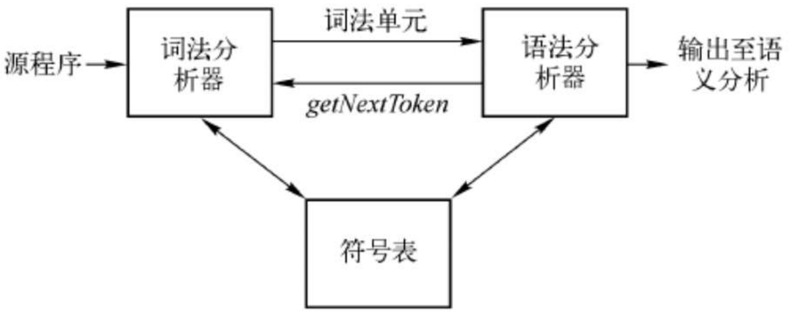
Lecture 2: Lexical Analysis

Xiaoyuan Xie 谢晓园
xxie@whu.edu.cn
计算机学院E301

2.1 回顾

2.1 回顾

- **词法分析(lexical analysis)，也称scanning,**
  - 编译程序的第一阶段,其作用是识别单词(程序意义上)并找出词法错误.
- **读入源程序的输入字符、将它们拆分成词素，生成并输出一个词法单元序列，每个词法单元对应于一个词素**
- **常见的做法**
  - 由语法分析器调用，
    需要的时候不断读取、生成词法单元
  - 可以避免额外的输入输出



- **在识别出词法单元之外，还会完成一些不需要生成词法单元的简单处理，比如删除注释、将多个连续的空白字符压缩成一个字符等**

2.1 回顾

- **词素（Lexeme)**
  - 源程序中的字符序列，它和某类词法单元的模式匹配，被词法分析器识别为该词法单元的实例。
- **词法单元 (Token) <词法单元名、属性值(可选)>**
  - 单元名是表示词法单位种类的抽象符号，语法分析器通过单元名即可确定词法单元序列的结构, 是有意义的最小的程序单位
  - 属性值通常用于语义分析之后的阶段
    - 例1: x+12, token有3个：x, +, 12
    - 例2：x12 + y, token有3个：x12, +, y
    - 例3：“This is a test.” , token有1个：“This is a test.”
    - 例4：if (x==y) token有15个：

```
if (x==y)
    z=0;
else
    z=1;
```

标识符(Identifier)、
关键字(Keyword)、
数(Integer,float)、
格式符(Whitespace)
运算符(Operator)
其他符号({,},[,],;,:,)

2.1 回顾

- **词性划分: 根据作用对程序子串进行分类**
  - x12 + y → id + id
- **词法分析的输出是单词(token)的序列**
  - (id, x12)（op,+） (id, y)
- **Token序列将作为语法分析程序的输入**

	单词类型	种别
1	关键字	program、if、else、then、…
2	标识符	变量名、数组名、记录名、过程名、…
3	常量	整型、浮点型、字符型、布尔型、…
4	运算符	算术（+ - * / ++ --） 关系（> < == != >= <=） 逻辑（& | ~）
5	界限符	; ( ) = { } …

2.1 回顾

- **词法分析流程**
  - 输入：字符串 (ASCII)

    E.g \tif (x==j)\n\t\tz=0;\n\telse\n\t\tz=1;

```
if (x==j)
   z=0;
else
   z=1;
```

  - Tokenize

\tif (x==j)\n\t\tz=0;\n\telse\n\t\tz=1;

↓

(if,-),((,-),(id,x),(==,-),(id,j),(),-),(id,z),(=,-),
(num,0),(;,-),(else,-),(id,z),(=,-),(num,1),(;,-)

2.1 回顾

Program (character stream):

position = initial + rate * 60

Lexical Analyzer (Scanner)

Token Stream:

⟨id，指向符号表中position条目的指针⟩, ⟨assign _ op⟩, ⟨id，指向符号表中initial条目的指针⟩, ⟨add_op⟩, ⟨id，指向符号表中rate条目的指针⟩, ⟨mul_ op⟩, ⟨number，整数值60⟩

报错：18..23 + val#ue

Variable names cannot have ‘#’ character

Not a number

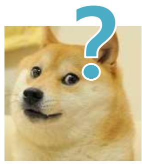
2.2 语言的定义

2.2 语言的定义

- **什么是语言?**
  - 作用：沟通，交流，传递信息
  - 自然语言：英语，中文，日语……
- **你如何定义语言?**
  - 无限的集合
  - 抽象地来看：字符组成了单词; 单词组成了句子; 句子携带了信息

2.2 语言的定义

- 语言——形式化的内容**提**取
  - 语言(Language)：满足一定条**件**的句子集合
  - 句子(Sentence)：满足一定规则的单词序列
  - 单词(Token)：满足一定规则的字符(Character)串
- 语言是字和组合字的规则
  - “doge”(it’s not a word): reserved words and some rules for words （词法)
  - “Long time no see”(It’s not a correct sentence): rules for sentences（语法)



2.2 语言的定义

- 程序设计语言——形式化的内容**提**取
  - 程序设计语言(Programming Language)：组成程序的所有语句的集合。
  - 程序(Program)：满足语法规则的语句序列。
  - 语句(Sentence) ：满足语法规则的单词序列。
  - 单词(Token) ：满足词法规则的字符串。
- 例：
  - 变量:=表达式
  - if 条**件** then 语句
  - while条**件** do 语句
  - call 过程名(**参**数表)

2.2 语言的定义

- **语言是一个无限集合**
  - How can finite recipes generate enough infinite sets of sentences?
  - If a sentence is just a sequence and has no structure and if the meaning of a sentence derives, among other things, from its structure, how can we assess the meaning of a sentence?
- **计算机视角-抽象，再抽象**
- **Grammars（文法）- a Generating Device**
  - 有限的规则来描述的无限集

2.2 语言的定义

- 描述形式——文法
  - 语法——语句
    - 语句的组成规则
    - 描述方法：BNF**范**式、**产**生式
  - 词法——单词
    - 单词的组成规则
    - 描述方法：BNF**范**式、**产**生式、正规式

2.2 语言的定义

- **符号(Symbol/Character): 语言中不可再分的单位**
- **字母表: 符号的非空有穷集合**
  - Σ，V或其它大写字母， 其中的元素可称为字母、符号、字符
  - 例如：V_1 = {a, b, c}, V_2 = {+, -, 0, 1, …,9}, Σ= {x|x∈ASCII字符}
- **符号串(字符串): 某字母表上的符号的有穷序列**
  - a, b, c, abc, bc,…： V_1上的符号串; 1250, +2, -1835,…： V_2上的符号串
  - 空串（ε）：不含任何符号的串

2.2 语言的定义

- **语句: 字母表上符合某种构成规则的符号串序列**
  - He is a good student. Peanut eats monkey.
  - for(int i = 0; i<10; i++) {call_func(i);}
- **语言 L：某字母表上的语句的集合**

2.2 语言的定义

- **定义在字母表∑上的语言：是从∑中抽取的字符构成的一些字符串的集合，记为*L*(∑)---注意：定义在同一个字母表上的语言有很多!**
  - ∑定义了语言中允许出现的全部符号。
    - 例1： ∑ = 英文字母, *L*(∑)是英文句子
    - 例2： ∑ = ASCII, *L*(∑)是C语言程序
    - 例3： 字母表{0，1}上的语言
      {0，1} {00，11} {0，1，00，11} {0，1，00，11，01，10}

不是所有的英文字母串是英文句子，ASCII字母表还可以定义Java程序

2.3 正则文法

- **符号串连接:**
  - x和y的连接xy是把y的所有符号顺序地接在x的符号之后所得到的符号串
- **符号串方幂:**
  - 设x是字母表∑上的符号串，把x自身连接n次得到的符号串z, 即z = xx…xx(n个x),称作符号串x的n 次幂，记作 $z = x^n$
- **符号串前缀后缀:**
  - 设x、y、z是某一字母表上的符号串，x = yz，则y是x 的前缀，z 是x的后缀; z≠ε 时y是x的真前缀, y≠ε时z 是 x 的真后缀

2.3 正则文法

- **符号串子串:**
  - 非空字符串x，删去它的一个前缀和一个后缀后所得到的字符串称为 x 的子字符串，简称子串。如果删去的前缀和后缀不同时为ε，则称该子串为真子串
- **符号串子序列**
  - 从s中删去零或多于零个符号(这些符号不要求连续)
- **符号串逆转（用SR表示）：**
  - 将S中的符号按相反次序写出而得到的符号串
- **符号串长度:**
  - 是该符号串中的符号的数目。例如|aab|=3,|ε|=0。

2.3 正则文法

- **符号串集合(语言)的积**
  - 设串集$L=\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots\}$，$M=\{\beta_1, \beta_2, \ldots\}$，二者的笛卡尔积$LM=\{\alpha\beta \mid \alpha\in L, \beta\in M\}$
  - E.g. L={ab, abb}, M={ced, cd}，那么 LM = {abced, abcd, abbced, abbcd}
- **字符串集合(语言)的方幂**
  - $L^0=\{\varepsilon\}$，$L^1=L$，$L^n=LL^{n-1}$
  - 若 $|L|=m$，那么，$|L^0|=1$，$|L^1|=m$，$|L^n|=m^n$
- **字符串集合(语言)的Kleene闭包**
  - $L^*=L^0\cup L^1\cup L^2\cup \ldots$
- **字符串集合(语言)的正闭包**
  - $L^+=L^1\cup L^2\cup \ldots=L^*-\{\varepsilon\}$

语言就是其字母表上闭包的子集

2.3 正则文法

例 3.3 令 L 表示字母的集合{A, B, …, Z, a, b, …, z}，令 D 表示数位的集合{0, 1, …, 9}。我们可以用两种不同但等价的方式来考虑 L 和 D。一种方法是将 L 看成是大、小写字母组成的字母表，将 D 看成是 10 个数位组成的字母表。另一种方法是将 L 和 D 看作语言，它们的所有串的长度都为一。下面是一些根据图 3-6 中的运算符从 L 和 D 构造得到的新语言：

1）$L \cup D$ 是字母和数位的集合——严格地讲，这个语言包含 62 个长度为 1 的串，每个串是一个字母或一个数位。

2）LD 是包含 520 个长度为 2 的串的集合，每个串都是一个字母跟一个数位。

3）L^4 是所有由四个字母构成的串的集合。

4）L^* 是所有由字母构成的串的集合，包括空串 ϵ。

5）$L(L \cup D)^*$ 是所有以字母开头的，由字母和数位组成的串的集合。

6）D^+ 是由一个或多个数位构成的串的集合。

□

2.3 正则文法

■例：

- {0,1}+ = {0，1，00，01，10，11，000，001，010，011，100，……}
- {a，b，c，d}+ = {a，b，c，d，aa，ab，ac，ad，ba，bb，bc，bd，……，aaa，aab，aac，aad，aba，abb，abc……}
- {0,1}* = {ε，0，1，00，01，10，11，000，001，010，011，100，…}
- {a，b，c，d}* = {ε，a，b，c，d，aa，ab，ac，ad，ba，bb，bc，bd，…，aaa，aab，aac，aad，aba，abb，abc，…}

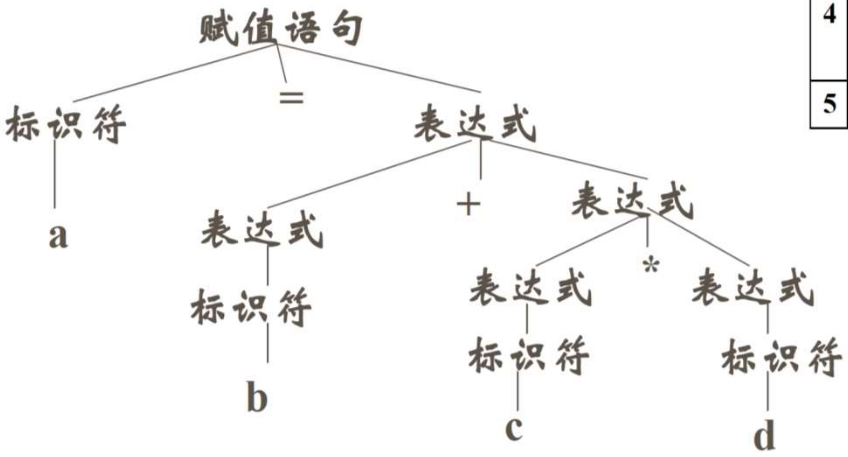
2.2 语言的定义

- $L(\Sigma)$是字符串，但不是Σ上任意的字符串，是满足某种**规则**的字符串 --- 如何定义规则?

语言$L(\Sigma)$就是其字母表（把字母表看作是由$|\Sigma|$个长度为1的字符串组成的语言）上闭包的子集

2.2 语言的定义

- **程序设计语言文法示例**



	单词类型	种别
1	关键字	program、if、else、then、…
2	标识符	变量名、数组名、记录名、过程名、…
3	常量	整型、浮点型、字符型、布尔型、…
4	运算符	算术（+ - * / ++ --） 关系（> < == != >= <=） 逻辑（& | ~）
5	界限符	; ( ) = { }…

2.2 语言的定义

- **文法(G, Grammar): 四元组G = (V_N,V_T, S, P)，其中**
  - V_N：一个非空有限的非终结符号集合，它的每个元素称为非终结符，一般用大写字母表示，它是可以被取代的符号；
  - V_T：一个非空有限的终结符号集合，它的每个元素称为终结符，一般用小写字母表示, 是一个语言不可再分的基本符号；
  - S：一个特殊的非终结符号，称为文法的开始符号或识别符号，$S \in V_N$。开始符号S必须至少在某个产生式的左部出现一次；
  - 设V是文法G的符号集，则有：$V = V_N \cup V_T$， $V_N \cap V_T = \emptyset$
  - P：产生式的有限集合。所谓的产生式，也称为产生规则或简称为规则，是按照一定格式书写的定义语法范畴的文法规则。

词法、语法都是这样定义的

2.2 语言的定义

- **文法规则的递归定义**
  - 非终结符的定义中包含了非终结符自身
  - 设Σ={0,1}; <整数>→<数字><整数>|<数字>; <数字>→0 | 1
- **使用递归定义时要谨慎，要有递归出口，否则可能永远产生不出句子**

2.2 语言的定义

- **自然语言文法示例**
  - 产生式

<句子>→<主语><谓语><宾语>
<主语>→<形容词><名词>
<谓语>→<动词>
<宾语>→<形容词><名词>
<形容词>→young | pop
<名词>→men | music
<动词>→like

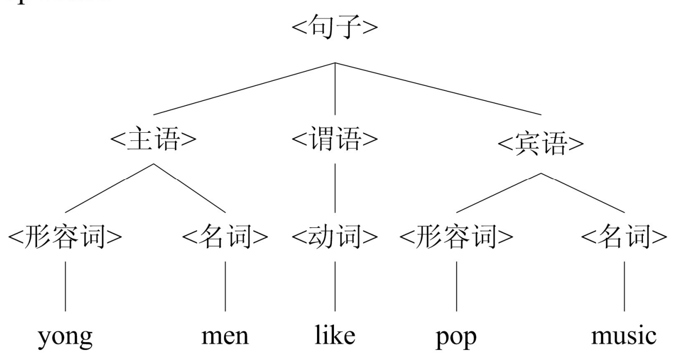
终结符

非终结符

<句子> → <主语><谓语><宾语>
→ <形容词><名词><谓语><宾语>
→ young<名词><谓语><宾语>
→ young men <谓语><宾语>
→ young men <动词><宾语>
→ young men like<宾语>
→ young men like <形容词><名词>
→ young men like pop<名词>
→ young men like pop music

最左推导

最右规约



还能推导出什么句子?

