



分类号: F064.1  
密 级: 公开

单位代码: 10422  
学 号: 201510316



山东大学  
SHANDONG UNIVERSITY

# 硕士学位论文

Thesis for Master Degree

论文题目: 对中国 SHIBOR 波动的预测  
——基于 GARCH 模型和 SV 模型的比较  
Forecasting SHIBOR's Volatility:  
GARCH versus Stochastic Volatility

|         |        |
|---------|--------|
| 作 者 姓 名 | 杨斗     |
| 培 养 单 位 | 经济研究院  |
| 专 业 名 称 | 数量经济学  |
| 指 导 教 师 | 吴吉林 教授 |
| 合 作 导 师 |        |

2018 年 5 月 26 日



Y3412161

分类号: F064.1

单位代码: 10422

密 级: 公开

学 号: 201510316

山东大学

SHANDONG UNIVERSITY

# 硕士学位论文

Thesis for Master Degree

论文题目:

对中国 SHIBOR 波动的预测

—基于 GARCH 模型和 SV 模型比较

Forecasting SHIBOR's Volatility:

GARCH versus Stochastic Volatility

作者姓名 杨斗

培养单位 经济研究院

专业名称 数量经济学

指导教师 吴吉林教授

合作导师

2018 年 5 月 26 日

## 原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名： 杨斗 日期： 2018.5.16

## 关于学位论文使用授权的声明

本人同意学校保留或向国家有关部门或机构送交论文的印刷件和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权山东大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文和汇编本学位论文。

(保密论文在解密后应遵守此规定)

论文作者签名： 杨斗 导师签名： 吴永林 日期： 2018.5.26

# 目录

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 摘要.....                | I   |
| ABSTRACT.....          | III |
| 第 1 章 绪论.....          | 1   |
| 1.1 选题背景和意义.....       | 1   |
| 1.2 文献综述.....          | 4   |
| 1.3 研究内容和方法.....       | 9   |
| 第 2 章 波动率模型.....       | 13  |
| 2.1 GARCH 模型.....      | 13  |
| 2.2 SV 模型 .....        | 15  |
| 第 3 章 贝叶斯方法.....       | 19  |
| 3.1 贝叶斯估计.....         | 19  |
| 3.2 MCMC 方法 .....      | 20  |
| 3.3 贝叶斯模型比较法.....      | 22  |
| 第 4 章 实证分析.....        | 27  |
| 4.1 SHIBOR 描述性统计 ..... | 27  |
| 4.2 模型比较结果.....        | 29  |
| 4.3 模型回归结果.....        | 32  |
| 4.4 稳健性检验.....         | 37  |
| 4.5 DIC 准则.....        | 38  |
| 4.6 样本外预测.....         | 40  |
| 第 5 章 结论.....          | 43  |
| 参考文献.....              | 45  |
| 致谢.....                | 51  |



CONTENTS

Chinese Abstract .....I

Abstract .....III

Chapter 1 Introduction ..... 1

    1.1 Background and Implications ..... 1

    1.2 Literature Review..... 4

    1.3 Contents and Methods of Research..... 9

Chapter 2 Volatility Models ..... 13

    2.1 GARCH Models..... 13

    2.2 Stochastic Volatility Models ..... 15

Chapter 3 Bayes Methods ..... 19

    3.1 Bayesian Estimation..... 19

    3.2 MCMC Methods ..... 20

    3.3 Model Comparison Using the Bayes Factor ..... 22

Chapter 4 Empirical Results ..... 27

    4.1 Descriptive Statistics of SHIBOR..... 27

    4.2 Model Comparison Results..... 29

    4.3 Estimation Results ..... 32

    4.4 Robust Test..... 37

    4.5 The Deviance Information Criterion(DIC) ..... 38

    4.6 Forecasting Results ..... 40

Chapter 5 Conclusions ..... 43

References..... 45

Acknowledgement ..... 51



## 摘要

上海银行间同业拆借利率 (SHIBOR) 的出现推动了我国利率市场化的进程。作为市场基准利率, SHIBOR 的波动变化反映了整个金融市场的利率预期, 它对我国的金融安全和金融产品定价有着决定性的影响。同时, SHIBOR 也是中国人民银行调控货币供给、实现货币政策目标的重要手段。所以, 对 SHIBOR 的波动率进行建模和预测具有重要的理论意义和实际意义。SHIBOR 具有尖峰厚尾、波动聚集、非连续性和非对称性等特征。目前常用于研究 SHIBOR 波动的模型主要是 GARCH 模型, 这类模型能够比较好地刻画 SHIBOR 的波动特征。但是有些文献指出随机波动 (SV) 模型对金融资产波动拟合和预测的效果更好。因此, 本文同时用这两类模型对 SHIBOR 的波动率进行建模, 并且比较了这两类模型预测 SHIBOR 波动的能力。

本文首先介绍了五种 GARCH 模型:  $GARCH(1,1)$ ,  $GARCH(2,1)$ ,  $GARCH-t$ ,  $GARCH-J$  和  $GARCH-GJR$ , 以及五种 SV 模型:  $SV(1)$ ,  $SV(2)$ ,  $SV-t$ ,  $SV-J$ , 和  $SV-L$ , 这些模型分别可以被用来刻画 SHIBOR 不同的动态特征。然后, 我们利用贝叶斯方法分别估计这些模型的参数和边际似然率, 再通过边际似然率综合比较这些模型的预测效果和模型本身的复杂程度。本文发现, SV 模型的表现总体上是要优于 GARCH 模型的。并且, 在这些模型中, 预测效果最好的是  $SV(1)$  模型。另一方面, 本文发现在对 SHIBOR 波动率进行建模时, 我们只需要用  $AR(1)$  过程就够了, 而不需要用  $AR(2)$  过程。接下来, 实证分析发现, 基于  $t$  分布拟合之上的 GARCH 模型要优于基于正态分布之上的  $GARCH(1,1)$  模型, 这说明如果假设残差是服从  $t$  分布而不是服从正态分布的, 可以显著提高 GARCH 模型的预测能力, 因为它更好地描述了 SHIBOR 尖峰厚尾的特征。同样地, 由于 SHIBOR 波动存在跳跃等非连续性过程, 本文也发现  $GARCH-J$  模型比  $GARCH(1,1)$  模型的预测效果要好。然而, 对于 SV 模型而言, 由于它多了一个随机过程, 所以它比 GARCH 模型更具有灵活性, 从而它不需要加入  $t$  分布或者跳跃项就可以很好地刻画 SHIBOR 的动态特征。最后, 本文发现  $GARCH-GJR$  ( $SV-L$ ) 模型和标准的 GARCH (SV) 模型对 SHIBOR 波动率的预测效果差不多。这是因为虽然存在杠杆效应, 也就是说负的信息冲击和正的信息冲击对 SHIBOR 波动率是不



对称的，但是 GARCH-GJR (SV-L) 模型也要比标准的 GARCH (SV) 模型复杂很多，而边际似然率这一指标内在地会“惩罚”模型的复杂程度。

之后，本文还分析了模型参数的估计结果，并利用这些结果进一步分析了 GARCH 模型和 SV 模型的差异。接下来，本文还进行了一些稳健性检验，并讨论了不同的数据对我们的结果是否有影响。本文最后考虑到边际似然率对先验分布的敏感性，利用 DIC 准则和对数预测得分等其他指标比较 GARCH 模型和 SV 模型预测 SHIBOR 波动率的能力，并且发现与我们之前的结果是一致的。所以，本文得出结论，SV 模型比 GARCH 模型更适合用来对 SHIBOR 波动进行建模和预测。

**关键词：**SHIBOR 波动率；GARCH 模型；随机波动模型；贝叶斯模型比较；  
边际似然率

## ABSTRACT

The development of Shanghai Interbank Offered Rate (SHIBOR) promotes the liberalization of China's interest rate market. As a base rate, the change of SHIBOR reflects the expectation about interest rate of the whole market, which plays a crucial role in asset pricing and even influences the security of China's financial market. In addition, SHIBOR is also a useful instrument for China's central bank to control money supply and achieve its monetary target. Therefore, it is very important to model and forecast the volatility of SHIBOR. Previous research points out that the distribution of SHIBOR is heavy-tailed and not symmetric. Besides, its volatility is time varying, which implies GARCH models are needed to model. However, some literature argues that stochastic volatility (SV) models can fit the evolution of volatility of financial assets better. Therefore, this paper simultaneously uses GARCH and SV models to fit SHIBOR's volatility and compares their performance in a standard Bayesian model comparison exercise.

First of all, this paper introduces five kinds of GARCH models which includes the standard model of GARCH(1,1) with an AR(1) volatility process, as well as GARCH(2,1), GARCH-t, GARCH-J, and GARCH-GJR. We also introduces five counterpart SV models: SV(1), SV(2), SV-t, SV-J, and SV-L. Then we exploit the Bayesian technique to estimates the parameters of these models and their marginal likelihood ratio. According to the marginal likelihood ratio, we find that SV models generally outperforms GARCH models in forecasting the volatility of SHIBOR. Among all the ten models, the best model is SV(1), which has the highest marginal likelihood ratio. What is more, we find that the AR(1) volatility process is adequate in modeling the dynamics of energy price while AR(2) provides few benefits by comparing the GARCH(1,1) with GARCH(2,1) and SV(1) with SV(2). Next, when the t distributed innovation is used, it improves the performance of GARCH model since SHIBOR has a heavy tailed distribution. Similarly, if we add a jump component in the GARCH model, which gives the GARCH extra flexibility against dramatic

change, its ability in predicting the volatility of SHIBOR also increases. On the other hand, SV-J, SV-t and SV have similar marginal likelihood ratio, which implies both the  $t$  distribution and jump component do not affect the fit of the SV model. This is because in the SV model, the heavy tail and jumps can be partially accommodated in a stochastic volatility process. Lastly, this paper examines the influence of the asymmetric leverage effect by comparing the GARCH-GJR with GARCH(1,1) and the SV-L with SV. It turns out that the leverage effect is not very important for modeling the volatility of SHIBOR especially when considering the complexity of models.

After that, this paper analyzes the results of estimations and utilizes these results to further figure out the differences between the GARCH and SV models. Then we do some robustness check to find out whether previous arguments in this paper are robust or not. Finally, given the sensitivity of marginal likelihood ratio to the priors, this paper also uses other criteria like the deviance information criterion and log predictive scores to compare the performance of the GARCH and SV models, from which we get similar results as before. As a result, we can draw a conclusion that the SV models perform better than GARCH models in fitting the volatility of SHIBOR.

**Keywords:** SHIBOR; GARCH; Stochastic Volatility; Bayesian Model Comparison; Marginal Likelihood

# 第 1 章 绪论

## 1.1 选题背景和意义

证券市场分析和金融资产收益率波动是目前当代计量经济学和金融经济学研究的核心领域。作为度量风险的工具，对波动率的预测将会直接影响到资产定价、风险管理和资源配置。一方面，波动率与市场不确定性和风险是直接相关的，波动越大则意味着风险越大，高风险对企业的经营容易造成较大的冲击，而对收益与风险的权衡也正是资本配置与资产定价的核心。在另一方面，波动率也反映证券市场效率和质量的指标密切相关，这些指标包括流动性、透明性以及交易成本等等，它们能够最简洁、最有效地反映出证券市场的价格行为、质量和效率。除此之外，波动率对于企业的财务杠杆、营运杠杆和投资杠杆的决策，对于个人的消费行为和投资行为，以及对经济周期和相关宏观变量等都有不可低估的影响。正因为如此，波动率成为金融市场不变的主题。

作为基准利率，上海银行间同业拆放利率(SHIBOR)的波动对金融市场而言，更具有重要的意义，因为基准利率对金融安全和金融资产定价有着决定性的影响（于建忠、刘湘成，2009<sup>[1]</sup>）。

随着利率市场化的开始与发展，我国于 2006 年 10 月 8 日开始提出上海银行间同业拆放利率(SHIBOR)，并于 2007 年 1 月 4 日开始正式运行。具体而言，SHIBOR 是由信用评级较高的银行自主报价的人民币同业拆借利率的算术平均值，是单利、无担保、批发性利率（《上海银行间同业拆放利率(SHIBOR)实施准则》，2016）。目前为止，SHIBOR 报价银行团由 18 家公开市场一级交易商或者外汇市场做市商银行组成，这些银行都是在我国货币市场上人民币交易比较活跃、信息披露比较充分、报价能力比较强的银行。每个交易日全国银行间同业拆借中心会根据 18 家报价银行的报价，剔除最高和最低的 4 个报价之后，计算其他报价的算术平均值，然后得出不同期限的银行间同业拆借利率（包括隔夜，1 周，2 周，1 个月，3 个月，6 个月，9 个月和 1 年）。同时，中国人民银行成立 SHIBOR 工作小组依据《上海银行间同业拆放利率(SHIBOR)实施准则》监督

和管理 SHIBOR，规范报价银行行为，调整报价银行成员。其实早在 1996 年 1 月，我国就已经建立了全国性的同业拆借市场，并以各银行同业拆借实际交易利率的加权平均作为中国银行间同业拆借利率（CHIBOR）。但是，由于 CHIBOR 只计算了实际交易中出现的拆借利率，如果某个交易日当天市场不够活跃，没有发生同业拆借，那么 CHIBOR 就无法体现利率的变化（方先明、花旻，2009<sup>[2]</sup>）。因此，上海银行间同业拆借利率（SHIBOR）应运而生。SHIBOR 的形成推动了我国利率市场化的进程。自 2007 年推出以来，SHIBOR 作为我国市场基准利率的地位就逐渐被确定下来。正因为 SHIBOR 是在市场化的基础上出现的，其波动变化反映了整个金融市场的利率预期。所以，SHIBOR 可以作为我国金融市场中各种金融产品包括拆借、回购、票据、短期融资券、浮动利率债券以及衍生品等定价的基础。银行间同业拆借市场作为银行等金融机构相互融资的场所，是货币市场重要的一个组成部分。SHIBOR 不仅能够促进存贷款利率的市场化，还能够带动整个货币市场实现市场化。另一方面，作为市场基准利率，SHIBOR 是中国人民银行调控货币供给、实现货币政策目标的重要手段。在推出 SHIBOR 之后，人民银行可以通过公开市场操作、调整法定存款准备金率来引导同业拆借利率变化，从而影响整个市场的利率。因此，对 SHIBOR 的波动率进行建模和预测有着重要的理论意义和实际意义。

银行间同业拆借利率对货币市场的变化和改革具有其特有的敏感性。随着市场化的程度逐步加深，SHIBOR 的变动也逐步加剧，2013 年 6 月 20 日 SHIBOR 达到了历史峰值，其隔夜拆借率竟然直接上升至 13.44%，而 7 天同业拆借率也以 11%达到了历史的最高点。吴卫星、蒋涛和吴锟（2015）<sup>[3]</sup>指出银行间融资流动性风险与商业银行系统性风险有着正向的关系。在银行间同业拆放市场中，当融资流动性较为紧张的时候，资金拆入银行会面临比较大的信用违约风险，而通过银行间的业务往来，资金拆出银行也会受到相应程度的影响，从而增加了整个银行体系的系统性风险；而当金融机构普遍面临流动性紧张时，系统性风险会进一步增加。SHIBOR 波动率的增加不仅提高了商业银行的利率风险，也增加了我国人民银行通过基准利率调控货币供给的不确定性。事实上，稳定性是对基准利率最重要的要求之一，所以如何度量 SHIBOR 的波动率对 SHIBOR 能否作为市

