第 36 卷第 3 期 2016 年 3 月

# 系统工程理论与实践

Systems Engineering — Theory & Practice

Vol.36, No.3 Mar., 2016

doi: 10.12011/1000-6788(2016)03-0593-11

中图分类号: F224

文献标志码: A

# 基于 HMM-EGARCH 的银行间同业拆放利率市场波动预测研究

林 宇1、陈 粘2、陈宴祥2

(1. 成都理工大学 商学院, 成都 610059; 2. 成都理工大学 管理科学学院, 成都 610059)

摘要针对中国金融市场呈现出的多波动状态的典型事实特征,以上海银行间同业拆放利率 (Shibor) 市场为研究对象,不仅引入隐马尔可夫模型 (hidden Markov model, HMM) 对其进行了波动状态预测,而且还引入 HMM-EGARCH 模型对其波动率进行了预测;最后使用成功率 (success rate, SR) 与平均绝对误差 (mean absolute error, MAE) 对预测波动状态进行检验,并且还采用标准统计误差函数对预测波动率进行检验.实证研究表明:高低两种波动状态就能够有效地刻画出 Shibor市场的波动状态; HMM 模型能够对 Shibor市场进行较准确地波动状态预测,且更重要的是, HMM模型对高波动状态预测具有显著的优越性; HMM(2)-EGARCH 模型能够有效地对 Shibor市场进行波动率预测.

关键词 多波动状态; Shibor 市场; HMM; HMM-EGARCH

# Shibor volatility forecast based on hidden Markov model EGARCH model

LIN Yu<sup>1</sup>, CHEN Zhan<sup>2</sup>, CHEN Yanxiang<sup>2</sup>

(1. School of Business, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China; 2. College of Management Science, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract In the paper, which draws upon Shanghai interbank offered rate (Shibor) market typical features of the fact that for the Chinese financial market volatility presents a multi-volatile state not only we forecasted the state of the Shibor volatility by introducing hidden Markov model (HMM), but also applied HMM-EGARCH model to forecast the Shibor volatility. At last, we used success rate (SR) and mean absolute error (MAE) to test forecasting its volatility state, also used standard statistical error function to test the predicting volatility. Our results indicate that only using high and low volatility state is able to effectively characterize the volatility state of Shibor. Furthermore, HMM method can more accurately forecast the state of Shibor, and it is more important that HMM has more excellence for forecasting state of high volatility. HMM-EGARCH model can effectively predict the volatility of Shibor.

Keywords multi-volatile state; Shibor market; hidden Markov model; HMM-EGARCH

# 1 引言

同业拆放利率不仅是中央银行调控经济的主要工具,更是商业银行决定贷款利率与存款利率的重要标准 $^{[1-2]}$ . 然而,同业拆放利率市场一旦出现危机,将对整个金融市场产生重大影响 $^{[3-4]}$ . 上海银行间同业

**收稿日期:** 2014-10-22

作者简介: 林宇 (1973-), 男, 四川仪陇人, 教授, 博士, 研究方向: 金融市场与公司理财, 金融工程与风险管理; 通信作者: 陈粘 (1988-), 男, 四川达州人, 硕士研究生, 研究方向: 金融工程与金融数学, E-mail: JSLV123@126.com; 陈宴祥 (1964-), 男, 四川 盐亭人, 副教授, 硕士, 研究方向: 金融风险管理.

**基金项目:** 国家自然科学基金面上项目 (71171025); 国家社会科学基金 (12BGL024); 四川省软科学研究计划项目 (2014ZR009 3); 成都理工大学 "金融与投资" 优秀创新团队计划项目 (KYTD201303)

Foundation item: The General Program of National Natural Science Foundation of China (71171025); National Social Science Foundation of China (12BGL024); Soft Science Research Projects of Sichuan (2014ZR0093); "Finance & Investment" Outstanding Innovation Team Projects of Chengdu University of Technology (KYTD201303)

中文引用格式: 林宇, 陈粘, 陈宴祥. 基于 HMM-EGARCH 的银行间同业拆放利率市场波动预测研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(3): 593-603.

英文引用格式: Lin Y, Chen Z, Chen Y X. Shibor volatility forecast based on hidden Markov model EGARCH model[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2016, 36(3): 593–603.



拆放利率 (Shibor) 是连接中央银行、金融市场、商业银行和投资主体利益的重要"桥梁", 从而成为我国利率市场进行风险管理的关键因素 [5-6]. 倘若不能准确地预测 Shibor 市场波动率, 就可能使得在对其进行风险预警时出现较大的误差, 进而给利率市场带来更加严峻的风险甚至引发经济危机 [7-10]. 因此, 准确把握和预测 Shibor 市场波动率, 对于促进经济发展, 维护金融市场稳定都具有显著的指导意义.

然而,要准确地对 Shibor 市场进行波动率预测,波动模型的选取尤为关键. 长久以来,对波动率的研究是基于文献 [11] 提出的 ARCH 模型开展,而以 Bollerslev<sup>[12]</sup> 为代表的众多学者提出了许多不同类型的 ARCH 族模型,从而对收益波动率进行了更加有效的研究. 虽然,GARCH 模型能够有效地刻画金融收益率条件方差的时变性和聚集性,但要求模型参数必须为正数,以确保收益率方差为正 <sup>[13-14]</sup>. 而 Nelson<sup>[15]</sup> 提出的 EGARCH 模型,不仅能够有效地解释收益率波动的聚集性和非对称性,而且还无需对模型参数施加非负约束,从而使得模型具有更加广泛的适用范围 <sup>[16-17]</sup>. 因此,本文使用 EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率进行刻画.

特别需要注意的是, Shibor 市场波动率预测的准确性不仅与波动模型的选取有关, 更受其波动状态的制约 [18]. 事实上, Shibor 市场由于受到人民币存贷款利率、存款准备金率、公开市场操作、消费指数等因素影响, 其收益波动率可能出现结构突变而表现出多波动状态 [19]. 因此, 要对 Shibor 市场进行更加准确地波动率预测, 就必须先对 Shibor 市场波动状态进行有效地刻画 [20-21]. 然而, 单机制 (single regime) 波动模型不能有效地描述多波动状态下金融市场波动率,虽然马尔可夫机制转换 (Markov regime switching, MRS) 模型能够对金融市场收益波动率的多波动状态进行一定程度的刻画, 但其波动状态是通过条件方差均值以及一个适当的 "差值"来进行刻画, 由于这个"差值"具有较强的主观性, 因而可能误判其波动状态, 进而导致其波动率预测出现较大的误差 [22]. 令人欣慰的事, 隐马尔可夫模型 (hidden Markov model, HMM) 通过一个隐含的状态转移序列和一个与隐状态相关的观测序列共同对波动状态进行推断; HMM 模型不仅能够刻画金融收益波动率的多波动状态, 更为重要的是, 该模型是由一个双内嵌式的随机过程对波动状态进行估计, 因而能够消除主观因素而对波动状态刻画的误判, 从而能够更加有效地刻画金融市场的多波动状态 [23-24]. 因此,本文引入 HMM 模型对 Shibor 市场进行波动状态预测, 以期能够提高对 Shibor 市场波动率预测的准确性.

