frac{a}{b}$ \rightarrow 分子
分母

分数和除法的关系

把一个圆平均分成两份，每份占多少：

用除法表示为 $1 \div 2$ ，用分数表示为 $\frac{1}{2}$ ，即：

$$\begin{array}{c} \text{除号} \\ 1 \div 2 = \frac{1}{2} \end{array}$$

被除数 除数

分子 分数线 分母

所以这里我们能够看出被除数、除数、分子、分母、除号、分数线之间的关系：

被除数等价于分子

除数等价于分母

除号等价于分数线

商等价于分数值

真分数和假分数

真分数：分子小于分母，如 $\frac{3}{4}$

假分数：分子大于或等于分母，如 $\frac{4}{3}$

整数也可以看成假分数，如 $1 = \frac{2}{2}$ 、 $2 = \frac{4}{2}$

带分数

带分数由整数和真分数组成

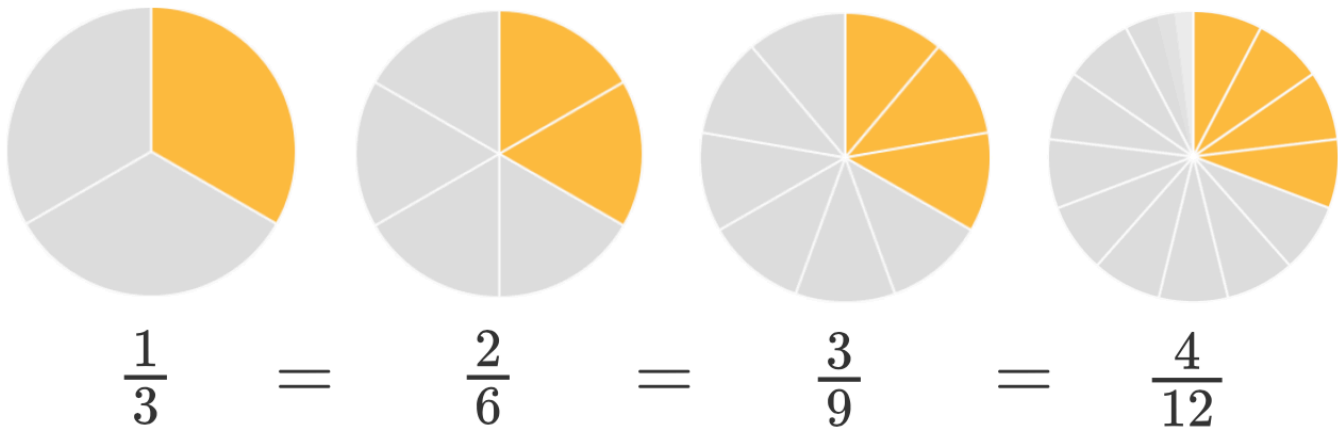
如：3³/₄，读作“3又4分之3”