场基准利率有着重要的影响。以往的研究认为广义自回归异方差（GARCH）模型能很好地刻画 SHIBOR 的波动特征（高岳、朱宪臣，2009<sup>[4]</sup>；潘松等，2009<sup>[5]</sup>；孔继红，2014<sup>[6]</sup>）。Engle（1982）提出了条件自回归异方差（ARCH）模型，而 Bollersler（1986）在此基础上提出了广义自回归异方差（GARCH）模型。ARCH 和 GARCH 类模型是研究市场波动时变性特征最常见的模型，它们能够很好地捕捉金融时间序列尖峰厚尾、波动聚集、条件异方差等特征。潘松等（2009<sup>[5]</sup>）指出 SHIBOR 隔夜拆借率的分布有明显的右尾，并且不服从正态分布。同时，他们（潘松等，2009<sup>[5]</sup>）也发现 SHIBOR 隔夜拆借率的序列是不平稳的，而对其进行一阶差分之后序列在 1% 的显著性是平稳的。李良松（2009<sup>[7]</sup>）把 SHIBOR 的一阶差分作为 SHIBOR 的收益率，并且发现 SHIBOR 收益率的尖峰特征很明显，但是不存在明显的厚尾。另一方面，这些文献都表明 SHIBOR 的差分或者对数收益序列存在波动集聚效应（李良松，2009<sup>[7]</sup>；高岳、朱宪臣，2009<sup>[4]</sup>；潘松等，2009<sup>[5]</sup>）。因此，这样看来，简单的 GARCH 模型已经能够刻画 SHIBOR 波动率的基本特征。然而，SHIBOR 跟一般的利率一样，其波动性在面临正负不同的信息冲击下会出现非对称的效应，这是因为投资者在市场出现正负不同的信息时可能会有不同的反应（于建忠、刘湘成，2009<sup>[1]</sup>）。另外，孔继红（2014<sup>[6]</sup>）进一步指出一般的 GARCH 模型无法刻画银行间同业拆借利率出现跳跃等非连续性过程的情况。无论是金融市场上产生未预期到的信息，还是宏观经济出现未预期到的冲击，这些都有可能导导致银行间同业拆借利率出现较大的变化或者跳跃。基于以上原因，很多学者认为应该使用带非对称项或者加入跳跃项的 GARCH 模型对 SHIBOR 的波动率进行建模，这些模型分别包括 EGARCH 或 TGARCH 模型（潘松等，2009<sup>[5]</sup>；于建忠、刘湘成，2009<sup>[1]</sup>）以及 GARCH-J 模型（孔继红，2014<sup>[6]</sup>）。这些研究在 GARCH 模型中加入非对称项或者跳跃项，提高了模型对 SHIBOR 的波动率进行拟合和预测的能力，然而它们都没有跳出 GARCH 类模型的框架。

GARCH 类模型将波动率当作是过去信息集和模型参数的确定函数。在一般的 GARCH 模型设定下，波动率是其滞后残差平方项和前期条件方差的函数。因为 GARCH 模型很好地刻画了金融时间序列数据尖峰厚尾、波动集聚以及条件异

方差等特性,所以在近年的实证研究中得到了广泛的运用。然而,目前还有另一类被大量用来研究金融时间序列波动的模型:随机波动(Stochastic Volatility,即SV)模型。SV模型与GARCH模型的区别在于前者将波动看做是由潜在的不可观测的随机过程所决定的,而不再把波动的动态过程看做是确定的。这两类模型相互之间不存在嵌套关系,互不所属,而且最重要的是,它们描述了金融时间序列波动不同的动态过程(Chan和Grant, 2015)<sup>[8]</sup>。当金融时间序列出现比较异常的观测时,GARCH模型对条件方差的估计可能是不稳定的。何启志(2011年)<sup>[9]</sup>指出同业拆借率的报价受极端事件影响的可能性大于正态分布下的可能性。然而,由于SV模型包含一个额外的信息过程,它比GARCH模型更具有灵活性(吴鑫育等, 2013<sup>[10]</sup>)。以往研究短期利率的文献也经常在他的模型中引入随机波动,如CKLS-Jump-SV模型(Das, 2002<sup>[11]</sup>),但是这些文献更多关注的是短期利率本身的动态过程,即扩散、跳跃和机制转换等等,它们很少关注相关模型对利率波动预测和拟合的能力。正如上文中所提到的,预测SHIBOR的波动率有着重要的理论意义和实际意义。因此,本文所关注的重点是GARCH模型和SV模型这两类在金融时间序列分析中被广泛运用的模型哪一类对SHIBOR的波动率进行拟合和预测的效果更好。这是过去的研究所忽视的,也是本文最主要的贡献。本文一方面探讨了如何更好地对SHIBOR的波动率进行建模,另一方面也为GARCH模型和SV模型在实证上的对比研究提供了更多的经验证据。

## 1.2 文献综述

本文的参考文献包括两个部分的内容:一部分是关于SHIBOR的波动和动态特征的研究;而另一部分是关于GARCH模型和SV模型相互比较的研究。

作为市场基准利率,SHIBOR的出现极大地推动了我国利率市场化的进程。正因为如此,对SHIBOR动态特征的研究一直是国内学者关注的热点。近年来,国内对SHIBOR的研究集中在三个领域:第一个是对SHIBOR是否能够成为我国市场基准利率的研究(陈汉鹏、戴金平, 2014<sup>[12]</sup>;方意、方明, 2012<sup>[13]</sup>;梁琪等, 2010<sup>[14]</sup>;彭红枫、鲁维洁, 2010<sup>[15]</sup>);第二个是对SHIBOR定价模型和期限结构的研究(莫扬等, 2014<sup>[16]</sup>;于建忠、刘湘成, 2009<sup>[1]</sup>;王志强、熊海坊,

2012<sup>[17]</sup>);第三个是对 SHIBOR 波动率和动态过程的研究(高岳、朱宪臣, 2009<sup>[4]</sup>;孔继红, 2014<sup>[6]</sup>;李良松, 2009<sup>[7]</sup>;吴吉林等, 2011<sup>[18]</sup>)。第三类研究对前两类有着基础性的作用。一方面, 基础利率不仅需要具有相关性即能够反映和传导市场信号, 也需要具有系统稳定性。戴国强和梁福涛(2006)<sup>[19]</sup>认为如果一个利率经常处于较大的波动之中或易受临时性扰动的影响, 那么它是无法作为其他金融资产定价的基础的。所以, 对 SHIBOR 波动率的估计和预测会影响我们对 SHIBOR 成为我国市场基准利率的可行性的判断。另一方面, 关于 SHIBOR 定价模型的研究也需要以对其波动率的估计作为基础, 正如于建忠和刘湘成(2009)<sup>[1]</sup>在他们关于长端和短端 SHIBOR 定价模型的研究中所做的那样。因此对 SHIBOR 波动和动态特征的研究有着重要的理论意义。

根据以往的文献(如孔继红, 2014<sup>[6]</sup>等), SHIBOR 短期利率具有均值回复、波动聚集、非正态性、非连续性等动态特征。关于 SHIBOR 的一个最重要的事实是银行间同业隔夜拆借利率是不平稳的(潘松等, 2009<sup>[5]</sup>), 所以之前的研究大部分都是关于 SHIBOR 的一阶差分或对数回报而非 SHIBOR 序列本身的研究。高岳和朱宪臣(2009)<sup>[4]</sup>以及李良松(2009)<sup>[7]</sup>将 SHIBOR 的一阶差分或对数回报称为 SHIBOR 的收益率。然而, 梁琪等(2010)<sup>[14]</sup>、彭红枫和鲁维洁(2010)<sup>[15]</sup>却提出上海银行同业拆借隔夜利率和周利率都是平稳的。因此, 本文将对 SHIBOR 各个利率的平稳性进行一个详细的分析。但是不同的文献对 SHIBOR 其他动态特征的描述几乎都是一致的。首先, SHIBOR 序列存在明显的波动聚集效应, 也就是存在 ARCH 效应(潘松等, 2009<sup>[5]</sup>;吴吉林等, 2011<sup>[18]</sup>;于建忠、刘湘成, 2009<sup>[1]</sup>)。其次, SHIBOR 收益率存在尖峰厚尾的特征, 这与一般金融时间序列的特征是一致的。李良松(2009)<sup>[7]</sup>通过估计 SHIBOR 收益率的核密度图发现其尖峰特征很明显, 因此不服从正态分布。潘松等(2009)<sup>[5]</sup>也指出银行同业隔夜拆借利率的分布是右偏的, 并且有较长的右尾。最后, SHIBOR 的动态过程具有跳跃和机制转换的效应(孔继红, 2014<sup>[6]</sup>;吴吉林等, 2011<sup>[18]</sup>), 因此银行间同业拆借率的变化过程可能是不连续的。随着利率市场化的发展, 未预期到的信息冲击和政策冲击都有可能导导致银行间同业拆借率出现较大的波动或者跳跃。除此之外, 许多学者也注意到 SHIBOR 对正的信息冲击或负的信息冲击有



不同的反应,因而其波动率关于信息具有不对称效应(何启志,2011<sup>[9]</sup>;孔继红、易志高,2016<sup>[20]</sup>)。在金融市场中,一个正的冲击通常会比相同规模下负的冲击产生更大的波动(Zakoian,1994<sup>[21]</sup>),这种正负冲击影响的差异被称为杠杆效应。值得注意的是,过去对 SHIBOR 的研究大部分都是基于超短期利率即隔夜拆借利率和 7 天同业拆借率的研究,而对于较长期利率例如 3 个月或 1 年的同业拆借率的研究相对较少,除了一些关于银行间同业拆借率期限结构的文献(何启志等,2009<sup>[22]</sup>;罗孝玲,2015<sup>[23]</sup>;莫扬等,2014<sup>[16]</sup>)。

基于以上关于 SHIBOR 波动率和动态特征的分析,GARCH 类模型似乎可以很好地估计 SHIBOR 的波动率。一个标准的 GARCH 模型甚至 ARCH 模型可以描述 SHIBOR 波动的聚集效应(吴吉林等,2011<sup>[18]</sup>)。但是因为银行间同业隔夜拆借率(或其一阶差分)不服从正态分布,李良松(2009)<sup>[7]</sup>和潘松等(2009)<sup>[5]</sup>等提出应该用服从  $t$  分布或广义误差分布的异方差模型即 GARH- $t$  和 GED-GARCH 模型来估计波动率。另外,高岳、朱宪臣(2009)<sup>[4]</sup>认为应该将极值理论和 GARCH 模型相结合,从而可以更好地刻画同业拆借率收益序列的尾部特征。进一步,为了将 SHIBOR 的非连续性变化考虑进来,我们可以在模型中加入跳跃项即 GARCH-J 模型(见刘洪愧等,2016<sup>[24]</sup>)。最后,孔继红(2014)<sup>[6]</sup>指出如果我们忽略短期利率的非对称效应,那就有可能出现严重的函数形式误设的问题。因此,我们需要利用非对称的 GARCH 模型,例如 TGARCH(何启志等,2009<sup>[22]</sup>;于建忠、刘湘成,2009<sup>[1]</sup>),APGARCH(何启志,2011<sup>[9]</sup>)以及 EGARCH(项卫星、李宏瑾,2014<sup>[25]</sup>)等等。这些研究对估计银行间同业拆借率的波动以及 GARCH 类模型在这一方面的应用都做出了创新性的贡献。然而以往的研究都没有脱离 GARCH 模型的框架,它们都把同业拆借率的波动看做是关于过去信息集的确切函数。虽然这样的假设无可厚非,但是如果我们把随机波动模型放入我们的考虑范围,我们不仅可以扩展研究思路,也可能得到与以往的研究不一样的结论或者启发。因此,本文希望能够对 GARCH 模型和 SV 模型预测 SHIBOR 波动率的能力进行一个对比,一方面我们或许可以找到一个相比以往文献能够更好地估计 SHIBOR 波动率的模型,另一方面我们可以增加对 GARCH 模型和 SV 模型在实证上进行对比的经验证据。

GARCH模型和随机波动模型的主要区别在于前者将波动率当做过去信息集的确切函数,而后者则认为波动率是由一个随机过程所决定的(Sadorsky, 2005<sup>[26]</sup>; Trolle and Schwart, 2009<sup>[27]</sup>; Brooks and Prokopczuk, 2013<sup>[28]</sup>)。关于 GARCH 模型和 SV 模型在理论上的比较,国内外很多学者尤其是国外的学者已经有很多研究。首先,Sheperd (1996)<sup>[29]</sup>很早就对 ARCH 模型和随机波动模型基本的统计特征进行了对比,而 Carrasco 和 Chen (2002) 则进一步给出了 GARCH 模型和 SV 模型不同的矩特征和混合特征。也有另外一些学者分别讨论了在误差项服从非正态分布的情况下 GARCH 模型和随机波动模型隐含的峰度(以 Bai 等, 2003<sup>[30]</sup>为例)。通过对比这些统计特征,我们可以发现 GARCH 模型和 SV 模型之间的联系和区别。其次,虽然这两类模型不是相互嵌套的,但是 A. Harvey、Kim 等学者认为 GARCH 模型和 SV 模型可以用同一个随机微分方程来表示(Kim, 1998<sup>[31]</sup>)。因此,从理论上来说, GARCH 模型和 SV 模型不是完全独立的两个模型,相反它们之间存在重要的联系。

然而,关于 GARCH 模型和 SV 模型在实证上的比较研究则相对较少,而这正是本文主要关注的内容,因此我们将对这一部分内容进行一个详细的说明。根据以往的文献, GARCH 模型和 SV 模型在实证上的比较研究主要集中在三个领域:第一个是 GARCH 模型和 SV 模型在期权定价方面的应用;第二个是关于 GARCH 模型和 SV 模型对金融资产收益率波动的预测效果的比较;第三个则是关于这两个模型对能源价格的波动进行建模的能力。在期权定价方面,早期的文献都假设期权价格的波动率是一个常数,而 Ritchken 和 Trevor (1999)<sup>[32]</sup>最开始用 GARCH 模型和随机波动模型对美式期权和欧式期权进行定价。Lehar 等 (2002)<sup>[33]</sup>进一步分析了 GARCH 模型和随机波动模型在期权定价方面的作用,他们发现 GARCH 模型在期权定价方面要更有优势一些。然而,对于这两类模型在预测金融资产波动率上的优劣,相关文献却给出了不一样的结论。Heynen 和 Kat (1994)<sup>[34]</sup>认为不同模型的预测能力取决于具体研究的金融资产,对于股票指数来说,随机波动模型通常预测效果更好。并且, Kim 等 (1998)<sup>[31]</sup>通过计算 GARCH 模型和 SV 模型的似然率,发现随机波动模型相比之下对金融资产收益率的波动拟合效果更好。这可能是因为 SV 模型比 GARCH 模型更加灵活。

为了更好地拟合金融时间序列的波动, GARCH 模型通常需要假设残差项服从一个厚尾的分布例如  $t$  分布, 而对于 SV 模型而言正态分布的假设就已经足够了 (Carnero 等, 2004<sup>[35]</sup>)。王春峰等 (2003)<sup>[36]</sup>指出 GARCH 模型不能很好地预测股市的长期波动, 而且容易受到异常观测值的影响, 因此随机波动模型能更好地刻画我国股票市场的特征。基于对上证指数、深圳成指和沪深 300 指数的研究, 余素红、魏宇等学者也认为 SV 模型的拟合效果比 GARCH 模型更好 (余素红, 2004<sup>[37]</sup>; 魏宇, 2007<sup>[38]</sup>, 2010<sup>[39]</sup>; 郑挺国、左浩苗, 2013<sup>[40]</sup>)。事实上, GARCH 模型的缺陷在于它不能很好地描述金融时间序列“尖峰厚尾”的特征, 因为其峰度的大小依赖于参数的值, 而随机波动模型则允许序列有很大的峰度 (沈根祥, 2003<sup>[41]</sup>)。另一方面, 由于在 GARCH 模型中, 当期的波动率是过去波动的函数, 所以其持久性比 SV 模型估计的波动要强 (Carnero 等, 2004<sup>[35]</sup>)。尽管如此, 根据以往的文献, 随机波动模型并不一定比 GARCH 模型更好, 例如 Pederzoli (2006) 利用英国股票交易的数据评估了 GARCH (1,1) 模型、EGARCH 模型和 SV 模型对股票收益波动的预测效果, 他们发现并没有哪个模型对其他模型是占优的。就我国金融市场而言, 魏宇 (2007)<sup>[38]</sup>指出 EGARCH 模型在某些标准下 (例如 MSE) 也有良好的预测表现。另外, 顾锋娟、岑仲迪 (2011)<sup>[42]</sup>利用五种 GARCH 模型和两种 SV 模型分别对上证指数和深证成指的收盘价数据的波动性进行了样本外预测, 他们发现 GARCH 类模型反而比 SV 类模型更适合我国股票市场的波动情况。因此, 对于研究 GARCH 模型和随机波动模型在预测金融时间序列波动方面的效果, 我们还需要更多的实证分析, 这也是本文的出发点之一。最后, 有些学者例如 Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup>也对 GARCH 模型和 SV 模型在预测能源价格波动上的应用进行了对比。Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup>认为随机波动模型比 GARCH 模型有更强的预测能力, 而且加入跳跃项或者假设残差项服从  $t$  分布显著地改善了 GARCH 模型的预测能力, 但是对 SV 模型没有太大的影响。这些结论也表明随机波动模型可能更加灵活一些。除此之外, Danielsson (1998)<sup>[43]</sup>比较了多元 GARCH 模型 (VGARCH) 和多元 SV 模型 (MSV), 他指出多元随机波动模型只需要估计比较少的参数, 但是有更高的似然值, 因为在 MSV 模型中不同的收益率之间的相关系数会随着收益率的变化而变化, 而在

