# 我国短期利率行为特征 - 基于带跳和 异方差的 CKLS 利率模型研究

周生宝1,2,王雪标1,郭俊芳2

- (1. 东北财经大学 数学与数量经济学院, 辽宁 大连 116025)
- (2. 山西大同大学 数计学院, 山西 大同 037009

摘 要: 选取同行拆借 IBO007 利率数据,采用拟似然函数估计构建的 CKLS 类四个模型,研究结果表明: 含有跳和异方差的 CKLSGJ 模型是此类模型中最佳的短期利率模型,模型能恰当的解释我国短期利率均值回复性、水平效应及跳跃行为. 蒙特卡洛模拟结果表明:模型能较好的拟合数据,有很强的预测能力.

关键词: 异方差; 跳过程; 拟似然估计; CKLS 模型

### 1 利率理论与文献回顾

短期利率不仅决定着中长期利率期限结构,而且对多种金融资产价格具有重要影响,构建合适的利率模型、准确描述其动态行为是制定经济政策、衍生品定价及风险管理的基础.

Merton、Vasicek、CIR 等多个著名利率模型可归结为 Chan<sup>[1]</sup> 等 1992 年构建的 CKLS 模型 (也即 Chan, Karol I,Longstaff, Saunders 在 1992 提出, 记为 CKLS). 它属于漂移扩散模型,由于如对 CKLS 模型参数施加不同限制,可以得到多个著名的利率模型,而且它形式简单、对利率行为解释能力强,因此被广泛使用. Tse<sup>[2]</sup> 使用 CKLS 模型考察了 11 个国家的货币市场,并依据得到的利率水平效应的大小对各国家进行了分类研究. Dahlquist<sup>[3]</sup> 采用 CKLS 模型研究了丹麦、德国、瑞典和英国的实际短期利率情况. Nowman<sup>[4]</sup> 用英国、日本、澳大利亚等国家的数据,利用 CKLS 模型为各国国债和其衍生品定价. 此类漂移扩散模型对于实际利率数据中异方差现象的捕捉能力较弱,倾向于产生平行移动的收益率曲线,模型估计的回复速度与理论均值都不可靠,并且波动率只能捕获利率较小的连续变动.

正如 Athanasios<sup>[5]</sup> 得到的结论, 利率水平对利率波动有显著影响, 每个国家的利率都存在异方差. 同样 Bollerslev<sup>[6]</sup>, Bermmer<sup>[7]</sup> 等研究证明: 利率波动的异方差效应和水平效应显著. Ryan<sup>[8]</sup> 研究了澳大利亚的短期利率、长期利率和汇率, 结论是利率有较大的波动性及异方差性.

实证表明利率建模时应考察数据的异方差性,同时利率除了连续的变动行为外,往往具有由于突发事件引起的跳跃这种非连续行为,这样一般的扩散模型及含有异方差的扩散模

收稿日期: 2012-03-06

**资助项目:** 教育部人文社科一般研究项目 (09YJA790028); 辽宁省教育厅创新团队项目 (2008T054); 科技部创新方法 (2009IM010400); 国家自然科学基金 (71273044)

型便有些不足,因此学者们正尝试在利率模型中再加入跳过程来模拟利率的突变行为.如 Hong<sup>[9]</sup> 等通过对美国利率研究发现跳跃是利率动态特性的重要组成部分; Johannes<sup>[10]</sup> 研究 发现标准扩散模型不能捕捉短期利率的尖峰厚尾性,加入泊松跳是个好的选择. Das<sup>[11]</sup> 采用 含有跳和 Arch 的扩散模型研究了联邦利率的统计特性,认为含跳是恰当的.