综上所述,本文先引入 HMM 模型对 Shibor 进行波动状态预测,进而使用基于 HMM 理论的 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 进行波动率预测,以期能够提高对 Shibor 市场波动率预测的准确性,从而为金融机构及投资主体提供更有效的风险预警方案及相关建议.

迄今为止, 国内外已有许多学者对 HMM 模型进行了研究. Rabiner 等 [25] 对 HMM 模型进行了详细分 析, 并且阐述了 HMM 模型的原理及实现过程; Eddy<sup>[22]</sup> 分析了 HMM 模型的实现原理, 并且还使用 HMM 模型对蛋白质结构状态进行了预测; Chong 等 [26] 使用 HMM-GARCH 模型对粒子的运动状态进行刻画, 研 究结果表明 HMM 模型能够更加准确地刻画出粒子的运动状态; 张冬青等 [27] 采用基于向量序列 HMM 模 型对中国航空客流量和全国 GDP 数据进行预测, 实证表明 HMM 预测方法具有明显的有效性; 喻丹等 [28] 使用隐 Markov 模型对机动车驾驶人状态进行预测. 虽然, 他们对 HMM 模型的研究都取得了较为显著成果, 但这些成果主要是基于遗传学、生物学以及物理学等方面开展的, 而在经济方面的研究还比较缺乏. 本文不 仅引用 HMM 模型对 Shibor 市场波动状态进行预测, 而且还进一步使用 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市 场进行波动率预测. 此外, 国内许多学者对 Shibor 市场进行了研究. 时光等 [29] 对 Shibor 作为我国货币市 场基准利率进行了有效性检验; 张笑峰等 [30] 对 Shibor 利率期限结构变动的影响因素及其作用机理的研究, 得到"水平""倾斜"以及"曲度"是影响 Shibor 市场利率期限结构变动的三个因素; 胡敬新 [31] 对比分析了 中国大陆地区与台湾地区的利率市场化进程,得到 Shibor 的基础性、波动的理性以及敏感性仍有待提高;杨 爱军等[32] 基于贝叶斯 - 平均模型对影响 Shibor 定价因素进行了实证分析, 得出贷款利率、回购利率、前一 日报价以及资本成本是 Shibor 定价的决定因素; 何梦泽 [33] 使用 GARCH 模型对 Shibor 市场进行波动性分 析, 结果表明 GARCH 模型能够较有效地描述 Shibor 市场波动性; 李良松 [34] 对 Shibor 市场 VaR 风险测 度有效性的研究, 研究表明广义误差分布的蒙特卡罗模拟方法适用于描述 Shibor 的 "左尾 VaR", 而广义误 差分布结合利率期限模型的方法适用于描述 Shibor 的 "右尾 VaR". 虽然, 他们对 Shibor 市场的研究都取 得了较好的成果, 但就所掌握的研究文献而言, 尚未发现有人引入 HMM 模型对 Shibor 市场波动状态进行 研究, 更少有人使用 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场进行波动率预测. 由此可见, 与已有的研究成果相 比本文具有明显的创新性.



本文的结构安排如下, 以下为第 2 节, 构建 Shibor 市场波动率预测方法; 第 3 节, 阐述 Shibor 市场预测 模型的检验方法; 第 4 节, 论文的实证结果及其分析; 第 5 节, 研究结论.

# 2 研究方法

# 2.1 基于 HMM 模型的 Shibor 市场波动状态预测方法构建

由于要对 Shibor 市场进行准确的波动率预测, 就需要先对其波动状态进行有效地刻画. 隐马尔可夫模 型 (hidden Markov model, HMM) 是马尔可夫模型的进一步发展, 它是通过两个随机过程对 Shibor 市场波 动状态进行刻画. 但是, 对于隐马尔可夫模型而言, Shibor 市场波动状态不能直接观测, 只能通过随机过程的 输出观测序列进行推测 [35], 具体方法如下:

首先, 构建一个观测向量序列为  $O = \{O_1, O_2, \cdots, O_t\}$ . 又由 HMM 理论 [25] 可知, 要对 Shibor 市场波 动状态进行刻画, 就需要对 HMM 模型参数  $\lambda = A, B, \pi$  进行建模分析, 其中, A 表示 Shibor 市场波动状态 间的转移概率, 且  $A = (a_{ij})$ , 满足如下条件:

$$a_{ij} = p\{s_t = j | s_{t-1} = i\}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1; 0 \le a_{ij} \le 1; i = 1, 2, 3$$
(1)

B 表示当 Shibor 市场波动收益率处于状态 j 时, Shibor 市场波动收益率对应的观察值概率分布, 且 B = $\{b_j(k)\}$ , 其中  $b_j(k) = p\{r_t = \nu_k | s_t = j\}$ , 且观察值  $\nu_k \in (-\infty, +\infty)$ ;  $\pi$  表示 Shibor 市场波动收益率的初始 状态概率分布, 有  $\pi = \{\pi_i | \pi_i = p\{s_t = i\}, i = 1, 2, \dots, N\}$ ; 隐状态集合为  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ , 隐状态序列 为  $Q = \{q_1, q_2, \cdots, q_t\}$ . 从而可根据 HMM 模型的原理对观测序列  $O = \{O_1, O_2, \cdots, O_t\}$  进行建模, 并预测 t+h 时刻观测值  $O_{t+h}$ , 其中 h 为预测步数.