2.2 语言的定义

- **句型**
  - 从文法开始符号S开始，每步推导（包括0步推导）所得到的字符串α: $S \rightarrow \alpha$，其中$\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$
- **句子**
  - 仅含终结符的句型
- **语言**
  - 由S推导所得的句子的集合$L(G)=\{\alpha | S \rightarrow \alpha$，且$\alpha \in V_T^*\}$，G为文法

2.2 语言的定义

```
Chomsky hierarchy:

/------------------------------------------\
|                                          |
|     Recursively enumerable languages     |  Type 0
|                                          |
|   /----------------------------------\   |
|   |                                  |   |
|   |    Context-sensitive languages   |   |  Type 1
|   |                                  |   |
|   |   /--------------------------\   |   |
|   |   |                          |   |   |
|   |   |  Context-free languages  |   |   |  Type 2
|   |   |                          |   |   |
|   |   |   /------------------\   |   |   |
|   |   |   | Regular languages |  |   |   |  Type 3
|   |   |   \------------------/   |   |   |
|   |   \--------------------------/   |   |
|   \----------------------------------/   |
\------------------------------------------/
```

2.2 语言的定义

- **扩充的BNF表示**
  - () ——提因子: U → ax | ay | az 改写为U → a (x | y | z)
  - {} ——重复次数的指定: <标识符>→<字母>{<字母>|<数字>}$_0^5$
  - [] ——任选符号: <整数>→[+|-]<数字>{<数字>}

2.2 语言的定义

- **也可以用字符串定义语言**

例：设文法G_2＝({S},{a,b},P,S)，其中P为:

(0) $S \rightarrow aSb$

(1) $S \rightarrow ab$

等价于 $L(G_2)=\{a^n b^n | n>=1\}$

2.3 正则文法

2.3 正则文法

- **Chomsky 3型文法:正规（正则）文法**
  - P中产生式具有形式$A\to \alpha B$， $A\to \alpha$ (右线性)，或者$A\to B\alpha$， $A\to \alpha$(左线性)， 其中A，$B\in V_N$, $\alpha\in V_T^*$。
  - 也称为正规文法RG、线性文法：若所有产生式均是左线性，则称为左线性文法；若所有产生式均是右线性，则称为右线性文法。
  - 产生式要么均是右线性产生式，要么是左线性产生式，不能既有左线性产生式，又有右线性产生式。

A language to define lexical structure

Describes how to generate tokens of a particular type

2.3 正则文法

- **用字符串来定义语言**

设三型文法$G_1=(\{S\},\{a,b\}, S,P)$，其中P为:

(0) $S \to aS$

(1) $S \to a$

(2) $S \to b$　　$L(G_1) = \{a^i (a \mid b) \mid i >= 0\}$

- **正则表达式(regular expressions, RE)**
  - 定义正则语言(regular languages, RL)的标准工具
  - 其定义的集合叫做正则集合(regular set)
  - 是词法单元的规约
- **识别3型语言的自动机称为有限状态自动机(FA)。**

2.3 正则文法

- **首先定义正则表达式定义中的四种运算的作用**
  - 括号(r)：不改变r表示，主要是用于确定运算优先关系
  - 或运算 |：表示“或”关系
  - 连接运算 ·：表示连接，经常省略，如r·s也可表示为rs
  - *运算：r*表示对r所描述的文本进行0到若干次循环连接

2.3 正则文法

- **定义正则表达式**（∑ 为字母表）
  - 原子正则表达式(atomic regular expressions)
    - ε和∅ 是∑上的正则表达式，它们所表示的正则集分别为L(ε)={ε}， L(∅)={}.
    - 对任何a∈∑,a 是∑上的正则表达式，它所表示的正则集L(a)={a};
  - 归纳步骤：若r和s都是∑上的正则表达式，它们所表示的正则集分别为L(r)和L(s),则
    - (r)也是∑上的正则表达式，表示的正则集L((r))= L(r)
    - r|s也是∑上的正则表达式，表示的正则集L(r|s)= L(r) ∪ L(s)
    - r ·s也是∑上的正则表达式，表示的正则集L(r · s)= L(r)L(s)
    - r^*也是∑上的正则表达式，表示的正则集$L(r^*)= (L(r))^*$
    - 有限次使用上述3条规则构成的表达式称为∑上的正则表达式，表示的字符串集合称为∑上的正则集或正规集。

2.3 正则文法

- **实际应用中会扩充很多正则表达式的运算，如：**
  - r^+也是∑上的正则表达式，表示的正则集$L(r^+)= (L(r))^+$
  - 运算的优先级：* > 连接符 >|， (a)|((b)*(c)) 可写为 a|b*c

a regular expression == a set of strings (即，语言)

RE的作用和产生式等价

不 同 语 言 的 正 则 表 达 式 语 法 规 定
http://www.greenend.org.uk/rjk/tech/regexp.html

2.3 正则文法

- **正规式的例子，例1：Σ = {a, b}**
  - a | b, ab, a^*,b^*, ab*, a(a|b)* 也是Σ上的正则表达式
  - L(a|b) = {a, b}
  - L(ab) = {ab}
  - L(a^*) = {ε,a,aa,aaa,...}
  - L(b^*) = {ε, b, bb, bbb,...}
  - L(aa | ab | ba | bb) = {aa, ab, ba, bb}
  - L((a | b) (a | b)) = {aa, ab, ba, bb}
  - L((a | b)*) = 由a和b构成的所有串集
  - L(ab*) = {a,ab,abb,…}
  - L(a(a|b)*) = {a,aa,ab,aaa, aab,aba,abb,aaaa, aaab,…}

2.3 正则文法

- **例2：**
  - （ 00 | 11 | （(01 | 10) (00 | 11)* (01 | 10)））*
  - 句子：01001101000010000010111001

2.3 正则文法

- **例3：程序设计语言的单词Σ = ASCII,**
  - 整数：非空的数字序列 (0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9)(0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9)*= (0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9)$^+$

正则定义：给正则表达式起个名字,避免过长的RE定义

Digit = 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

Integer = Digit$^+$

2.3 正则文法

- 例4：程序设计语言的单词Σ = ASCII, 保留字：else , if, while, int, float, ...
    - ELSE ：e l s e
    - IF : if
    - WHILE : w h i l e
    - INT : i n t
    - FLOAT : f l o a t
    - ......
- Keywords = ELSE | IF | WHILE | INT | FLOAT | ......

2.3 正则文法

- **例5：程序设计语言的单词∑ = ASCII, 标识符：以字母开始的，由字母和数字构成的串 (a | b | … | z | A | B | …| Z)(a | b | …|z|A|B|…|Z|0|1|…|9)***
  - Letter = a | b | … | z | A | B | …| Z
  - Digit = 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
  - Identifier = Letter (Letter|Digit)*

    注：Letter (Letter|Digit)* 等价于 Letter Letter* | Letter Digit*

2.3 正则文法

- **例6：程序设计语言的单词Σ = ASCII, 运算符：+, - ,*,/**
  - ADD： +
  - SUB： -
  - MUL： *
  - DIV： /
  - Operator = ADD | SUB | MUL | DIV

2.3 正则文法

- 例7：程序设计语言的单词∑ = ASCII, 空白：空格，换行，Tab
  - ‘ ’
  - \n
  - \t
  - Whitespace = (‘ ’ | \n | \t)$^+$
  - Words = Integer | Keywords | Identifier | Operator | Whitespace

2.3 正则文法

- **正则表达式随处可见！电话号码、身份证号、学号、Email地址等。**
- **例9：Email地址的例子，**
  - xiaoyang2011@163.com 或xiaoyang2011@whu.edu.cn
  - Σ = {字母，数字，@, . }
  - Names = (Letter | Digit) $^+$
  - Address = Names@(Names)+Names

PS：在使用regular识别工具时，.需要转义。另外，可以有一些简化写法，例如使用^和$识别开头结尾

2.3 正则文法

- **正则表达式性质：Letter (Letter|Digit)* 等价于 Letter Letter* | Letter Digit***
  - 如果两个正则表达式r和s表示同样的语言，则称r和s等价，记作 r = s.
  - A | B = B | A　　　　　| 的可交换性
  - A | (B | C)=(A | B)| C　　　　　| 的可结合性
  - A (B C) =(A B)C　　　　　连接的可结合性
  - A (B | C) =A B | A C　　　　　连接的可分配性
  - (A | B) C =A C | B C　　　　　连接的可分配性
  - A^{**} =A^{*}　　　　　幂的等价性
  - A ε = ε A= A　　　　　ε是连接的恒等元素

2.3 正则文法

- 练习：设字母表Σ={0，1},试写正则表达式
  - 所有Σ上定义的串
    - (0|1)*
  - 表示二进制数
    - 特点：以0开头后面不接任何数，以1开头后面可接任何数
    - 0|1(0|1)*
  - 能被2整除的二进制数
    - 特点：以0结尾
    - 0|1(0|1)*0

2.3 正则文法

- 练习：为自然语言构造RE
  - All strings of lowercase letters that contain the five vowels in order.
    - S -> other* a (other|a)* e (other|e)* i (other|i)* o (other|o)* u (other|u)*
    - other -> [bcdfghjklmnpqrstvwxyz]

2.3 正则文法

- 练习：下列正则表达式定义了什么语言
  - a(a|b)*a
    - 由a, b组成的，并由a开头和结尾的字符串
  - ((ε|a)b*)*
    - (εb*|ab*)*→ (b*|ab*)* ： 空串或所有由a, b组成的字符串
  - (((ε|a)b)*)*
    - ((ε|a)b)* →(εb|ab)*→ (b|ab)*：b/ab b/ab b/ab …… b/ab
    - 空串 或 任意个b组成的字符串，两个b之间隔着0-1个a

2.3 正则文法

- **练习：**下列正则表达式定义了什么语言
  - b*(ab*ab*)*
    - 空串 或 由偶数个a和任意个b组成的字符串
  - c*a(a|c)*b(a|b|c)* | c*b(b|c)* a(a|b|c)*
    - 由a,b,c组成，至少包含一个a和一个b的串

2.3 正则文法

- **正则语言(regular language, RL)：可用一个正则表达式定义的语言叫做正则语言**
- **一般地，程序设计语言的单词是正则语言，可用RE定义。**
- **正则表达式局限性：RE 不能定义具有下列结构的语言**
  - 对称结构：
    - 例如 $A = \{a^n\ b\ a^n \mid n > 0\}$,
    - A不能用RE定义，因为 a^+ba^+ 不能保证b两侧a的个数相等

    $S \rightarrow aBa\ \ B \rightarrow aBa|b$

  - 嵌套结构：
    - 例如简单算术表达式的定义

    1) $n \in AE$ 2) $(AE) \in AE$ 3) $AE+AE \in AE$

    FA的无辅助栈，用来存储状态

    $AE \rightarrow AE+AE$， $AE \rightarrow (AE)$， $AE \rightarrow n$

2.3 正则文法

- **正则表达式和正则文法等价，可以互相转化**

设文法G_1＝({S},{a,b}, S,P)，其中P为:

(0) $S \rightarrow aS$

(1) $S \rightarrow a$

(2) $S \rightarrow b$ $\quad L(G_1) = \{a^i (a \mid b) \mid i >= 0\}$

- 所以，上述例子中RE对应的产生式都是什么?

2.3 正则文法

- **词法分析：使用RE/RL**

当前语言对词法的规定

词素
e.g. valu#e

Comply with

RE
e.g. id的RE为letter(letter|digit)*

valu#e = initial + rate * 60

RE <==> 正规文法（三型）L(RE)表示

正规文法的能力足以描述词法规定

作业

- 教材P78：3.3.2， 3.3.5 (1, 2, 3, 6, 8, 9)

2.4 有限状态自动机

2.4 有限状态自动机

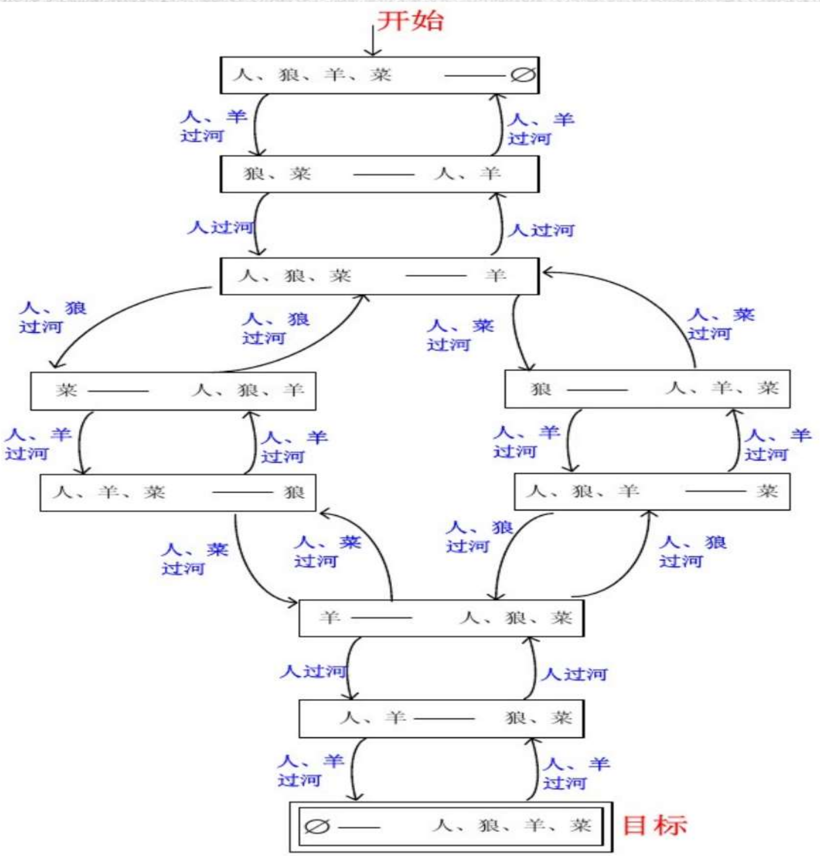
- **正则表达式 – specification(便于书写理解)；有限自动机 – Implementation(便于计算机执行)**
  - 有限自动机是描述有限状态系统的数学模型。
- **有限状态系统:**
  - 状态：是将事物区分开的一种标识.
  - 具有离散状态的系统：如数字电路(0,1);电灯开关(on,off);十字路口的红绿灯；其状态数是有限的。
  - 具有连续状态的系统：水库的水位、室内的温度等可以连续发生变化;可以有无穷个状态.
  - 有限状态系统是离散状态系统。
- **在很多领域，如网络协议分析、形式验证、代码安全、排版系统等有重要应用。**

2.4 有限状态自动机

- **有限自动机的例子-经典的过河问题**
  - 一个人带着一头狼，一头羊，以及一棵白菜处于河的左岸。人和他的伴随品都希望渡到河的右岸。有一条小船，每摆渡一次，只能携带人和其余三者之一。如果单独留下狼和羊，狼会吃羊；如果单独留下羊和白菜，羊会吃菜。怎样才能渡河，而羊和白菜不会被吃掉呢?

2.4 有限状态自动机

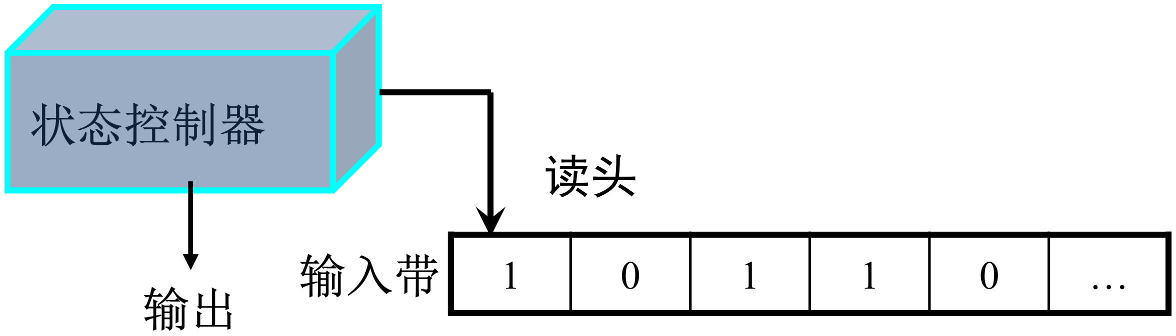
■ 过河问题



- 从这个图中找出从初始状态到目标状态的一条有向路，就是这个问题的一个解。

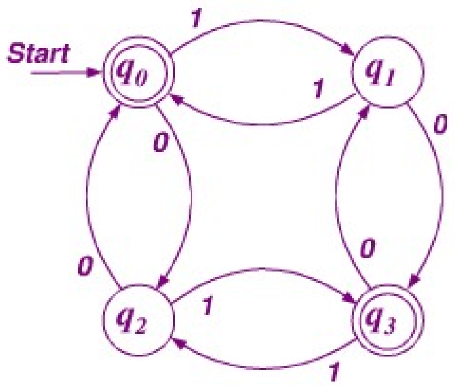
2.4 有限状态自动机

- **有限自动机FA可以理解成状态控制器**
  - FA有有限个状态，其中有初始状态，终止状态
  - 起始：处于初始状态，读头位于输入带开头
  - 中间：从左到右依次读取字符，发生状态迁移
  - 结束：读头到达输入带末尾，状态到达终态



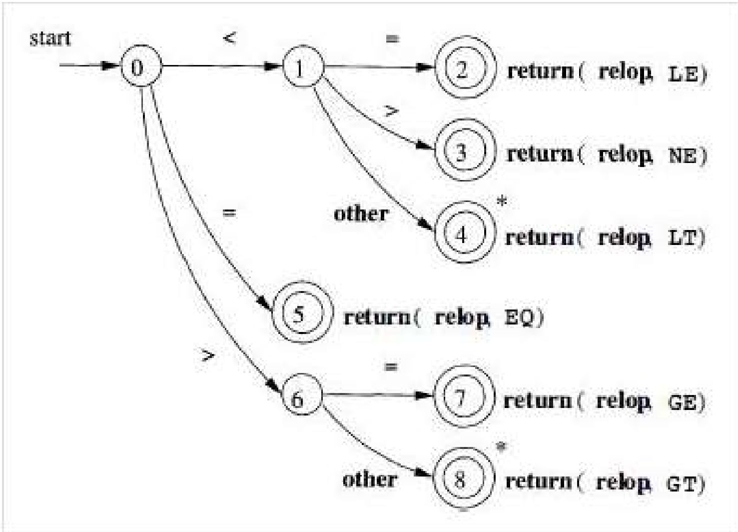
2.4 有限状态自动机

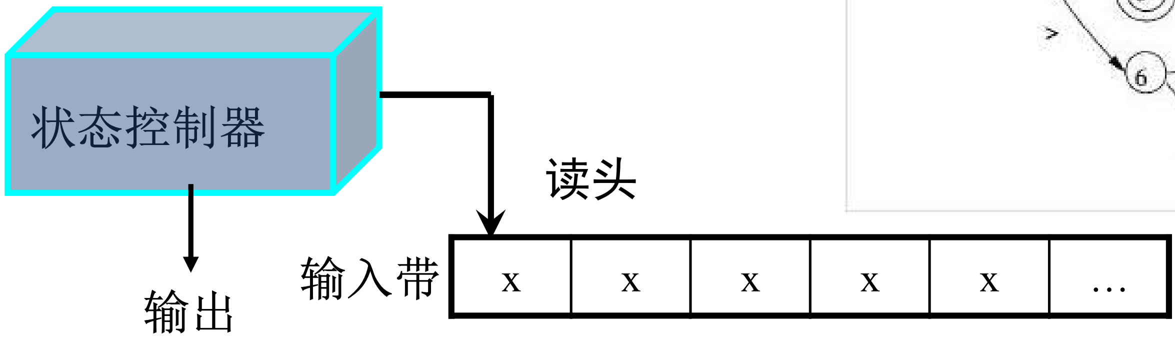
- **有限自动机的五要素**
  - 有限状态集 SS --- 结点
  - 有限输入符号集 Σ
  - 转移函数 δ (s,a) = t
  - 一个开始状态s0
  - 一个终止状态集 TS
  - 输入：字符串
  - 输出：若输入字符串结束，且到达终止状态，则接受，否则拒绝
- **例如：“101” 输出拒绝，“1010”输出接受。**