近期国内用含异方差或跳的模型研究我国利率行为的学者主要有,如范龙振 [12] 在 Vasicek 模型中加入泊松跳构建了一类广义跳利率模型,结果表明该模型能很好的拟合利率数据的一些统计特征,张金清 [13] 在 Vasicek 模型中引入与宏观经济变量相关的跳跃成分,建立了一个跳跃 - 扩散利率模型,刘凤琴 [14] 在 CIR 模型中加入跳,考察了由突发事件造成的利率不连续性及其异常波动性. 他们的模型不足之处是人为的把利率波动的水平效应限制为1 和 0.5. 潘婉彬 [15] 研究了同业拆借利率,发现波动具有很强的水平效应,但是其使用的模型没有考虑利率行为的不连续性,陈辉 [16] 通过对 R091 回购国债研究得出 Jump-Arch 模型是最佳的,跳既是利率均值回复的来源也是波动来源,但此模型忽略了波动的水平效应问题.

CKLS 模型涵盖常见的扩散模型,其水平效应参数不限定为特定的数值而由实际数据进行估计;同时,在 CKLS 中再加入方差方程和跳过程便既能刻画利率过程的异方差性又能刻画其跳跃性. CKLS 模型含有较复杂的指数参数,对加入跳与异方差的 CKLS 模型估计较复杂,学者研究很少,本文结合我国利率的动态特征,系统分析含跳或异方差的 CKLS 模型,从而找到适合描述我国短期利率行为的模型.

具体内容安排如下:第一部分是利率理论与文献回顾;第二部分是构建利率模型、详述估计方法;第三部分是数据分析,阐明数据特征;第四部分是估计、检验模型,分析结果;最后是结论部分.

# 2 模型建立与估计方法

#### 2.1 模型建立

描述短期利率行为的一般扩散模型可写成:

$$dr_t = \mu(r_t, \theta)dt + \xi(r_t, \theta)dW \tag{1}$$

其中,  $r_t$  为短期利率,  $\mu(r_t,\theta)$  为漂移项,  $\theta$  是待估参数向量, W 是标准布朗运动,  $\xi(r_t,\theta)$  是由布朗运动刻画的利率波动率, 称为扩散项. 通常把漂移项写成线性函数的形式, 用来刻画短期利率的均值回复特性, 如 Vasicek, CIR 及文献 [1] 等涉及的利率模型. 但此类扩散模型不能有效捕获如突发事件或政策突变所导致的利率不连续行为, 以及利率波动群聚性和尖峰厚尾特征. 为了有效地解决这些问题, 本文在上述模型中加入跳与异方差的成分.

首先写出含有线性漂移项的模型:

$$dr_t = (\alpha - \beta r_t)dt + \sigma_t r_{t-1}^{\gamma} dW$$
(2)

其中  $\sigma_t$  是时变的方差项, 可反映异方差性;  $\sigma_t r_{t-1}^{\gamma}$  是由布朗运动所刻画的利率动态波动率;  $\gamma$  表示利率波动依赖于前一时刻利率  $r_{t-1}$ , 此即为水平效应;  $\gamma$  较大则利率波动的水平效应较大, 而当  $\gamma$  为 0 时则表明利率波动与利率水平无关. 待估计参数  $\beta$  表示均值回复速度;  $\alpha/\beta$  表示利率的长期均值. 由于此利率模型是连续的, 而实际货币市场上得不到真实的连续利率数据, 因此在模型估计时只能以离散的利率值替代. 为了便于估计的目的, 把连续模型进行欧

拉离散化得:

$$\Delta r_t = (\alpha - \beta r_t) \Delta t + \varepsilon_t \tag{3}$$

$$E[\varepsilon t \mid \Omega_{t-1}] = 0 \tag{4}$$

$$\operatorname{var}(\varepsilon_t/\Omega_{t-1}) = E[\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}] = \sigma_t^2 r_{t-1}^{2\gamma} \Delta t \tag{5}$$

$$\sigma_t^2 = h_t = a + b\varepsilon_{t-1}^2 + ch_{t-1} \tag{6}$$

其中  $\varepsilon_t$  是正态扰动项,  $\Omega_{t-1}$  表示到时刻 t-1 时信息集,  $\Delta t$  是利率数据的时间间隔, 式 (6) 是 GARCH 型方差方程, 刻画利率的异方差性.