其次, 应用 EM 算法对观测序列  $O = \{O_1, O_2, \dots, O_t\}$  进行估计, 从而得到 HMM 模型参数  $\lambda_{ML} =$  $\arg \max f(O|\lambda)$ , 即寻找  $\lambda_{ML} = \{A, B, \pi\}$  使得似然值  $f(O|\lambda)$  达到最大;

再次, 根据参数  $\lambda_{ML}$  采用 Viterbi 算法估计最佳隐状态序列  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_t\}$ ;

最后, 根据已知的参数  $\lambda_{ML}$  与最佳隐状态序列构建 HMM 预测模型.

不妨设 t 时刻的隐状态为  $q_t = s_i$ , 又由于隐状态序列  $Q = \{q_1, q_2, \cdots, q_t\}$  服从转移概率矩阵为 A 的 Markov 过程, 则有从 t 时刻转移到 t+h 时刻的转移矩阵为  $A^h = \underbrace{A\cdots A}$ , 因此从 t 时刻状态为  $q_t = S_i$  转移

到 t+h 时刻状态  $q_{t+h}=s_j$  的概率为  $A^h(i,j)$ , 即为矩阵  $A^h$  的第 i 行 j 列元素. 又由于当状态序列处于状 态  $s_i$  时, 观测序列服从概率分布  $b_i(k)$ , 且有第 h 步预测值为  $O_{t+h} = \sum_{j=1}^N A^h(i,j) E(b_j(k))$ , 其中  $E(b_j(k))$ 为观测序列概率分布  $b_i(k)$  的期望值.

由于已引入 HMM 模型对 Shibor 市场进行了波动状态预测, 进而可使用 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场进行波动率预测, 以期能够提高对 Shibor 市场波动率预测的准确性.

#### 2.2 基于 HMM-EGARCH 模型的 Shibor 市场波动率预测方法构建

设  $x_t$  表示第 t 期 Shibor 市场隔夜交易价格, 并定义当期的收益率  $r_t$  为

$$r_t = \ln(x_t/x_{t-1}) \tag{2}$$

Nelson<sup>[15]</sup> 提出了 EGARCH 模型, 由于 EGARCH 模型能够较好地刻画收益波动率的非对称性及杠杆 效应等典型特征, 因而应用 EGARCH 模型对 Shibor 市场收益波动率进行建模分析. 考虑到不同滞后阶数 的 EGARCH 模型对时间序列的估计结果非常接近, 且 EGARCH(1,1) 模型简洁、易于研究 [37], 因此通常采 用 EGARCH(1,1) 模型进行分析, 且 EGARCH(1,1) 模型为:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sqrt{\sigma_t} z_t \tag{3}$$

$$r_{t} = \mu_{t} + \varepsilon_{t} = \mu_{t} + \sqrt{\sigma_{t}} z_{t}$$

$$\ln(\sigma_{t}) = \omega_{t} + \alpha_{t} \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} \right| + \beta_{t} \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} + \gamma_{t} \ln(\sigma_{t-1})$$

$$\tag{4}$$

由于单机制的 EGARCH 模型不能有效地描述多波动状态下的 Shibor 市场波动率, 因而本文引入 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率进行研究, 有 HMM-EGARCH(1,1) 模型为:

$$r_t = \mu_{s_t} + \varepsilon_{s_t} \tag{5}$$

$$\varepsilon_{s_t} = \sqrt{\sigma_{s_t}} z_t \tag{6}$$



$$\ln(\sigma_{s_t}) = \omega_{s_t} + \alpha_{s_t} \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{E(\sigma_{t-1})}} \right| + \beta_{s_t} \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{E(\sigma_{t-1})}} + \gamma_{s_t} \ln(E(\sigma_{t-1}))$$
 (7)

其中, 参数  $\alpha_{s_t}$ 、 $\beta_{s_t}$ 、 $\gamma_{s_t}$ 、 $\omega_{s_t}$  均依赖于 t 时刻的状态  $s_t$ . 设直至 t-1 时刻条件  $\Omega_{t-1}$  下收益率  $r_t$  处于状态  $s_t$  的先验概率为  $p(s_t|\Omega_{t-1})$ , 则有  $\sum_{s_t} p(s_t|\Omega_{t-1}) = 1$ . 又由 HMM 模型原理知, 其状态转移概率矩阵为

$$\pi = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}$$
(8)

其中,  $p_{s_{t-1}s_t} = p(s_t|s_{t-1})$  为一状态转移概率.

又由于其先验概率 (priori probability) 函数为  $p(s_t|\Omega_{t-1}) = \sum_{s_{t-1}} p(s_{t-1}|\Omega_{t-2}) p_{s_{t-1}} s_t$ , 其中  $p(s_{t-1}|\Omega_{t-1})$ 

是第 t-1 时刻条件  $\Omega_{t-1}$  下状态为  $s_{t-1}$  的后验概率 (posterior probability), 从而有

$$E(\sigma_{t-1}) = \sum_{s_{t-1}} p(s_{t-1}|\Omega_{t-2})(\omega_{s_{t-1}}^2 + \sigma_{s_{t-1}}) - (p(s_{t-1}|\Omega_{t-2})\omega_{s_{t-1}})^2$$
(9)

$$\varepsilon_{t-1} = r_{t-1} - E(\mu_{t-1}) = r_{t-1} - \sum_{s_{t-1}} p(s_{t-1}|\Omega_{t-2})(\mu_{s_{t-1}})$$
(10)

通过上述方法以及 Shibor 市场隔夜交易数据可求得 HMM-EGARCH(1,1) 模型参数, 从而可采用 HMM-EGARCH(1,1) 模型对样本外的 Shibor 市场进行波动率预测.

由方差方程(7)可知,

$$\ln(\sigma_t^i) = \omega_t^i + \alpha_t^i \left| \frac{\varepsilon_{t-1}^i}{\sqrt{E(\sigma_{t-1})}} \right| + \beta_t^i \frac{\varepsilon_{t-1}^i}{\sqrt{E(\sigma_{t-1})}} + \gamma_t^i \ln(E(\sigma_{t-1}))$$
(11)

再将方程 (11) 变形为

$$\sigma_t^i = (E(\sigma_{t-1}))^{\gamma_t^i} \exp(\omega_t^i) \exp\left(\alpha_t^i \left| \frac{\varepsilon_{t-1}^i}{\sqrt{E(\sigma_{t-1})}} + \beta_t^i \frac{\varepsilon_{t-1}^i}{\sqrt{E(\sigma_{t-1})}} \right.\right)$$
(12)