2.4 有限状态自动机

- 词法分析器在扫描输入串过程中，寻找和某个模式匹配的次数，转换图中每个状态代表一个可能在这个过程中出现的情况
  - relop-> < | > | <= | >= | == | <>
  - 有穷自动机是识别器，
    只能对每个可能的输入串回答：
    是 或 否





2.5 确定有限自动机

2.5 确定的有限状态自动机

- **确定有限自动机DFA是一个五元组 M =(SS,Σ,δ,S_0,TS)，**
  - SS： 有限的状态集合 {S_0，S_1，S_2，…}
  - Σ： 有限的输入字符表
  - δ： 状态转换函数，$SS \times \Sigma \rightarrow SS \cup \{\perp\}$

    δ是单值映射函数;
  - S_0： 初始状态， $S_0 \in SS$
  - TS： 终止状态集，$TS \subseteq SS$

2.5 确定的有限状态自动机

- 例1：DFA M=({0,1,2,3,4},{a,b},δ,{0},{3})，其中δ为：

$\delta(0, a) = 1 \quad \delta(0, b) = 4$

$\delta(1, a) = 4 \quad \delta(1, b) = 2$

$\delta(2, a) = 3 \quad \delta(2, b) = 4$

$\delta(3, a) = 3 \quad \delta(3, b) = 3$

$\delta(4, a) = 4 \quad \delta(4, b) = 4$

2.5 确定的有限状态自动机

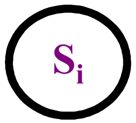
- **DFA的两种表示方式**
  - 状态转换图：用有向图表示自动机，比较直观，易于理解；
  - 状态转换矩阵：用二维数组描述自动机，易于程序的自动实现；

2.5 确定的有限状态自动机

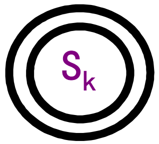
- 状态转换图：用有向图表示自动机

结点：表示状态：

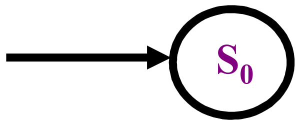
非终止状态：



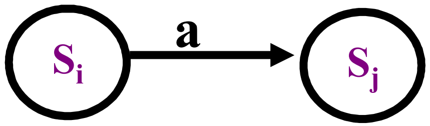
终止状态：



开始状态：



边：表示状态转换函数： $f(S_i,a)=S_j$



2.5 确定的有限状态自动机

- DFA M=($\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$, {a,b}, f, S_0, $\{S_3\}$), 其中 f 定义为:

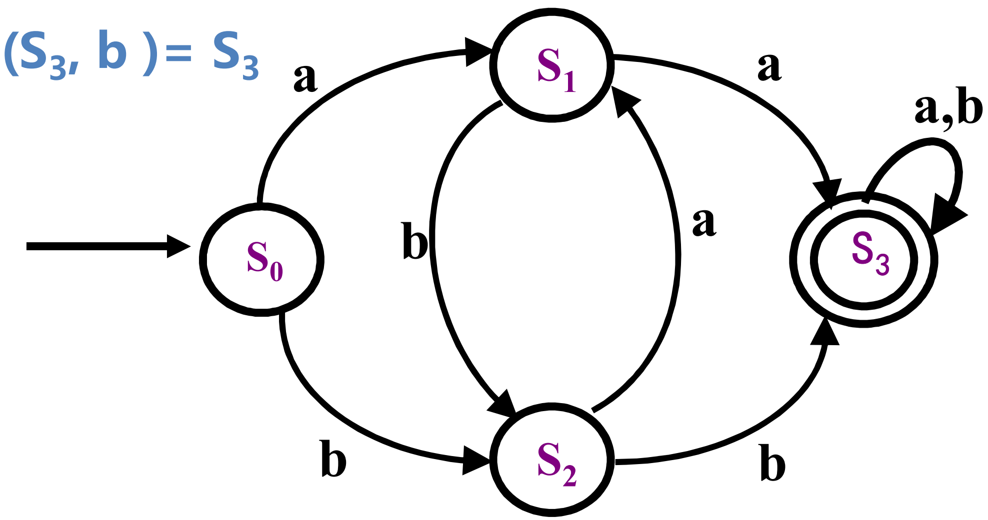
  f (S_0, a)=S_1　　f (S_2, a)=S_1

  f (S_0, b)=S_2　　f (S_2, b)= S_3

  f (S_1, a)= S_3　　f (S_3, a)= S_3

  f (S_1, b)= S_2　　f (S_3, b)= S_3

状态转换图



2.5 确定的有限状态自动机

- **状态转换矩阵：用二维数组描述DFA**
  - 行：表示所有的状态;
    - 初始状态：一般约定，第一行表示开始状态，或在右上角标注“+”；
    - 终止状态：右上角标有“*”或“-”；
  - 列：表示Σ上的所有输入字符;
  - 矩阵元素：表示状态转换函数

2.5 确定的有限状态自动机

状态 \ Σ	a	b
S_0^+	S_1	S_2
S_1	S_3	S_2
S_2	S_1	S_3
S_3^-	S_3	S_3

转换表的优点是能够很容易地确定和一个给定状态和一个输入符号相对应的转换。
缺点是如果输入字母表很大，且大多数状态在大多数输入字符上没有转换的时候，转换表要占用大量空间。

2.5 确定的有限状态自动机

DFA：转换图 v.s. 转换矩阵

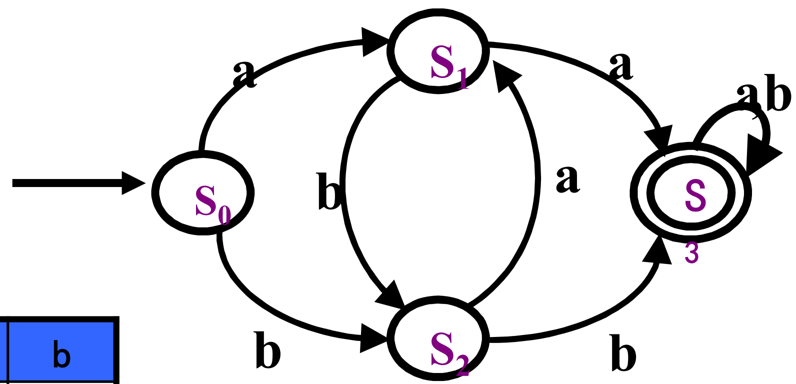
DFA M=({S_0, S_1, S_2, S_3}, {a,b}, f, S_0, {S_3}), 其中 f 定义为:

$f(S_0, a) = S_1$， $f(S_2, a) = S_1$

$f(S_0, b) = S_2$， $f(S_2, b) = S_3$

$f(S_1, a) = S_3$， $f(S_3, a) = S_3$

$f(S_1, b) = S_2$， $f(S_3, b) = S_3$



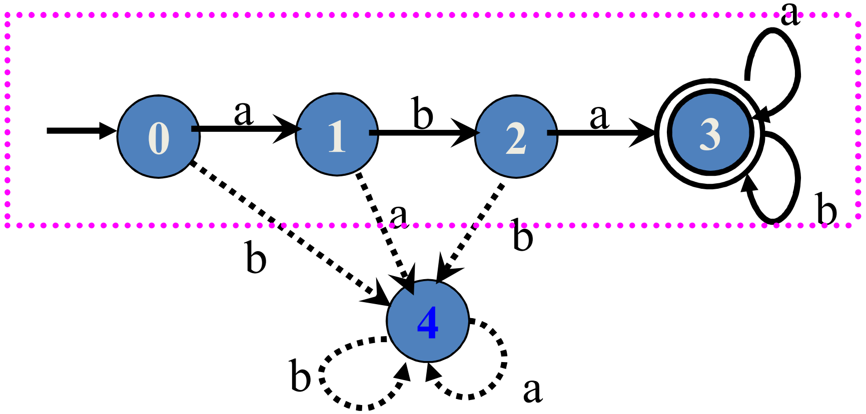
	a	b
0^+	1	2
1	3	2
2	1	3
3^-	3	3

2.5 确定的有限状态自动机

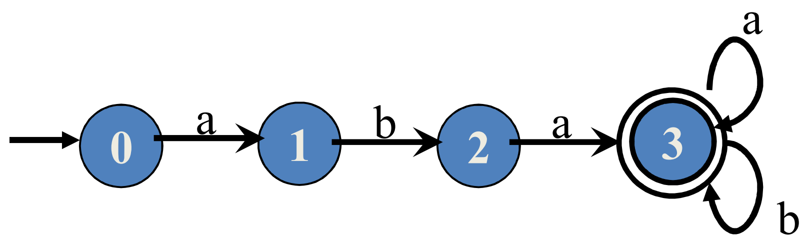
- 例：DFA M=({0,1,2,3,4},{a,b}, δ,{0},{3})
- 其中δ为：

δ(0, a) = 1　　δ (0, b) = 4
δ (1, a) = 4　　δ (1, b) = 2
δ (2, a) = 3　　δ (2, b) = 4
δ(3, a) = 3　　δ (3, b) = 3
δ (4, a) = 4　　δ (4, b) = 4

	a	b
0+	1	4
1	4	2
2	3	4
3⁻	3	3
4	4	4



2.5 确定的有限状态自动机



	a	b
0+	1	⊥
1	⊥	2
2	3	⊥
3^-	3	3

⟷

	a	b
0+	1	
1		2
2	3	
3^-	3	3

2.5 确定的有限状态自动机

- **DFA例2**

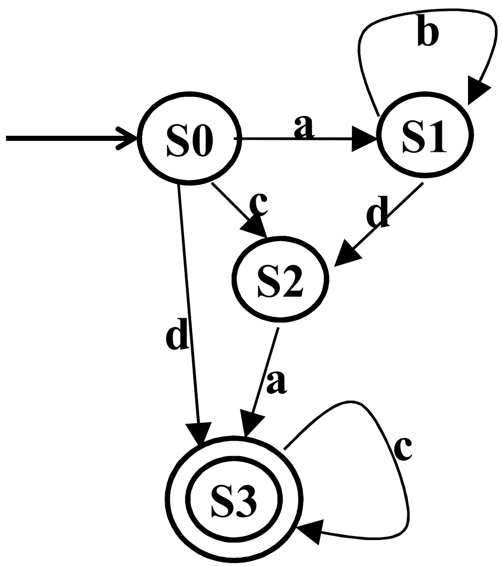
∑: {a, b, c, d}

SS: {S0, S1, S2, S3}

开始状态: S0

终止状态集: {S3}

f: {(S0,a)→ S1, (S0,c)→S2,
(S0,d)→S3, (S1,b)→S1,
(S1,d)→S2, (S2,a)→S3,
(S3, c)→S3}



2.5 确定的有限状态自动机

DFA的确定性

- 形式定义
  - 初始状态唯一：S0
  - 转换函数是单值函数，即对任一状态和输入符号，唯一地确定了下一个状态
  - 没有输入为ε空边，即不接受没有任何输入就进行状态转换的情况。
- 转换表上的体现
  - 初始状态唯一：第一行
  - 表元素唯一
- 转换图上的体现
  - 初始状态唯一:
  - 每个状态最多发出n条边，n是字母表中字母的个数，且发出的任意两条边上标的字母都不同

2.5 确定的有限状态自动机

DFA接受的字符串

- 如果M是一个DFA, $a_1 a_2 \ldots a_n$是一个字符串，如果存在一个状态序列 (S_0, S_1, … ,S_n),满足

$$S_0 \xrightarrow{a1} S_1 \;, S_1 \xrightarrow{a2} S_2 \;, \ldots\ldots, \; S_{n-1} \xrightarrow{an} S_n$$

其中 S_0 是开始状态，S_n 是接受状态之一，则串$a_1 a_2 \ldots a_n$ 被DFA M接受.

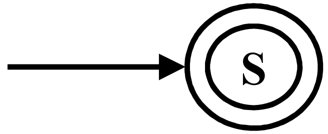
DFA定义的串的集合(DFA接受的语言)

- DFA M接受的所有串的集合，称为M定义的语言，记为 *L(M)*

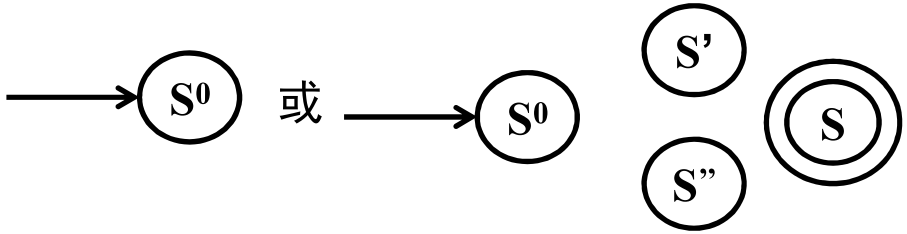
2.5 确定的有限状态自动机

DFA接受的语言

- 若DFA *M*只有一个状态，既是开始状态又是终止状态，则DFA *M*定义的串集是$L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$



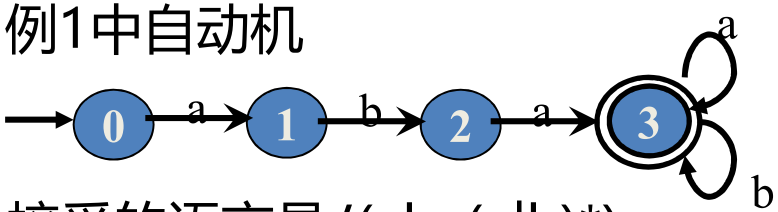
- 若DFA M只有一个状态，并且是开始状态或DFA M有若干个状态，但开始状态到终止状态之间没有通路，则DFA M定义的串集是空集Φ



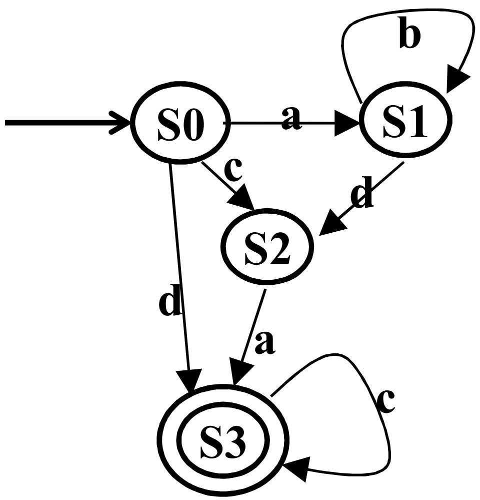
2.5 确定的有限状态自动机

■ DFA接受的语言

- 例1中自动机



接受的语言是*L*(aba(a|b)*)

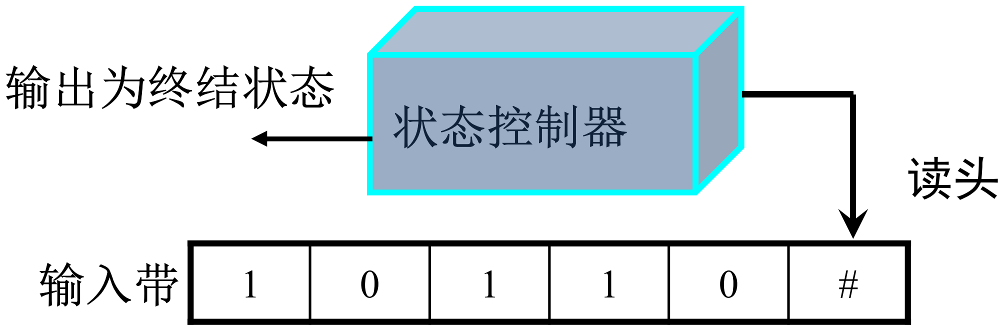


- 例2中自动机

接受的语言是*L*((ab*da | ca | d)c*)

2.5 确定的有限状态自动机

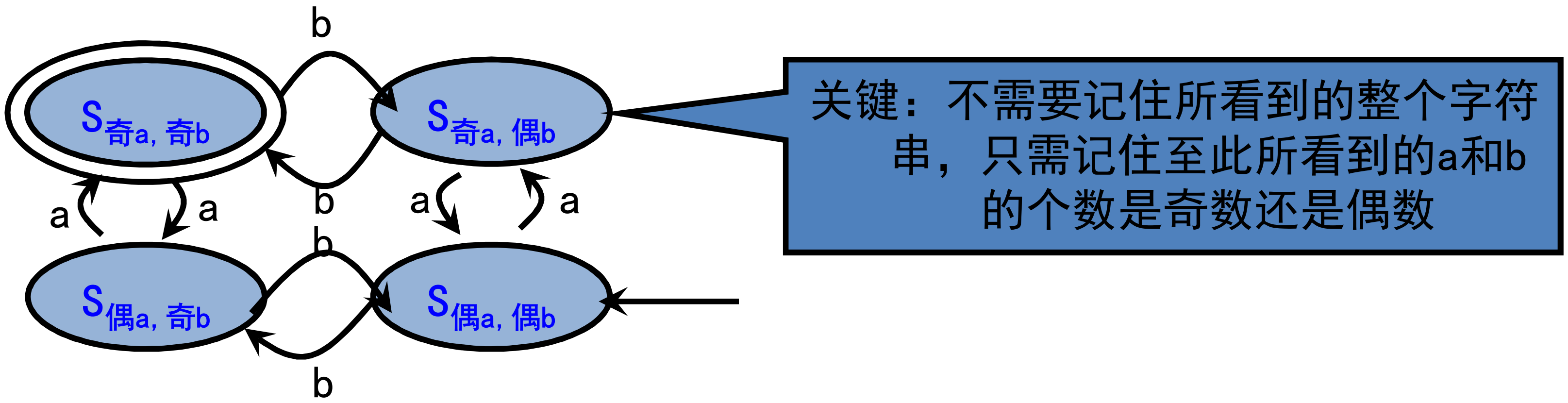
DFA接受的语言



FA 和 RE 的关系？？

2.5 确定的有限状态自动机

- **自动机的设计**
  - 自动机的设计是一个创造过程，没有固定的算法和过程（语法设计也如此）
  - 例1：∑ = {a,b},构造自动机识别由所有奇数个a和奇数个b组成的字符串。



2.5 确定的有限状态自动机

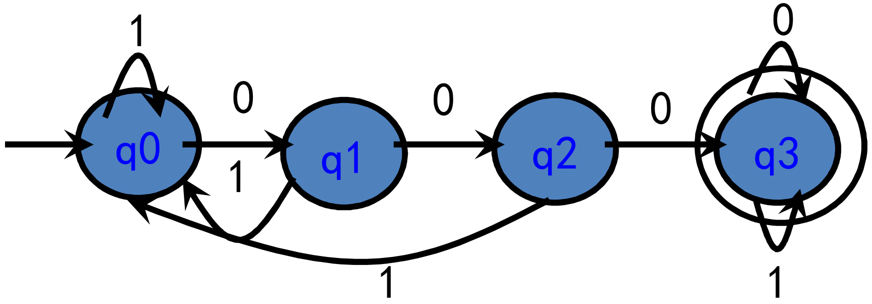
■ 自动机的设计

- 例2：设计有限自动机M，识别{0,1}上的语言

  L = {x000y| x,y∈{0|1}*}　　课后思考：what if L = {x000x| x∈{0|1}*}???