式 (3) 至 (6) 构成了本文研究的 CKLSG 异方差扩散模型, 其优点为: 既能表示新息  $\varepsilon_{t-1}$  对利率变化的冲击, 又能由  $h_{t-1}$  表示利率过程的异方差效应, 同时在  $\gamma$  不为 0 时能刻画利率 波动的水平效应. 如果限定系数 b=c=0, 则变为常数, 这时 CKLSG 模型演变为 CKLS 纯扩散模型, 式 (5) 变为:

$$\operatorname{var}(\varepsilon_t/\Omega_{t-1}) = E[\varepsilon_t^2 \mid \Omega_{t-1}] = \sigma^2 r_{t-1}^{2\gamma} \Delta t \tag{7}$$

CKLS 模型可以刻画利率波动的水平效应, 但不能刻画利率行为的异方差性. 对该模型参数做不同约束可得如 CIR, VEASIA 等利率模型, 因此 CKLS 是研究各国短期利率的有效工具,本文也估计此模型.

虽然 CKLS 和 CKLSG 能够刻画利率的回复性和连续波动性, 但是实际短期利率却常表现出一定的跳跃, 往往出现大的波动和急剧的不连续变化, 这时此类模型就显得有些不足. 为了使模型能刻画突发事件的影响, 把利率的变化过程分解成纯随机跳跃与连续布朗运动的叠加, 且假定跳跃部分与连续部分是相互独立的. 因此模型可设定为:

$$dr_t = (\alpha - \beta r_t)dt + \sigma_t r_{t-1}^{\gamma} dW + JdN$$
(8)

其中 J 服从参数为  $\mu$  和  $\nu$  的正态分布, 表示每次跳跃的幅度; N 是参数为  $\lambda$  的泊松分布, 表示单位时间内发生跳跃的次数; 扩散项中的  $\sigma_t$  有两种情形, 分别为式 (7) 常数形式和式 (6) 异方差形式, 其余同上. 从而可得到要研究的 CKLSJ 纯跳跃模型和 CKLSGJ 异方差跳跃模型.

为了进行估计,同样对式(8)做欧拉离散化,可得到下式:

$$\Delta r_t = (\alpha - \beta r_t) \Delta t + \varepsilon_t + \sum_{k=1}^{N} Y_k$$
(9)

式 (9)、式 (4)、式 (5) 及式 (6) 式联合起来便是利于估计的离散跳跃异方差模型, 其中 N 表示是  $\Delta t$  时间内跳跃的次数, 当跳跃发生时 Y=1, 否则 Y=0, 其余同上. 当限定 J=0 时, 可得到 CKLSG 模型, 因此估计时只需考虑 CKLSGJ 即可.

### 2.2 模型估计方法

式 (8) 构成的 CKLSGJ 模型中  $J, N, \varepsilon_t$  相互独立, 用  $\theta$  表示参数向量, var 表示方差算子, E 表示期望算子, 可求得信息集  $\Omega_{t-1}$  条件下  $\Delta r_t$  的密度函数为:

$$f(\Delta r_t/\Omega_{t-1};\theta) = \exp\{-\lambda\} \frac{\lambda^n}{n!} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\text{var}(\varepsilon_t) + \text{var}(J))}} \cdot \exp\left\{-\frac{(\Delta r_t - (\alpha + \beta r_{t-1})\Delta t - E(J))^2}{2(\text{var}(\varepsilon_t) + \text{var}(J))}\right\}$$

由于泊松分布中涉及到了无限求和问题,对于参数的估计求值会产生很大的困难性,这里用伯努利实验过程近似泊松过程,这种近似当时间间隔越小近似程度越好.由泊松分布的性质, Δt 时间内发生一次跳的概率

$$P(n=1) = \frac{(\lambda \Delta t)^{1}}{1!} \exp(-\lambda \Delta t) = \lambda \Delta t + o(\lambda \Delta t)$$

