整除

概念

如果整数a除以整数b（b不为0），的余数为0，则称a能被b整除，或者b能整除a，记作b | a；那么b是a的因数或约数，a是b的倍数。

即: $\frac{a}{b}或a\div b$

- a，b是整数
- b不等于0
- $\frac{a}{b}或a\div b的余数为0$
- a是b的倍数
- b是a的因数

举例

- $\frac{4}{2}或4\div 2$
    - 2、4都是整数
    - 4除以2的余数为0
    - 4是2的倍数
    - 2是4的因数
- $\frac{18}{3}或18\div 3$
    - 3、18都是整数
    - 18除以3的余数为0
    - 18是3的倍数
    - 3是18的因数

最大公约数

概念

指两个或多个整数共有约数中最大的一个

例如：12、16的公约数有1、2、4，其中最大的一个是4，则4是12与16的最大公约数

最小公倍数

概念

两个或多个整数公有的倍数叫做它们的公倍数，其中除0以外最小的一个公倍数就叫做这几个整数的最小公倍数

例如：4、6的公倍数有12、24、36等，其中最小的一个是12，则12是4与6的最小公倍数

质（素）数与合数

概念

在大于1的自然数中，只有1和它本身两个因数的自然数称为质数或称为素数；除了1和它本身，还有其他因数的自然数称为合数。特别的，1既不是质数，也不是合数。

举例

- ## 2

  2的因数有1、2；所以2是质数或素数

- ## 3

  3的因数有1、3；所以3是质数或素数

- ## 4

  4的因数有1、2、4；所以4不是质数或素数

模运算

概念

目的是求两个数相除的余数；在模运算中给定两个数a和b（b不等于0），模运算的结果是a除以b后得到的余数，通常表示为a mod b或a % b

举例

11除以2的余数是1，所以11 Mod 2或11 % 2的结果是1

同余

概念

若两个整数a和b除以同一个正整数m，得到的余数相等，则称a和b对模m同余，记作a≡b(mod m)

举例

11除以7的余数是4，4除以7的余数也是4，所以11和4对于模4同余，即11≡4(mod 7)

性质

- 传递性

  若a≡b(mod m), b≡c(mod m)，则a≡c(mod m)

  如：11≡4(mod 7)，4≡18(mod 7)，则11≡18(mod 7)

  即 11 % 7 = 4 % 7 = 18 % 7

- 同余式相加

  若a≡b(mod m), c≡d(mod m)，则a+c=b+d(mod m)

  如：11≡4(mod 7)，25≡18(mod 7)，则11+25≡4+18(mod 7)

  11 % 7 = 4 % 7，25 % 7 = 18 % 7，则 (11 + 25) % 7 = (4 + 18) % 7

- 同余式相减

  若a≡b(mod m), c≡d(mod m)，则a-c=b-d(mod m)

  如：25≡18(mod 7)，11≡4(mod 7)，则25-11≡18-4(mod 7)

  25 % 7 = 18 % 7，11 % 7 = 4 % 7，则 (25-11) % 7 = (18-4) % 7

- 同余式相乘

  若a≡b(mod m), c≡d(mod m)，则a x c=b x d(mod m)

  如：11≡4(mod 7)，25≡18(mod 7)，则11+25≡4+18(mod 7)

  11 % 7 = 4 % 7，25 % 7 = 18 % 7，则 (11 x 25) % 7 = (4 x 18) % 7