分析：该语言的特点是每个串都包含连续3个0的子串。

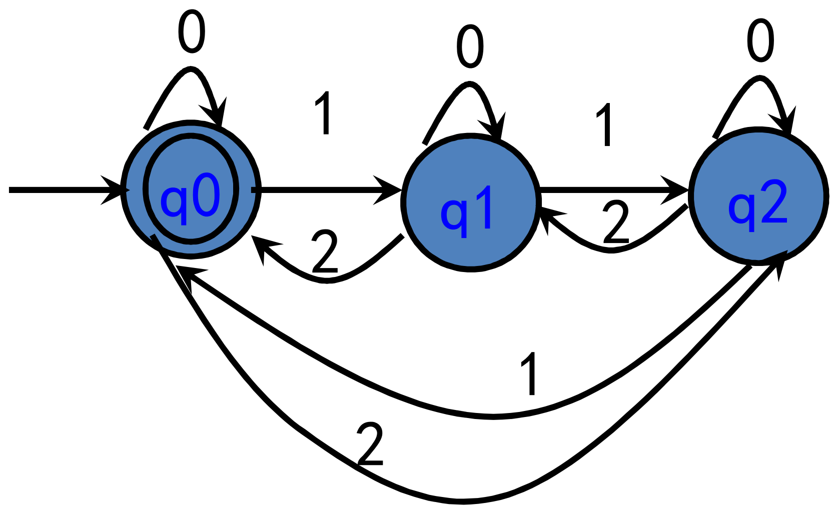
自动机的任务就是识别/检查 000 的子串。



2.5 确定的有限状态自动机

自动机的设计

- 例3：设计有限自动机M，识别{0,1,2}上的语言，每个字符串代表的十进制数字能整除3。分析: (1) 一个十进制数除以3，余数只能是0,1,2； (2) 被3整除的十进制数的特点：十进制数的所有位数字的和能整除3。



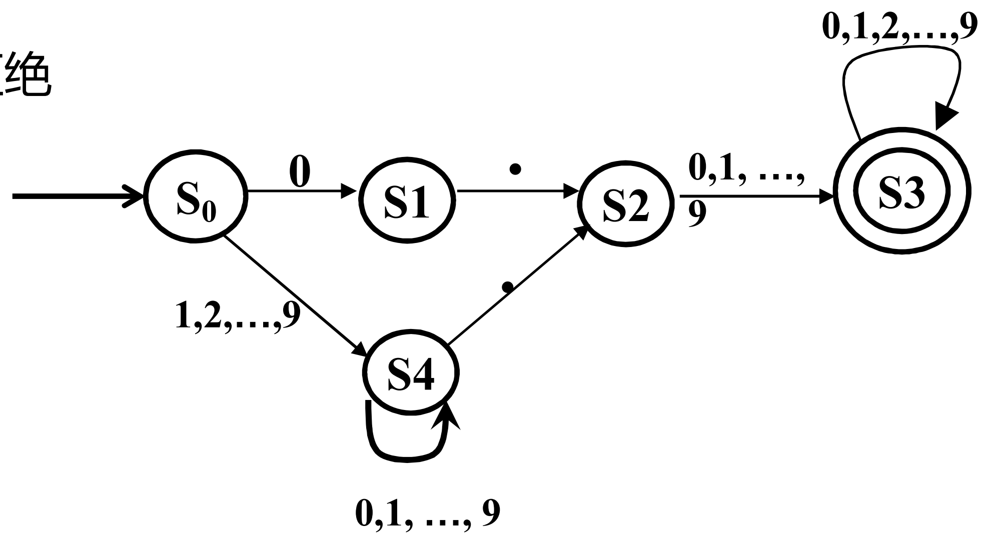
2.5 确定的有限状态自动机

自动机的设计

- 例4：使用DFA定义程序设计语言的无符号实数

0.12, 34.15 接受

00.12, 00., ., 33. 拒绝



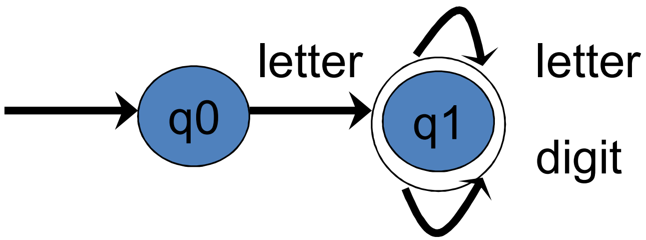
2.5 确定的有限状态自动机

■ 自动机的设计

- 例5：使用DFA定义程序设计语言的标识符

x, Xy, x123, xYz 接受

23x, 12_x， _x 拒绝

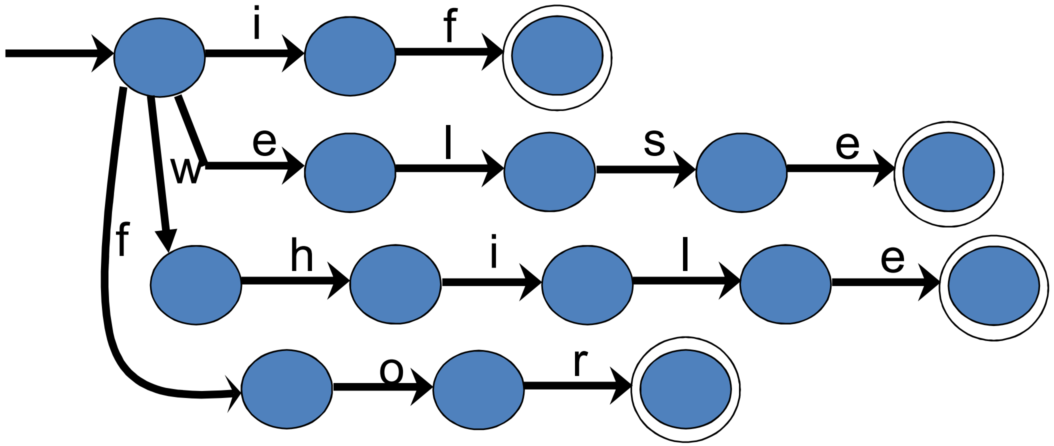


2.5 确定的有限状态自动机

■ 自动机的设计

- 例6：使用DFA定义程序设计语言的保留字

{if, else, while, for}



2.5 确定的有限状态自动机

- **DFA的实现**
  - 目的
    - 给定一个DFA M定义了一个串集
    - 编写一个程序，检查给定的串是否被DFA M所识别或接受
  - 两种途径
    - 基于转换表
    - 基于转换图

2.5 确定的有限状态自动机

- **基于转换表的DFA实现 主要思想**
  - 输入：一个字符串α,以'#'结尾.
  - 输出： 如果接受则输出*true* 否则输出 *false*
  - 数据结构：
    - 转换表 (二维数组 *T*)
  - 两个变量
    - *State*: 记录当前状态;
    - *CurrentChar*: 记录串α中当前正在被读的字符;

2.5 确定的有限状态自动机

■ 算法主要思想

```
1. State = InitState;
2. Read(CurrentChar);
3. while T(State, CurrentChar) <> error && CurrentChar <>  '#'
   do
    begin  State = T(State, CurrentChar);
           Read(CurrentChar);
    end;
4. if CurrentChar =  '#'  && State∈ FinalStates， return true;
   otherwise, return false.
```

2.5 确定的有限状态自动机

	a	b	c	d
S0+	S1	⊥	S2	S3
S1	⊥	S1	⊥	S2
S2	S3	⊥	⊥	⊥
S3-	⊥	⊥	S3	⊥

- S0 $\rightarrow_{(c)}$ S2 $\rightarrow_{(a)}$ S3 $\rightarrow_{(b)}$ ⊥

1）cab 接受 or 拒绝？

拒绝

- S0 $\rightarrow_{(a)}$ S1 $\rightarrow_{(b)}$ S1 $\rightarrow_{(d)}$ S2 $\rightarrow_{(a)}$ S3 $\rightarrow_{(c)}$ S3 $\rightarrow_{(c)}$ S3

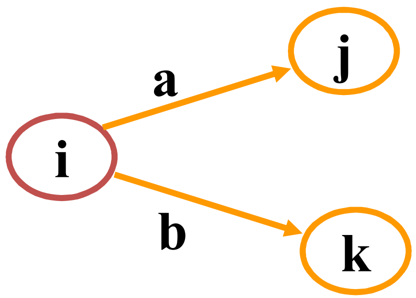
2）abdacc 接受 or 拒绝？

接受

2.5 确定的有限状态自动机

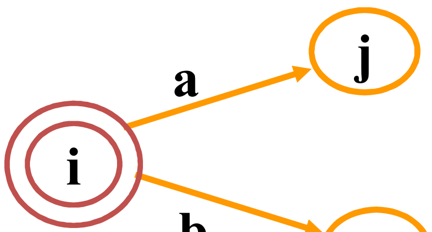
基于转换图的DFA实现

- 每个状态对应一个带标号的*case* 语句
- 每条边对应一个 *goto* 语句
- 对于每个终止状态，增加一个分支，如果当前字符是字符串的结束符#，则接受;




```
Li: case CurrentChar of
        a      :  goto Lj
        b      :  goto Lk
        other  :  Error( )
```

2.5 确定的有限状态自动机



Li: case CurrentChar of

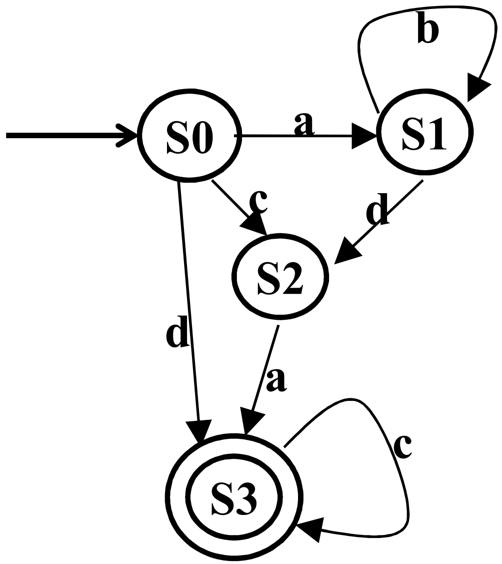
a : goto Lj

b : goto Lk

\# : return true;

other : return false;

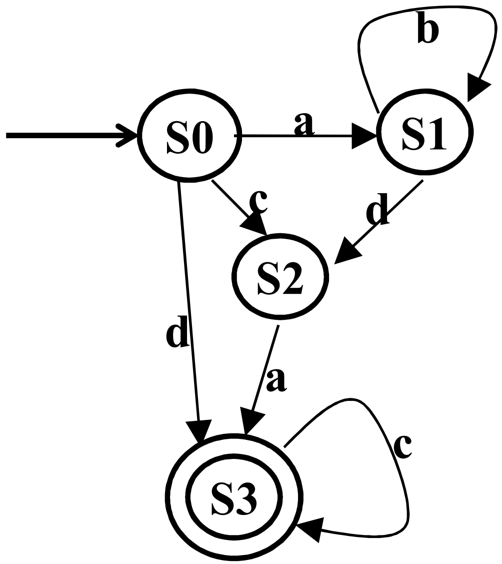
2.5 确定的有限状态自动机



LS0: Read(*CurrentChar);*
switch (CurrentChar) {
case a : goto LS1;
case c : goto LS2:
case d : goto LS3;
other : return false; }

LS1: Read(*CurrentChar);*
switch (CurrentChar) {
case b : goto LS1;
case d : goto LS2:
other : return false; }

2.5 确定的有限状态自动机




```
LS2: Read(CurrentChar);
       switch (CurrentChar) {
         case  a : goto LS3;
           other : return false;   }

LS3: Read(CurrentChar);
       switch (CurrentChar) {
             case  c : goto LS3:
           case  # : return true;
             other : return false;   }
```

2.5 确定的有限状态自动机

- **比较**
  - 转换表方式:
    - 是通用的算法，不同的语言，只需改变输入的转换表，识别程序不需改变
  - 转换图方式:
    - 不需要存储转换表(通常转换表是很大的)，但当语言改变即自动机的结构改变时，整个识别程序都需要改变。

2.6 非确定有限自动机

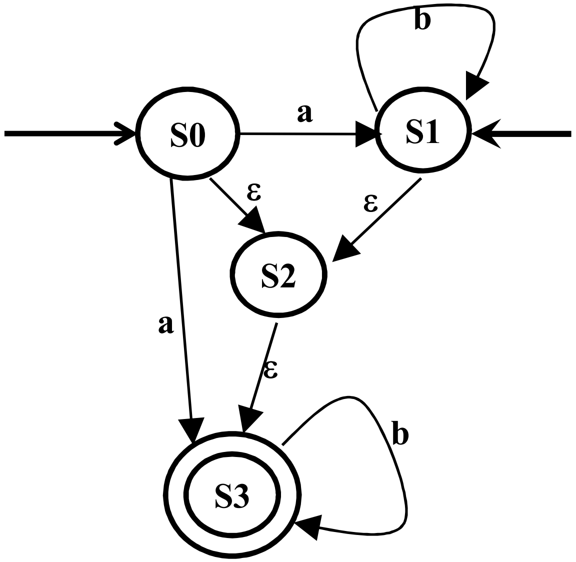
2.6 非确定的有限状态自动机

- **确定有限自动机DFA是五元组(SS,∑,δ,s0,TS)**
  - 确定性体现：初始状态唯一、转换函数是单值函数
- **非确定有限自动机NFA也是五元组(SS,∑,δ,S0,TS)**
  SS={S0,S1,…Sn}是状态集
  - ∑是字母表
  - S0 $\subseteq$ SS是初始状态集,不能为空
  - δ是转换函数，但不要求是单值的
  - δ : SS × (∑ ∪ ε)→ SS幂集 （状态的集合）
  - TS $\subseteq$ SS是终止状态集

2.6 非确定的有限状态自动机

- **Σ = {a, b}，SS: {S0, S1, S2, S3}**
  - 初始状态集: {S0 , S1}
  - 终止状态集: {S3}
  - δ : {(S0,a)$\rightarrow$ {S1, S3},(S0,ε)$\rightarrow$ {S2},
    (S1,b)$\rightarrow${S1}, (S1, ε)$\rightarrow${S2},
    (S2, ε)$\rightarrow${S3},
    (S3, b)$\rightarrow${S3}}
- **NFA也可以用状态转换图或状态转换矩阵表示**

2.6 非确定的有限状态自动机



	a	b	ε
$S0^{+}$	{S1,S3}		{S2}
$S1^{+}$		{S1}	{S2}
S2			{S3}
$S3^{-}$		{S3}	

状态集合

2.6 非确定的有限状态自动机

NFA接受的字符串

- 如果M是一个NFA, ***a_1 a_2... an*** 是一个字符串，如果存在一个状态序列(S0, S1 , … ,Sn),满足

  $S0 \xrightarrow{a1} S1$, $S1 \xrightarrow{a2} S2$, …… , $Sn\text{-}1 \xrightarrow{an} Sn$

  其中 S0 是开始状态之一，Sn 是接受状态之一，则串a_1 a_2... an 被NFA M接受.