既很小的  $\Delta t$  内发生一次跳跃的概率为  $\lambda \Delta t$ , 一次也不发生的概率为  $1 - \lambda \Delta t$ , 因此可引入伯努利增量过程来处理似然函数. 在  $\Omega_{t-1}$  条件下  $\Delta r_t$  的密度函数变为:

$$f(\Delta r_t/\Omega_{t-1}; \theta) = \lambda \Delta t \frac{1}{\sqrt{2\pi(\text{var}(\varepsilon_t) + \text{var}(J))}} \exp\left\{-\frac{(\Delta r_t - (\alpha + \beta r_{t-1})\Delta t - E(J))^2}{2(\text{var}(\varepsilon_t) + \text{var}(J))}\right\} + (1 - \lambda \Delta t) \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{var}(\varepsilon_t)}} \exp\left\{-\frac{(\Delta r_t - (\alpha + \beta r_{t-1})\Delta t)^2}{2\text{var}(\varepsilon_t)}\right\}$$

在大量数据情况下,用条件密度构建的似然函数与无条件密度构建的似然函数相比,对参数估计没有影响,因此采用拟极大似然法 (QMLE) 进行参数估计可行. 模型的拟似然函数为:

$$F = \prod_{t=3}^{T} f(\Delta r_t / \Omega_{t-1}; \theta)$$

其中 T 为样本容量. 求解拟似然函数, 可转化为对其自然对数的求解, 进而可得到对数似然函数为

$$\ln F = \sum_{t=3}^{T} \ln \{ f(\Delta r_t / \Omega_{t-1}; \theta) \}$$

求参数的一阶导数并化简, 便可求得参数估计值. 对含 Garch 效应的方差方程进行估计时, 应用滞后算子 L, 方差  $\sigma_r^2$  可以表示成

$$h_t = \frac{a}{1 - cL} + \frac{b}{1 - cL} \varepsilon_{t-1}^2 \approx a + ac + ac^2 + b\varepsilon_{t-1}^2 + bc\varepsilon_{t-2}^2$$

ε<sub>τ</sub> 是利率漂移部分估计得到的干扰新息.

应用拟似然估计求得的参数估计值进行显著性检验时、利用参数的渐近协方差矩阵

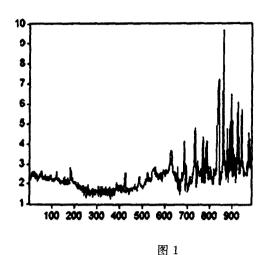
$$I(\theta) = \left\{ E[\frac{\partial^2 \ln F}{\partial \theta \partial \theta'}] \right\}^{-1} = \left\{ E\bigg[ \bigg( \frac{\partial \ln F}{\partial \theta} \bigg) \bigg( \frac{\partial \ln F}{\partial \theta'} \bigg) \bigg] \right\}^{-1}$$

由于估计模型涉及到利率异方差和利率水平效应,其参数会出现在估计式的分母中,LnF 是一个复杂的非线性函数,用上式求估计量的渐进协方差的解析解形式在实际中不可行. 因此采用数值解  $I(\tilde{\theta}) = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^k g_i g_i' \end{bmatrix}^{-1}$  作为  $I(\theta)$  的替代,其中  $\tilde{\theta}$  是  $\theta$  的估计值,k 表示参数个数,i 表示第 i 个参数, $g_i = \frac{\ln F(\tilde{\theta}_i + \Delta \tilde{\theta}_i) - \ln F(\tilde{\theta}_i)}{\Delta \tilde{\theta}_i}$ ,此式表示第 i 个待估参数处的微分,从而可求出估计参数的 t 统计量,进而考察其显著性.

## 3 利率数据分析

随着我国货币市场的不断改革与发展,以及银行同业拆借为代表的利率市场的不断完善,标志着我国利率形成机制逐渐规范化和市场化. 2007 年 1 月 4 日,全称为"上海银行间同业拆借利率"的 SHIBOR 开始正式运行,被称为中国的 LIBOR(London Interbank Offered Rate),是人民银行培养的基准利率体系,可以作为货币市场的基准利率. 同业拆借利率被多数投资者和大型商业机构看作利率的风向标,可以反映市场利率特征.