VGARCH 模型中这些相关系数是过去观测值的固定函数。从这里我们也看出,无论是单变量还是多变量模型,随机波动模型都相对更加灵活、在参数使用上也更加简约。虽然随机波动模型表现出很高的预测精度,但是也存在一些缺点例如参数估计比较困难,我们无法得到参数的极大似然函数,所以只能够通过马尔科夫链蒙特卡洛模拟和 Gibbs 抽样来估计参数,因此模型在文献中运用得相对较少(余素红, 2004<sup>[37]</sup>)。以往关于银行间同业拆借率或短期利率的研究也很少利用 SV 模型对波动率进行建模。通过比较 GARCH 模型和 SV 模型对 SHIBOR 波动率的预测表现,我们可以更好地度量我国货币市场的风险,同时我们也能够从银行间同业拆借率的角度来分析这两类模型在预测波动上的差异。因此,本文一方面弥补了以往研究的不足,另一方面也为 GARCH 模型和 SV 模型在实证上的对比提供了新的证据。

### 1.3 研究内容和方法

为了比较 GARCH 模型和 SV 模型样本内拟合和样本外预测的能力,本文选取了 5 个现有文献中常用的 GARCH 模型: GARCH(1, 1), GARCH(2,1), 带跳跃项的 GARCH 模型(GARCH-J), 带均值项的 GARCH 模型 (GARCH-M), 以及带 t 分布干扰项的 GARCH 模型 (GARCH-t); 同时, 本文选取了 5 个与 GARCH 模型相对应的 SV 模型: 标准的 SV 模型, SV-2 模型, SV-J 模型, SV-M 模型, 以及 SV-t 模型。利用这些模型, 本文实际上将进行两组对比, 一组是 GARCH 模型与对应的 SV 模型之间的对比, 另一组是 GARCH 模型族和 SV 模型族内部的对比, 即标准的 GARCH(1, 1)模型与其他 GARCH 模型的对比以及标准的 SV 模型与其他 SV 模型的对比。通过对比 GARCH 模型跟随机波动模型的预测和拟合的效果, 我们可以判断 SHIBOR 波动率的决定过程究竟是确定的还是随机的, 从而我们可以判断这两类模型哪一类更适合被用来对 SHIBOR 的波动率进行建模, 而通过对比标准模型和其他同一类模型, 我们不仅可以找到每一类模型中拟合能力最好的模型, 也可以更好地刻画和分析 SHIBOR 的动态特征, 例如是否存在信息的不对称效应或者是否存在跳跃等等。在对上述模型进行比较时, 我们关注的是这些模型的预测能力和拟合优度。事实上, 国内外的学者对 GARCH 模

型和 SV 模型在理论上的比较已经进行了很多研究,例如 Harvey 等(1994)<sup>[34]</sup>提出 GARCH 模型和 SV 模型之间存在一个重要联系:它们都可以用同一个随机微分方程来表示;而 Kim 等(1998)<sup>[31]</sup>则提出利用似然比和贝叶斯因子等工具可以比较这两类模型的区别。然而,对 GARCH 模型和 SV 模型在实证上进行对比的研究却相对较少,其中比较经典的文献是 Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup> 关于能源价格波动率的研究,他们分别用 GARCH 模型和 SV 模型对石油等能源价格的波动率进行建模从而比较这两类模型哪一类拟合得更好。在这里,本文借鉴了 Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup> 的研究,我们将用贝叶斯模型比较 (Bayes Model Comparison) 的方法来评估 GARCH 模型和 SV 模型对 SHIBOR 波动率进行预测的效果。首先,由于随机波动模型的状态空间是非高斯的,它的似然函数是一个非常复杂的高维积分,所以我们不能够通过极大似然估计来估计 SV 模型的参数。同样地,我们也无法直接得到参数的无条件矩。因此,本文使用了贝叶斯估计的方法来估计 SV 模型的参数。为了保持一致性,本文在估计 GARCH 模型时也使用了贝叶斯方法。这一方法主要基于贝叶斯的参数后验分布原理,然后利用马可夫链蒙特卡洛模拟和重要性抽样来估计参数。在进行估计的同时,我们也会分别计算不同的 GARCH 模型和 SV 模型的边际似然率和贝叶斯因子。在这里,贝叶斯因子是一种损失函数,它与 SIC 准则是渐进等价的。然后,我们会通过贝叶斯因子或者边际似然率来综合比较不同模型对 SHIBOR 波动率的拟合优度以及模型本身的复杂程度。具体而言,对于每一个模型我们会计算每一个模型的边际数据密度 (Marginal Data Density),之后我们会根据边际数据密度来计算这些模型的后验概率 (Posterior Probability)以及边际似然率 (Marginal Likelihood Ratio),从而我们可以对不同模型之间的拟合优度和预测能力进行比较。在比较模型时,我们进行了两组对比:一方面我们对比了 GARCH 类和 SV 类模型总体上的差异,讨论哪一类模型更适合被用来对 SHIBOR 的波动率建模;另一方面我们对比了每一个模型族内部不同模型的差异,讨论加入跳跃项、非对称项或者使用 t 分布的假设分别对 GARCH 模型和 SV 模型有什么影响,有没有改善模型拟合和预测 SHIBOR 波动率的能力。接下来,本文分析了 GARCH 模型和 SV 模型参数估计的结果,根据不同参数的显著性,我们进一步比较了这些模型在预测 SHIBOR 波动上的

效果。同时，本文也进行了一些稳健性检验，讨论不同类型的数据对我们的结果是否有影响。此外，本文还使用了另外一种准则——DIC 准则（Deviance Information Criterion）对 GARCH 模型和 SV 模型预测 SHIBOR 波动的能力进行了一个比较，并且发现这与我们通过边际似然率进行比较得到的结果是一致的。最后，本文也对 SHIBOR 的波动率进行了样本外的预测。

本文主要的结论如下：首先，随机波动模型在预测 SHIBOR 波动率方面的能力总体上要优于 GARCH 模型，这是因为随机波动模型把波动看作是由一个随机的过程而非确定的函数所决定，从而比 GARCH 模型更具有灵活性；第二，对于 GARCH 模型，加入跳跃项可以捕捉同业拆借率非连续性的变化，因此提高了 GARCH 模型的预测能力，但是对于随机波动模型，跳跃可以被识别为一个比较大的冲击，所以加入跳跃项并没有改善它的预测能力，反而使模型变得更加复杂了；第三，SHIBOR 跟一般的金融时间序列一样存在“尖峰厚尾”的特征，从而不服从正态分布，所以我们使用  $t$  分布可以更好地刻画 SHIBOR 的动态过程，这是为什么 GARCH- $t$  模型要优于标准的 GARCH 模型即 GARCH(1,1)，但是对于随机波动模型来说，SV- $t$  模型和标准的 SV 模型预测能力是差不多的；第四，无论是在 GARCH 模型中还是在 SV 模型中，AR(1)过程就足以刻画波动的序列相关性，而不需要 AR(2)过程，这只会使得模型更加复杂；最后，SHIBOR 的波动存在杠杆效应，也就是说正向冲击和负向冲击对波动的影响是不对称的，因此我们可以考虑在模型中加入非对称项，得到 GARCH-GJR 模型和 SV-L 模型，但是在同时考虑到模型的复杂性之后，我们发现 GARCH-GJR (SV-L) 模型并不比标准的 GARCH (SV) 模型好。综合考虑模型的拟合优度和复杂程度，我们发现在上述所有模型中预测 SHIBOR 波动能力最好的是标准的随机波动模型（即 SV(1) 模型）。这是本文最主要的贡献。

本文的基本框架如下：

第 1 章 绪论。本章节先对我国上海银行间同业拆借市场和拆借利率（SHIBOR）进行了一个详细的介绍，然后讨论了对 SHIBOR 波动率进行建模的意义以及相关的文献。通过对文献的梳理，明确了本文的研究意义和贡献。最后介绍了本文的研究方法和内容。

第 2 章 波动率模型。本章节介绍了在研究金融资产波动率中比较常用的两类模型：GARCH 模型和随机波动模型，并对这两类模型的差异进行了简单的对比。除了标准的 GARCH 和 SV 模型，本文还使用了它们的扩展模型，从而更好地刻画 SHIBOR 的动态特征，更好地比较这两类模型的差异以及它们对 SHIBOR 波动率的预测能力。

第 3 章 贝叶斯方法。本章节分别讨论了被用来估计模型参数和被用来进行模型比较的方法：贝叶斯估计、MCMC 方法和贝叶斯模型比较法。在这一章节中，本文还介绍了模型参数的先验分布，以及边际似然率、贝叶斯因子和交叉熵等概念。

第 4 章 实证分析。本章节首先介绍了本文研究数据的选取和它们的描述性统计，然后给出了不同模型的边际似然率并利用边际似然率对不同模型预测波动率的能力进行了对比。接下来，本章节还讨论了模型参数回归的结果，分析了不同参数的显著性与模型选取之间的关系。最后，本章节进行了稳健性检验，并利用 DIC 准则和样本外预测进一步比较了不同模型的预测能力。

第 5 章 结论。本章节总结了本文在实证分析中所得到的结论。

## 第 2 章 波动率模型

在本章节中,本文主要对 GARCH 类模型和 SV 类模型进行一个详细的介绍。除了标准模型,本文还分别介绍了四类扩展的 GARCH 模型和 SV 模型,包括 GARCH(2,1), GARCH-J, GARCH-t, GARCH-GJR, 以及 SV(2), SV-J, SV-t, 和 SV-L 等模型。

### 2.1 GARCH 模型

广义自回归条件异方差模型 (GARCH 模型) 是 Bollerslev (1986)<sup>[44]</sup>在 Engle (1982)<sup>[45]</sup>的 ARCH 模型的基础之上提出的。GARCH 模型被广泛地运用于金融时间序列的研究中。我们将介绍 5 类 GARCH 模型,首先是标准的 GARCH(1,1)模型:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (2-1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2-2)$$

为了确保  $\sigma_t^2$  是正的、平稳的,我们需要假设:  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\beta_1 \geq 0$  以及  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ 。从 GARCH 模型的设定中,我们很容易就能够看出来在这里条件方差是模型参数和过去信息的确定的函数,并且服从一个 AR(1)过程。对于许多金融时间序列而言,标准的 GARCH(1,1)模型就足以刻画其波动特征,但是更复杂的模型也许可以提高我们对波动率的预测能力。这个结论虽然不是确定的,但正是我们进行模型对比的意义之所在。

接下来,我们考虑 GARCH(2,1)模型:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 \quad (2-3)$$

其中,  $\alpha_0$ 、 $\alpha_1$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$  都为正并且  $\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 < 1$ 。因为其均值方程和 GARCH(1,1)模型是一样的,所有我们没有列出来。这里  $\sigma_t^2$  服从一个 AR(2)过程。我们把这个模型记为 GRACH-2。

当金融资产的收益率的变化是不连续的比如存在跳跃的情况时,为刻画这一



特征，我们可以在 GARCH 模型中加入一个跳跃项，从而我们得到 GARCH-J 模型：

$$y_t = \mu + J_t \lambda_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (2-4)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2-5)$$

其中  $J_t$  是表示跳跃是否发生的一个虚拟变量，并且跳跃发生的概率记为  $p$ ，而  $\lambda_t$  表示跳跃发生的幅度， $\lambda_t \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$ 。我们加入跳跃项可以更好地描述金融时间序列突然出现的剧烈变化或者异常观测值。

接下来，为了更好地刻画金融时间序列“尖峰厚尾”的特征，我们可以假设残差项不服从正态分布而服从一个  $t$  分布或者广义误差分布。在这里，本文只考虑  $t$  分布的情况。我们将残差项服从  $t$  分布的 GARCH 模型称为 GARCH- $t$  模型：

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim t_v(0, \sigma_t^2) \quad (2-6)$$

其中，我们用  $v$  来表示该  $t$  分布的自由度。当  $v$  接近正无穷大时，该  $t$  分布趋近于一个正态分布。与标准的 GARCH 模型相比，GARCH- $t$  模型可以允许出现更多极端的观测值。

最后一个模型是 Glosten, Jagannatahn 和 Runkle (1993) [46] 提出的 GARCH-GJR 模型：

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2), \quad (2-7)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \delta_1 I(\varepsilon_{t-1} < 0)) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (2-8)$$

其中， $I(\cdot)$  是一个指示函数。这个模型考虑了正负不同的冲击对波动的不对称效应。因为投资者对负的信息或政策冲击更加敏感，所以在面临负的冲击时，市场波动可能会比面临正的冲击时大。这一效应又被称为杠杆效应（Leverage Effect）。利用 GARCH-GJR 模型，我们可以很好地刻画信息冲击的不对称效应并且改善 GARCH 模型的预测效果（Alberg, Shalit 和 Yosef, 2008<sup>[47]</sup>）。在这个模型中， $\delta_1$  度量为负向冲击与正向冲击对市场波动的影响的差异。当  $\delta_1 = 0$  的时候，GARCH-GJR 模型实际上就变成了一般的 GARCH 模型。

## 2.2 SV 模型

接下来，我们将介绍标准的随机波动（SV）模型以及与 GARCH-J、GARCH-GJR 等模型相对应的 SV 模型。

SV 模型是 Talyor(2008)<sup>[48]</sup>提出的，它的标准形式是：

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim N(0, e^{h_t}) \quad (2-9)$$

$$h_t = v_0 + \phi_1 h_{t-1} + \varepsilon_t^h, \quad \varepsilon_t^h \sim N(0, \sigma_h^2) \quad (2-10)$$

其中， $|\phi_1| < 1$ ， $h_1 \sim N(\frac{v_0}{1-\phi_1}, \frac{\sigma_h^2}{1-\phi_1^2})$ ，并且令  $\mu_h = \frac{v_0}{1-\phi_1}$ 。从这个表达式中，

我们可以看出随机波动模型与 GARCH 模型最主要的差别是它把波动率当作一个随机变量，而不是一个关于过去的波动和残差平方项的确定函数。

我们把标准的 SV 模型记做 SV(1)模型，而把与 GARCH(2,1)模型相对应的 SV 模型记做 SV(2)或 SV-2。SV(2)模型的表达式为：

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim N(0, e^{h_t}) \quad (2-11)$$

$$h_t = v_0 + \phi_1 h_{t-1} + \phi_2 h_{t-2} + \varepsilon_t^h, \quad \varepsilon_t^h \sim N(0, e^{h_t}) \quad (2-12)$$

在这里我们假设  $(\phi_1, \phi_2)$  对应的特征根都落在单元圆外从而保证对数方差序列是稳定的，并且假设  $h_1, h_2 \sim N(\frac{v_0}{1-\phi_1-\phi_2}, \frac{(1-\phi_2)\sigma_h^2}{(1+\phi_2)((1-\phi_2)^2-\phi_1^2)})$ 。易知，在

SV(1)模型和 SV(2)模型中，对数方差序列分别服从 AR(1)和 AR(2)过程。

同样，我们也可以将跳跃项加入标准的 SV 模型中，这样我们可以得到 SV-J 模型：

$$y_t = \mu + J_t \lambda_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, e^{h_t}) \quad (2-13)$$

$$h_t = v_0 + \phi_1 h_{t-1} + \varepsilon_t^h, \quad \varepsilon_t^h \sim N(0, \sigma_h^2) \quad (2-14)$$

其中  $J_t$  和  $\lambda_t$  的定义与 GARCH-J 模型中的定义是一样的， $J_t$  是表示跳跃是否发生的一个虚拟变量，并且跳跃发生的概率记为  $p$ ，而  $\lambda_t$  表示跳跃发生的幅度，

$$\lambda_i \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)。$$

接下来,与 GARCH-t 模型对应的是带有 t 分布干扰项的随机波动模型即 SV-t 模型:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim t_v(0, e^h) \quad (2-15)$$

$$h_t = v_0 + \phi_1 h_{t-1} + \varepsilon_t^h, \quad \varepsilon_t^h \sim N(0, \sigma_h^2) \quad (2-16)$$