转换路径中的ε将被忽略，因为空串不会影响构建得到的字符串
NFA所能接受的串与DFA是相同的，但NFA实现起来很困难

NFA定义的串的集合(NFA接受的语言)

- NFA M接受的所有串的集合，称为M定义的语言，记为 ***L(M)***

作 业

- 教材P86：3.4.1，3.4.2 (1, 2, 3, 6, 8, 9)
- 教材P96：3.6.3，3.6.4

2.7 NFA v.s. DFA

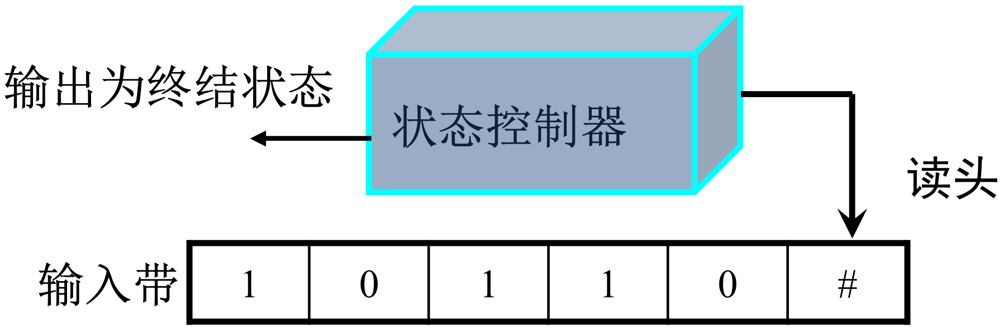
2.7 NFA v.s. DFA

	DFA	NFA
初始状态	一个初始状态	初始状态集合
ε边	不允许	允许
δ(S, a)	S' or ⊥	{S1, …, Sn} or ⊥
实现	容易	有不确定性

- 对于确定的输入串，DFA只有一条路径接受它
- NFA则可能需要在多条路径中进行选择！

2.7 NFA v.s. DFA

- **DFA/NFA接受的字符串(可以等价)：**



ε意味着读头不动，但是状态依旧发生转换

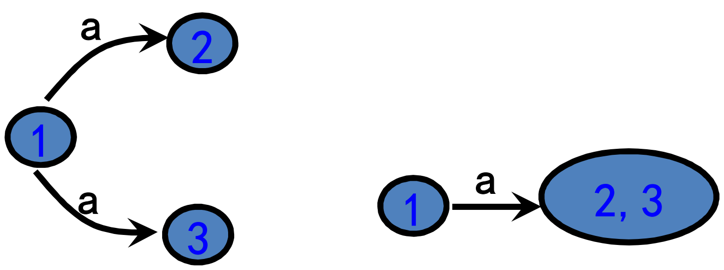
2.7 NFA v.s. DFA

- **由NFA模拟RE，还是由DFA模拟RE?**
  - 延伸阅读：由NFA模拟---Section 3.7.2&3.7.3(教材P99)
  - 思考：Pros and cons：how about the efficiency?
- **Solution: NFA和DFA都模拟RE，NFA可转换成DFA。**

2.7 NFA v.s. DFA

- 由NFA构造DFA
  - 对任意NFA, 都存在一个DFA与之等价, 转换的思想-消除不确定性
  - 合并初始状态集成一个状态
  - 消除ε边

  - 消除多重定义的边。



2.7 NFA v.s. DFA

由NFA构造DFA (子集法) --- 基本思路

- 输入：一个NFA $N = \{\Sigma, SS, SS^0, \delta, TS\}$
- 输出：一个接受同样语言的DFA $D = \{\Sigma, SS', S^0, \delta', TS'\}$
- 方法：为D构造一个转换表Dtran，D的每个状态是一个NFA状态集合，构造Dtran使得D可以模拟N在遇到一个给定输入串时可能执行的所有动作

2.7 NFA v.s. DFA

- **由NFA构造DFA (子集法)**
  - 一些基本操作

OPERATION	DESCRIPTION
ϵ-$closure(s)$	Set of NFA states reachable from NFA state s on ϵ-transitions alone.
ϵ-$closure(T)$	Set of NFA states reachable from some NFA state s in set T on ϵ-transitions alone; $= \cup_{s \text{ in } T}\ \epsilon\text{-}closure(s)$.
$move(T, a)$	Set of NFA states to which there is a transition on input symbol a from some state s in T.

  - 核心思想：找出当N读入某个输入串之后可能位于的所有状态集合

2.7 NFA v.s. DFA

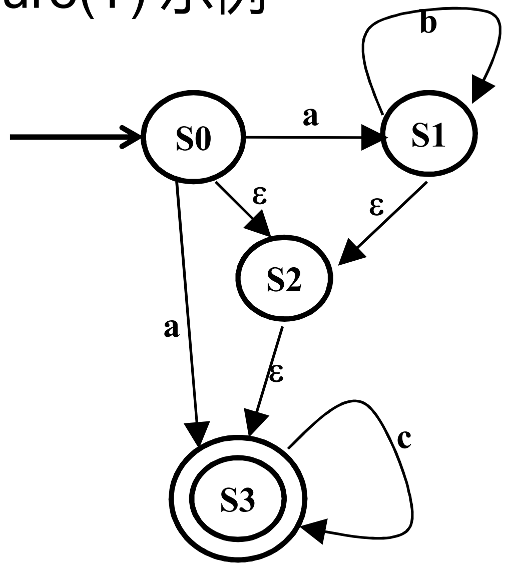
- **由NFA构造DFA (子集法)**
  - ε-closure(T): 对于给定的 NFA *A*, 和它的一个状态集合 T, T的空闭包计算如下：

第一步：令ε-closure(*T*) = *T*;
第二步：如果在状态集 *T*中存在状态*s*,
*s*到状态*s*′ 存在一条ε 边,
并且*s*′ ∉ε-closure(*T*),
则将*s*′ 加入 *T*的空闭包ε-closure(*T*);
重复第二步,直到再没有状态可加入ε-closure(*T*) .

```
push all states of T onto stack;
initialize ε-closure(T) to T;
while ( stack is not empty ) {
        pop t, the top element, off stack;
        for ( each state u with an edge from t to u labeled ε )
                if ( u is not in ε-closure(T) ) {
                        add u to ε-closure(T);
                        push u onto stack;
                }
}
```

2.7 NFA v.s. DFA

- **由NFA构造DFA (子集法)**
  - ε-closure(T) 示例



ε-closure({S0, S1}) =

{S0, S1 }

{S0, S1, S2}

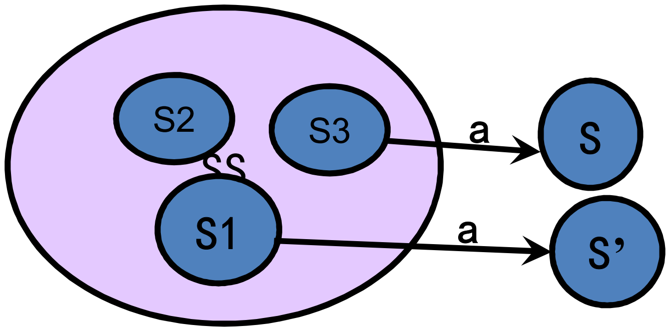
{S0, S1, S2}

{S0, S1, S2,S3}

2.7 NFA v.s. DFA

由NFA构造DFA (子集法)

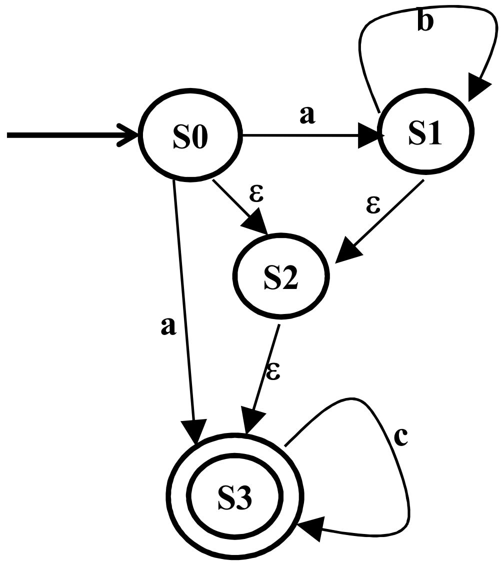
- Move(T, a)：对于NFA *N*中的给定状态集合T和符号 *a*, Move(T, a) = {s | 对于状态集T中的一个状态s1, 如果A中存在一条从s1到s的a转换边}



Move ({S1,S2,S3},a) = {S, S’}

2.7 NFA v.s. DFA

- **由NFA构造DFA (子集法)**
  - Move(T, a) 示例



Move({S0, S1}, a) = {S1, S3}

Move({S0, S1}, b) = {S1}

2.7 NFA v.s. DFA

■ 由NFA构造DFA (子集法)

- 构造Dtran

我们需要找出当N读入了某个输入串之后可能位于的所有状态集合。

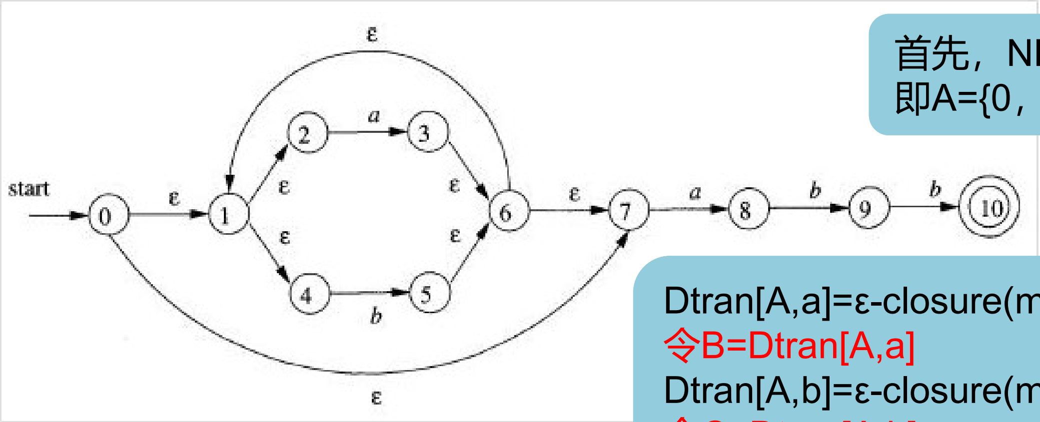
```
initially, ε-closure(s0) is the only state in Dstates, and it is unmarked;
while ( there is an unmarked state T in Dstates ) {
        mark T;
        for ( each input symbol a ) {
                U = ε-closure(move(T, a));
                if ( U is not in Dstates )
                        add U as an unmarked state to Dstates;
                Dtran[T, a] = U;
        }
}
```

首先，在读入第一个输入符号之前，N可以位于集合ε-closure(s0)中的任何状态上，其中s0是N的开始状态。下面进行归纳定义，

假定N在读入输入串x之后可以位于集合T中的状态上。如果下一个输入符号是a，那么N可以立即移动到move(T,a)中的任何状态。然而，N可以在读入a后再执行几个ε转换，因此N在读入a之后可位于ε-closure(move(T,a))中的任何状态上。

2.7 NFA v.s. DFA

■ **由NFA构造DFA (子集法)例1：r=(a|b)*abb的NFA to DFA**



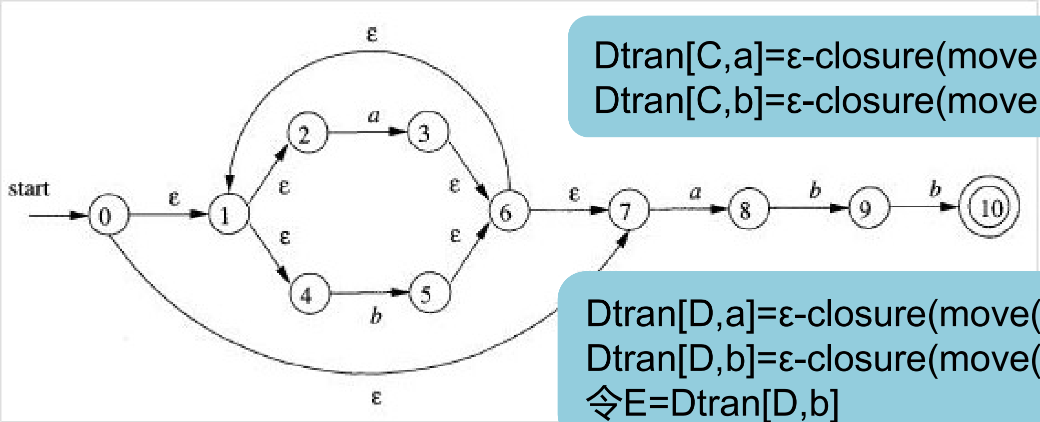
首先，NFA的开始状态A是ε-closure(0)，
即A={0，1，2，4，7}，NFA的输入字母表是{a,b}

Dtran[A,a]=ε-closure(move(A,a))=ε-closure({3,8})={1,2,3,4,6,7,8},
令B=Dtran[A,a]
Dtran[A,b]=ε-closure(move(A,b))=ε-closure({5})={1,2,4,5,6,7},
令C=Dtran[A,b]

Dtran[B,a]=ε-closure(move(B,a))=ε-closure({3,8})={1,2,3,4,6,7,8}=B
Dtran[B,b]=ε-closure(move(B,b))=ε-closure({5,9})={1,2,4,5,6,7,9},
令D=Dtran[B,b]

2.7 NFA v.s. DFA

■ 由NFA构造DFA (子集法) 例1：r=(a|b)*abb的NFA to DFA



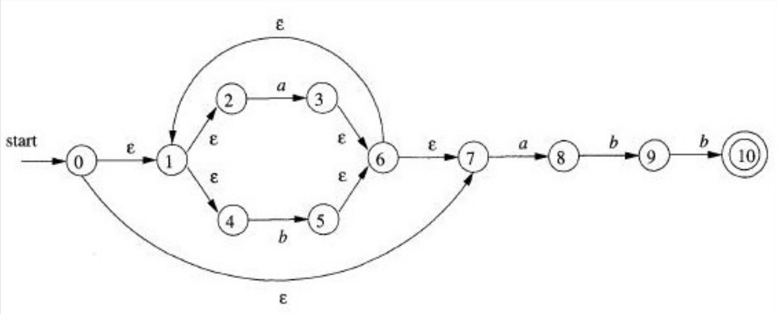
Dtran[C,a]=ε-closure(move(C,a))=ε-closure({3,8})={1,2,3,4,6,7,8}=B
Dtran[C,b]=ε-closure(move(C,b))=ε-closure({5})={1,2,4,5,6,7}=C

Dtran[D,a]=ε-closure(move(D,a))=ε-closure({3,8})={1,2,3,4,6,7,8}=B
Dtran[D,b]=ε-closure(move(D,b))=ε-closure({5,10})={1,2,4,5,6,7,10},
令E=Dtran[D,b]

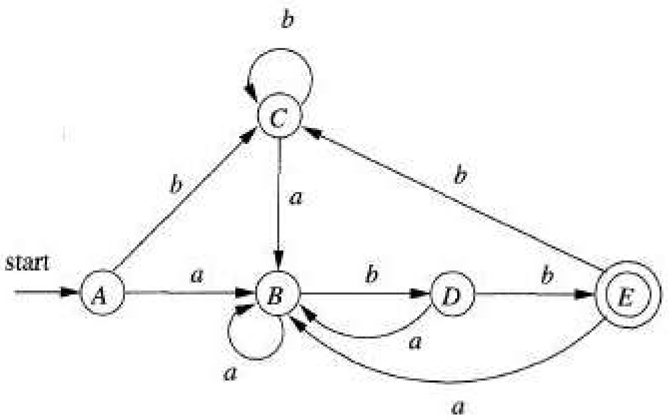
Dtran[E,a]=ε-closure(move(E,a))=ε-closure({3,8})={1,2,3,4,6,7,8}=B
Dtran[E,b]=ε-closure(move(E,b))=ε-closure({5})={1,2,4,5,6,7}=C

2.7 NFA v.s. DFA

- **由NFA构造DFA (子集法) 例1：r=(a|b)*abb的NFA to DFA**



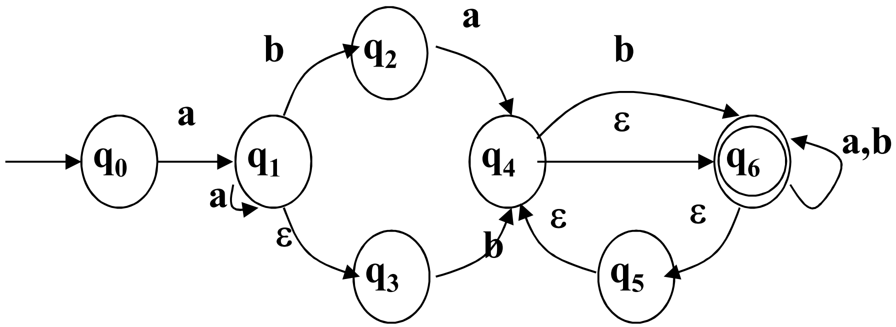
NFA STATE	DFA STATE	a	b
$\{0,1,2,4,7\}$	A	B	C
$\{1,2,3,4,6,7,8\}$	B	B	D
$\{1,2,4,5,6,7\}$	C	B	C
$\{1,2,4,5,6,7,9\}$	D	B	E
$\{1,2,3,5,6,7,10\}$	E	B	C



2.7 NFA v.s. DFA

- **由NFA构造DFA (子集法)** 例2：

	a	b
{q0}+	{q1,q3}	⊥
{q1,q3}	{q1,q3}	{q2,q4,q6,q5}
{q2,q4,q6,q5}-	{q4,q6,q5}	{q6,q5,q4}
{q4,q6,q5}-	{q6,q5,q4}	{q6,q5,q4}



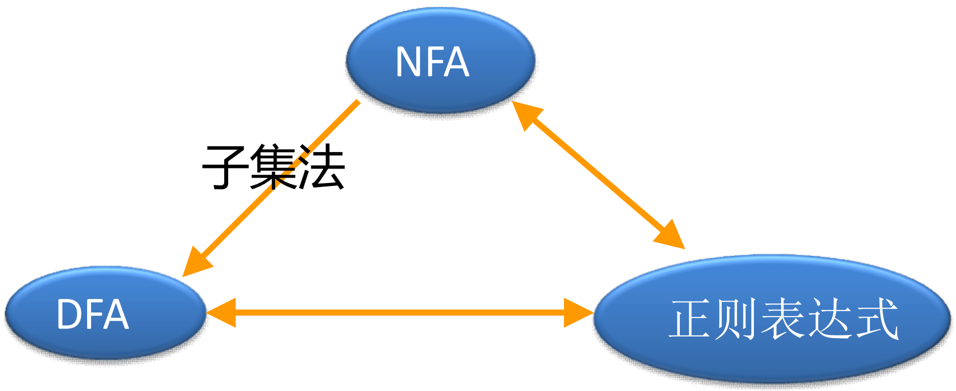
作 业

- 教材P96：3.6.5
- 教材P105：3.7.1，3.7.3 (4)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- 对∑上的每一个正则表达R，存在一个∑上的非确定有限自动机N，使得 L(N) = L(R)
- N可以通过子集法得到与之等价的确定有限自动机D



2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：RE → NFA → DFA → 最小DFA (***)，然后模拟RE
  - 方法二：RE → DFA → 最小DFA (*)，然后模拟RE
  - 方法三：RE → NFA, 然后直接模拟 (模拟算法见教材P99，算法3.22)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