本文采用交易量大、交易活跃的 IBO007 近 4 年同业拆借利率日利率数据, 利率及其一阶差分序列的相关图及描述统计量如图 1、2 和表 1 所示:



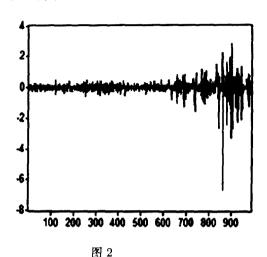


表 1 利率和利率一阶差分描述统计量

	均值	中值	最大	最小	标准差	偏度	峰度	J-B 值	个数
利率	2.3675	2.2222	9.7141	1.2204	0.8693	3.0343	17.3048	9909(p=0)	985
利率一阶差分	0.0006	0.0066	2.8327	-6.7145	0.4501	-4.0168	62.9489	14999(p=0)	984

从图 1、2 和表 1 可看出: ①利率的前期波动相对后期的小一些, 这应该和我国的利率 形成机制和整个金融市场的运行情况有关. 我国利率逐步走向市场化, 外部市场环境对利率 的影响冲击不断加大, 并随政策与信息冲击显现出不同的上下震荡. ②我国利率具有均值回 复的特性, 随时间不同利率值在均值周围上下波动, 有回复到长期均值的趋势. ③残差序列起 伏呈波浪状, 较大的波动集中在几个时段, 较小的波动也集中在几个时段上, 具有明显的波动 群集现象; 同时波动较大者与较大利率值相对应, 说明不同时期观测值之间存在有非线性关 系, 也意味着利率可能具有异方差效应和水平效应. ④统计结果表明利率和其一阶差分的分 布非正态, 有尖峰和厚尾性, 特别明显的利率的峰度值约为 17.

考察数据的相关性可得出利率有很高的自相关性,且随阶数的增加逐渐减小;一阶差分有自相关性,自相关减小迅速.利率一阶偏自相关显著,且二阶及以后偏自相关突然减小.

# 4 估计结果的比较与检验

本节估计四种利率模型: CKLS (纯漂移扩散模型)、CKLSG(异方差扩散模型)、CKLSJ(纯跳跃模型)、CKLSG(异方差跳跃模型). 从两方面对这四种利率模型进行比较分析: ①通过似然比检验, BIC 准则及 LR 检验考察模型的最优性; ②通过对利率分布的尖峰厚尾性刻画能力和模型的预测能力来评价模型. 估计结果如表 2 所示.

			衣 4	E31144	快坐的估计	22.7			
模型参数	CKLS	CKLSG	CKLSJ	CKLSGJ	模型参数	CKLS	CKLSG	CKLSJ	CKLSGJ
α	0.20** (3.91)	0.16* (51.13)	0.21* (107.60)	0.18* (107.36)	b	_	0.09* (25.37)	_	0.01* (519.50)
β	0.09 (1.01)	0.08* (11.55)	0.10* (142.60)	0.08* (55.69)	c	_	0.05* (21.73)	_	0.02* (235.51)
σ	0.07 (0.5910)	_	0.08* (218.83)	_	b+c	_	0.14	_	0.04
γ	1.63* (87.25)	1.93** (6.53)	1.57** (6.24)	1.60* (73.42)	lpha/eta	2.39	2.12	2.25	2.11
$\mu$	-	_	-0.29* (-66.52)	-0.01** (-3.66)	LnF	-275.80	575.05	-264.55	681.55
ν		_	0.23* (455.90)	0.10* (61.53)	BIC	-289.58	554.38	-288.68	650.54
λ	-	_	0.02** (21.43)	0.06** (4.86)	LR	1914.70	212.99	1892.20	_
a	-	0.00** (16.99)	_	0.0001* (77.58)					

表 2 四种利率模型的估计结果

#### 4.1 结果检验与分析

由表 2 可以看出, CKLS 模型中的两个参数在 10%, 5% 的显著水平下不显著, 而其它模型的参数在 5% 下显著不为零. 跳跃项和方差方程项参数显著不为零, 这表明模型中加入跳和异方差因素是必要的.