我们需要注意的是只有均值方程的残差项服从 t 分布,而对数方差方程的残差项仍然服从正态分布。

最后,我们也可以考虑将杠杆效应加入随机波动模型中。在 SV 模型中,均值方程的残差或残差平方项并没有被放到方差方程中。所以,我们不能像 GARCH-GJR 模型那样直接使用一个参数( $\delta_1$ )来度量杠杆效应。根据 Chan 和 Grant (2015) [8], 我们可以通过假设  $\varepsilon_t^y$  和  $\varepsilon_t^h$  是线性相关的来实现这一目的。我们把加入杠杆效应的随机波动称为 SV-L 模型,表达式如下:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y, \quad (2-17)$$

$$h_t = v_0 + \phi_1 h_{t-1} + \varepsilon_t^h, \quad (2-18)$$

其中  $\varepsilon_t^y$  和  $\varepsilon_t^h$  服从一个联合正态分布, 即

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^h \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left( 0, \begin{pmatrix} e^{h_t} & \rho \frac{1}{2} e^{h_t} \sigma_h \\ \rho \frac{1}{2} e^{h_t} \sigma_h & \sigma_h^2 \end{pmatrix} \right) \quad (2-19)$$

如果  $\rho < 0$ , 则负的信息冲击会比正的冲击带来更大的波动,从而我们刻画了信息冲击的不对称效应。类似地,如果  $\rho < 0$ , 那么 SV-L 模型也退化成了一般的 SV 模型。

如表 2-1 所示,我们总结了上述 GARCH 模型和 SV 模型,之后本文将对这些模型的预测能力进行一个详细的比较。

表 2-1 GARCH 模型和 SV 模型

| GARCH 模型  |                     |
|-----------|---------------------|
| GARCH     | GARCH(1, 1)模型       |
| GARCH-2   | GARCH(2, 1)模型       |
| GARCH-J   | 带跳跃项的 GARCH 模型      |
| GARCH-t   | 带 t 分布干扰项的 GARCH 模型 |
| GARCH-GJR | 带杠杆效应的 GARCH 模型     |
| SV 模型     |                     |
| SV        | 标准的 SV 模型           |
| SV-2      | SV(2)模型             |
| SV-J      | 带跳跃项的 SV 模型         |
| SV-t      | 带 t 分布干扰项的 SV 模型    |
| SV-L      | 带杠杆效应的 SV 模型        |



## 第3章 贝叶斯方法

在这一章节，本文讨论了贝叶斯估计，MCMC 方法以及我们比较模型时将使用的方法——贝叶斯模型比较法。

### 3.1 贝叶斯估计

本文使用了贝叶斯估计的方法来对 GARCH 模型和 SV 模型。因为我们无法直接得到随机波动模型的似然函数和无条件矩，所以贝叶斯估计是比较多被用来估计 SV 模型的方法(Rue, Martino 和 Chopin, 2009<sup>[49]</sup>; Djegnene 和 McCausland, 2014<sup>[50]</sup>; Chan, 2017<sup>[51]</sup>)。在贝叶斯方法中，我们都是基于贝叶斯的后验分布原理，然后通过马科夫链蒙特卡洛(MCMC)方法来进行估计的。具体而言，我们先从后验分布函数中进行抽样，再利用这些抽样去计算参数的后验均值和后验方差。这里关键的问题在于如何从 $(h_1, \dots, h_T)$ 的联合分布中进行抽样。首先令  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_T)'$ ,  $\mathbf{h} = (h_1, \dots, h_T)'$ 。然后我们假设 SV 模型中的参数服从下列的分布：

$$\mu \sim N(\mu_0, V_\mu), \quad \mu_h \sim N(\mu_{h0}, V_{\mu h}) \quad (3-1)$$

$$\phi_1 \sim N(\phi_{h0}, V_{\phi h}) \mathbf{I}(|\phi_1| < 1), \quad \sigma_h^2 \sim \mathcal{IG}(\nu_h, S_h) \quad (3-2)$$

其中， $\mathbf{I}(\cdot)$ 表示的是指示函数，从而我们保证了方差方程的稳定性，而 $\mathcal{IG}(\cdot)$ 代表逆 Gamma 函数。接下来，我们可以依次根据下列五个条件分布进行抽样：

第一步：  $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$ ;

第二步，  $p(\mu|\mathbf{h}, \mathbf{y}, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2) = p(\mu|\mathbf{h}, \mathbf{y})$ ;

第三步，  $p(\mu_h|\mu, \mathbf{h}, \mathbf{y}, \phi_1, \sigma_h^2) = p(\mu_h|\mathbf{h}, \phi_1, \sigma_h^2)$ ;

第四步，  $p(\sigma_h^2|\mu_h, \mu, \mathbf{h}, \mathbf{y}, \phi_1) = p(\sigma_h^2|\mu_h, \mathbf{h}, \phi_1)$ ;

第五步，  $p(\phi_1|\sigma_h^2, \mu_h, \mu, \mathbf{h}, \mathbf{y}) = p(\phi_1|\sigma_h^2, \mu_h, \mathbf{h})$ 。

在第一步中，由于 $\mathbf{h}$ 是多维的而 $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$ 不是标准的分布，所以我们需要用辅助性混合抽样(Auxiliary Mixture Sampling)的方法来进行抽样，这个方法是 Kim、Sheperd 和 Chib (1998)<sup>[31]</sup>提出的。而第二步到第四步，这些参数都是一维的，并且它们的条件分布都是标准的，所以我们很容易就能够进行抽

样。然而在第五步中， $\phi_1$ 的条件分布也是不标准的，所以我们需要用 Metropolis-Hastings 算法来进行抽样（Chan 和 Grant, 2016<sup>[52]</sup>）。

类似地，本文假设在 GARCH 模型中参数服从以下分布：

$$\mu \sim N(\mu_0, V_\mu), \quad \log \gamma \sim N(\gamma_0, V_\gamma) I(\alpha_1 + \beta_1 < 1) \quad (3-3)$$

其中， $\gamma = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1)'$ ， $I(\cdot)$ 代表指示函数。同样地，我们也可以根据上面的方法来对这些参数进行估计。

在进行 MCMC 抽样和贝叶斯估计之前，我们需要设定参数的先验分布和初始值。参考 Chan 和 Grant(2015)<sup>[8]</sup>，对于 GARCH 模型，我们令  $\mu_0 = 0$ ， $V_\mu = 10$ ， $\gamma_0 = (1, \log 0.1, \log 0.8)$  以及  $V_\gamma = \text{diag}(10, 1, 1)$ ，其中  $\text{diag}(\cdot)$  表示对角矩阵。而对于 SV 模型，我们令  $\mu_0 = 0$ ， $\mu_{h0} = 1$ ， $V_\mu = V_{\mu_h} = 10$ ， $\phi_{h0} = 0.97$ ， $V_{\phi_h} = 0.01$ ， $v_h = 5$ ，以及  $S_h = 0.16$ 。这些初始值本身没有任何含义，它们只是这些参数在以往文献比较常见的估计值。并且，初始值不会影响我们进行参数估计的结果。但是，我们要注意的是边际似然率对参数的先验分布相对比较敏感，这是为什么在下文中我们比较了不同模型的边际似然率之后，还利用 DIC 准则检验了我们结果的稳健性。

## 3.2 MCMC 方法

在贝叶斯估计中，我们需要用到 MCMC 抽样和 Metropolis-Hastings 算法，因为有很多相关的文献，所以本文只对这两个方法进行简单的介绍。

假设我们无法直接从一个后验密度函数  $p(\theta|\mathbf{y})$ ， $\theta \in \Theta \subseteq \mathbf{R}^n$  中抽取一个样本，但是存在一个状态空间为  $\Theta$  的马可夫链 (Markov Chain)，它的均衡分布就是  $p(\theta|\mathbf{y})$  并且我们可以直接从中抽取样本。在从马可夫链中不断地进行重复抽样之后，我们可以通过这些抽样来模拟真正的样本，从而我们可以估计我们所需要的后验量，例如参数的后验方差和后验均值。这种方法就被称为 MCMC 抽样。

在 MCMC 方法中常用的是 Gibbs 抽样 (Geman 和 Geman, 1984<sup>[53]</sup>)，它的过程如下：首先设定任意的初始值  $\theta^0 = (\theta_1^0, \dots, \theta_T^0)$ ；然后依次从  $p(\theta_i|\mathbf{y}, \theta_{-i})$  中抽取  $\theta_i^1$ ， $i = 1, 2, 3, \dots, T$ ，即：

$$\text{从 } p(\theta_1|\mathbf{y}, \theta_2^1, \dots, \theta_T^1) \text{ 中抽取 } \theta_1^1;$$

从  $p(\theta_2|\mathbf{y}, \theta_1^1, \theta_3^1, \dots, \theta_7^1)$  中抽取  $\theta_2^1$ ;

从  $p(\theta_3|\mathbf{y}, \theta_1^1, \theta_2^1, \theta_4^1, \dots, \theta_7^1)$  中抽取  $\theta_3^1$ ;

.....

从  $p(\theta_T|\mathbf{y}, \theta_1^1, \theta_2^1, \theta_4^1, \dots, \theta_7^1)$  中抽取  $\theta_T^1$ ;

这样我们就得到一个新的样本  $\theta^1 = (\theta_1^1, \dots, \theta_T^1)$ , 不断重复上述过程, 我们可以生成  $\theta^0, \theta^1, \dots, \theta^t, \dots$  这一组样本就是马可夫链的一组实现值。Gibbs 抽样一个关键的特征就是我们只从条件分布  $p(\theta_i|\mathbf{y}, \theta_{-i})$  中进行抽样。

MCMC 方法最重要的问题是如何构建一个合适的马可夫链。一种常用的方法就是 Metropolis-Hastings 算法。这个算法是 Hastings (1970)<sup>[54]</sup>在 Metropolis 等 (1953)<sup>[55]</sup>的转移核方法的基础上提出的。假设我们要构建一个状态空间为  $\Theta$ 、均衡分布为  $p(\theta|\mathbf{y})$  的马可夫链  $(\theta^1, \dots, \theta^t, \dots)$ , 根据 Metropolis-Hastings 算法, 我们首先构建一个从状态  $\theta^t = \theta$  到下一个状态  $\theta^{t+1}$  的转移概率函数  $T(\theta, \theta')$ , 其中  $\theta'$  是  $\theta^{t+1}$  可能的值, 在这里  $T(\theta, \theta')$  被称为建议分布 (Proposal Density)。并且令接受  $\theta^{t+1} = \theta'$  的概率为  $p(\theta, \theta')$ ; 如果不接受则  $\theta^{t+1} = \theta$ , 这样, 我们就定义了一个转移概率函数为  $T(\theta, \theta')$  的马可夫链

$$g(\theta, \theta') = \begin{cases} T(\theta, \theta')p(\theta, \theta'), & \theta^{t+1} = \theta' \\ 1 - \sum_{\theta''} T(\theta, \theta'')p(\theta, \theta''), & \theta^{t+1} \neq \theta' \end{cases} \quad (3-4)$$

对于随机波动模型, 一个关键的问题就是如何从  $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$  中对  $\mathbf{h}$  进行抽样, 上文我们提到由于这个分布是高维的, 所以我们需要用 Kim、Shepard 和 Chib (1998)<sup>[31]</sup>提出的混合抽样 (Mixture Sampling) 的方法, 这种方法正是基于 Metropolis-Hastings 算法上的。Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup>在混合抽样方法的基础上提出了一个接受-拒绝 Metropolis-Hastings 算法 (Acceptance-rejection Metropolis-Hastings Algorithm)。这个方法主要的特征是它使用的不是传统的卡尔曼滤波 (Kalman Filter) 而是快速带矩阵路径 (Fast Band Matrix Routines)。首先我们需要找到一个合适的建议分布来近似我们的目标分布

$p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$ , 而在这个方法中使用的是高斯分布。我们注意到在这里

$$p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2) \propto p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h})p(\mathbf{h}|\mu_h, \phi_1, \sigma_h^2),$$

并且我们可以证明  $p(\mathbf{h}|\mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$  是高斯分布 (详见 Chan, 2015<sup>[8]</sup>)。



接下来, 我们也可以用一个小高斯分布去近似  $p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h})$ 。我们先对  $\log p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h})$  在  $\tilde{\mathbf{h}}$  点附近进行二阶泰勒展开:

$$\begin{aligned}\log p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h}) &\approx \log p(\mathbf{y}|\mu, \tilde{\mathbf{h}}) + (\mathbf{h} - \tilde{\mathbf{h}})' \mathbf{f} - \frac{1}{2} (\mathbf{h} - \tilde{\mathbf{h}})' \mathbf{G} (\mathbf{h} - \tilde{\mathbf{h}}) \\ &= -\frac{1}{2} (\mathbf{h}' \mathbf{G} \mathbf{h} - 2\mathbf{h}' (\mathbf{f} + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{h}})) + C\end{aligned}\quad (3-5)$$

其中  $\tilde{\mathbf{h}}$  是  $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$  的众数(Mode),  $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_T)$  为  $\log p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h})$  在点  $\tilde{\mathbf{h}}$  的一阶偏导,  $\mathbf{G} = \text{diag}(G_1, \dots, G_T)$  为  $\log p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h})$  在点  $\tilde{\mathbf{h}}$  的负 Hessian 矩阵, 而  $C$  为与  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{G}$  都无关的常数。在随机波动模型中,  $\mathbf{G}$  是一个对角矩阵, 因此也是一个带矩阵 (Band Matrix)。实际上, 上述表达式就是正态分布  $N(\mathbf{K}_h, \mathbf{G}^{-1})$ ,  $\mathbf{K}_h = \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{f} + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{h}})$  的对数核。因此, 结合  $p(\mathbf{y}|\mu, \mathbf{h})$  与  $p(\mathbf{h}|\mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$ , 我们就可以用一个高斯分布去近似  $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}, \mu, \mu_h, \phi_1, \sigma_h^2)$ , 并将其作为接受-拒绝 Metropolis-Hastings 算法中的建议分布。

而对于 GARCH 模型, 我们只需要一般的 Metropolis-Hastings 算法就可以了。我们分别从  $p(\mu|\mathbf{y}, \boldsymbol{\gamma})$  和  $p(\boldsymbol{\gamma}|\mathbf{y}, \mu)$  这两个条件分布中进行抽样。对于  $\mu$ , 我们直接用  $N(\bar{y}, \frac{S^2}{T})$  进行抽样, 其中  $\bar{y}$  和  $S^2$  分别为  $\mathbf{y}$  的样本均值和样本方差。对于  $\boldsymbol{\gamma}$ , 我们同样也用一个高斯分布对它进行抽样, 不同的是我们用  $p(\boldsymbol{\gamma}|\mathbf{y}, \mu)$  的众数来近似高斯分布的均值和方差。

### 3.3 贝叶斯模型比较法

以往的文献中, 对波动率模型进行比较的方法主要有两种: 一种是通过比较在不同的模型下计算的 VaR 值 (Lehar 等, 2002<sup>[33]</sup>; 余素红等, 2004<sup>[37]</sup>), 另一种是先计算已实现波动率 (Realized Volatility), 然后以损失函数作为相关模型的判断准则 (郑挺国、左浩苗, 2013<sup>[40]</sup>)。本文中所使用的贝叶斯模型比较法 (详细的讨论见 Koop, 2003<sup>[56]</sup>) 与第二种方法较为接近。贝叶斯模型比较法也是通过计算某种损失函数一贝叶斯因子 (Bayes Factor) 来对模型的预测能力进行比较。首先, 假设我们要比较一组模型  $\{M_1, \dots, M_I\}$ , 每个模型都由一个似然函数  $p(\mathbf{y}|\theta, M_i)$  和一个先验概率密度  $p(\theta_i|M_i)$  所定义。然后, 我们定义模型  $M_i$  关于

模型  $M_j$  的贝叶斯因子为:

$$BF_{ij} = \frac{p(y|M_i)}{p(y|M_j)} \quad (3-6)$$

其中,  $p(y|M_k) = \int p(y|\theta_k, M_k)p(\theta_k|M_k)d\theta_k$ ,  $k=i, j$ 。我们将  $p(y|M_k)$  称为模型  $M_k$  的边际似然率。边际似然率表示的是在假定模型  $k$  的情况下观测值  $y$  出现的概率。因此, 如果  $BF_{ij} > 1$ , 则观测值  $y$  在模型  $i$  的假设下出现的概率比模型  $j$  大; 此时我们说给定  $y$  的情况下, 模型  $i$  被偏好于模型  $j$ , 或者简单地说, 模型  $M_i$  优于  $M_j$ , 记为  $M_i \succ_y M_j$ 。我们需要注意的是, 本文中的边际似然率不是“真实”的值, 而是估计出来的, 在这里我们使用的估计方法是重要性抽样 (Importance Sampling)。