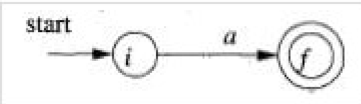
- **由NFA模拟RE，还是由DFA模拟RE?**
  - 延伸阅读：由NFA模拟---Section 3.7.2&3.7.3(教材P99)
  - 思考：Pros and cons：how about the efficiency?
- **Solution: NFA和DFA都模拟RE，NFA可转换成DFA。**

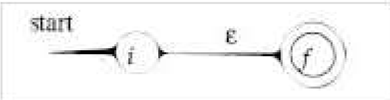
2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：RE → NFA → DFA → 最小DFA
  - 方法二：RE → DFA → 最小DFA
  - 方法三：RE → NFA （然后直接模拟，模拟算法见教材P99，算法3.22）

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：由RE构造NFA (Thompson算法)
    - 输入：字母表Σ上的一个正则表达式r
    - 输出：一个接受L(r) 的NFA *N*
    - 基本规则：
      - 对于字母表中的原子表达式a, 构造下面的NFA
      - 对于表达式ε，构造右边的NFA

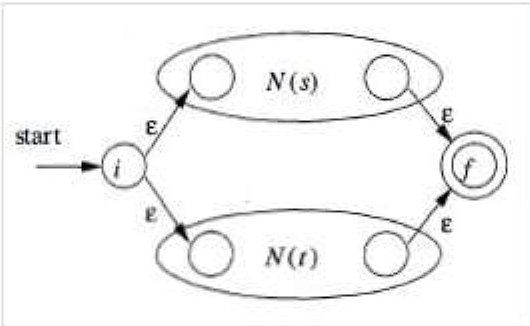




又是递归：
re由sub-re递归构成
N(re)也由N(sub-re)递归构成

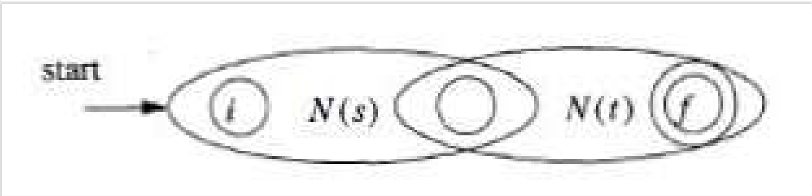
2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：由RE构造NFA (Thompson算法)
    - 归纳规则：假设正则表达式s和t的NFA分别为N(s)和N(t)
      - 对于r = s|t，构造如下NFA，这里i和f都是新状态，分别是N(r)的开始状态和接受状态，从i到N(s)和N(t)的开始状态各有一个ε转换，从N(s)和N(t)到接受状态f也各有一个ε转换



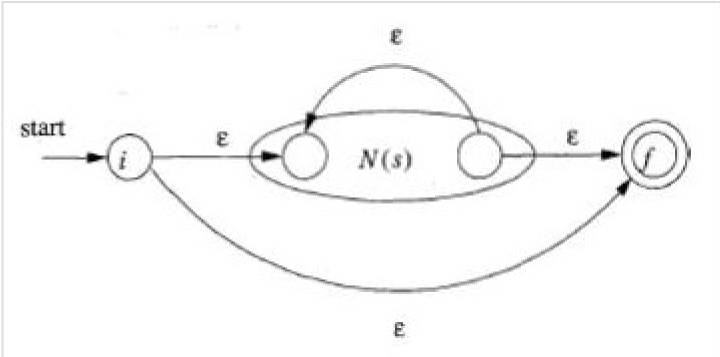
2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：由RE构造NFA (Thompson算法)
    - 归纳规则：假设正则表达式s和t的NFA分别为N(s)和N(t)
      - 对于r=st，构造下面的NFA，N(s)的开始状态变成了N(r)的开始状态；N(t)的接受状态成为N(r)的唯一接受状态；N(s)的接受状态和N(t)的开始状态合并为一个状态，合并后的状态拥有原来进入和离开合并前的两个状态的全部转换



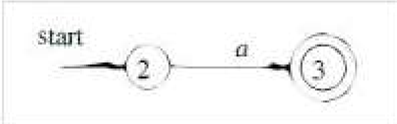
2.8 RE v.s. NFA/DFA

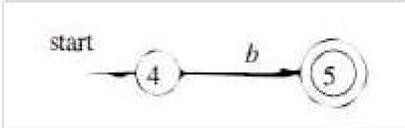
- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：由RE构造NFA (Thompson算法)
    - 归纳规则：假设正则表达式s和t的NFA分别为N(s)和N(t)
      - 对于r=s*，构造下面的NFA，i和f是两个新状态，分别是N(r)的开始状态和唯一接受状态；要从i到达f，我们可以沿着新引入的标号为ε的路径前进，该路径对应于L(s)的一个串；我们也可以达到N(s)的开始状态，然后经过该NFA，零次或多次从它的接受状态回到它的开始状态并重复上述过程



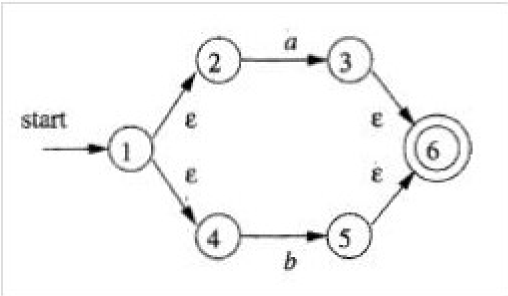
2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **由RE构造NFA (Thompson算法)，为r=(a|b)*abb构造NFA**
  - 为表达式r1 = a，r2=b构造NFA



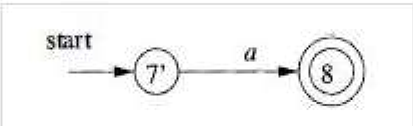


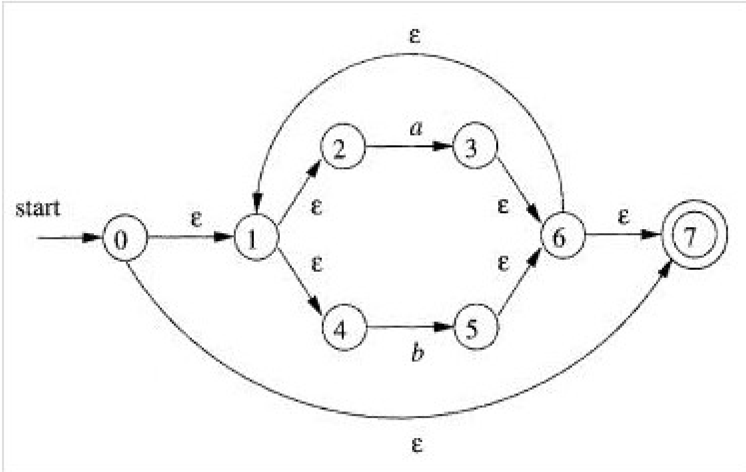
  - 为表达式r3 = r1|r2构造NFA



2.8 RE v.s. NFA/DFA

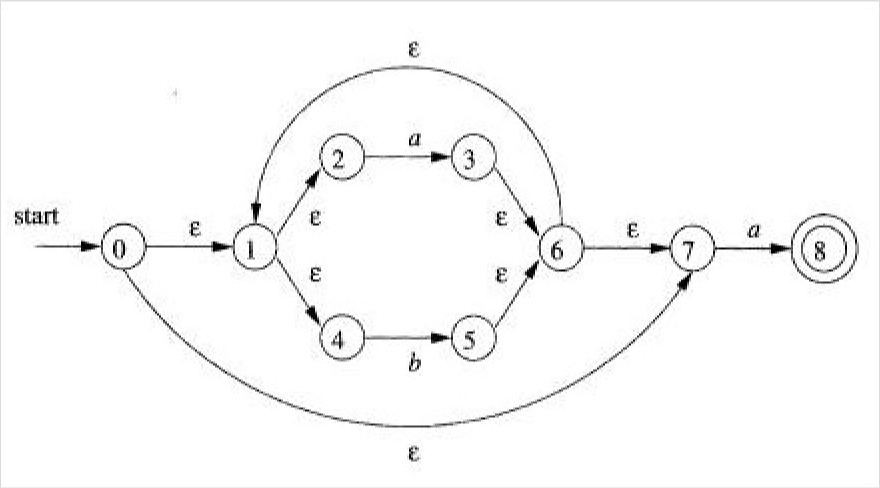
- **由RE构造NFA (Thompson算法)，为r=(a|b)*abb构造NFA**
  - 为表达式r5 = r3*构造NFA
  - 为表达式r6 = a构造NFA





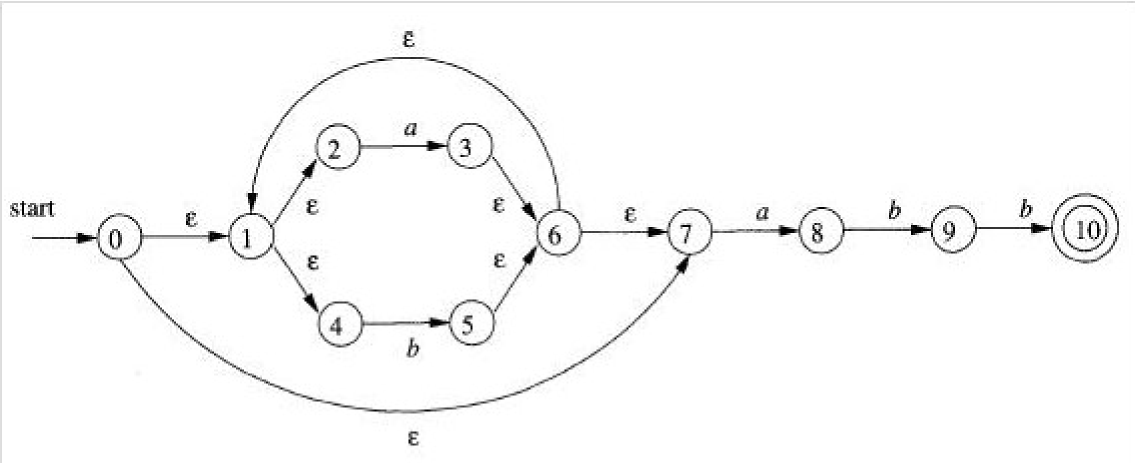
2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **由RE构造NFA (Thompson算法)，为r=(a|b)*abb构造NFA**
  - 为表达式r7 = r5r6构造NFA



2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **由RE构造NFA (Thompson算法)，为r=(a|b)*abb构造NFA**
  - 同理，最终得到 (a|b)*abb 的NFA



2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：生成NFA后，继续使用子集法构造与NFA等价的DFA
  - 然后最小化DFA（to be discussed later)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法一：RE → NFA → DFA → 最小DFA
  - 方法二：RE → DFA → 最小DFA
  - 方法三：RE → NFA （然后直接模拟，模拟算法见教材P99，算法3.22）

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA
    - 首先先构造语法分析树，并标记位置
    - (a|b)*abb → (a|b)*abb#

增广正则表达式 (r)#

图 3-56 是一个正则表达式的抽象语法树。其中的小圆圈表示 cat 结点。

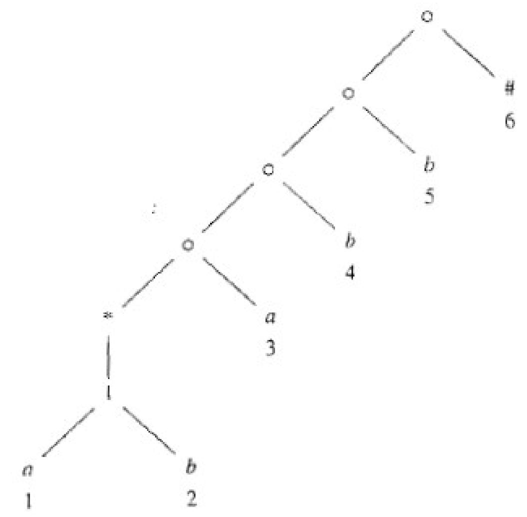


图 3-56 (a|b)*abb#的抽象语法树

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA，
    - NFA的重要状态：NFA状态有一个标号非ε的离开转换，则称该状态为重要状态(important state) --- 子集法在计算move(T, a)的时候，只使用了重要状态
    - 计算四个函数nullable, firstpos, lastpos, followpos

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- 从RE生成FA，用来模拟RE的实现
  - 方法二：由RE直接构造DFA，
    - nullable(n) returns true or false：表示以n为根结点推导出的句子集合是否包括空串，“是”则nullable(n)=true；“否”则nullable(n)=false
    - firstpos(n)定义了以结点n为根推导出的某个句子的第一个符号的位置集合
    - lastpos(n)定义了以结点n为根推导出的某个句子的最后一个符号的位置集合---规则在本质上和计算firstpos的规则相同，但是在针对cat结点的规则中，左右子树的角色要对调

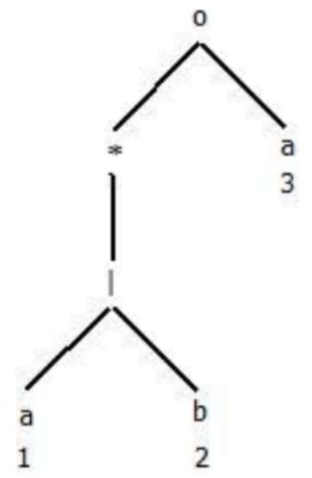
2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA
  - 小例子

nullable(o) = false

firstpos(o)={1,2,3}

lastpos(o) = {3}



2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA，
    - 计算nullalbe, firstpos, lastpos

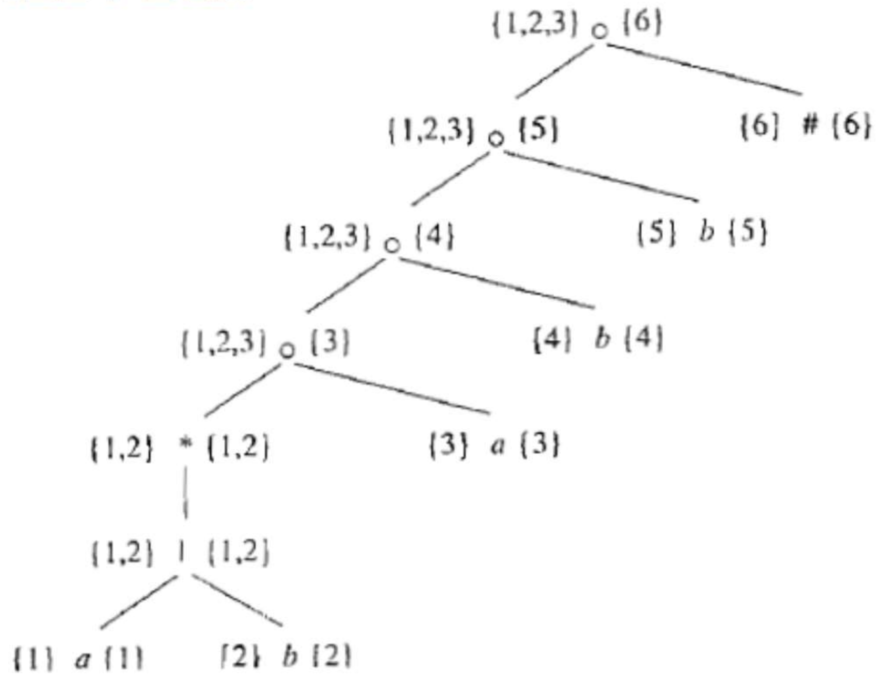
node n	nullable(n)	firstpos(n)	lastpos(n)
A leaf labeled ε	true	ø	ø
A leaf with position i	false	{i}	{i}
An or-node $n=c_1\|c_2$	nullable(c1) or nullable(c2)	firstpos(c_1) U firstpos(c_2)	lastpos(c_1) U lastpos(c_2)
A cat-node $n=c_1c_2$	nullable(c1) and nullable(c2)	if (nullable(c_1)) firstpos(c_1) U firstpos(c_2) else firstpos(c_1)	if (nullable(c_2)) lastpos(c_2) U lastpos(c_1) else lastpos(c_2)
A star-node $n=c_1*$	true	firstpos(c_1)	lastpos(c_1)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA
  - firstpos, lastpos

  for (a|b)*abb → (a|b)*abb#

node n	nullable(n)	firstpos(n)	lastpos(n)
A leaf labeled ε	true	ø	ø
A leaf with position i	false	{i}	{i}
An or-node $n=c_1\|c_2$	nullable(c1) or nullable(c2)	firstpos(c_1) U firstpos(c_2)	lastpos(c_1) U lastpos(c_2)
A cat-node $n=c_1c_2$	nullable(c1) and nullable(c2)	if (nullable(c_1)) firstpos(c_1) U firstpos(c_2) else firstpos(c_1)	if (nullable(c_2)) lastpos(c_2) U lastpos(c_1) else lastpos(c_2)
A star-node $n=c_1*$	true	firstpos(c_1)	lastpos(c_1)



2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA，
    - followpos(p)定义了一个和位置p相关的、抽象语法树中某些位置的集合：positions q is in followpos(p) iff 存在L((r)#) 中的某个串x=a1a2…可以将x中某个ai和抽象语法树中的位置p匹配，并将ai+1和位置q匹配。an，使得我们在解释为什么x属于L((r)#)

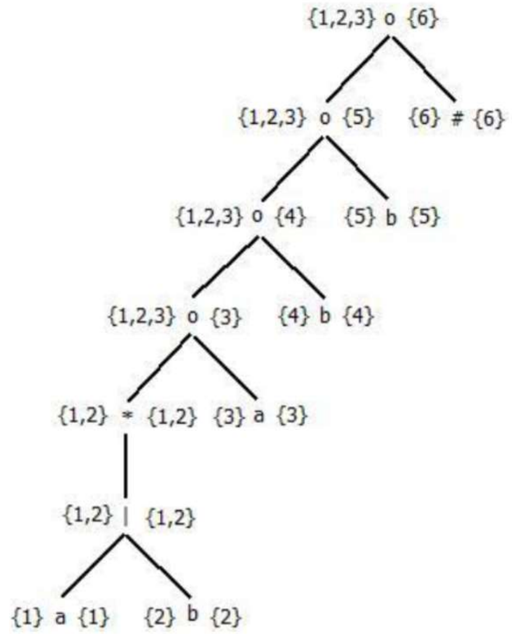
语法树上 pq 两个位置的值 就是 a_ia_{i+1}，a_ia_{i+1}是RE可以接受字符串的一个子串