现假设 t 是预测原点, 则向前 1 步预测为

$$\sigma_{t+1}^{i} = (E(\sigma_t))^{\gamma_{t+1}^{i}} \exp(\omega_{t+1}^{i}) \exp\left(\alpha_{t+1}^{i} \left| \frac{\varepsilon_t^{i}}{\sqrt{E(\sigma_t)}} \right| + \beta_{t+1}^{i} \frac{\varepsilon_t^{i}}{\sqrt{E(\sigma_t)}} \right)$$
(13)

$$E(\sigma_t) = \sum_{i=1}^{3} p(s_t = j | s_{t-1} = i)((\mu_t^i)^2 + \sigma_t^i) - \sum_{i=1}^{3} (p(s_t = j | s_{t-1} = i)\mu_t^i)^2$$
(14)

进而可得到, 向前一步波动率预测值为  $\sigma_t^i(1) = \sigma_{t+1}^i$ . 对向前 2 步预测有

$$\sigma_{t+2}^{j} = (E(\sigma_{t+1}))^{\gamma_{t+2}^{j}} \exp(\omega_{t+2}^{j}) \exp\left(\alpha_{t+2}^{j} \left| \frac{\varepsilon_{t+1}^{j}}{\sqrt{E(\sigma_{t+1})}} \right| + \beta_{t+2}^{j} \frac{\varepsilon_{t+1}^{j}}{\sqrt{E(\sigma_{t+1})}} \right)$$
(15)

$$E(\sigma_{t+1}) = \sum_{i=1}^{3} p(s_{t+1} = j | s_t = i) ((\mu_{t+1}^i)^2 + \sigma_t^i(1)) - \sum_{i=1}^{3} (p(s_{t-1} = j | s_t = i) \mu_{t+1}^i)^2$$
 (16)

则有向前 2 步的波动率预测值为  $\sigma_{t+1}^j(2) = \sigma_{t+2}^j$ . 因此, 不断重复上述过程, 即可得到向前 m 步的波动率预测值表达式为

$$\sigma_{t+m}^{j} = (E(\sigma_{t+m-1}))^{\gamma_{t+m}^{j}} \exp\left(\omega_{t+m}^{j}\right) \exp\left(\alpha_{t+m}^{j} \left| \frac{\varepsilon_{t+m-1}^{j}}{\sqrt{E(\sigma_{t+m-1})}} + \beta_{t+m}^{j} \frac{\varepsilon_{t+m-1}^{j}}{\sqrt{E(\sigma_{t+m-1})}} \right) \right)$$
(17)

$$E(\sigma_{t+m-1}) = \sum_{i=1}^{3} p(s_{t+m} = j | s_{t+m-1} = i) [(\mu_t^i)^2 + \sigma_t^i(1)] - \sum_{i=1}^{3} (p(s_{t+m} = j | s_{t+m-1} = i) \mu_{t+m-1}^i)^2$$
 (18)

## 3 预测模型拟合性能的评价方法

# 3.1 基于 HMM 的 Shibor 市场波动状态预测模型评价方法

由于波动率测度的准确性不仅与波动模型有关,同时也受到波动状态刻画准确性的影响,因而波动状态 预测准确并不一定有其收益波动率预测准确 [38]. 然而,要对金融市场进行准确的波动率预测的首要前提是 必须先对其波动状态进行准确预测. 因此,本文先检验 Shibor 市场波动状态预测的准确性,进而再对波动状



态预测有效的 Shibor 市场波动率预测进行检验. 由于 HMM 模型得到的 Shibor 市场波动状态值是离散值, 因而可对波动状态预测值与实现值采用 Pesaran<sup>[39]</sup> 提出的成功率 (success rate, SR) 与平均绝对误差 (mean absolute error, MAE) 对波动状态预测结果进行检验. 设定一指示函数  $I_t$ 

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } Q_t \equiv q_t \\ 0 & \text{if } Q_t \neq q_t \end{cases} \tag{19}$$

从而,可得到 SR 与 MAE 检验表达式为

$$SR = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} I_t \tag{20}$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} |Q_t - q_t|$$
 (21)

其中, n 表示预测样本数,  $q_t$  表示 t 时刻波动状态预测值.  $Q_t$  表示 t 时刻波动状态测度值. 由 Pesaran 的研究可知, 当 SR 值达到 75%, HMM 模型对 Shibor 市场波动状态预测具有较高的准确性, 且 SR 值越大, 则表示 HMM 模型预测准确性越高, 反之, 则表示模型预测准确性越低; 同时, MAE 值越小, 表示模型预测效果越好, 反之亦然.

#### 3.2 Shibor 市场波动率预测模型性能评估指标

为了能够客观地反映出波动模型对多波动状态 Shibor 市场波动率预测效果, 本文采用七个标准统计误 差函数对 MRS-EGARCH 模型与 HMM-EGARCH 模型下的 Shibor 市场波动率预测效果进行比较分析.

$$MSE_1 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\sigma_t - h_t^{1/2})^2, \quad MSE_2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\sigma_t^2 - h_2)^2$$
 (22)

$$MAD_1 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} |\sigma_t - h_t^{1/2}|, \quad MAD_2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} |\sigma_t^2 - h_t|$$
 (23)

$$R^{2}LOG = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} [\log(\sigma_{t}^{2} h_{t}^{-1})]^{2}, \quad QLIKE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\log h_{t} + \sigma_{t}^{2} h_{t}^{-1})$$
 (24)

$$HMSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\sigma_t^2 h_t^{-1} - 1)^2$$
 (25)

其中,  $\sigma_t$  表示 t 时刻的真实波动率值 (true volatility)  $[^{40}]$ ,  $h_t$  表示 t 时刻的預测波动率值.

# 4 实证结果与分析

#### 4.1 样本数据说明及描述性统计

本文以上海银行间同业拆放利率 (Shibor) 中的隔夜交易为研究对象, 样本数据是 2007-1-4 至 2014-4-30 共 1830 个数据样本. 由于 DuMouchel<sup>[41]</sup> 选择了 10% 左右的数据样本作为预测样本, 取得了较好的研究效果. 此外, 本文中选取的作为预测样本的 200 个数据 (约占样本数据的 11%) 刚好包含一个完整的波动周期, 因而能够包含较为充分的市场信息. 因此, 本文选择后 200 个数据用于 Shibor 市场收益波动率预测研究.