另外, 对于有限样本, 我们也可以这样解释贝叶斯因子: 贝叶斯因子等于后验概率比 (Posterior Odds Ratio) 除以先验概率比 (Prior Odds Ratio), 即:

$$BF_{ij} = \frac{P(M_i|y)/P(M_j|y)}{P(M_i)/P(M_j)} \quad (3-7)$$

易知, 当  $P(M_i)/P(M_j)=1$  时,  $BF_{ij} = P(M_i|y)/P(M_j|y)$ , 亦即贝叶斯因子等于后验概率比。此时, 如果  $BF_{ij}=10$ , 那么我们就说给定观测值  $y$ , 模型  $M_i$  成立的概率是模型  $M_j$  的 10 倍。关于贝叶斯因子其他细节的讨论, 可以见 Kass 和 Raftery (1995) [57] 以及 Koop (2003) [56] 等研究。

根据 Chan 和 Grant (2015) [8], 贝叶斯因子有两个重要的性质: 第一、贝叶斯因子和 Schwarz 信息准则 (即 SIC 准则) 是渐进等价的, 并且这两者都是一致的模型选择标准, 也就是说它们都会以渐进为 1 的概率选择符合正确结构的模型; 第二、由于边际似然率是基于具体模型预测的概率密度, 所以贝叶斯因子内在地就会“惩罚”模型的复杂性。

在对比任意两个模型  $i$  和  $j$  时, 我们需要计算这两个之间的贝叶斯因子  $BF_{ij}$ , 然后判断  $BF_{ij}$  是否大于 1。不过, 由于贝叶斯因子等于模型的边际似然率之比,

所以我们只需要给出相关模型的边际似然率就可以。这样更加简单，而且使我们可以更直接地对一组模型的拟合效果进行对比，而不需要两两对比。

接下来，我们讨论在 GARCH 模型和随机波动模型下计算边际似然率的方法。在计算边际似然率时，我们需要对似然函数  $p(y|\theta_i, M_i)$  和先验概率密度  $p(\theta_i|M_i)$  的乘积进行积分，但是这个积分通常比较复杂而且得不到解析解，因为  $\theta_i$  一般情况下都不是一维的。马可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 抽样是以往的文献中计算边际似然率用的比较多的方法 (Gelfand 和 Dey, 1994<sup>[58]</sup>; Chib 和 Jeliazkov, 2001<sup>[59]</sup>)。然而，Chan 和 Eisenstat (2015)<sup>[60]</sup> 指出 MCMC 方法不仅太过复杂，而且在高纬度的情况下，MCMC 抽样的结果还存在着高度的相关性。因此他们提出 (Chan 和 Eisenstat, 2015<sup>[60]</sup>) 可以用一种更加灵活的适用性蒙特卡洛算法——交叉熵方法 (Cross Entropy, CE)，这种方法的核心就是上文所提到的重要性抽样。重要性抽样的优势主要体现在：一方面，抽样的结果是独立的，从而减小了相关估计量的标准差；另一方面，由于重要性抽样的密度函数是基于信息理论的基础上的，其最优性可以得到保证 (Chan 和 Eisenstat, 2015<sup>[60]</sup>)。Ardia 等 (2010)<sup>[61]</sup> 认为使用交叉熵方法计算的边际似然率是可靠的而且和有效的。因此，在本文中，我们也采用这一方法来计算边际似然率。

交叉熵可以被看作是一种 DIC (Deviance Information Criterion) 准则，因此交叉熵方法与使用贝叶斯偏离等 DIC 准则的方法 (王泽锋、史代敏, 2007<sup>[62]</sup>) 有很多相似之处。交叉熵方法的主要思路是：我们首先假设存在一个理想的概率密度函数 (在这里我们将其称为“重要性抽样密度函数”) 使得边际似然率的估计量的方差为零。我们知道后验概率密度 (Posterior Density) 可以满足这个条件。如果我们把后验概率密度当作重要性抽样的密度函数，那我们得到的估计量的方差肯定为零。但是，问题在于后验概率密度的参数我们是不知道的，恰恰需要我们去估计，因此后验概率密度不能作为我们需要的重要性抽样密度函数。一个解决方法是我们可以一族分布函数里面找到一个距离理想的概率密度函数最近的概率密度 (Chan 和 Eisenstat, 2015<sup>[60]</sup>; Chan 和 Grant, 2015<sup>[8]</sup>)。这里我们所说的“距离”是指 KL 散度 (Kullback-Leibler Divergence) 或交叉熵距离，又被称

为相对熵，它度量的是两个概率分布之间的差别。值得注意的是，KL 散度不是对称的，也就是说，对于任意两个概率分布  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$ ， $f(\cdot)$  相对于  $g(\cdot)$  的 KL 散度和  $g(\cdot)$  相对于  $f(\cdot)$  的 KL 散度是不相等的，因此 KL 散度其实并不满足距离的概念。当我们依据 KL 散度最小化的原则找到了最优的概率密度，那我们就可以用它来构建边际似然率的估计量，我们把它称为重要性抽样估计量 (Importance Sampling Estimator)：

$$\hat{p}_S(y|M_i) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{p(y|\theta_n, M_i) p(\theta_n|M_i)}{g_i(\theta_n)}, \quad (3-8)$$

其中， $g_i(\cdot)$  为给定模型  $M_i$  的最优概率密度函数，而  $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$  是以  $g_i(\cdot)$  为概率密度进行的一组抽样，且  $\theta_1, \dots, \theta_N$  相互独立。

我们接下来讨论如何确定最优的概率密度函数  $g^*$ 。假设存在一个理想的概率密度函数  $g^*$  使得 IS 估计量的方差为零。易知，当我们把后验概率密度作为重要性密度函数即  $g(\theta) = p(\theta|y, M) = p(y|M, \theta)p(\theta|M)/p(y|M)$  时，有

$\hat{p}_S(y|M) = p(y|M)$ ，其中  $M$  表示任意模型。所以，

$$\text{var}(\hat{p}_S(y|M)|g(\theta)) = E[\hat{p}_S(y|M) - p(y|M)]^2 = 0 \quad (3-9)$$

即 IS 估计量的方差为零，从而我们证明了  $g^*$  的存在性。但是由于  $g^*$  本身我们是不知道的，我们需要找到一个最“接近” $g^*$  的函数。假设有一族函数  $G = \{(g(\theta; \nu))\}$ ，其中  $\nu$  是关于参数的向量， $g(\theta; \nu^*) \in F$  是与  $g^*$  交叉熵距离最短的函数。为了找到  $g(\theta; \nu^*)$ ，我们首先需要明确交叉熵距离或 KL 散度的定义。

我们将

$$D_1(g^*, g(\theta; \nu)) = \int g^*(\theta) \log g^*(\theta) d\theta - p(y)^{-1} \int p(y|\theta) p(\theta) \log g(\theta; \nu) d\theta$$

定义为函数  $g^*$  与  $g(\theta; \nu)$  之间的交叉熵距离，其中  $g^* = g^*(\theta) = p(\theta|y)$ 。因为上式中右边第一项与  $\nu$  无关，所以

$$v^* = \arg \max_v p(y)^{-1} \int p(y|\theta) p(\theta) \log g(\theta; v) d\theta \quad (3-10)$$

上述最优化问题的解析解比较难求, 可以将其转化为对应的随机问题并求其数值解 (Rubinstein, 1997<sup>[63]</sup>)。在求解时, 因为  $g^*(\theta) = p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$ , 而  $p(y|\theta)$  和  $p(\theta)$  都是已知或者给定的, 所以即使  $g^*(\theta)$  是未知的, 我们仍然能求出数值解来。当我们求出  $v^*$  以及  $g(\theta, v^*)$ , 我们就可以求出  $\hat{p}_R(y|M_i)$  的估计值来。剩下的问题是: 如何确定函数族  $G$ ? 根据 Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup>, 函数族  $G$  应该满足以下四条性质:

- (1) 从  $G$  中的任何一个概率密度函数我们都可以很容易地生成一组随机样本;
- (2)  $g(\theta; v)$  在任意一点  $\theta$  上的值都可以很容易地求出来;
- (3) 上式中的最优化问题比较容易求解;
- (4) 重要性概率密度函数的尾部要比后验概率密度的尾部厚, 从而保证  $\hat{p}_R(y)$  的方差是有限的。

因此, 当我们选择  $G$  时, 一类比较合适的函数族是指数型函数 (Chan 和 Grant, 2015<sup>[8]</sup>)。

在估计似然率时, 交叉熵方法的优势十分明显。当我们分别对 GARCH 模型和 SV 模型的边际似然率进行估计之后, 我们就可以对比不同的模型在预测金融时间序列波动方面的表现。

## 第4章 实证分析

在这一部分，我们将分别用 GARCH 模型和 SV 模型对 SHIBOR 的波动率进行建模，并且从实证的角度比较这两类模型对 SHIBOR 波动率的预测能力。本文的主要目的是为了找出哪一种模型能够更好地刻画 SHIBOR 的动态过程。所以，一方面我们会对 GARCH 模型和 SV 模型这两组模型进行对比（横向对比），另一方面我们也会对每一组模型内部进行对比（纵向对比）。通过横向对比，我们可以知道随机波动模型是否比 GARCH 模型拟合得更好；而通过纵向对比，我们可以知道加入跳跃项或者非对称项以及假设残差项服从非正态分布有没有改善模型的预测表现。在这些对比中，本文希望找到一个能够更好地预测 SHIBOR 波动率的模型，同时也希望能够在实证上为 GARCH 模型和 SV 模型的比较研究提供更多的经验证据。

### 4.1 SHIBOR 描述性统计

本文我们选取了 2006 年 10 月 8 日（SHIBOR 开始试运行）到 2017 年 12 月 31 日之间不同期限的上海银行间同业拆借率数据，其中包括隔夜、1 周以及 2 周的同业拆借率。数据的来源是国泰安 CSMAR 数据库<sup>1</sup>。我们之所以只选取了隔夜、1 周和 2 周的 SHIBOR 数据是因为银行间同业拆借市场的交易量主要集中在这些短期品种上，而 1 个月及以上等较长期品种的交易量相对比较小。另外，在这里我们使用的不是日交易数据，而是月度平均值，并且我们对其进行了一阶差分。之所以使用一阶差分，首先，传统的利率单因子扩散模型的离散形式都是建立在差分基础之上的；其次，同业拆借利率本身也是一种价格，所以我们取一阶差分之后可以计算其收益率，同时也减少了时间序列数据的不平稳性。表 4-1 给出了相关的描述性统计。

<sup>1</sup> 国泰安 CSMAR 数据库：<http://www.gtarsc.com/Home>

表 4-1 SHIBOR 描述性统计

| 期限  | 样本量 | 均值    | 标准差   | 最小值    | 最大值   | 偏度    | 峰度     |
|-----|-----|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| 隔夜  | 134 | 0.005 | 0.726 | -3.241 | 3.765 | 0.288 | 10.539 |
| 1 周 | 134 | 0.004 | 0.814 | -2.433 | 3.256 | 0.424 | 5.971  |
| 2 周 | 134 | 0.008 | 0.864 | -2.703 | 3.132 | 0.190 | 5.432  |

根据表 4-1 所示，我们发现这些同业拆借率的差分序列的偏度是正的，但是值都很小。同时，我们也可以发现这些序列的峰度都明显大于 3，说明序列存在“尖峰厚尾”的特征。为进一步分析 SHIBOR 分布的正态性，我们对其进行了正态性检验（Shapiro-Wilk W 检验），结果如表 4-2 所示：

表 4-2 正态性检验

| 期限  | 样本量 | W 统计量 | V 统计量  | z 统计量 | p 值   |
|-----|-----|-------|--------|-------|-------|
| 隔夜  | 134 | 0.871 | 13.641 | 5.889 | 0.000 |
| 1 周 | 134 | 0.901 | 10.447 | 5.288 | 0.000 |
| 2 周 | 134 | 0.926 | 7.847  | 4.643 | 0.000 |

W 检验的原假设是变量服从正态分布，因此根据它们的 p 值，我们知道这些同业拆借率都是不服从正态分布的。因此，在建模时如果我们假定收益率序列服从正态分布，有可能会造成模型参数估计有偏或者不一致，这是为什么许多文献（例如李良松，2009<sup>[7]</sup>等）使用 t 分布或广义误差分布（GED）对 SHIBOR 进行建模的原因。在本文中，我们也会对 GARCH-t（SV-t）模型和标准的 GARCH（SV）模型进行一个比较。

接下来，为了更好地对同业拆借率的波动建模，我们检验了这些序列的平稳性和条件异方差性。由表 4-3，我们知道这些序列都是平稳的，这与我们的预期是相符的，因为我们已经取了一阶差分。

表 4-3 平稳性检验

| 期限  | 统计量     | p 值   | 1%临界值  | 5%临界值  | 10%临界值 |
|-----|---------|-------|--------|--------|--------|
| 隔夜  | -14.340 | 0.000 | -3.499 | -2.888 | -2.578 |
| 1 周 | -13.859 | 0.000 | -3.499 | -2.888 | -2.578 |
| 2 周 | -13.099 | 0.000 | -3.499 | -2.888 | -2.578 |

如表 4-4 所示，我们也检验了同业拆借率的条件异方差性。我们发现这些序列存在明显的波动聚集效应，也就是 ARCH 效应。这证明了使用 GARCH 模型或随机波动模型对 SHIBOR 波动率建模的合理性。

表 4-4 条件异方差检验

| 期限  | Q(5)             | Q(10)             | Q(20)             |
|-----|------------------|-------------------|-------------------|
| 隔夜  | 57.63<br>(0.000) | 104.45<br>(0.000) | 111.55<br>(0.000) |
| 1 周 | 90.81<br>(0.000) | 167.57<br>(0.000) | 190.05<br>(0.000) |
| 2 周 | 98.79<br>(0.000) | 174.16<br>(0.000) | 196.76<br>(0.000) |

注：括号内为对应统计量的 p 值。

通过上述的分析，本文发现 SHIBOR 跟一般的金融时间序列具有相似的特征，包括尖峰厚尾、非正态分布、波动聚集等等。在下文的研究中我们通过对比不同的 GARCH 和 SV 模型，不仅是在讨论如何更好地对 SHIBOR 的波动率进行建模，同时也验证了 SHIBOR 序列的这些动态特征。

在下一节中，我们将利用贝叶斯方法（Bayes Technique）对 GARCH 模型和 SV 模型进行估计，并在标准的贝叶斯模型比较的框架下对这两类模型预测 SHIBOR 波动率的能力进行一个对比。

## 4.2 模型比较结果

在这里，如表 4-5 所示，我们列出了所有模型的对数边际似然率，这些边际似然率都是通过交叉熵方法（参照 Chan 和 Grant，2015<sup>[8]</sup>）计算出来的。

表 4-5 GARCH 模型和 SV 模型对数边际似然率

|         | SHIBOR           |                  |                  |
|---------|------------------|------------------|------------------|
|         | 隔夜               | 1 周              | 2 周              |
| GARCH   | -141.1<br>(0.01) | -168.2<br>(0.03) | -154.4<br>(0.09) |
| SV      | -125.1<br>(0.01) | -159.5<br>(0.02) | -144.1<br>(0.01) |
| GARCH-2 | -141.3<br>(0.09) | -168.2<br>(0.03) | -153.9<br>(0.07) |
| SV-2    | -125.2<br>(0.04) | -158.0<br>(0.02) | -145.2<br>(0.06) |
| GARCH-J | -122.2<br>(0.15) | -159.2<br>(0.13) | -146.7<br>(0.04) |
| SV-J    | -122.0<br>(0.11) | -158.9<br>(0.11) | -144.3<br>(0.20) |



|           | SHIBOR           |                  |                  |
|-----------|------------------|------------------|------------------|
|           | 隔夜               | 1 周              | 2 周              |
| GARCH-t   | -123.4<br>(0.02) | -159.2<br>(0.03) | -147.1<br>(0.04) |
| SV-t      | -122.2<br>(0.05) | -156.9<br>(0.03) | -143.2<br>(0.02) |
| GARCH-GJR | -140.8<br>(0.10) | -168.2<br>(0.25) | -154.9<br>(0.04) |
| SV-L      | -125.6<br>(0.02) | -159.6<br>(0.02) | -144.3<br>(0.02) |

