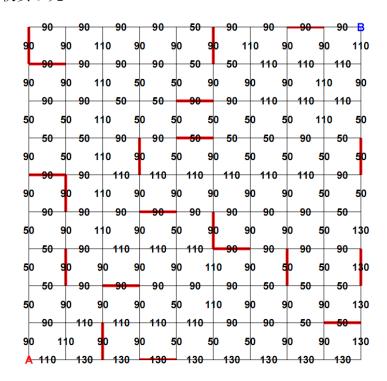
第一阶段模拟题 A

你驱车从A 城赶往B 城。A 城和B 城间的道路如下图所示, A 在左下角,B 在右上角,横向纵向各有 10 条公路,任意两个相邻的十字路口距离为 100 公里,所以A 城到B 城相距 1800 公里。任意相邻的十字路口间的一段公路(以下简称路段)都有限速,标注在图上,单位为公里每小时。标注为 130 的路段是高速路段,每段收费 3 元。



整个旅途上的费用有如下两类。第一类与花费时间相关,如住店和饮食,由公式 $c_1 = 5t$ 给出,t 的单位为小时。第二类是汽车的油费,每百公里油量(升) 由公式 $c_2 = av + b$ 给出,其中 a = 0.0625, b = 1.875, v 的单位为公里每小时。汽油每升 1.3 元。

问题 1. 若你遵守所有的限速规定,那么时间最短的路线和花费最少的路线分别是哪一条?

问题 2. 为了防止超速行驶,交警放置了一些固定雷达在某些路段上,如图上红色的路段。另外,他们放置了 20 个移动雷达。这些雷达等概率地出现在各个路段,你可能在一个路段同时发现多个雷达,也可能在装有固定雷达的路段发现移动雷达。每个雷达都监控了自身所在的整个路段。如果你超速 10%,你有 70%的可能被雷达探测到,届时会被罚款 100 元;如果你超速 50%,你有 90%的可能被雷达探测到,届时会被罚款 200 元。

假设 T 是遵守所有限速规定所花的最少时间,但你有急事想在 0.8T 时间内赶往 B 城,那么包括罚款在内最少花费多少?路线又是哪一条?

第一阶段模拟题 B

有一场由四个项目(高低杠、平衡木、跳马、自由体操)组成的女子体操团体赛,赛程规定:每个队至多允许10名运动员参赛,每一个项目可以有6名选手参加。每个选手参赛的成绩评分从高到低依次为:10;9.9;9.8;……;0.1;0。每个代表队的总分是参赛选手所得总分之和,总分最多的代表队为优胜者。此外,还规定每个运动员只能参加全能比赛(四项全参加)与单项比赛这两类中的一类,参加单项比赛的每个运动员至多只能参加三个单项。每个队应有4人参加全能比赛,其余运动员参加单项比赛。

现某代表队的教练已经对其所带领的 10 名运动员参加各个项目的成绩进行了大量测试,教练发现每个运动员在每个单项上的成绩稳定在 4 个得分上(见下表),她们得到这些成绩的相应概率也由统计得出(见表中第二个数据。例如 8.4~0.15 表示取得 8.4 分的概率为 0.15)。试解答以下问题:

- (1)每个选手的各单项得分按最悲观估算,在此前提下,请为该队排出一个出场 阵容,使该队团体总分尽可能高;每个选手的各单项得分按均值估算,在此 前提下,请为该队排出一个出场阵容,使该队团体总分尽可能高。
- (2) 若对以往的资料及近期各种信息进行分析得到:本次夺冠的团体总分估计为不少于 236.2 分,该队为了夺冠应排出怎样的阵容?以该阵容出战,其夺冠的前景如何?得分前景(即期望值)又如何?它有 90%的把握战胜怎样水平的对手?

表: 运动员各项目得分及其概率分布表

运动员项目	1	2	3	4	5
	8.4~0.15	9.3~0.1	8.4~0.1	8.1~0.1	8.4~0.15
高低杠	9.5~0.5	9.5~0.1	8.8~0.2	9.1~0.5	9.5~0.5
	9.2~0.25	9.6~0.6	9.0~0.6	9.3~0.3	9.2~0.25
	9.4~0.1	9.8~0.2	10~0.1	9.5~0.1	9.4~0.1
	8.4~0.1	8.4~0.15	8.1~0.1	8.7~0.1	9.0~0.1
平衡木	8.8~0.2	9.0~0.5	9.1~0.5	8.9~0.2	9.2~0.1
	9.0~0.6	9.2~0.25	9.3~0.3	9.1~0.6	9.4~0.6
	10~0.1	9.4~0.1	9.5~0.1	9.9~0.1	9.7~0.2
	9.1~0.1	8.4~0.1	8.4~0.15	9.0~0.1	8.3~0.1
跳马	9.3~0.1	8.8~0.2	9.5~0.5	9.4~0.1	8.7~0.1
	9.5~0.6	9.0~0.6	9.2~0.25	9.5~0.5	8.9~0.6
	9.8~0.2	10~0.1	9.4~0.1	9.7~0.3	9.3~0.2
	8.7~0.1	8.9~0.1	9.5~0.1	8.4~0.·1	9.4~0.1
自由体操	8.9~0.2	9.1~0.1	9.7~0.1	8.8~0.2	9.6~0.1
	9.1~0.6	9.3~0.6	9.8~0.6	9.0~0.6	9.7~0.6
	9.9~0.1	9.6~0.2	10~0.2	10~0.1	9.9~0.2

运动员项目	6	7	8	9	10
	9.4~0.1	9.5~0.1	8.4~0.1	8.4~0.15	9.0~0.1
高低杠	9.6~0.1	9.7~0.1	8.8~0.2	9.5~0.5	9.2~0.1
	9.7~0.6	9.8~0.6	9.0~0.6	9.2~0.25	9.4~0.6
	9.9~0.2	10~0.2	10~0.1	9.4~0.1	9.7~0.2
	8.7~0.1	8.4~0.1	8.8~0.05	8.4~0.1	8.1~0.1
平衡木	8.9~0.2	8.8~0.2	9.2~0.05	8.8~0.1	9.1~0.5
	9.1~0.6	9.0~0.6	9.8~0.5	9.2~0.6	9.3~0.3
	9.9~0.1	10~0.1	10~0.4	9.8~0.2	9.5~0.1
	8.5~0.1	8.3~0.1	8.7~0.1	8.4~01	8.2~0.1
跳马	8.7~0.1	8.7~0.1	8.9~0.2	8.8~0.2	9.2~0.5
	8.9~0.5	8.9~0.6	9.1~0.6	9.0~0.6	9.4~0.3
	9.1~0.3	9.3~0.2	9.9~0.1	10~0.1	9.6~0.1
	8.4~0.15	8.4~0.1	8.2~0.1	9.3~0.1	9.1~0.1
自由体操	9.5~0.5	8.8~0.1	9.3~0.5	9.5~0.1	9.3~0.1
	9.2~0.25	9.2~0.6	9.5~0.3	9.7~0.5	9.5~0.6
	9.4~0.1	9.8~0.2	9.8~0.1	9.9~0.3	9.8~0.2