	表 1 _	上海银行间同业拆	放利率描述性统证	<b>十置</b>	
标准差	偏度		JB 统计量	LB(7)	

均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量	LB(7)	ARCH 效应
3.050E-04	0.1011	-0.0721**	21.4857**	2.6043E+04**	34.1507***	123.1778**

注: \*\*\* 表示在 1% 显著水平下显著; \*\* 表示在 5% 显著水平下显著; LB(7) 为滞后期为 7 的 Shibor 市场收益率平方的 Ljung-Box 统计量.

从表 1 的数据描述统计量可以看出,隔夜 (O/N) 交易 Shibor 收益率的偏度值为 -0.0721 以及其峰度值为 21.4857,并且在 5% 显著水平下均显著,从而表明 Shibor 收益率服从左偏厚尾分布;又由于 JB 统计量检验的数据是否服从正态分布,而 Shibor 收益率序列的 JB 统计量为 2.6043E+04(P 值为 1.0000E-03),从而表明 Shibor 收益率序列不服从正态分布,以上统计信息反映出 Shibor 收益率序列服从有偏厚尾分布;而从表 1 中结果可知,LB(7) 值为 34.1507,且在 1% 显著水平下显著,表明 Shibor 收益波动率序列存在自相关性;对于 ARCH 效应检验而言,从表 1 中可以得出,Shibor 收益率序列显著存在 ARCH 效应. 通过上述分析可知,Shibor 市场收益波动率分布呈现出了尖峰左偏、非对称等"典型事实特征",而 EGARCH 模型恰能够



有效地刻画出 Shibor 市场收益波动率的这些"典型事实特征". 此外, EGARCH 模型还能够克服了 GARCH 簇模型对参数非负性的限制, 从而消除在实际分析中产生不必要的误差, 进而对 Shibor 市场进行更加有效的波动率预测. 因此, 本文基于 EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率进行研究.

#### 4.2 模型参数估计结果

本文不仅对 MRS-EGARCH 以及 HMM-EGARCH 模型参数进行了估计, 而且还估计了 EGARCH 模型参数, 分析单机制与多机制下模型参数表现出的市场特征 (见表 2).

	表 2 模型参数估计结果								
	参数	EGARCH	MRS-E	GARCH	HMM-EGARCH				
低	$\mu_1$	-0.0004(0.0010)	-0.0016(0.0000)	-0.0040(0.0019)	-0.0035(0.0066)	0.0013(0.0001)			
波	$\omega_1$	-0.1312(0.0977)	0.2573(0.1935)	0.3315(0.1752)	0.2937 (0.0454)	0.3119(0.2235)			
动	$lpha_1$	0.0743(0.0003)	-0.3233(0.0020)	-0.2973(0.0532)	-0.3013(0.0013)	-0.3009(0.2050)			
状	$oldsymbol{eta}_1$	0.8377(0.0034)	0.5358(0.0015)	0.4965(0.0022)	0.5001(0.0009)	0.5021(0.0030)			
态	$\gamma_1$	-0.1315(0.0000)	-0.1377(0.0097)	-0.1059(0.0113)	-0.1243(0.0010)	-0.1374(0.0026)			
中	$\mu_2$		0.0036(0.0009)	-0.0042(0.0003)	0.0009(0.0000)	-0.0184(0.0015)			
波	$\omega_2$		0.5579(0.6375)	0.6530(0.3572)	0.5114(0.2399)	0.5991(0.4989)			
动	$lpha_2$		0.1043(0.0019)	0.0973(0.1377)	0.1339(0.2330)	0.1020(0.1566)			
状	$eta_2$		0.6390(0.0007)	0.6599(0.0000)	0.6059(0.0013)	0.6139(0.0004)			
态	$\gamma_2$		-0.3014(0.0001)	-0.3557(0.0053)	-0.3327(0.0039)	-0.3174(0.0087)			
高	$\mu_3$			0.0418(0.0011)		0.0317(0.0002)			
波	$\omega_3$			0.3444(0.2971)		0.5039(0.1022)			
动	$\alpha_3$			0.1577(0.1050)		0.1128(0.0099)			
状	$eta_3$			0.4809(0.0034)		0.5281(0.0021)			
态	$\gamma_3$			-0.2923(0.0070)		-0.3772(0.0055)			
	似然值	2417.3	2423.4	2419.4	2435.7	2420.9			
	AIC	-2823.6	-4838.8	4830.8	4863.4	4833.8			
	BIC	4833.2	4845.4	4837.4	4870.0	4840.4			

注: 括号内数据位参数显著性.

通过对表 2 中模型参数分析,可以直观地得出,无论是 MRS-EGARCH 模型,还是 HMM-EGARCH 模型在同一模型的不同波动状态下,Shibor 市场的不同状态下收益率均值均不为 0,且具有较为明显的差异,从而说明 Shibor 市场表现出了明显的多波动状态,同时也间接表明对 Shibor 市场进行多波动状态研究的必要性. 进一步分析表 2 中各模型参数可知,参数  $\beta$  估计值都比较大且均显著,表明 Shibor 市场波动率具有较强的波动持续性,从而也表明 Shibor 市场波动状态不仅受当期市场信息的影响,而且还受前期波动状态的影响,进而也间接证明 HMM-EGARCH 模型能更有效地对 Shibor 市场波动率预测;而参数  $\gamma$  估计值均为负且均显著,表明 Shibor 市场波动率具有显著的 "负杠杆效应",即等量 "利空消息 (bad news)" 要比等量 "利好消息 (good news)" 给 Shibor 市场产生更强的影响,且与 "HMM 模型能够更有效地对 Shibor 市场高波动状态进行预测"这一结论相互呼应,从而间接表明了 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率预测的准确性.

此外,对比表 2 中各模型下似然值、AIC 以及 BIC 值可发现, HMM(2)-EGARCH 模型 (2 Volatility States' HMM-EGARCH model, HMM(2)-EGARCH) 比其他模型具有更高的似然值,以及更低的 AIC 与 BIC 值,进而表明 HMM(2)-EGARCH 模型对 Shibor 市场收益率具有更强的拟合性,同时也说明 Shibor 市场表现出了较为明显的两种波动状态,从而间接表明 HMM(2)-EGARCH 模型能够更准确地预测出 Shibor 市场波动率.

# 4.3 Shibor 市场波动状态预测

通过对表 2 分析可知, Shibor 市场表现出较为明显的高、低两种波动状态. 又由于 MRS 模型与 HMM 模型都能够对 Shibor 市场的多波动状态进行刻画, 而要有效地对 Shibor 市场进行波动状态预测, 就需要探讨出能够更准确地刻画其波动状态的模型, 因而本文不仅给出了 Shibor 市场隔夜交易价格及其同期低波动概率图, 还对比分析 MRS 与 HMM 模型下 Shibor 市场波动状态图 (见图 1 和图 2).