首先通过这些模型的对数边际似然率，我们可以发现 SV 模型总体上优于 GARCH 模型。这与过去的研究的结论是一致的，随机波动模型能更好地预测金融时间序列的波动（王春峰，2003<sup>[36]</sup>；魏宇、余怒涛，2007<sup>[38]</sup>；郑挺国、左浩苗，2013<sup>[40]</sup>）。我们首先看隔夜拆借利率：以标准的 GARCH 模型和 SV 模型为例，SV 模型的对数边际似然率是-125.1，而 GARCH 模型的对数边际似然率是-141.1，这说明从贝叶斯因子的角度来看，SV 模型是显著被偏好于 GARCH 模型的。此外，SV(2)模型的对数似然率是-125.2，GACRH(2,1)模型的对数似然率是-141.3，说明 SV(2)模型也要优于对应的 GARCH(2,1)。同样，对于 1 周和 2 周的同业拆借率来说，随机波动模型的预测能力总体上也要优于 GARCH 模型。事实上，金融资产的波动率是不可以直接观测到的，SV 模型假设波动率服从一个潜在的随机过程，能够比 GARCH 模型更好地反映这一特征。尤其是从长期来看，假设方差序列满足一个确定的函数关系是很不合理的；在长期，金融时间序列比较容易出现异常的波动，这些异常值的出现使得 GARCH 模型对长期市场风险的度量不够精准，而且估计出来的波动率序列也不够稳定。因此，相对来说，SV 模型对 SHIBOR 波动率预测的效果更好。我们这一结论一方面为研究金融资产波动率的相关文献补充了一些经验证据，另一方面也为以后关于 SHIBOR 波动率的研究提供了一些新的思路。但同时我们也需要注意到，随机波动模型并不总是优于 GARCH 模型，例如，在隔夜拆借利率波动的建模中，GARCH-J 模型的边际似然率为-122.2，与对应的 SV-J 模型（边际似然率为-122.0）是差不多的，而 GARCH-t 模型的边际似然率为-123.4，与对应的 SV-t 模型（边际似然率为-122.2）也差不多。此外，SV 模型的估计难度比较大，我们无法直接得到它的似然函数

和无条件矩，需要通过 MCMC 等方法得到参数的后验分布，这是为什么 SV 模型没有 GARCH 模型应用得广的原因。

接下来，我们讨论为什么 GARCH-J 模型和 GARCH-t 模型跟对应的随机波动模型的预测效果差不多。如上文提到的那样，SV 模型更加灵活，因此它不需要假设残差项服从 t 分布就可以较好地刻画金融时间序列“尖峰厚尾”的特征。实际上，我们发现 SV 模型和 GARCH-J 模型和 GARCH-t 模型的边际似然率是差不多的。而对于 GARCH 模型，一个厚尾分布例如 t 分布的假设可以提高它的预测能力，减少函数形式误设的问题。同样，加入跳跃项也是如此，可以增加 GARCH 模型的“灵活性”。我们可以看到对于隔夜拆借率，GARCH-t 模型的边际似然率是-123.4，而 GARCH-J 模型的边际似然率是-122.2，都显著地大于标准 GARCH 模型的边际似然率（-141.1）。另一方面，正如 Carnero 等（2004）<sup>[35]</sup>指出，标准的 SV 模型和 GARCH-t 模型的解释能力是一样的。因此当我们加入 t 分布的假设，SV 模型的解释能力没有提高，但是模型的复杂性却增加了，所以反而降低了 SV 模型的内在优势。而对于跳跃项，在随机波动模型中，我们可以把跳跃当做方差方程出现的比较大的冲击，这样我们就不需要在模型中单独加入一个跳跃项。波动方程本身的随机性可以很好地刻画时间序列非正态、不连续的特征。这是为什么我们可以看到无论是隔夜还是 1 周、2 周的同业拆借利率，SV-t 模型和 SV-J 模型预测波动率的能力跟标准的 SV 模型都是差不多的。就 1 周同业拆借率而言，SV 模型的边际似然率是-159.5，SV-J 模型的边际似然率是-158.9，而 SV-t 模型的边际似然率是-156.9，这三者之间并没有什么太大的区别。所以，t 分布或加入跳跃项对随机波动模型没有什么显著的影响，但却使得 GARCH 模型可以更好地刻画 SHIBOR 的波动率，从而使得 SV 模型内在的优势减少了。这解释了为什么 GARCH-t 模型和 GARCH-J 模型要比标准的 GARCH 模型好，也解释了为什么这两个模型与对应的 SV 模型在预测 SHIBOR 波动上的能力差不多。

最后，在对比 GARCH 模型和随机波动模型预测 SHIBOR 波动率的表现之后，我们进一步分析哪些特征对于刻画 SHIBOR 的波动率来说比较重要。首先，通过对比 GARCH(1,1)模型和 GARCH(2,1)模型以及 SV(1)模型和 SV(2)模型，我们发现 AR(2)过程比 AR(1)过程并没有很明显的优势。例如，在预测 2 周同业拆

借率的波动时, GACRH(1,1)模型的对数边际似然率是-154.4, 而 GARCH(2,1)模型的边际似然率为-153.9。同时, SV(1)模型的边际似然率为-144.1, SV(2)模型为-145.2。我们发现在加入二阶自回归之后, 模型的预测能力反而下降了, 虽然不是很明显, 但足以说明对 SHIBOR 波动率进行建模, 我们只需要一阶自回归过程就够了。其次, 通过对比 GARCH-GJR 和标准的 GARCH 以及 SV-L 和 SV 模型, 我们可以分析是否存在杠杆效应, 即正向冲击和负向冲击对波动的影响是否不对称。虽然 GARCH(1,1)模型可以被看做是 GARCH-GJR 模型的特殊情况 ( $\delta_1 = 0$  时), 所以 GARCH-GJR 模型的预测能力应该至少跟 GARCH(1,1)模型一样好, 但是由于贝叶斯因子会“惩罚”模型的复杂程度, 所以在进行模型比较时, 结论是不确定的, 需要根据具体分析的时间序列来判断。Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup>发现对于原油价格波动来说, 如果把杠杆效应放入模型中, 模型的边际似然率会显著提高, 而对于其他的能源例如天然气的价格波动来说, 杠杆效应并不显著。在这里我们发现, 当我们对 SHIBOR 例如隔夜拆借利率的波动进行建模, GARCH-GJR 模型的边际似然率等于-140.8, 而 GARCH(1,1)模型的边际似然率等于-141.1; 同时, SV-L 模型的边际似然率是-125.6, 而 SV(1)模型的边际似然率是-125.1。所以在考虑模型的复杂程度之后, 我们发现 GARCH-GJR (SV-L) 模型对 SHIBOR 波动的预测能力跟标准的 GARCH (SV) 差不多, 这与 Chan 和 Grant (2015)<sup>[8]</sup>的结论具有一致性 (除了原油之外的其它能源价格波动)。最后我们之前已经讨论过, 加入 t 分布或者跳跃项, 对随机模型没有什么影响, 但是对于 GARCH 模型却有显著的影响。这也说明了同业拆借率序列非正态性、不连续的特征。

虽然我们在分析时是用不同期限的同业拆借率分别进行举例, 但是我们可以发现上述结论对于不同期限的同业拆借率来说都是一致的。

### 4.3 模型回归结果

在这一部分, 我们将对不同模型的回归结果进行一个详细的分析。为了节省篇幅, 本文在这里只列出了隔夜拆借利率的回归结果。但是正如上文所说, 我们在这一部分所分析的结论对于不同期限的 SHIBOR 是具有稳健性的。

表 4-6 GARCH 模型回归结果

|                     | GARCH          | GARCH-2        | GARCH-J         | GARCH-t         | GARCH-GJR       |
|---------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\mu$               | 0.00<br>(0.06) | 0.00<br>(0.06) | -0.03<br>(0.04) | -0.03<br>(0.04) | -0.03<br>(0.06) |
| $\alpha_0$          | 0.29<br>(0.06) | 0.26<br>(0.06) | 0.10<br>(0.03)  | 0.08<br>(0.03)  | 0.33<br>(0.05)  |
| $\alpha_1$          | 0.07<br>(0.04) | 0.06<br>(0.04) | 0.12<br>(0.05)  | 0.11<br>(0.07)  | 0.20<br>(0.11)  |
| $\beta_1$           | 0.28<br>(0.13) | 0.29<br>(0.11) | 0.33<br>(0.13)  | 0.31<br>(0.17)  | 0.22<br>(0.11)  |
| $\beta_2$           |                | 0.09<br>(0.06) |                 |                 |                 |
| p                   |                |                | 0.07<br>(0.02)  |                 |                 |
| $\mu_\lambda$       |                |                | 0.77<br>(0.32)  |                 |                 |
| $\sigma_\lambda^2$  |                |                | 4.83<br>(3.39)  |                 |                 |
| v                   |                |                |                 | 3.31<br>(0.69)  |                 |
| $\delta_1$          |                |                |                 |                 | -0.32<br>(0.11) |
| Q(20)               | 17.331         | 16.386         | 17.401          | 18.508          | 17.831          |
| Q <sup>2</sup> (20) | 3.823          | 5.247          | 4.539           | 3.858           | 5.012           |

说明：Q(20)和 Q<sup>2</sup>(20)分别是 Ljung-Box 统计量和 McLeod-Li 统计量，它们分别可以被用来检验残差和残差的平方项是否存在序列相关。并且，1%和 5%显著性水平的临界值分别是 37.57 和 31.41。

我们首先分析 GARCH 模型的回归结果。如表 4-6 中的这些参数决定了 SHIBOR 波动的动态过程。我们发现这些参数在不同的模型中具有相似性。首先，在不同的模型中 $\mu$ 基本上都接近于 0，这是因为我们在之前都已经把均值项给过滤掉了。其次，我们可以看到 $\beta_1$ （或 $\beta_1 + \beta_2$ ）在 0.22 到 0.38 之间，这些值都比较小，说明 SHIBOR 的波动不具有持续性。并且， $\beta_2$ 的值也很小（0.09），其 95%的置信区间为（-0.03，0.20），所以在对 SHIBOR 波动率进行建模时，我们只需要 AR(1)过程就够了，这支持了上面的结论。然后，我们也可以看到 $\mu_\lambda$ 的值是 0.77，它刻画了跳跃的平均幅度。而p的值为 0.07，这说明在 2007 年到 2017 年之间 SHIBOR 一共发生了 10 次显著的跳跃，也就是平均每年有一次跳跃。而

且，我们可以计算 $p$ 的95%置信区间是 $(0.03, 0.11)$ 不包括0，说明 $p$ 在5%的显著性水平下是显著的。这也支持了我们在上面的结论：GARCH-J模型要优于标准的GARCH(1,1)模型。另一方面， $\delta_1$ 的值是-0.32，它的95%的置信区间是 $(-0.54, -0.10)$ ，这说明 $\delta_1$ 也是显著的，但这似乎与我们上面的结论是矛盾的。然而，我们要注意到的是在我们通过边际似然函数来比较不同模型的预测能力时，我们不仅考虑到模型的拟合程度，也考虑到了模型本身的复杂性。虽然在这里 $\delta_1$ 是显著的，但是加入杠杆效应也使得模型本身更加复杂，这是为什么根据对数边际似然率我们发现GARCH-GJR模型和GARCH模型的预测表现是差不多的。另一方面，在这里 $\delta_1$ 的符号与我们预期的也是不一致的。一般而言，市场对负向的冲击更加敏感，所以 $\delta_1$ 的符号应该是正的，但这里却刚好相反。

最后，我们发现在GARCH-t模型中， $t$ 分布的自由度 $\nu$ 的值是3。当 $t$ 分布的自由度越大时，它越接近标准正态分布，所以 $\nu = 3$ 意味着该分布有着比较明显的“厚尾”。这也证明了GARCH-t模型比GARCH(1,1)模型能更好地刻画SHIBOR“尖峰厚尾”的特征。

接下来，我们分析SV模型的估计结果，如表4-7所示：

表 4-7 SV 模型回归结果

|                    | SV              | SV-2            | SV-J            | SV-t            | SV-L            |
|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\mu$              | 0.01<br>(0.04)  | -0.03<br>(0.05) | -0.01<br>(0.04) | 0.00<br>(0.04)  | 0.02<br>(0.04)  |
| $\mu_h$            | -1.33<br>(0.87) | -1.29<br>(0.32) | -1.60<br>(0.65) | -1.68<br>(0.87) | -1.27<br>(0.89) |
| $\phi_1$           | 0.94<br>(0.04)  | 1.00<br>(0.09)  | 0.90<br>(0.06)  | 0.95<br>(0.04)  | 0.95<br>(0.04)  |
| $\sigma_h^2$       | 0.13<br>(0.10)  | 0.17<br>(0.12)  | 0.25<br>(0.17)  | 0.06<br>(0.04)  | 0.12<br>(0.08)  |
| $\phi_2$           |                 | -0.54<br>(0.30) |                 |                 |                 |
| $p$                |                 |                 | 0.05<br>(0.03)  |                 |                 |
| $\mu_\lambda$      |                 |                 | 0.07<br>(0.54)  |                 |                 |
| $\sigma_\lambda^2$ |                 |                 | 7.08<br>(7.13)  |                 |                 |
| $\nu$              |                 |                 |                 | 11.59           |                 |

|                     | SV     | SV-2   | SV-J   | SV-t    | SV-L           |
|---------------------|--------|--------|--------|---------|----------------|
|                     |        |        |        | (18.91) |                |
| P                   |        |        |        |         | 0.24<br>(0.19) |
| Q(20)               | 19.291 | 21.802 | 23.120 | 27.081  | 27.268         |
| Q <sup>2</sup> (20) | 12.713 | 10.848 | 14.809 | 20.654  | 19.720         |

说明：Q(20)和 Q<sup>2</sup>(20)分别是 Ljung-Box 统计量和 McLeod-Li 统计量，它们分别可以被用来检验残差和残差的平方项是否存在序列相关。并且，1%和 5%显著性水平的临界值分别是 37.57 和 31.41。

与 GARCH 模型一样，上表中的参数控制了 SHIBOR 波动的动态过程，并且这些参数（尤其是 $\mu$ ， $\mu_h$ 和 $\phi_1$ ）在不同的 SV 模型中具有相似性。首先，均值方程中常数项 $\mu$ 的值都很小，基本上接近于 0。然后，我们可以看到 $\phi_1$ 的值在 0.9 到 0.95 之间，除了在 SV(2)模型中 $\phi_1 + \phi_2$ 等于 0.46。这说明在随机波动模型中，SHIBOR 的波动具有很长的持续性，这是 SV 模型和 GARCH 模型一个显著的差别。正如 Breidt、Crato 和 Lima（1998）<sup>[64]</sup>指出资产价格的条件波动具有长记忆性或者持续性，而 GARCH 类模型包括 EGARCH 都不能很好地描述这一特征。而从这里我们发现，SV 模型相比之下能够更好地刻画 SHIBOR 波动率的持续性，这与 Carnero 等（2004）<sup>[35]</sup>的结论是相反的。同时，我们可以发现 $\phi_2$ 的值是-0.54，并且其 95%的置信区间是（-1.13，0.05）。这个置信区间包括 0，说明 $\phi_2$ 是不显著的，因此在用随机波动模型对 SHIBOR 波动率进行建模的时候，我们也只需要用 AR(1)过程就可以了，这与我们通过对数边际似然率得到的结论是一致的。

随机波动模型与 GARCH 模型另一个明显的差别是：在 SV-J 模型中 $\mu_\lambda$ 的值很小，而它的后验方差却相对比较大，这说明跳跃的幅度并不是很明显。正如上文所说，在随机波动模型中，跳跃可以当作一个比较大的冲击，所以我们不需要另外加入一个跳跃项来识别它。这里我们根据 SV 模型的估计结果也正好验证了这一点。接下来我们也可以看到在 SV-t 模型中 t 分布的自由度 $\nu$ 是 11.59，要比 GARCH-t 模型的自由度（3.31）大很多，这意味着在这里 t 分布的尾部比较薄，更加接近正态分布。因此，SV-t 模型和 SV 模型对 SHIBOR 波动的预测效果应该是差不多的，这支持了上面的结论。最后我们可以看到 $\rho$ 等于 0.24，符号为正。因为 $\rho$ 刻画了 $\varepsilon_t^y$ 和 $\varepsilon_t^h$ 之间的相关系数，所以当 $\rho$ 大于 0 时说明正向的冲击能够带来