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA，
    - 计算followpos，只有下面两种情况会使得RE中一个位置跟在另一个位置之后
      - 当n是一个cat结点，且其左右子树分别为c1、c2，那么对于lastpos(c1)中的所有位置i，firstpos(c2)中的所有位置都在followpos(i)中。
      - 当n是一个star结点，且i是lastpos(n)中的一个位置，那么firstpos(n)中的所有位置都在followpos(i)中。

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA
    - followpos(p)
      - Applying rule 1
        - followpos(1) incl. {3}
        - followpos(2) incl. {3}
        - followpos(3) incl. {4}
        - followpos(4) incl. {5}
        - followpos(5) incl. {6}
      - Applying rule 2
        - followpos(1) incl. {1,2}
        - followpos(2) incl. {1,2}



2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA
    - followpos(p)

位置 n	$followpos(n)$
1	$\{1,2,3\}$
2	$\{1,2,3\}$
3	$\{4\}$
4	$\{5\}$
5	$\{6\}$
6	$\emptyset$

图 3-60　函数 *followpos*

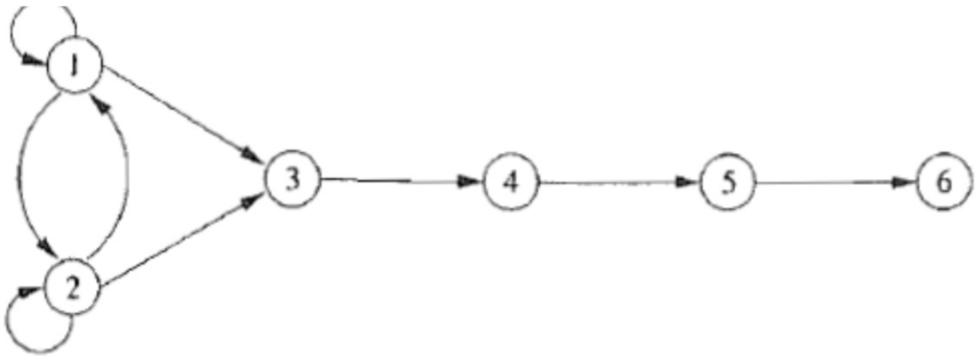


图 3-61　表示函数 *followpos* 的有向图

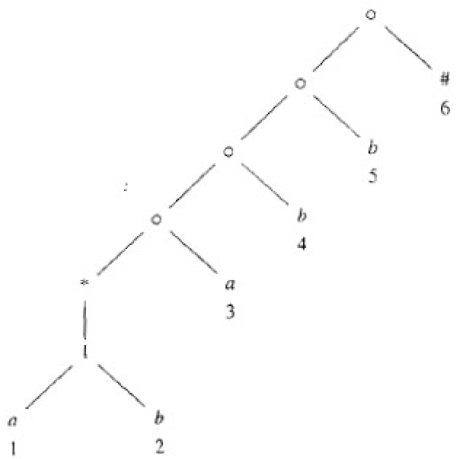
2.8 RE v.s. NFA/DFA

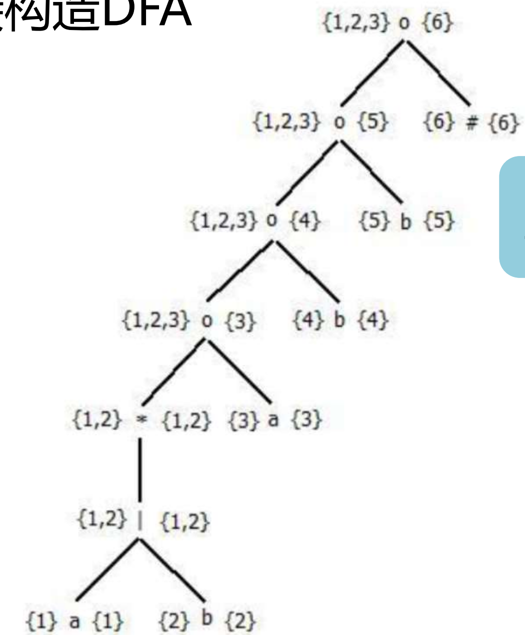
- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA

```
初始化 Dstates，使之只包含未标记的状态 firstpos(n0)，
        其中 n0 是 (r)#的抽象语法树的根结点；
while ( Dstates中存在未标记的状态 S ) {
        标记 S;
        for ( 每个输入符号 a ) {
                令 U 为S中和 a 对应的所有位置 p的 followpos(p) 的并集；
                if ( U 不在Dstates中 )
                        将 U 作为未标记的状态加入到 Dstates 中；
                Dtran[S, a] = U;
        }
}
```

图 3-62　从一个正则表达式直接构造一个 DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA





首先，DFA的开始状态定义为根节点n0的firstpos(n0)={1,2,3}，标记为A

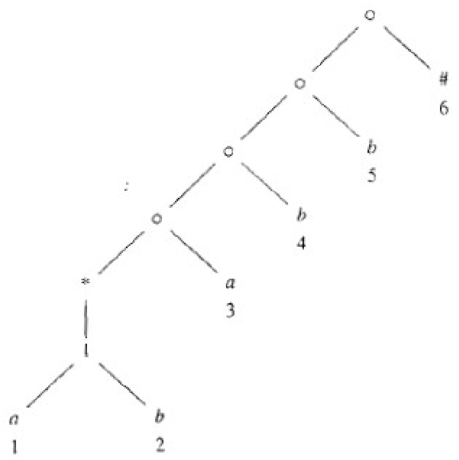
位置 n	$followpos(n)$
1	$\{1,2,3\}$
2	$\{1,2,3\}$
3	$\{4\}$
4	$\{5\}$
5	$\{6\}$
6	$\emptyset$

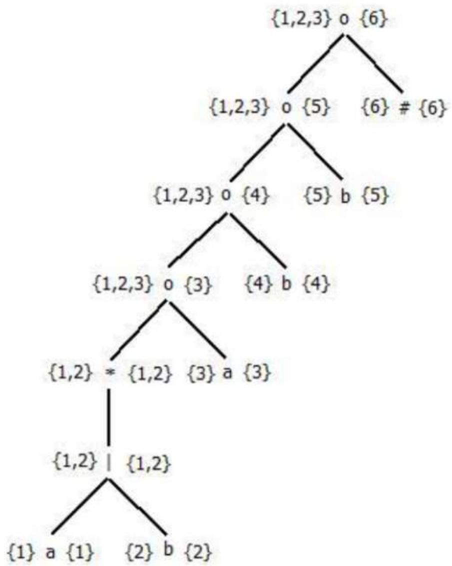
图 3-60　函数 *followpos*

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA

从DFA的开始状态 A=firstpos(n0)={1,2,3},起我们有
Dtran[A,a]=followpos(1) U followpos(3)= {1,2,3,4}=B
Dtran[A,b]=followpos(2)={1,2,3}=A





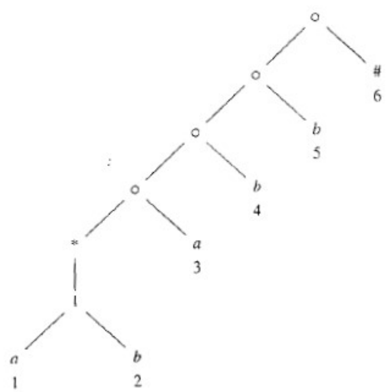
位置 n	$followpos(n)$
1	{1, 2, 3}
2	{1, 2, 3}
3	{4}
4	{5}
5	{6}
6	∅

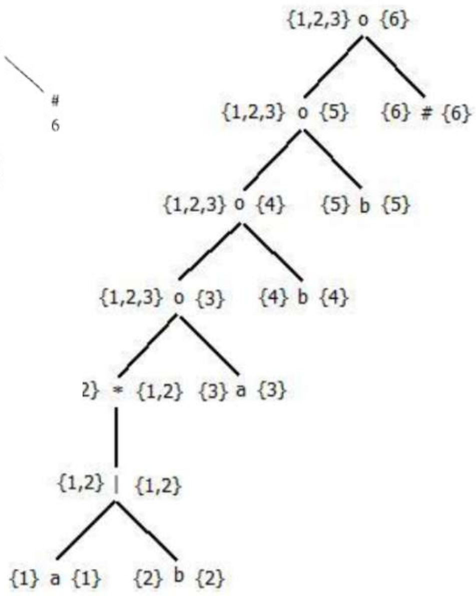
图 3-60　函数 *followpos*

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **从RE生成FA，用来模拟RE的实现**
  - 方法二：由RE直接构造DFA

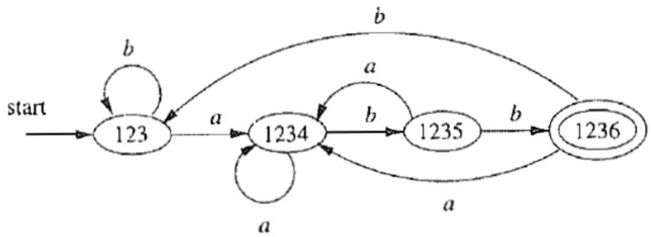
Dtran[B,a]=followpos(1) U followpos(3)=B
Dtran[B,b]=followpos(2) U followpos(4)={1,2,3,5}=C





位置 n	*followpos(n)*
1	{1, 2, 3}
2	{1, 2, 3}
3	{4}
4	{5}
5	{6}
6	∅

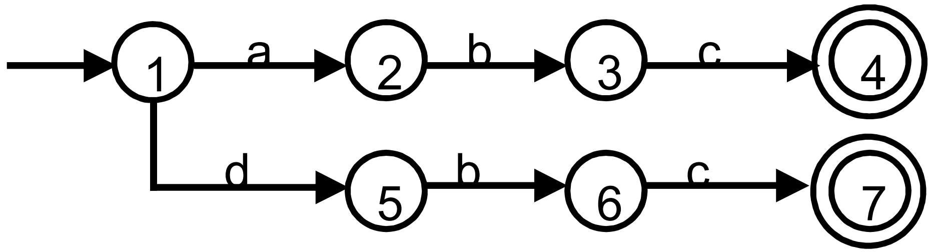
图 3-60 函数 *followpos*

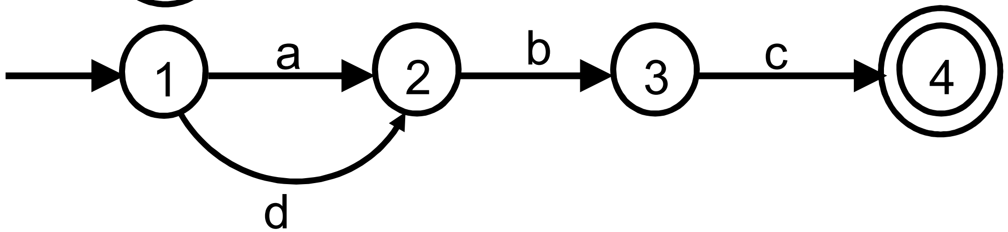


2.8 RE v.s. NFA/DFA

DFA的最小化

- NFA转换成的DFA，有时候会有一些等价状态，这些等价状态会使分析效率降低，因此应合并
- 一个正则语言可对应于多个识别此语言的DFA
- 通过DFA的最小化可得到状态数量最少的DFA (不计同构，这样的DFA是唯一的)

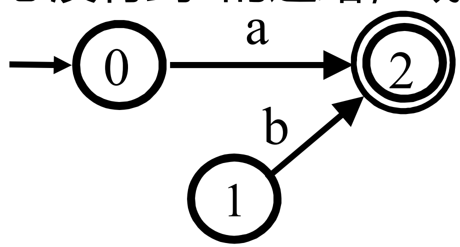


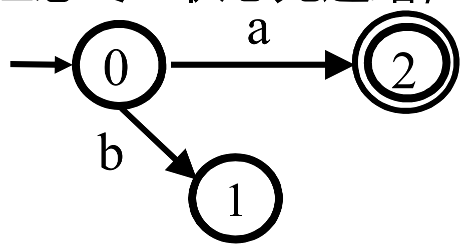


2.8 RE v.s. NFA/DFA

最小DFA定义

- 如果DFA M 没有无关状态，也没有等价状态，则称M为最小(最简)自动机
  - 无关状态：从开始状态没有到S的通路，或S到任意终止状态无通路，称S为M的无关状态





  - 等价状态：对DFA中的两个状态S1和S2，如果将它们看作是初始状态，所接受的符号串相同，则定义S1和S2是等价的。

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **所以自动机最小化就是两个问题**
  - 一个是合并可以合并的等价状态（比较麻烦）
  - 一个是删去无用的无关状态 （直接删除）

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **两个状态S1和S2等价的条件**
  - 一致性条件：S1和S2同时为可接受状态或不可接受状态。
  - 蔓延性条件：S1和S2对所有输入符号必须都要转换到等价状态里。
- **DFA终止状态和非终止状态是不等价的。**

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **DFA化简的两种方式**
  - 合并等价状态; (状态合并法)
  - *<u>分离不等价状态</u>*;(状态分离法)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **状态分离法化简DFA**
  - 输入：一个DFA D，其状态集合为S，输入字母表为∑，开始状态为s0，接受状态为F。
  - 输出：一个DFA D'，它和D接受同样的语言，且状态数最少。
  - Notation: Π 即DFA状态的一个划分{S1, S2, …}和S-{S1, S2, …}
  - 方法：
    - 1)首先构造包含两个组F和S-F的初始划分Π，这两个组分别是D的接受状态组和非接受状态组。
    - 2)用下面的构造新的分划Πnew

```
initially, let Π_new = Π;
for ( each group G of Π ) {
        partition G into subgroups such that two states s and t
                are in the same subgroup if and only if for all
                input symbols a, states s and t have transitions on a
                to states in the same group of Π;
        /* at worst, a state will be in a subgroup by itself */
        replace G in Π_new by the set of all subgroups formed;
}
```

分割原则：分离出不等价状态

2.8 RE v.s. NFA/DFA

状态分离法化简DFA

- 方法：
  - 3)如果Πnew= Π,令Πfinal= Π并接着执行步骤 4)，否则，用Πnew替换II并重复步骤2)。
  - 4)在分划Πfinal的每个组中选取一个状态作为该组的代表。这些代表构成了状态最少DFA D'的状态。

持续更新Π，直至无法继续分割为止
(即，该状态子集中的状态都为等价)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- DFA D=({0,1,2,3,4,5}, {a,b}, δ, 0, {0,1}),其中δ见表

状态	a	b
0	1	2
1	1	4
2	1	3
3	3	2
4	0	5
5	5	4

Step 1:根据一致性条件
A={0,1}；B={2,3,4,5}。

状态	类别	a	b
0	A	1(A)	2(B)
1	A	1(A)	4(B)
2	B	1(A)	3(B)
3	B	3(B)	2(B)
4	B	0(A)	5(B)
5	B	5(B)	4(B)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- DFA D=({0,1,2,3,4,5}, {a,b}, δ, 0, {0,1}),其中δ见表

状态	类别	a	b
0	A	1(A)	2(B)
1	A	1(A)	4(B)
2	B	1(A)	3(B)
3	B	3(B)	2(B)
4	B	0(A)	5(B)
5	B	5(B)	4(B)

Step2: 根据蔓延性条件，对状态进行再分类

状态	a	b
0	1	2
1	1	4
2	1	3
3	3	2
4	0	5
5	5	4

不可再分

状态	类别	a	b
0	A	1(A)	2(B)
1	A	1(A)	4(B)
2	B	1(A)	3(C)
3	C	3(C)	2(B)
4	B	0(A)	5(C)
5	C	5(C)	4(B)

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **DFA D=({0,1,2,3,4,5}, {a,b}, δ, 0, {0,1})最小化为:**

  DFA D'=({A,B,C}, {a,b}, δ，A，{A})，其中δ见表

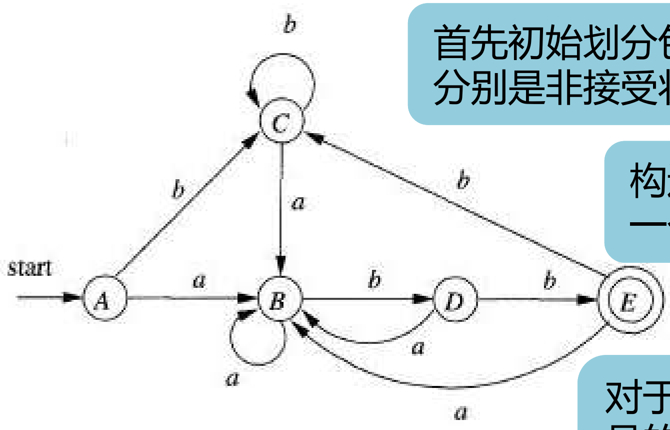
状态	a	b
A	A	B
B	A	C
C	C	B

2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **状态分离法化简DFA**
  - 完成状态简化后，D'按如下步骤构建：
    - (a)D'的开始状态是包含了D的开始状态的组的代表。
    - (b)D'的接受状态是那些包含了D的接受状态的组的代表。
    - (c)令s是Πfinal中某个组G的代表，并令DFA D中在输入a上离开s的转换到达状态t。令r为t所在组H的代表，那么在D'中存在一个从s到r在输入a上的转换。