通过对图 2 中状态值分析可知, 在区间 (400, 1000) 内, MRS 模型与 HMM 模型对波动状态具有相似的

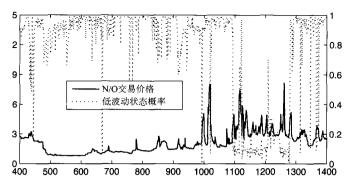


图 1 Shibor 市场隔夜交易价格及同期低波动状态概率图

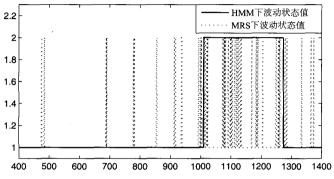


图 2 MRS 与 HMM 模型下波动状态测度值

描述且几乎全都处于低波动状态. 可能是由于受到金融危机的影响, 使得 Shibor 市场具有更加严峻的风险, 但 Shibor 市场的监管机制还不成熟, 因而使得 Shibor 市场缺乏足够抵御风险的能力, 从而导致投资主体对 其没有充分的信心、进而投资者缺乏对 Shibor 市场的投资积极性、使得 Shibor 交易价格波动幅度变化较小、 因此在此段时期 Shibor 市场更可能表现出低波动状态; 另一个原因是, 在金融危机期间, 为了促进经济的持 续增长, 政府在 2008 年 11 月提出 "4 万亿投资计划" 使金融市场拥有更多的流通资金, 进而使得 Shibor 市 场价格具有更小的波动幅度, 因而使得 Shibor 市场表现出低波动状态.

进一步分析图 1 中 Shibor 市场交易价格知, 在区间 (1140, 1280) 内, 虽然 Shibor 市场价格波动幅度较 小, 但结合图 2 可知, 在 HMM 模型下 Shibor 市场在此段时期内更多地表现出高波动状态. 原因可能是, 基 于 HMM 模型对 Shibor 市场波动状态的刻画不仅受当期 Shibor 市场信息的影响, 同时也受到先前波动状 态的影响, 且是受先前所有的波动状态影响的累积, 进而使得 Shibor 市场在其价格波动幅度较小时也可能 表现出高波动状态; 但 MRS 模型对 Shibor 市场波动状态的刻画仅依靠波动率均值与一 "适当" 差值来对其 波动状态进行刻画, 因而忽略了 Shibor 市场自身对其波动状态的影响, 即 Shibor 市场先前波动状态对当期 Shibor 市场的影响, 因而使得 MRS 模型对 Shibor 市场波动状态刻画可能不可靠. 因此, HMM 模型能够更 加有效地对 Shibor 市场波动状态刻画.

综上所述, MRS 模型与 HMM 模型都能够对 Shibor 市场的多波动状态进行刻画, 但 HMM 模型由于克 服了波动状态刻画过程中主观因素等的影响,因而对 Shibor 市场波动状态的刻画更加准确,现应用 HMM 模型对 Shibor 市场进行波动状态预测 (见图 3 和图 4).

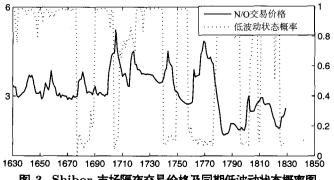


图 3 Shibor 市场隔夜交易价格及同期低波动状态概率图

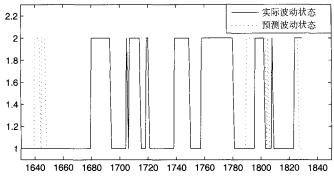


图 4 HMM 模型下的 Shibor 市场波动状态值测度与预测值

从图 4 分析可知, HMM 模型下 Shibor 市场波动状态的测度值与预测值大部分是相同的, 虽然在区间 (1640, 1650) 和 (1790, 1810) 内, Shibor 市场波动状态预测值与实际测度值存在少量偏差, 可能是由于 HMM 模型对 Shibor 市场波动状态预测的估算误差以及 Shibor 市场的先前时刻的波动状态对当前波动状态的影响强度使得其状态预测值与实际测度值间存在一定的偏差. 然而, 从整体的预测效果 (见图 4) 来看, HMM 模型对 Shibor 市场波动状态预测取得了较为显著的效果. 特别需要注意的是, 结合图 3 中交易价格曲线分析可发现, 对于 Shibor 市场波动幅度较大的收益波动率, HMM 模型能够更准确地预测出其波动状态. 因此, HMM 模型对 Shibor 市场高波动状态预测具有更高的准确性, 而高波动状态却隐藏着更多风险危机, 因而表明 HMM 模型更适合于金融危机或金融波动比较明显的金融风险预警.

为了能够更加准确地表达出 HMM 对 Shibor 市场波动状态刻画的可靠性, 本文使用 SR(成功率) 与 MAE(平均绝对误差) 对基于 HMM 的波动状态预测结果进行了检验.

从表 3 可看出,在设定的预测步长内,HMM 模型对 Shibor 市场波动状态的预测成功率均大于 75%,且 150 内具有最高的预测成功率 (92.67%),从而表明 HMM 模型对 Shibor 市场波动状态预测具有较高的准确性.对于波动状态预测中出现的偏差,可能是因为,HMM 模型在 Shibor 市场波动状态预测过程中的计算误差,使得波动状态预测值与实际测度值间存在一定的偏差. 然而,就整体预测结果而言,HMM 模型对 Shibor 市场波动状态预测的成功率 (SR) 达到了 89%,从而表明 HMM 模型对 Shibor 市场进行有效的波动状态预测.

#### 4.4 基于 HMM-EGARCH 模型的 Shibor 市场波动率预测

通过上述分析可知, Shibor 市场表现出了明显的高、低两种波动状态, 且 HMM 模型能够更有效地对其进行波动状态预测. 因此, 本文还将进一步探讨 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率预测的准确性 (见图 5).