更大的市场波动，这与 GARCH-GJR 模型的结论是一致的。

在 GARCH-GJR 模型和 SV-L 模型中，我们发现杠杆效应都是负的，也就是说负的信息冲击引起的市场波动要小于正的信息冲击，这似乎与我们的直觉是相反的。在一般的金融市场，负向冲击对大部分投资者来说是不利消息，因为这意味着收益的下降，由于投资者过度反应，金融资产的价格和收益率会出现进一步下降，从而引起更大的市场波动。但是对于同业拆借市场，负的冲击意味着 SHIBOR 利率的下降，也预示着银行的融资成本下降，所以对于资金拆入银行来说这是好消息。反之，当 SHIBOR 利率上升，货币市场出现资金短缺，银行间融资流动性紧张，一方面这会导致市场出现恐慌，在没有利好消息的情况下，消极的市场预计会推动 SHIBOR 利率进一步上升；另一方面融资非流动性增加，资金拆入银行的信用违约风险也会增加，并且会通过银行间的借贷和其他业务往来影响资金拆入银行，从而导致系统性风险增加，而反过来系统性风险的增加又会对融资流动性产生冲击。这是为什么当 SHIBOR 利率上升时，SHIBOR 的波动率也会上升，并且出现更明显的波动聚集效应。从 GARCH 模型和 SV 模型参数回归的结果，我们证明了同业拆借率存在显著的杠杆效应，所以如果只从拟合优度的角度来看，在模型中加入非对称项是可以帮助我们更好拟合和预测 SHIBOR 的波动率。但是同时，这也使得模型变得复杂，模型越复杂不仅会使得模型估计更加困难，同时也会影响模型的估计精度。所以，在比较不同的模型时，我们面临一个权衡取舍：我们需要同时考虑模型的拟合程度和它自身的复杂程度，这是为什么我们使用边际似然率的原因。当然，模型参数的估计结果及其显著性可以为我们上文中根据边际似然率得到的结论提供一个佐证。在本文中，我们并不是认为杠杆效应对 SHIBOR 的波动率没有影响，或者我们不需要考虑杠杆效应，但是单纯从预测的角度来看，加入杠杆效应并不能帮我们更好地对 SHIBOR 的波动率进行预测，因此在对波动率进行建模时，我们不需要选择一个“更正确”的模型，而是要选择一个“更合适”的模型，正如 George E. P. Box 说：“所有的模型都是错的，但有些很有用（All models are wrong but some are useful）。”所以根据边际似然率，标准的 SV 模型和 GARCH 模型预测效果并不比 SV-L 模型和 GARCH-GJR 模型差，虽然这两个模型杠杆效应的参数都是显著的。

最后,在表六和表七中,我们也列出了对应模型的 Ljung-Box 统计量( $Q(20)$ )和 McLeod-Li 统计量 ( $Q^2(20)$ ), 这两个统计量可以分别被用来检验残差和残差的平方项是否存在序列相关。我们可以看到无论是在 GARCH 模型中还是在 SV 模型中, Ljung-Box 统计量都是小于 5%和 1%的临界值的, 因此我们不能拒绝原假设, 也就是说残差不存在序列相关。同时, 我们也可以看到在这两个模型中, McLeod-Li 统计量也都小于 5%和 1%的临界值, 因此残差的平方项也不存在序列相关。所以在 GARCH 模型和随机波动模型, 本文对 SHIBOR 收益率和波动率的建模都是充分的。

#### 4.4 稳健性检验

目前为止, 本文只对隔夜、1 周和 2 周同业拆借率的波动进行了建模, 这些短期利率也是以往的文献研究的比较多的。本文也试图分析上文得到的结论对 1 个月及以上期限的同业拆借率是否成立。但是我们发现在取了一阶差分之后 1 个月及以上期限的同业拆借率不存在 ARCH 效应, 所以本文没有对这些序列的波动性进行研究。另一方面, 本文使用的是 SHIBOR 报价的月度平均值, 而没有使用日交易数据, 这是因为日交易数据样本量比较大, 而且其波动也比较大。当使用日交易数据进行分析时, 我们发现随机波动模型估计起来很困难, 因此我们使用了报价的月度平均值。然而, 我们仍然想知道使用月度平均是否对结论有影响, 或者说我们所得到的结果对不同的数据类型是否稳健。所以我们对数据采取了不同的处理方式。在这里, 我们计算了 1 周同业拆借率的周平均值, 并且取了对数之后再进行一次差分。同样地, 我们分别用 GARCH 模型和 SV 模型对这个序列的波动率进行建模, 并且计算了它们的对数边际似然率。

表 4-8 稳健性检验

| GARCH   | GARCH-2 | GARCH-J | GARCH-t | GARCH-GJR |
|---------|---------|---------|---------|-----------|
| -2468.1 | -2468.8 | -2382.3 | -2374.5 | -2475.3   |
| (0.03)  | (0.04)  | (0.17)  | (0.01)  | (0.03)    |
| SV      | SV-2    | SV-J    | SV-t    | SV-L      |
| -2380.5 | -2380.8 | -2381.9 | -2380.0 | -2389.7   |
| (0.23)  | (0.22)  | (0.12)  | (0.13)  | (0.20)    |

从上表 4-8 中我们可以发现这里我们得到的结论和第 4.2 节的结论是一致的。



一方面, 总体上随机波动模型在预测 SHIBOR 波动方面的效果要优于 GARCH 模型; 另一方面, 加入跳跃项或者假设残差项服从  $t$  分布对随机波动模型的预测能力没有什么影响, 但是却显著提高了 GARCH 模型的预测能力。我们可以看到 SV 类模型的对数边际似然率大部分都要大于对应的 GARCH 模型的对数边际似然率, 如 GARCH(1,1) 的边际似然率是 -2468.1, 而 SV(1) 的边际似然率是 -2380.5。然而, GARCH-t 模型和 GARCH-J 模型的边际似然率跟它们对应的随机波动模型却差不多。最后, 我们发现 GARCH-GJR (SV-L) 模型的边际似然率反而比标准的 GARCH(SV) 模型小, 这说明加入杠杆效应并没有显著提高模型的预测能力, 但是却让模型的复杂程度提高了。这些都支持了本文第 4.2 节的结论, 同时也表明数据处理方式的不同并没有影响结论的稳健性。

#### 4.5 DIC 准则

除了边际似然率之外, 在贝叶斯模型比较中还有另外一个比较常用的准则: DIC (Deviance Information Criterion) 准则。正如我们上文提到的那样, 边际似然率也可以被当作是一种 DIC 准则。但是, Chan 和 Eisenstat (2017)<sup>[65]</sup>指出边际似然率一个重要的缺点是它对先验分布相对比较敏感, 尤其是当样本量  $t$  比较小的时候。在本文的研究中我们也发现了这一点。所以接下来, 本文也使用一般的 DIC 准则来比较 GARCH 模型和 SV 模型对 SHIBOR 波动的预测能力。

DIC 准则是 Spiegelhalter 等 (2002)<sup>[66]</sup>提出的。这个准则的优点是它同时考虑了模型的拟合程度和复杂程度, 并且它对先验分布和初始值不太敏感。在介绍这个准则之前, 我们首先需要定义离差 (Deviance):

$$D(\theta) = -2 \log p(\mathbf{y}|\theta) + 2 \log h(\mathbf{y}) \quad (4-1)$$

其中,  $p(\mathbf{y}|\theta)$  为似然函数, 而  $h(\mathbf{y})$  是关于  $\mathbf{y}$  一个确定的函数, 它只跟  $\mathbf{y}$  有关。

然后, 令  $\overline{D(\theta)} = -2E_{\theta}[\log p(\mathbf{y}|\theta)|\mathbf{y}] + 2 \log h(\mathbf{y})$ , 我们定义模型参数的有效数量 (Effective Number of Parameters) 为:

$$p_D = \overline{D(\theta)} - D(\tilde{\theta}) \quad (4-2)$$

其中,  $\tilde{\theta}$  为  $\theta$  的一个估计量。从而我们将 DIC (Deviance Information Criterion) 准则定义为:

$$DIC = \overline{D(\theta)} + p_D \tag{4-3}$$

在比较不同的模型时，我们通常将 $h(y)$ 设为一样，所以 DIC 准则也可以写成：

$$DIC = -4E_{\theta}[\log p(y|\theta)|y] + 2 \log p(y|\theta) \tag{4-4}$$

给定一个样本或一组数据，如果 DIC 越小的话，那么我们就可以认为相应的模型越好。事实上，当基于不同的条件分布即本文所说的似然率时，DIC 也有不同的定义。假设一个模型（由 $p(y|\theta)$ 所确定）有一个隐含变量 $z$ ， $z$ 为向量并且它的条件分布为 $p(z|\theta)$ ，我们有

$$p(y|\theta) = \int p(y|\theta, z) p(z|\theta) dz = \int p(y, z|\theta) dz \tag{4-5}$$

其中 $p(y|\theta, z)$ 被称为条件似然率（Conditional Likelihood）， $p(y, z|\theta)$ 被称为完全数据似然率（Complete-Data Likelihood），而 $p(y|\theta)$ 被称为观测数据似然率（Observed Data Likelihood）或者整积似然率（Integrated Likelihood）。本文使用的是 $p(y|\theta)$ 作为我们的似然率，所以这里的 DIC 又被称为观测数据 DIC。与边际似然率一样，我们也用重要性抽样去计算模型的 DIC。表 4-9 中我们列出了不同的 GARCH 模型和 SV 模型在预测银行间隔夜拆借率波动时 DIC 的值。

表 4-9 DIC 准则

|     | GARCH |         |         |         |           |
|-----|-------|---------|---------|---------|-----------|
|     | GARCH | GARCH-2 | GARCH-J | GARCH-t | GARCH-GJR |
| DIC | 269.8 | 269.3   | 233.2   | 228.9   | 263.5     |
|     | SV    |         |         |         |           |
|     | SV    | SV-2    | SV-J    | SV-t    | SV-L      |
| DIC | 233.9 | 240.2   | 236.7   | 230.0   | 232.9     |

从上表中我们发现，当我们使用 DIC 准则对不同的模型的拟合能力进行比较时，我们得到的结论与使用贝叶斯因子或者对数边际似然率时的结论是一致的。首先，GARCH 类模型 DIC 的值总体上要大于随机波动模型，这说明随机波动模型要优于 GARCH 模型。其次，GARCH-J 模型的 DIC 等于 233.2，而 SV-J 模型的 DIC 等于 236.7。同时，GARCH-t 的 DIC 为 228.9，而 SV-t 模型为 236.7。这些值说明 GARCH-J（或 GARCH-t）模型和 SV-J（或 SV-t）模型的预测表现是差不多的，甚至 GARCH-J 模型和 GARCH-t 模型要稍微优于它们对应的随机波动模型。然后，我们可以看到 GARCH-GJR 模型的 DIC 与标准的 GARCH 模型差

不多, SV-L 模型的 DIC 与标准的 SV 模型也差不多。最后, 当我们使用 AR(2) 过程对波动率进行建模时, DIC 分别为 269.3 和 240.2, 而使用 AR(1)过程, DIC 分别为 269.8 和 233.9, 这说明我们用 AR(1)过程就足够了。总而言之, 这些分析都支持了我们在第 4.2 节所得到的结论。另外一方面, 我们可以发现 DIC 准则和边际似然率在被用来比较不同的模型时不存在太明显的差异。当然这个结论只在我们预测 SHIBOR 波动率时成立, 而对于其他的时间序列并不一定成立。正如本文之前所说, 边际似然率对于先验分布比较敏感, 因此给定不同的先验分布, 我们可能会得到不同的结果。不过在第 4.1 节估计边际似然率时, 本文尝试了不同的先验均值和先验方差, 发现结果基本上都是稳定的, 在不同的先验量下边际似然率的差距并不明显。

#### 4.6 样本外预测

为了进一步比较 GARCH 模型和 SV 模型对 SHIBOR 波动的预测表现, 我们对 SHIBOR 的波动率进行了样本外的预测。在这里我们用整体预测密度来计算不同模型的对数预测得分 (Log Predictive Scores), 然后通过对数预测得分我们来评估模型对 SHIBOR 波动率的预测能力。首先, 我们给对数预测得分下一个明确的定义。给定信息集  $I_t = \{y_1, \dots, y_t\}$  和模型  $M_i$ , 我们可以预测在模型  $M_i$  下  $t+1$  期的条件分布  $p_{M_i}(y_{t+1} | I_t)$ , 并且我们将这个条件分布作为预测  $y_{t+1}$  的概率分布, 我们将它称之为模型  $M_i$  下的“预测分布” (Forecast Density)。然后, 给定  $t+1$  的观测值  $y_{t+1}^o$ , 我们可以计算对数预测似然率 (Log Predictive Likelihood), 即  $\log p_{M_i}(y_{t+1} = y_{t+1}^o | I_t)$ , 它表示的是在  $p_{M_i}(y_{t+1} | I_t)$  这个分布下, 观测值  $y_{t+1}^o$  出现的 (对数) 概率。显然, 如果  $y_{t+1}^o$  越有可能发生, 对数预测似然率的值越大, 反之亦然。我们可以通过计算对数预测似然率来评价预测分布的“准确性”。之后, 给定  $t+1$  时刻的信息集  $I_{t+1} = \{y_1, \dots, y_t, y_{t+1}\}$ , 我们先预测  $t+2$  期的条件分布  $p_{M_i}(y_{t+2} | I_{t+1})$ , 然后计算对数边际似然率  $\log p_{M_i}(y_{t+2} = y_{t+2}^o | I_{t+1})$ , 重复这一过程, 一直到最后一期即第  $T$  期。我们把某一模型  $M_i$  的对数预测得分  $S_i$  定义为在该模

型下从第 2 期到第 T 期对数预测似然率的和，即：

$$S_t = \sum_{i=1}^{T-1} \log p_{M_i}(y_{t+1} = y_{t+1}^o | I_t) \tag{4-6}$$

通过计算对数预测得分，我们可以比较不同模型对 SHIBOR 波动率的预测效果。对数预测得分越大就说明模型的预测效果越好。这个方法其实与极大似然估计的思想是一样的；不同的是，在这里我们通过似然率选择最优的模型，而不是最优的参数值。Geweke 和 Amisano（2011）<sup>[67]</sup>的研究详细讨论了对数预测得分以及它跟边际似然率的关系。本文从 2015 年 10 月开始进行预测，一共预测了 36 期，每一期都是用之前所有期的数据作为样本对 GARCH 模型和 SV 模型进行估计，然后计算这一期的观测值出现的条件概率，最后把每一期的条件概率取对数之后进行加总，得出我们需要的对数预测得分。如表 4-10 中，我们给出了隔夜拆借率在不同模型中的对数预测得分。

表 4-10 GARCH 模型和 SV 模型对数预测得分

|     | GARCH |         |         |         |           |
|-----|-------|---------|---------|---------|-----------|
|     | GARCH | GARCH-2 | GARCH-J | GARCH-t | GARCH-GJR |
| LPS | -28.7 | -27.0   | -17.0   | -19.8   | -24.9     |
|     | SV    |         |         |         |           |
|     | SV    | SV-2    | SV-J    | SV-t    | SV-L      |
| LPS | -18.2 | -22.3   | -18.8   | -17.9   | -18.5     |

这些结果与我们根据对数似然率得到的结果是相似的。总体而言，SV 模型在预测 SHIBOR 波动率方面的表现要优于对应的 GARCH 模型。在这些模型中，预测效果最好的是 SV(1)模型。另外，GARCH(2,1)模型并没有比 GARCH(1,1)提供更好的解释力，所以 AR(1)过程就已经足够刻画波动的聚集效应。另一方面，我们可以看到，SV(2)模型比 SV(1)模型的预测得分要低。虽然 $\phi_2$ 在 SV(2)模型中并不显著，但是 $\phi_1 + \phi_2 = 0.46$ ，远远小于其他随机波动模型所估计的 $\phi_1$ 的值，所以 SV(2)低估了波动的持续性，从而导致它在进行样本外预测时表现不佳。然后，我们发现加入跳跃项和 t 分布提高了 GARCH 模型的对数预测得分，但是对 SV 模型没有什么显著的影响。同时，我们也发现加入杠杆效应之后，GARCH 模型的对数预测得分都提高了，但是 SV 模型的预测得分几乎没有变化。这些都支持本文在第 4.2 节中的结论。