对于含有异方差的模型 CKLSG 和 CKLSGJ, 异方差参数 b,c 的值显著为正且和小于 1, 表明模型异方差波动是短暂的, 没有永久记忆性. 从 b,c 的估计值可看出含有跳过程的异方差模型对前期信息  $\varepsilon_{t-1}$  和方差  $\sigma_{t-1}$  的依赖要低于不含跳的 CKLSG, 既 CKLSGJ 的方差方程参数估计值小, 这是因为数据的异方差行为被部分识别为跳, 跳可以解释模型的部分异方差, 这与文献 [11] 表明的跳是异方差的来源之一是一致的.

参数  $\gamma$  刻画利率波动的水平效应, 四个模型中其估计值分别为 1.63、1.93、1.57、1.60, 均显著不为零且有三个近似为 1.6,一个近似为 1.9,这与文献 [12-14] 制设定值显著不同;而且估计值显著异于 1.5,例如以 CKLSJ 为例检验与 1.5 的显著性, 在零假设  $H_0: \gamma = 0$  下的 t 统计量值为 0.0712\*sqrt(983)/0.1519=14.70,参数显著,表明我国短期利率水平对利率波动有很大影响,且明显不同于美国短期利率波动的利率水平效应 1.5. 一般认为模型引入跳过程会减少利率波动对利率水平的依赖程度,表 2 中相应参数估计结果与此相符,既后两个含有跳的模型的  $\gamma$  的估计值小于前两个模型估计值,与文献 [9-10,13,15] 中表明的跳过程是利率波动的来源一致. 这里估计的 CKLS 模型的  $\gamma$  值为 1.93,当为 CKLSGJ 模型时  $\gamma$  值显著降为 1.59 正反映了这一点,而文献 [16] 中却忽略了实际利率的水平效应.

从四个模型的长期均值来看, 只有 CKLS 稍大于实际均值为 2.39%, 其次是 CKLSJ 为

<sup>\*, \*\*, \* \* \*</sup> 分别表示 1%, 5%, 10% 显著水平下显著

2.25%, 最小者为 CKLSGJ 2.1134%, 可以发现含异方差和跳对数据的理论均值有很大影响. 这与文献 [13] 采用含跳的 Vasicek 模型所得的回复速率高于其实际数据的均值不同. 理论上异方差应该能降低均值回复速度, 而实际利率含异方差, 符合表 2 估计结果, 既不含异方差的模型高于含异方差模型的均值回复速度, 跳行为解释了部分回复速度. 因而由均值回复速度的估计值可以看出 CKLSGJ 模型是最优的.

似然函数值可作为模型对数据拟合优度的度量,因此可直接比较对数似然函数值. 当模型较复杂含较多参数时,模型会损失一定的自由度,这时模型的对数似然函数值较大,因此可以对似然值加上惩罚项对其校正,既可用 Schwarz BIC 准则评价模型,其中 BIC=  $\ln F(\tilde{\theta})$  –  $0.5n\ln(T)$ ,n 指参数个数,T 为样本容量, $\tilde{\theta}$  参数估计值. 从对数似然值和 BIC 值的比较可以看到: 拟合效果最佳到较差的模型依次是 CKLSGJ, CKLSG, CLLSJ, CKLS.