表 3 波动状态预测检验结果

预测步数	SR 值	MAE 值
50	0.8600	0.1400
100	0.8900	0.1100
150	0.9267	0.0733
200	0.8900	0.1100

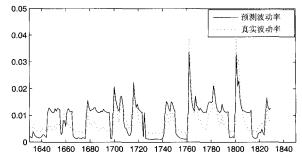


图 5 HMM-EGARCH 模型下 Shibor 市场预测波动率与同期真实波动率对比图

通过对图 5 分析可发现,在 HMM-EGARCH 模型下, Shibor 市场预测波动率与真实波动率几乎具有相同的变化趋势,表明该波动模型对 Shibor 市场波动率具有较强的拟合性,从而也证明 HMM-EGARCH 模型能够有效地对 Shibor 市场进行波动率预测. 虽然,在区间 (1643, 1697)内 HMM-EGARCH 模型下预测波动率与真实波动率具有一定的偏差,但就总的预测结果而言, HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率预测具有较高的准确性. 引起波动率预测出现偏差的可能原因是, HMM 模型在 Shibor 市场波动状态预测中的计算误差以及先前波动状态对当期 Shibor 市场波动状态的影响程度,使得预测波动状态与实际波动状态存在一定的偏差,进而影响对 Shibor 市场波动率预测的准确性;另一个原因可能是, HMM- EGARCH 模型在 Shibor 市场波动率预测中的计算误差,也对 Shibor 市场波动率预测产生一定的影响,进而影响对 Shibor 市



场波动率预测的准确性. 倘若在存在偏差的波动状态与有误差的波动率预测模型下对 Shibor 市场进行波动率预测, 可能使得 HMM-EGARCH 模型对其波动率的刻画呈现出明显的误差. 然而, 从 Shibor 市场波动率预测的效果看来, HMM-EGARCH 模型对其波动率预测具有较高地准确性.

此外,为了能够更加全面地体现出 HMM-EGARCH 模型对 Shibor 市场波动率预测的准确性,本文应用七个标准统计误差函数来对其波动率预测模型性能进行检验,并且还将 MRS-EGARCH 模型的波动率预测效果进行了对比检验 (见表 4).

表 4 波动率预测性能比较

模型种类	$MSE_1$	$MSE_2$	QLIKE	$R^2LOG$	$\mathrm{MAD}_1$	$MAD_2$	HMSE
MRS-EGARCH	0.0026	0.0008	-0.0218	0.3555	0.0026	0.0008	0.0050
HMM-EGARCH	0.0014	0.0003	-0.0239	0.3219	0.0014	0.0003	0.0050

从表 4 可以直观地看出, 两个波动率预测模型损失函数中除 HMSE 函数值相等外, HMM-EGARCH 模型下的其余 6 个损失函数值均小于 MRS-EGARCH 模型, 从而表明 HMM-EGARCH 模型能够更有效地对 Shibor 市场进行波动率预测. 因此, HMM-EGARCH 模型能够对金融市场进行更加准确的波动率预测, 从而为投资主体提供更加准确的风险预警方案, 以期能够减少金融风险给投资主体带来的损失.

# 5 结论

由于 Shibor 市场波动率因结构突变而表现出了多波动状态,本文不仅引入 HMM 模型对 Shibor 市场进行了波动状态预测,并且还使用基于 HMM 原理的 HMM-EGARCH 模型对其进行了波动率预测,最后采用 SR 与 MAE 对基于 HMM 模型下的 Shibor 市场波动状态预测的准确性进行检验,还使用七个标准统计误差函数检验了波动率预测的准确性.实证研究表明:高低两种波动状态就能够有效地刻画出 Shibor 市场的波动状态; HMM 模型能够较准确地对 Shibor 市场进行波动状态预测,并且 HMM 模型偏向于对高波动状态预测;基于 HMM 模型的 HMM(2)-EGARCH 模型能够对 Shibor 市场进行更准确的波动率预测; HMM模型能够更加有效地对金融波动变化比较明显的金融风险进行预警.

通过上述实证及分析知, HMM 模型能够对 Shibor 市场进行较有效的波动状态预测, 同时, HMM(2)-EGARCH 模型能够更准确地预测 Shibor 市场波动率, 进而为投资主体提供更加科学的风险预警策略. 然而, 由于 Shibor 市场监管制度的不完善, 使得在对其波动率预测时可能受到政府宏观经济政策 (如: 货币供求、公开市场操作、存款准备金率等) 和股票市场 (如: 上证综指等) 以及其他因素 (如: 国际利率水平、汇率、消费指数和模型的计算误差等) 的影响, 因而在进行波动率预测时应该考虑这些因素对 Shibor 市场综合影响, 以期能够更准确地预测其波动率, 从而为投资主体提供更具有操作性的风险预警方法.

#### 参考文献

- [1] Simpson J L, Evans J P. Systemic risk in the major Eurobanking markets: Evidence from inter-bank offered rates[J]. Global Finance Journal, 2005, 16(2): 125–144.
- [2] Acharya V V, Skeie D. A model of liquidity hoarding and term premia in inter-bank markets[J]. Journal of Monetary Economics, 2011, 58(5): 436-447.
- [3] 何启志. 上海银行间同业拆放利率的风险测度 [J]. 管理科学, 2011, 24(1): 72-81. He Q Z. Risk measure of Shanghai interbank offered rates[J]. Journal of Management Science, 2011, 24(1): 72-81.
- [4] Filipovic D, Trolle A B. The term structure of interbank risk[J]. Journal of Financial Economics, 2013, 109(3): 707–733.
- [5] Zhou Y, Qin X, Yang R. Short-term interest rate model suitable to Shanghai interbank offered rate[J]. Journal of Systems & Management, 2009, 18(1): 21–26.
- [6] Porter N J, Xu T T. What drives China's interbank market?[R]. International Monetary Fund Working Paper, 2009.
- [7] Gu R B, Chen X, Li X J. Chaos recognition and fractal analysis in the term structure of Shanghai interbank offered rate[J]. Physica A, 2014, 412(10): 101–112.
- [8] 高岳, 朱宪辰. 基于极值理论的同业拆借利率风险度量 —— 基于 AR-GARCH-POT 方法的 VaR 值比较研究 [J]. 数量 经济技术经济研究, 2009, 8: 135–147.
  - Gao Y, Zhu X C. Estimate on interest rate risk of interbank offering market via extreme value theory[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2009, 8: 135–147.
- [9] 何启志, 何建敏, 童中文. Shibor 期限结构动态研究 [J]. 数理统计与管理, 2009, 28(1): 181-189.