3³/₄ = 3 + ³/₄ = ¹²/₄ + ³/₄ = ¹⁵/₄

带分数与假分数的互换

- 1. ⁸/₇ =
- 2. ²⁵/₇ =
- 3. ⁷⁵/₁₆ =
- 4. 3¹/₅ =
- 5. 6³/₇ =
- 6. 2¹/₂₁

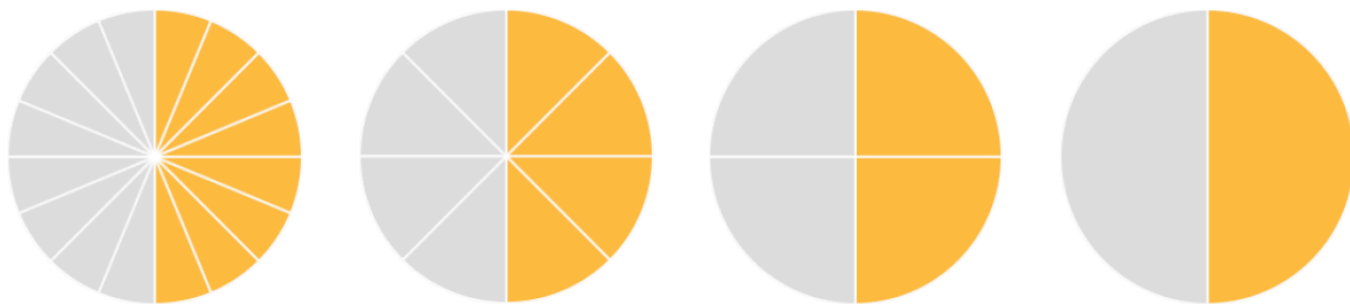
扩分



分子和分母同时乘以一个非0的数，值不变

如 $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4}$

约分



$$\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

分子和分母同时除以一个非0的数，值不变

$$\text{如 } \frac{1}{2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8}$$

最简分数

分子和分母的公因数只有1

分数的书写一定要写成最简形式

小练习

$$1. \frac{6}{18} = \frac{6 \div 6}{() \div 6} = \frac{1}{()}$$

$$2. \frac{12}{20} = \frac{3}{()}$$

$$3. \frac{36}{54} = \frac{4}{()}$$

$$4. \frac{14}{35} = \frac{2}{()}$$

$$5. \frac{18}{24} = \frac{()}{4}$$

$$6. \frac{8}{6} = \frac{()}{3}$$

比较大小

1. 分母相同，分子越大值越大

$$\text{如: } \frac{3}{5} > \frac{2}{5}$$

2. 分子相同，分母越大值越小

$$\text{如 } \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$$

3. 分母、分子都不同，一般先化为同分母再比较大小

$$\text{如 } \frac{3}{4}、\frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

$$\text{因为 } \frac{15}{20} < \frac{16}{20}, \text{ 所以 } \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

分数的加减法

1. 同分母：分母不变，分子相加减

$$\text{如：} \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$$

2. 异分母：先化为同分母，然后再按同分母方法计算

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{4} = \frac{16}{20} + \frac{15}{20} = \frac{16+15}{20} = \frac{31}{20}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{16-15}{20} = \frac{1}{20}$$

小练习

1. $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} =$

2. $4 + \frac{1}{4} =$

3. $\frac{7}{15} + \frac{4}{21} =$

4. $\frac{12}{35} - \frac{7}{28} =$

5. $1\frac{2}{5} - \frac{3}{8} =$

分数乘法

分数乘整数

分数乘整数，用分数的分子和整数相乘的积做分子，能约分的要约分。

例1: $\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$

例2: $\frac{3}{22} \times 2 = \frac{3 \times 2}{22} = \frac{3}{11}$

分数乘分数

分数乘分数，用分子相乘的积做分子，分母相乘的积做分母。能约分的要约分。做第一步时，就要想一个数的分子和另一个数的分母能不能约分（0除外）。

例1: $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{6 \times 3} = \frac{5}{18}$

例2: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{5 \times 4} = \frac{1}{10}$

小练习

1. $\frac{3}{11} \times \frac{1}{2} =$

2. $\frac{8}{9} \times \frac{3}{10} =$

3. $\frac{2}{15} \times 4 =$

4. $\frac{5}{12} \times 8 =$

5. $1.2 \times \frac{3}{5} =$

6. $2\frac{3}{4} \times 3\frac{2}{3} =$

分数除法

倒数

数学上设一个数x与其相乘的积为1的数，记为 $1/x$ ，过程为“乘法逆元”，除了0以外的数都存在倒数，分子和分母相倒并且两个乘积是1的数互为倒数，0没有倒数。

简单理解为把一个数的分子、分母颠倒位置

如： $\frac{3}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{3}$ 、 $2 = \frac{2}{1}$ 的倒数是 $\frac{1}{2}$

一个数与其倒数的乘积是1，如：

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1, 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

分数除以整数

分数除以整数，则分母不变，如果分子是整数的倍数，则用分子除以整数，最后不是最简分数要化成最简分数。

例1: $\frac{4}{15} \div 2 = \frac{4}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{15}$

例2: $\frac{42}{30} \div 7 = \frac{42}{30} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{5}$

分数除以分数

分数除法换算成分数乘法；一个分数除另一个分数等于乘以这个分数的倒数，整数可以化成分母为1的假分数。

例: $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$

小练习

1. $\frac{3}{7} \div \frac{15}{11} =$

2. $1\frac{1}{6} \div \frac{7}{5} =$

3. $2\frac{1}{7} \div 25 =$

4. $\frac{8}{9} \div 4 =$

5. $15 \div \frac{10}{13} =$

6. $2\frac{1}{6} \div 3\frac{6}{11} =$