表 2 中前三个模型可看做 CKLSGJ 模型的参数做不同限制而得到, 所以前三个模型含在第四个模型中, 因而可用似然比检验法来检验它们之间是否有显著差异性. 似然比检验统计量 LR 定义为  $LR=2[\ln F(\theta)-\ln F(\bar{\theta})]$ , 其中  $\ln F(\theta)$ 、 $\ln F(\bar{\theta})$  分别是无限制模型和受限制模型的对数似然值, LR 服从  $\chi^2(q)$  分布, 自由度 q 为受限参数个数. 较大的统计量值说明模型之间有显著差异, 由表 2 中的 LR 值, 可以对模型进行似然比检验. 例如, CKLS 模型相对于 CKLSGJ 有 3 个限制参数, 而 5% 显著水平下  $\chi^2(3)$  分布临界值为 9.35, 拒绝零假设, 认为有显著差异. 同理可检验其余模型和 CKLSGJ 模型有显著差异.

这些表明含有异方差和跳成分的 CKLSGJ 模型是拟合我国短期利率数据的最佳模型.

### 4.2 预测能力比较

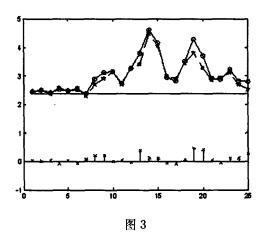
采用蒙特卡罗方法模拟利率演化路径,对四个模型做 1 步预测,通过比较预测误差的大小评价模型.

具体方法为: 根据前 960 个数据估计模型, 对第 961 个数据进行预测, 再取 961 个数据估计模型然后对第 962 个数据预测, 这样重复, 依次对 961 到 985 此 25 个数据做 1 步预测, 比较预测误差检验模型优劣, 这里的标准分别是误差和  $\sum\limits_{i=1}^{25} \varepsilon_i$  与误差绝对值的和  $\sum\limits_{i=1}^{25} |\varepsilon_i|$ . 由于模型含有布朗运动和随机跳, 对每一时刻的利率 1 步预测重复 5000 次求值再取平均作为其预测值, 得到统计结果如表 3.

	CKLS	CKLSG	$_{ m CKLSJ}.$	CKLSGJ
$\sum_{i=1}^{25} \varepsilon_i$	-2.9045	2.6425	-3.0301	2.4262
$\sum_{i=1}^{25}  arepsilon_i $	4.83251	3.3401	3.70452	3.1217

表 3 预测误差统计表

比较表 3 中的数据可得出 CKLSGJ 模型的效果最好, 因此是最优模型. 最后给出 CKLSGJ 一步预测结果, 其中星号虚线代表预测值, 圆圈实线表示实际值, 直线表示利率数据均值, 下边差号短竖表示预测误差, 比较真实数据点和预测值可发现此模型预测能力较强.



### 5 结论

本文选取同行拆借 IBO007 作为短期利率数据, 通过对 CKLS 模型引入异方差和跳, 构建了含异方差或跳的利率模型. 采用拟似然函数法进行参数估计, 应用显著性检验、似然值 LR检验、Schwarz BIC 准则、预测误差比较等方法分析估计结果, 得出 CKLSGJ 模型是 CKLS类模型中拟合我国短期利率的最佳模型. 结论如下:

首先, 利率数据平稳但相关性强, 有异方差性, 波动与利率本身相关. 文中估计出的模型除 CKLS 在 5% 的显著水平含有不显著的参数外, 均显示出具有跳和异方差特征, 表明短期利率应采用含跳和异方差的模型来拟合.

其次,通过统计检验后的模型,其利率理论均值、均值回复速度、水平系数等都能很好的反映利率真实特征,特别是 CKLSGJ 模型可以很好的解释利率波动性,刻画其跳跃行为. 文中估计的利率水平参数  $\gamma$  也不同于前人的研究结果. 误差比较显示 CKLSGJ 的拟合效果最好,有较强的预测能力,进一步表明它是四个模型中最优的.

结果显示, 我国短期利率均值在 2.11 左右; 有均值回复特征, 回复速度为 0.08; 有显著的跳跃行为, 每年大约 21.33 次. 相对于我们采用的数据, 跳跃主要集中在 2007 年 5 月及 2008 年后半年之间的区间段, 这恰是美国次贷危机逐渐引发世界经济危机的时间, 说明我国利率水平对世界货币市场变化与波动较为敏感; 利率水平对利率波动有显著影响, 水平  $\gamma$  约为 1.6, 比多数学者认为的美国短期利率平均水平 1.5 较高.