- He Q Z, He J M, Tong Z W. Dynamic research for term structure of Shibor[J]. Application of Statistics and Management, 2009, 28(1): 181–189.
- [10] 徐正国, 张世英. 调整"已实现"波动率与 GARCH 及 SV 模型对波动的预测能力的比较研究 [J]. 系统工程, 2004, 22(8): 60-63.
  - Xu Z G, Zhang S Y. The comparative research on volatility prediction ability of adjusted realized volatility, GARCH model and SVM model[J]. Systems Engineering, 2004, 22(8): 60–63.
- [11] Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation[J]. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1982, 50(4): 987–1007.
- [12] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31(3): 307–327.
- [13] 张锐, 魏宇, 金炜东. 基于 MRS-EGARCH 模型的沪深 300 指数波动预测 [J]. 系统工程学报, 2011, 26(5): 628-635. Zhang R, Wei Y, Jin W D. HS300 index volatility forecast based on Markov regime-switching EGARCH model[J]. Journal of Systems Engineering, 2011, 26(5): 628-635.
- [14] Harvey A, Sucarrat G. EGARCH models with fat tails, skewness and leverage[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2014, 76: 320–338.
- [15] Nelson D B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach[J]. Econometricaca: Journal of the Econometric Society, 1991, 59(2): 347–370.
- [16] 杨继平, 袁璐, 张春会. 基于结构转换非参数 GARCH 模型的 VaR 估计 [J]. 管理科学学报, 2014, 17(2): 69-80. Yang J P, Yuan L, Zhang C H. Estimation of VaR based on nonparametric GARCH models with Markov regime switching[J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(2): 69-80.
- [17] Goyal A, Arora S. The Indian exchange rate and central bank action: An EGARCH analysis[J]. Journal of Asian Economics, 2012, 23(1): 60–72.
- [18] Svishchuk A V. Modeling and pricing of swaps for financial and energy markets with stochastic volatilities[M]. World Scientific, 2013.
- [19] Damir F, Anders B T. The term structure of interbank risk[J]. Journal of Financial Economics, 2013, 109(3): 707-733.
- [20] Janczura J, Weron R. An empirical comparison of alternate regime-switching models for electricity spot prices[J]. Energy Economics, 2010, 32(5): 1059–1073.
- [21] Yuan C. Forecasting exchange rates: The multi-state Markov-switching model with smoothing[J]. International Review of Economics & Finance, 2011, 20(2): 342–362.
- [22] Eddy S R. Hidden Markov models[J]. Current Opinion in Structural Biology, 1996, 6(3): 361–365.
- [23] Zhuang X F, Chan L W. Volatility forecasts in financial time series with HMM-GARCH models[J]. Springer-Verlag, 2004, 3177(6): 807–812.
- [24] Oliver I. Markov processes for stochastic modeling[M]. 2nd ed. Academic Press, 2013.
- [25] Rabiner L, Juang B H. An introduction to hidden Markov models[J]. IEEE ASSP Magazine, 1986, 3(1): 4-16.
- [26] Fort M M, Vignoli V. Hidden Markov models approach used for life parameters estimations[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2015, 136(4): 85–91.
- [27] Chong W, Reymer N. Online Detection of Markov switching models[J]. Probability Theory, 2012, 30(4): 1-21.
- [28] 张冬青, 宁宣熙, 刘雪妮. 考虑影响因素的隐马尔可夫模型在经济预测中的应用 [J]. 中国管理科学, 2007, 15(4): 105-110. Zhang D Q, Ning X X, Liu X N. Application of hidden Markov model considering influencing factors ineconomic forecast[J]. Chinese Journal of Management Science, 2007, 15(4): 105-110.
- [29] 喻丹, 吴义虎, 王正武. 基于隐 Markov 的机动车驾驶人状态预测 [J]. 系统工程, 2010, 28(5): 99~103. Yu D, Wu Y H, Wang Z W. Prediction of automation driving state based on hidden Markov model[J]. Systems Engineering, 2010, 28(5): 99–103.
- [30] 杨宝臣, 苏云鹏. Shibor 市场风险溢价动态特性的机制转换 [J]. 系统工程学报, 2012, 27(2): 201-207. Yang B C, Su Y P. Regime switching in risk premium dynamics of Shibor[J]. Journal of Systems Engineering, 2012, 27(2): 201-207.
- [31] 张笑峰, 郭菊娥. Shibor 利率期限结构变动的影响因素及其作用机理 [J]. 中国管理科学, 2012, 20(1): 409-416. Zhang X F, Guo J E. Macroeconomic factors and their mechanism for moving Shibor interest rate term structure[J]. Chinese Journal of Management Science, 2012, 20(1): 409-416.
- [32] Chen L, Zhou Z F. Are there some manipulations of Shibor: A hypothesis testing based on financial products linked to Shibor[J]. Procedia Computer Science, 2013, 17: 939–944.
- [33] Gu R B, Chen X, Li X J. Chaos recognition and fractal analysis in the term structure of Shanghai Interbank Offered Rate[J]. Physica A, 2014, 412(6): 101–112.
- [34] 陈强, 郑旭, 许秀. 基于鞅转化的利率模型漂移函数的设定检验 [J]. 管理科学学报, 2014, 17(11): 43-56. Chen Q, Zheng X, Xu X. Martingale-transformation-based specification test for drift function of interest rate model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(11): 43-56.



- [35] 郭均鵬, 孙钦堂, 李汶华. Shibor 市场中各期限利率波动模式分析 —— 基于 FPCA 方法 [J]. 系统工程, 2012, 30(12): 84-88.
  - Guo J P, Sun Q T, Li W H. Volatility mode analysis in interest rates in various terms in Shibor market based on FPCA[J]. Systems Engineering, 2012, 30(12): 84–88.
- [36] Silja R. Efficient sensitivity analysis in hidden markov models[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(9): 1397–1414.
- [37] Andrew H, Genaro S. EGARCH models with fat tails, skewness and leverage[J]. Computational Statistics and Date Analysis, 2014, 76(8): 320–338.
- [38] Edmundo G, Luiz F L, Edmundo A. Forecasting oil price trends using wavelets and hidden Markov models[J]. Energy Economics, 2010, 32(6): 1507–1519.
- [39] Pesaran M H, Timmermann A. A simple nonparametric test of predictive performance[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 1992, 10(4): 461-465.
- [40] Patton A J. Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies[J]. Journal of Econometrics, 2011, 160(1): 246–256.
- [41] DuMouchel W H. Estimating the stable index in order to measure tail thickness: A critique[J]. Annals of Statistics, 1983, 11(4): 1019–1031.