2.8 RE v.s. NFA/DFA

■ 对r=(a|b)*abb的 DFA化简



首先初始划分包括两个组{A,B,C,D},{E},
分别是非接受状态组和接受状态组。

构造Πnew时，考虑这两个组和输入符号a和b，因为组{E}只包含
一个状态，不能再被分割，所以{E}被原封不动的保留在Πnew中。

对于{A,B,C,D}，是可以被分割的，因此我们必须考虑各个输入符
号的作用，在输入a上，这些状态中的每一个都转到B，因此使用
以a开头的串无法区分这些状态。

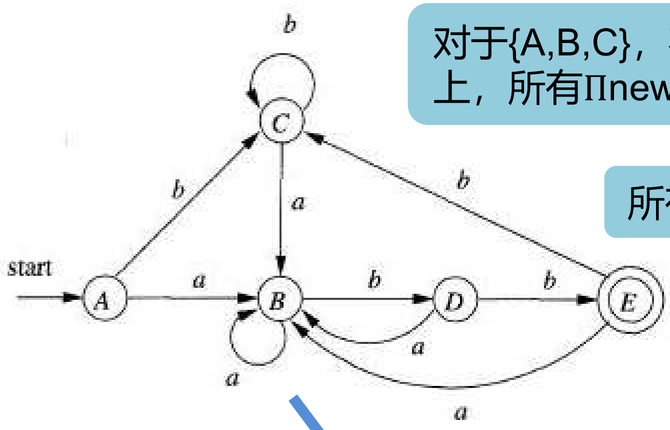
但对于输入b，状态A、B、C都转换到{A,B,C,D}的某个成员上，
而D转到另一组中的成员E上，因此在Πnew中，{A,B,C,D}被分割
成{A,B,C}，{D}，现在IInew中有{A,B,C}，{D}，{E}。

2.8 RE v.s. NFA/DFA

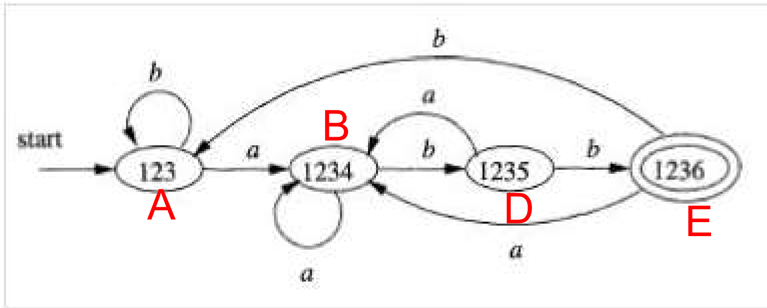
- **对r=(a|b)*abb的 DFA化简**

对于{A,B,C}，在输入b上，A和C都到达{A,B,C}中的元素，B却到达D上，所有Πnew有{A,C},{B},{D},{E},对于{A,C}无法在分割。

所有最后有{A,C},{B},{D},{E}，构造如下的DFA

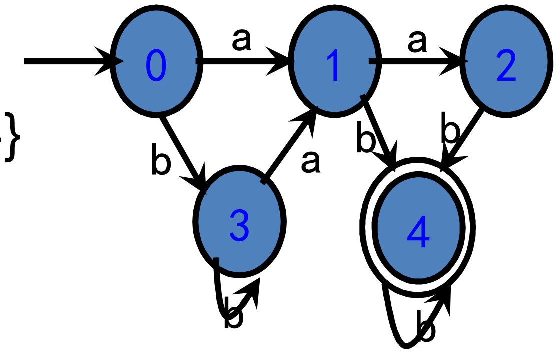


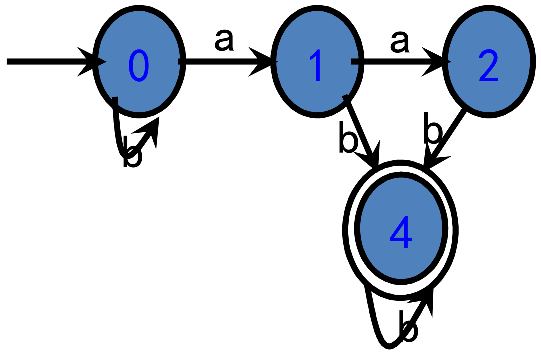
状态	a	b
A	B	A
B	B	D
D	B	E
E	B	A



2.8 RE v.s. NFA/DFA

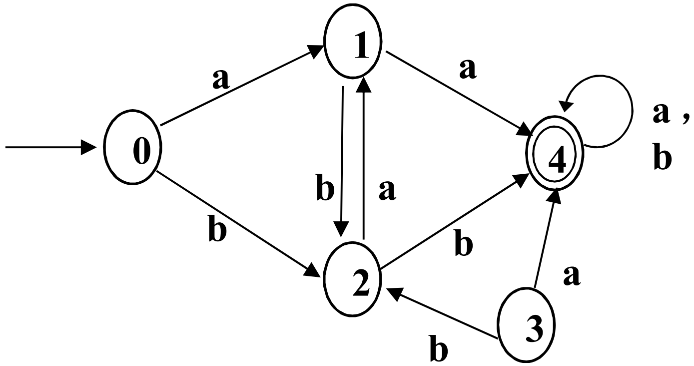
- 例1：
  - {0， 1， 2， 3}和{4}
  - {0,1,3},{2}和{4}
  - {0,3},{1},{2}和{4}

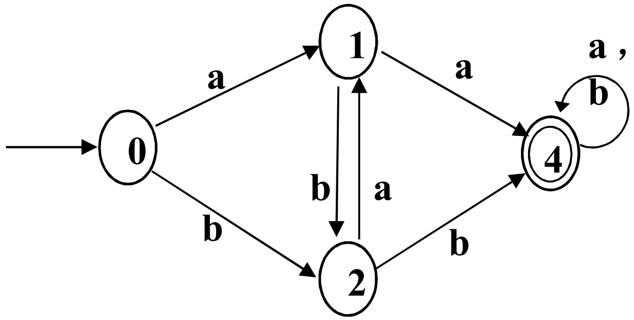




2.8 RE v.s. NFA/DFA

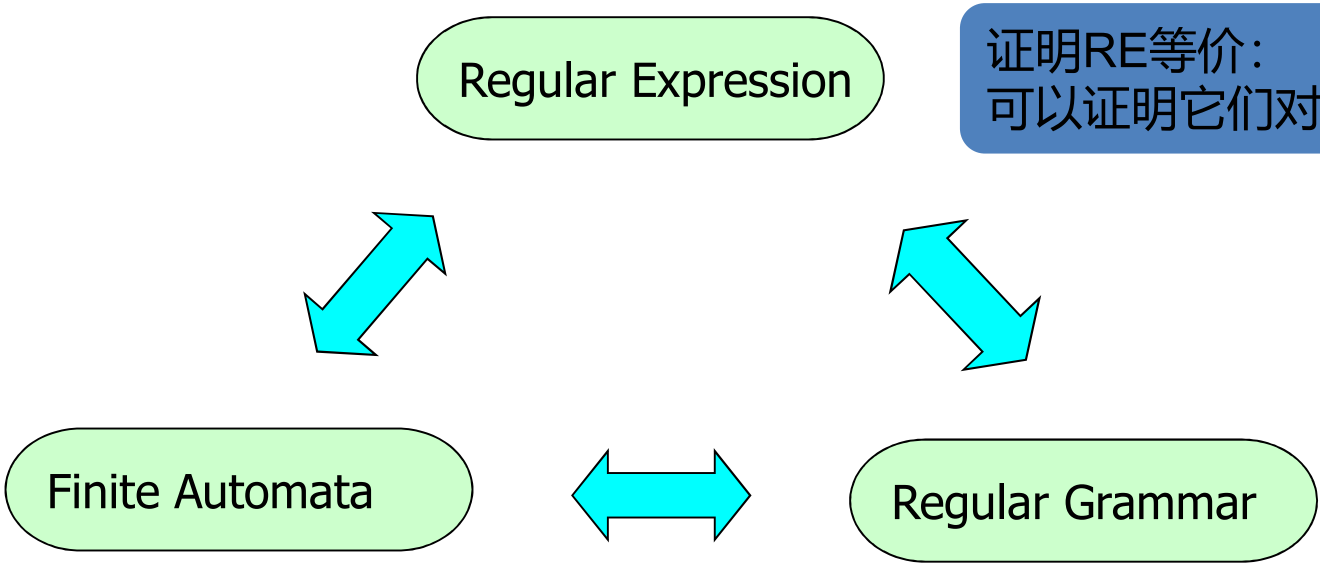
- 例2：
  - {0，1，2，3}，{4}
  - {0，2}、{1，3}，{4}
  - {0}，{2}，{1，3}，{4}





2.8 RE v.s. NFA/DFA

- **RE，DFA(NFA)，L(RE)三者等价**



证明RE等价：
可以证明它们对应的最小DFA同构

作业

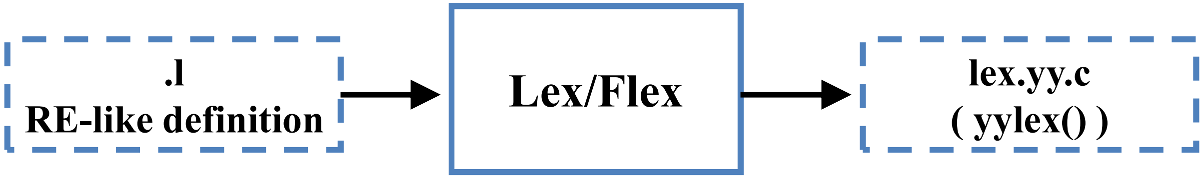
- 教材P105：3.7.3(4)
- 教材P109：3.8.1
- 教材P118：3.9.2 (用算法3.36构造)

2.9 词法分析器的开发

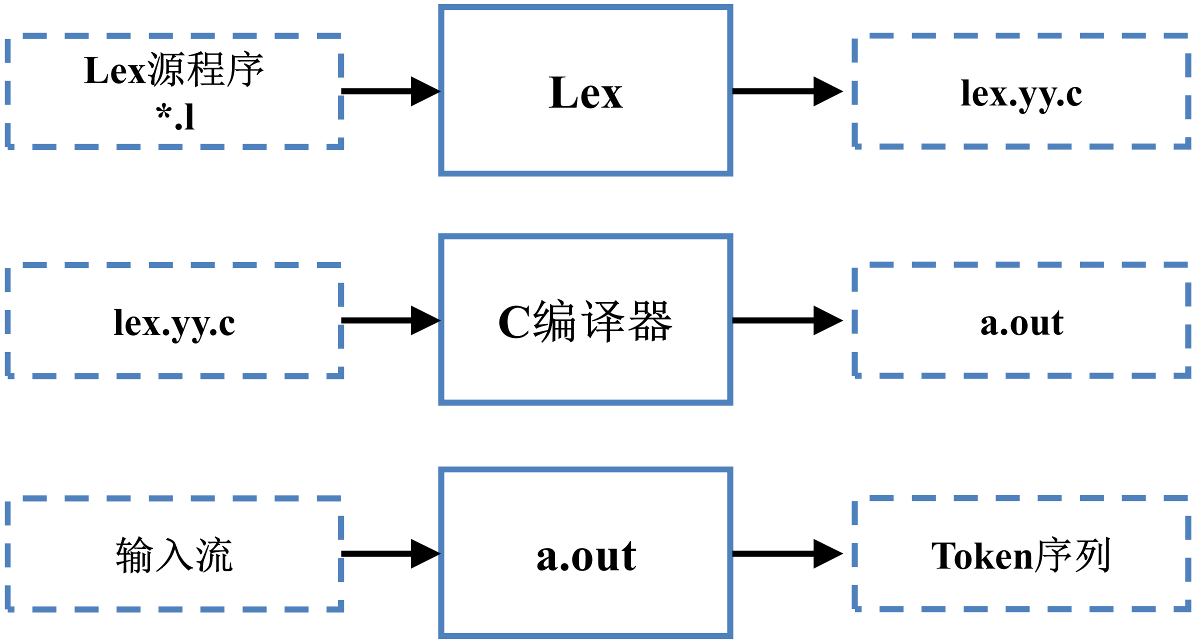
2.9 词法分析器的开发

- LEX（Lexical Analyzer Generator）即词法分析器的生成器，是由贝尔实验室于1972年在UNIX操作系统上首次开发的。最新版本是FLEX(Fast Lexical Analyzer Genrator)

- 工作原理：LEX通过对Lex源文件(.l文件)的扫描，经过宏替换将规则部分的正则表达式转换成与之等价的DFA，并产生DFA的状态转换矩阵；利用该矩阵和Lex源文件中的C代码一起产生一个名为yylex()的词法分析函数，并将yylex()函数拷贝到输出文件lex.yy.c中。



2.9 词法分析器的开发



用Lex创建一个词法分析器的过程

2.9 词法分析器的开发

- **Lex源文件**

声明部分

%%

转换规则

%%

辅助函数

%{ 常量

}%

正则定义

模式 {动作}：
- 模式是一个正则表达式或者正则定义
- 动作通常是C语言代码，表示匹配该表达式后应该执行的代码。

动作中需要使用的函数

```
int  Change()
{ /*将字符串形式的常数
     转换成整数形式*/
}
```

```
%{ ID,NUM,IF,ADD
}%
```

```
letter  [A-Za-z]
digit  [0-9]
id     {letter}({letter}|{digit})*
num {digit}+
```

```
if   {return (IF);}
+   {return(ADD);}
{id} {yylval = strcpy(yytext,
       yylength); return(ID); }
{num} {yylval = Change();
         return(NUM);}
```

yylval：token的值
yytext：token的lexeme
yyleng：lexeme的长度

2.9 词法分析器的开发

■ Lex例子

词素	词法单元名字	属性值
Any *ws*	–	–
if	**if**	–
then	**then**	–
else	**else**	–
Any *id*	**id**	指向符号表条目的指针
Any *number*	**number**	指向符号表条目的指针
<	**relop**	LT
<=	**relop**	LE
=	**relop**	EQ
<>	**relop**	NE
>	**relop**	GT
>=	**relop**	GE

图 3-12　词法单元、它们的模式以及属性值

```
%{
    /* definitions of manifest constants
    LT, LE, EQ, NE, GT, GE,
    IF, THEN, ELSE, ID, NUMBER, RELOP */
%}

/* regular definitions */
delim       [ \t\n]
ws          {delim}+
letter      [A-Za-z]
digit       [0-9]
id          {letter}({letter}|{digit})*
number      {digit}+(\.{digit}+)?(E[+-]?{digit}+)?

%%

{ws}        {/* no action and no return */}
if          {return(IF);}
then        {return(THEN);}
else        {return(ELSE);}
{id}        {yylval = (int) installID(); return(ID);}
{number}    {yylval = (int) installNum(); return(NUMBER);}
"<"         {yylval = LT; return(RELOP);}
"<="        {yylval = LE; return(RELOP);}
"="         {yylval = EQ; return(RELOP);}
"<>"        {yylval = NE; return(RELOP);}
">"         {yylval = GT; return(RELOP);}
">="        {yylval = GE; return(RELOP);}

%%

int installID() {/* function to install the lexeme, whose
                    first character is pointed to by yytext,
                    and whose length is yyleng, into the
                    symbol table and return a pointer
                    thereto */
}

int installNum() {/* similar to installID, but puts numer-
                     ical constants into a separate table */
}
```

图 3-23　识别图 3-12 中的词法单元的 Lex 程序

2.9 词法分析器的开发

■ 冲突解决

当输入与长度不同的多个模式匹配时，Lex选择长模式进行匹配

当输入与长度相同的多个模式匹配时，Lex选择列于前面的模式进行匹配

```
%%
program     printf("%s\n",yytext);/*模式1*/
procedure   printf("%s\n",yytext);/*模式2*/
[a-z][a-z0-9]*  printf("%s\n",yytext);/*模式3*/
```

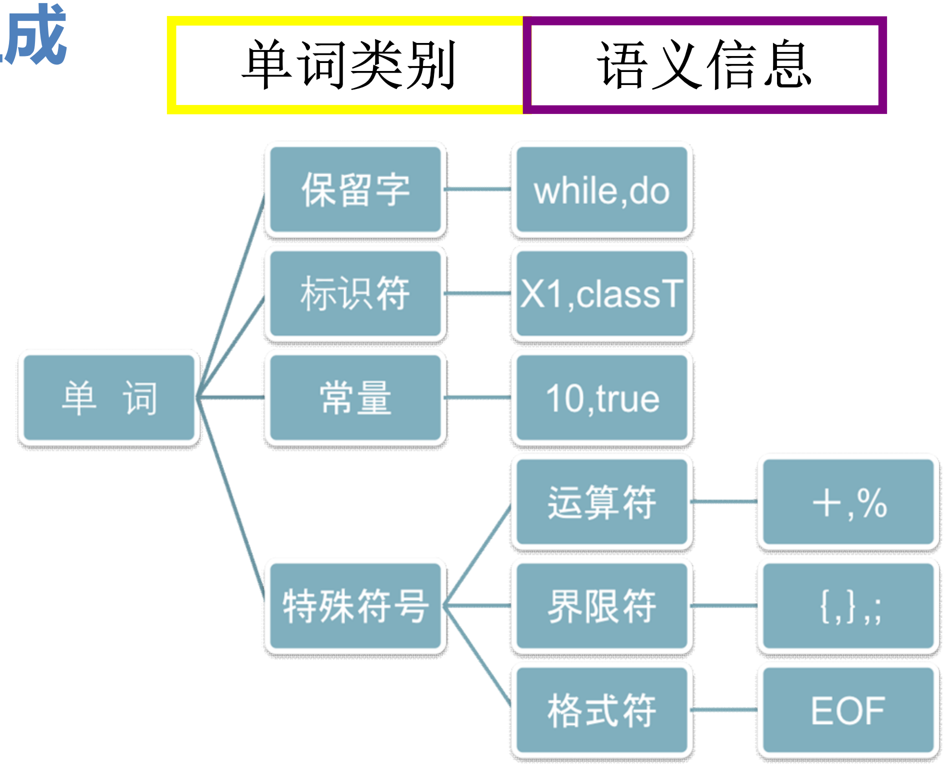
当输入串为“programming”时，模式1（匹配“program”）和模式3（“programming”）都匹配，但会选择匹配串长的模式3。

当输入串为“program”时，因为模式1和模式3匹配的串长度相等故会选择模式1.

2.9 词法分析器的开发

需要定义的词法组成

TOKEN结构图



Thank you!