### 参考文献

- [1] Chan K C, Karoli G A, Longstaff F A and Saunders A B. An empirical comparison of alternative models of the short term interest rate[J]. Journal of Finance, 1992, 47(3): 1209-1227.
- [2] Tse Y K. Some international evidence on the stochastic behavior of interest rates[J]. Journal of International Money and Finance, 1995, 14(5): 721-738.
- [3] Dahlquist M. On Alternative interest rate processes[J]. Bank & Financ, 1996, 20(6): 1093-1119.
- [4] Nowman K B. Gaussian estimation of single-factor continuous time models of the term structure of interest rates [J]. The Journal of Finance, 1997, 52(4): 1695-1706.
- [5] Athanasios Episcopos. Further evidence on alternative continuous time models of the short term

- interest rate [J]. Journal of International Financial Markets, 2000, 10(6): 199-212.
- [6] Bollerslev T, Ghou R Y and Kroner K F. ARCH modeling in finance a review of the theory and empirical evidence [J]. Journal of Econometrics, 1992, 52(3): 5-59.
- [7] Brenner R J, Harjes R H and Kroner K F. Another look at models of the short-term interest rate[J]. Journal of Finance and Quantitative Analysis, 1996, 31(1): 85-107.
- [8] Ryan, Suzanne K, Worthington, Andrew C. Market, interest rate and foreign exchange rate risk in australian banking: a GARCH-M approach[J]. International Journal of Applied Business and Economic Research, 2004, 2(2): 81-103.
- [9] Hong Y, Li H, and Zhao F. Out of sample performance of spot interest rate models[R]. Workingpaper, 2002.
- [10] Johannes M. The statistical and economic role of jumps in interest rate[J]. Journal of Finance, 2004, 59(1): 227-260.
- [11] Das S R. The surprise elements: Jumps in inerest rates[J]. Journal of Econometrics, 2002, 106(1): 27-65.
- [12] 范龙振. 以 1 年期储蓄存款利率为状态变量的跳跃型广义 Vasicek 模型 [J]. 管理科学学报, 2010, 13(10): 69-78.
- [13] 张金清, 周茂彬. 中国短期利率跳跃行为的实证研究 [J]. 统计研究, 2008, 25(1): 59-64.
- [14] 刘凤琴, 戈晓菲. 利率跳扩散模型的利率估计与蒙特卡罗模拟检验 [J]. 管理工程学报, 2009, 23(4): 91-103.
- [15] 潘婉彬, 陶利斌, 缪柏其. 中国银行间拆借利率扩散模型的极大拟似然估计 [J]. 数理统计与管理, 2007, 26(1): 158-163.
- [16] 陈辉, 谢赤. 包含 Jump-arch 过程的利率模型及其应用 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(2): 80-90.

# On the Behavior of Chinese Short Interest Rate: an Analysis Based on CKLS Model with Jump and Garch

ZHOU Sheng-bao<sup>1,2</sup>, WANG Xue-biao<sup>1</sup>, GUO Jun-fang<sup>2</sup>

- (1. School of Mathematics and Quantitative Economics, Dongbei University of Finance and Economics, Dalian 116025, China)
- (2. School of Mathematics and Computer Science, Shanxi Datong University, Datong 037009, China)

Abstract: In this paper we choose the IBO007 as the interest rate data, after putting forward four CKLS models we estimate them by employing quasi maximum likelihood method. As a result we find that the CKLSGJ model which consists of CKLS, jump and GARCH term is more fitable. This model can properly account for the mean reversion, the level effect and the jump behavior in the process of interest rate movement. In the end by using Monte Carlo simulation, this study further demonstrates that the CKLSGJ model be some commendable in fitting the interest rate data, meanwhile having more powers to forecast it.

Keywords: heteroscedasticity; jump process; quasi likelihood function; CKLS model