## 第5章 结论

本文主要对比了 GARCH 模型和 SV 模型在预测 SHIBOR 波动率方面的效果。本文在比较 GARCH 模型和 SV 模型时都是基于一个标准的贝叶斯比较的框架。首先,我们使用贝叶斯估计和重要性抽样估计了不同模型的边际似然率。以往的研究很少用随机波动模型对 SHIBOR 的波动率进行建模,但是通过对比不同模型的边际似然率,本文发现随机波动模型总体上要优于 GARCH 模型。这是本文最主要的一个贡献。然后,本文发现 GARCH-t 模型要优于标准的 GARCH 模型,这说明 SHIBOR 的分布的确存在“尖峰厚尾”的特征。同时,本文也发现 GARCH-J 模型在预测 SHIBOR 波动率上的能力也要比标准的 GARCH 模型好,这说明 SHIBOR 的动态过程是非连续的,存在跳跃等特征。另一方面,本文发现 SV 模型比 GARCH 模型更加灵活,它不需要加入跳跃项或者假设残差服从 t 分布就可以很好地刻画 SHIBOR 收益序列的这些特征。这是为什么 SV-J 模型和 SV-t 模型的预测能力和标准的 SV 模型是差不多的。接下来,本文发现在对 SHIBOR 的波动率进行建模的时候,我们只需要使用 AR(1)过程就够了,而不需要 AR(2)过程。最后,本文发现虽然 SHIBOR 的波动率存在杠杆效应,<sup>1</sup>即正向冲击和负向冲击对波动的影响是不对称的,但是在考虑到模型本身的复杂程度之后,GARCH-GJR 模型和标准的 GARCH 模型预测 SHIBOR 波动率的能力是差不多的。这个结论对 SV 模型也是一样的,即 SV-L 模型和 SV 模型的预测能力也差不多。

在比较不同模型的边际似然率之后,本文还对不同模型参数估计的结果进行了分析。从这些分析中,我们也可以发现 GARCH 模型和 SV 模型的差异以及每个模型族内部的差异,并且本文根据参数估计得到的结论和根据边际似然率的结论基本上是一致的。并且,由于边际似然率对参数的先验分布相对比较敏感,所以本文也使用了 DIC 准则和对数预测得分来进一步比较 GARCH 模型和 SV 模型对 SHIBOR 波动率的预测能力,我们得到的结论也是一致的。

本文还存在一些不足之处:由于日交易数据波动太大,本文在估计随机波动模型时存在困难,经常出现条件方差不平稳的情况,所以将 SHIBOR 收益率由日数据转换成了月度数据,虽然本文讨论了不同的数据可能不会影响结果的稳健

性，但是在一定程度还是消除了 SHIBOR 的波动差异。在将来的研究中可以对算法和程序进行改进，直接对 SHIBOR 日交易数据进行建模。另一方面，许多文献也提到 SHIBOR 序列存在均值回复的效应，但是限于篇幅，本文没有对这一效应进行建模。同时，SHIBOR 的收益率可能会对其波动有反馈作用，也就是波动率可能会影响 SHIBOR 的定价，这个效应也是本文所没有研究的。如果在 GARCH 模型和 SV 模型中，分别把条件方差或者标准差放入到均值方程，那我们可以得到 GARCH-in-Mean 模型和 SV-in-Mean 模型，通过这两个模型我们就可以研究 SHIBOR 收益率对波动的反馈作用，并且可以进一步这两类模型的差异。最后，不同期限的同业拆借率之间可能存在着相关性，我们可以通过多元 GARCH 模型和多元 SV 模型同时对不同期限的 SHIBOR 的波动率进行建模。

## 参考文献

- [1] 于建忠, 刘湘成. Shibor 定价理论模型研究及其应用[J]. 金融研究, 2009 (2): 40-53.
- [2] 方先明, 花旻. SHIBOR 能成为中国货币市场基准利率吗——基于 2007.1-2008.3 间 SHIBOR 数据的经验分析[J]. 经济学家, 2009, 1(1): 85-92.
- [3] 吴卫星, 蒋涛, 吴锬. 融资流动性与系统性风险——兼论市场机制能否在流动性危机中起到作用[J]. 经济学动态, 2015 (3): 62-70.
- [4] 高岳, 朱宪辰. 基于极值理论的同业拆借利率风险度量——基于 AR-GARCH-POT 方法的 VaR 值比较研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2009, 8: 011.
- [5] 潘松, 魏先华, 张敏, 等. 银行间支付流与同业拆借利率之关系的实证研究[J]. 金融研究, 2009 (1): 81-94.
- [6] 孔继红. 基于非对称扩散跳跃过程的利率模型研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2014, 11: 007.
- [7] 李良松. 上海银行间同业拆放利率 VaR 的有效性研究[J]. 金融研究, 2009 (9): 110-122.
- [8] Chan J C C, Grant A L. Modeling energy price dynamics: GARCH versus stochastic volatility[J]. Energy Economics, 2015, 54: 182-189.
- [9] 何启志. 上海银行间同业拆放利率的风险测度[J]. 管理科学, 2011, 24(1): 72-81.
- [10] 吴鑫育, 马宗刚, 汪寿阳, 等. 基于 SV-SGED 模型的动态 VaR 测度研究[J]. 中国管理科学, 2013, 21(6): 1-10.
- [11] Das S R. The surprise element: jumps in interest rates[J]. Journal of Econometrics, 2002, 106(1): 27-65.
- [12] 陈汉鹏, 戴金平. Shibor 作为中国基准利率的可行性研究[J]. 管理世界, 2014 (10): 37-46.
- [13] 方意, 方明. 中国货币市场基准利率的确立及其动态关系研究[J]. 金融研



- 究, 2012 (7): 84-97.
- [14]梁琪, 张孝岩, 过新伟. 中国金融市场基准利率的培育——基于构建完整基准收益率曲线的实证分析[J]. 金融研究, 2010 (9): 81-98.
- [15]彭红枫, 鲁维洁. 中国金融市场基准利率的选择研究[J]. 管理世界, 2010 (11): 166-167.
- [16]莫扬, 尹福生, 汤佳. SHIBOR 期限结构的再检验[J]. 统计研究, 2014 (12): 82-87.
- [17]王志强, 熊海芳. 结构变点, 时变期限溢价与预期假说[J]. 数量经济技术经济研究, 2012 (5).
- [18]吴吉林, 张二华, 原鹏飞. 我国银行间同业拆借利率的动态研究——基于跳跃-扩散-机制转换模型的实证分析[J]. 管理科学学报, 2011, 14(11): 33-41.
- [19]戴国强, 梁福涛. 中国金融市场基准利率选择的经验分析[J]. 世界经济, 2006, 29(4): 3-11.
- [20]孔继红, 易志高. 上海银行间同业拆放利率动态性研究[J]. 数理统计与管理, 2016, 35(6): 1125-1140.
- [21]Zakoian J M. Threshold heteroskedastic models[J]. Journal of Economic Dynamics and control, 1994, 18(5): 931-955.
- [22]何启志, 何建敏, 童中文. Shibor 期限结构动态研究[J]. 数理统计与管理, 2009, 28(1): 181-189.
- [23]罗孝玲, 黄玲英, 陈晓红. 利率期限结构的三因子高斯动态模型及应用[J]. 中国管理科学, 2015, 5: 002.
- [24]刘洪愧, 王治国, 邹恒甫. 货币政策对短期市场利率动态过程的影响——基于 SHIBOR 的实证研究[J]. 当代经济科学, 2016, 38(2): 30-40.
- [25]项卫星, 李宏瑾. 货币市场基准利率的性质及对 Shibor 的实证研究[J]. 经济评论, 2014 (1): 107-117.
- [26]Sadorsky P. Stochastic volatility forecasting and risk management[J]. Applied Financial Economics, 2005, 15(2): 121-135.
- [27]Trolle A B, Schwartz E S. Unspanned stochastic volatility and the

- pricing of commodity derivatives[J]. The Review of Financial Studies, 2009, 22(11): 4423-4461.
- [28]Brooks C, Prokopczuk M. The dynamics of commodity prices[J]. Quantitative Finance, 2013, 13(4): 527-542.
- [29]Shephard N. Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility[J]. Monographs on Statistics and Applied Probability, 1996, 65: 1-68.
- [30]Bai X, Russell J R, Tiao G C. Kurtosis of GARCH and stochastic volatility models with non-normal innovations[J]. Journal of Econometrics, 2003, 114(2): 349-360.
- [31]Kim S, Shephard N, Chib S. Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models[J]. The review of economic studies, 1998, 65(3): 361-393.
- [32]Ritchken P, Trevor R. Pricing options under generalized GARCH and stochastic volatility processes[J]. The Journal of Finance, 1999, 54(1): 377-402.
- [33]Lehar A, Scheicher M, Schittenkopf C. GARCH vs. stochastic volatility: Option pricing and risk management[J]. Journal of Banking & Finance, 2002, 26(2-3): 323-345.
- [34]Heynen R, Kat H. Crossing barriers[J]. Risk, 1994, 7(6): 46-51.
- [35]Carnero M A, Peña D, Ruiz E. Persistence and kurtosis in GARCH and stochastic volatility models[J]. Journal of Financial Econometrics, 2004, 2(2): 319-342.
- [36]王春峰, 蒋祥林, 李刚. 基于随机波动性模型的中国股市波动性估计 ① [J]. 管理科学学报, 2003, 6(4): 8.
- [37]余素红, 张世英, 宋军. 基于 GARCH 模型和 SV 模型的 VaR 比较[J]. 管理科学学报, 2004, 7(5): 61-66.
- [38]魏宇, 余怒涛. 中国股票市场的波动率预测模型及其 SPA 检验[J]. 金融研究, 2007 (07A): 138-150.
- [39]魏宇. 中国股票市场的最优波动率预测模型研究-基于沪深 300 指数高频

- 数据的实证分析[J]. 管理学报, 2010, 7(6): 936-942.
- [40] 郑挺国, 左浩苗. 基于极差的区制转移随机波动率模型及其应用[J]. 2013.
- [41] 沈根祥. 股票收益随机波动模型研究[D]. 中国管理科学, 2003(02): 17-21.
- [42] 顾锋娟, 岑仲迪. 基于 GARCH 类模型和 SV 类模型的沪深两市波动性研究[J]. 数学的实践与认识, 2011 (1): 14-22.
- [43] Danielsson J. Multivariate stochastic volatility models: estimation and a comparison with VGARCH models[J]. Journal of Empirical Finance, 1998, 5(2): 155-173.
- [44] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of econometrics, 1986, 31(3): 307-327.
- [45] Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation[J]. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1982: 987-1007.
- [46] Glosten L R, Jagannathan R, Runkle D E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks[J]. The journal of finance, 1993, 48(5): 1779-1801.
- [47] Alberg D, Shalit H, Yosef R. Estimating stock market volatility using asymmetric GARCH models[J]. Applied Financial Economics, 2008, 18(15): 1201-1208.
- [48] Taylor S J. Modelling financial time series[M]. world scientific, 2008.
- [49] Rue H, Martino S, Chopin N. Approximate Bayesian inference for latent Gaussian models by using integrated nested Laplace approximations[J]. Journal of the royal statistical society: Series b (statistical methodology), 2009, 71(2): 319-392.
- [50] Djegnéné B, McCausland W J. The HESSIAN method for models with

- leverage-like effects[J]. Journal of Financial Econometrics, 2014, 13(3): 722-755.
- [51]Chan J C C. The stochastic volatility in mean model with time-varying parameters: An application to inflation modeling[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2017, 35(1): 17-28.
- [52]Chan J C C, Grant A L. On the observed-data deviance information criterion for volatility modeling[J]. Journal of Financial Econometrics, 2016, 14(4): 772-802.
- [53]Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images[M]//Readings in Computer Vision. 1987: 564-584.
- [54]Hastings W K. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications[J]. Biometrika, 1970, 57(1): 97-109.
- [55]Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N, et al. Equation of state calculations by fast computing machines[J]. The journal of chemical physics, 1953, 21(6): 1087-1092.
- [56]Koop . Bayesian Econometrics[J]. Wiley & Sons, New York, 2003.
- [57]Kass R E, Raftery A E. Bayes factors[J]. Journal of the american statistical association, 1995, 90(430): 773-795.
- [58]Gelfand A E, Dey D K. Bayesian model choice: asymptotics and exact calculations[J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1994: 501-514.
- [59]Chib S, Jeliazkov I. Marginal likelihood from the Metropolis - Hastings output[J]. Journal of the American Statistical Association, 2001, 96(453): 270-281.
- [60]Chan J C C, Eisenstat E. Marginal likelihood estimation with the Cross-Entropy method[J]. Econometric Reviews, 2015, 34(3): 256-285.
- [61]Ardia D, Hoogerheide L F. Efficient Bayesian estimation and combination of GARCH-type models[J]. 2010.

- [62]王泽锋, 史代敏. 基于 DIC 准则的 ASV 模型和 SV 模型的实证比较[J]. 数量经济技术经济研究, 2007, 24(5): 134-141.
- [63]Rubinstein R Y. Optimization of computer simulation models with rare events[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 99(1): 89-112.
- [64]Breidt F J, Crato N, De Lima P. The detection and estimation of long memory in stochastic volatility[J]. Journal of econometrics, 1998, 83(1-2): 325-348.
- [65]Chan J C C, Eisenstat E. Bayesian model comparison for time-varying parameter VARs with stochastic volatility[J]. 2017..
- [66]Spiegelhalter D J, Best N G, Carlin B P, et al. Bayesian measures of model complexity and fit[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 2002, 64(4): 583-639.
- [67]Geweke J, Amisano G. Hierarchical Markov normal mixture models with applications to financial asset returns[J]. Journal of Applied Econometrics, 2011, 26(1): 1-29.

## 致谢

转眼间，三年的读研生活即将接近尾声，回顾在山大的时光，周围的同学、老师，都给予了我极大的关怀和帮助，我想借此机会向他们表达我最诚挚的谢意。

本文是在我尊敬的导师吴吉林教授的悉心指导下完成的。吴老师治学严谨、言传身教，对待学生真诚随和，虽肩负繁重科研任务，却依然关心我的论文进展，为我指点迷津。在定稿期间，吴老师对论文中很多的细节问题都非常重视，而且每一个问题都给出了细致全面的修改意见。吴吉林老师严谨的治学态度，旺盛的科研热情，深厚的人文素养，是我一生的学习典范。在此，向我的导师吴吉林老师致以最衷心的感谢！

我也要以诚挚的心意感谢杜克锐老师，感谢杜老师在科研、生活以及论文写作过程中给予的指导和无私帮助，同时，也感谢研究院中其他各个学科老师，因为你们的博学与耐心，我的经济学知识更加丰富。

感谢我的室友张盟盟、张嘉宇、何一婧对我生活与学习上的理解与关心，我们彼此陪伴，相互扶持，因为有她们，我的研究生生活才能如此丰富多彩。同样，也要感谢我的同窗邹子洋、单宝刚、巩学健等同学对我的帮助，他们对于科研认真的态度和专注投入的工作作风都是我学习的榜样，是他们活跃的思维给予了我科研上更多的灵感和启示。

非常感谢我的家人，他们在生活上和精神上给予了我无私的帮助与支持，他们始终是我坚实的后盾，没有他们，就没有现在的我，他们一直是我前进的动力。

最后，向所有关心和帮助我的人表示深深的感谢，向参与本人硕士论文评阅和答辩的专家表示衷心感谢。

杨斗

2018年3月30日

学位论文评阅及答辩情况表

|                    |     |     |             |              |           |      |           |
|--------------------|-----|-----|-------------|--------------|-----------|------|-----------|
| 论文评阅人              | 姓 名 |     | 专业技术<br>职 务 | 是否博导<br>(硕导) | 所 在 单 位   |      | 总体评价<br>※ |
|                    | 韦倩  |     | 教授          | 博导           | 山东大学经济研究院 |      | 合格        |
|                    | 张苏  |     | 教授          | 博导           | 中央财经大学    |      | 优秀        |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
| 答辩委员会成员            | 姓 名 |     | 专业技术<br>职 务 | 是否博导<br>(硕导) | 所 在 单 位   |      |           |
|                    | 主席  | 张苏  | 教授          | 博导           | 中央财经大学    |      |           |
|                    | 委员  | 王凤荣 | 教授          | 博导           | 山东大学经济研究院 |      |           |
|                    |     | 苏剑  | 副教授         | 硕导           | 山东大学经济研究院 |      |           |
|                    |     | 陈言  | 讲师          | 硕导           | 山东大学经济研究院 |      |           |
|                    |     | 杜克锐 | 讲师          | 硕导           | 山东大学经济研究院 |      |           |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
|                    |     |     |             |              |           |      |           |
| 答辩委员会对论文的<br>总体评价※ |     |     | 优秀          | 答辩秘书         | 杜克锐       | 答辩日期 | 2018.5.26 |
| 备注                 |     |     |             |              |           |      |           |

※优秀为“A”；良好为“B”；合格为“C”；不合格为“D”。