



ARCIBISKUPSKÉ GYMNÁZIUM



Korunní 586/2 | Vinohrady | 120 00 Praha 2

Maturitní práce z předmětu

Fyzika

VISKOZITA ČOKOLÁDY: SESTAVENÍ APARATURY A MĚŘENÍ VISKOZITY

Jindřich Novák, 8.A

Vedoucí práce: Mgr. Lukáš Bernard

Oponent: Ing. Bc. Marcela Grecová

Praha 2024



Spiritus, ubi vult, spirat

ARCIBISKUPSKÉ GYMNAZIUM
Korunní 586/2, Vinohrady, 120 00 Praha 2



Č. j.: AG/0019/2024

V Praze dne 2. ledna 2024

**Zadání maturitní práce z předmětu
fyzika**

Jméno žáka, třída: Jindřich Novák, 8.A
Datum narození žáka: 28. června 2005
Vedoucí práce: Mgr. Lukáš Bernard
Oponent: Ing. Bc. Marcela Grecová
Termín odevzdání práce: 31. března 2024
Název práce, téma:

Viskozita čokolády

Sestavení aparatury a měření viskozity

Literatura:

Monteiro, L, Cooney, J, Martini, S. Rapid and economic method to measure chocolate viscosity. *J Am Oil Chem Soc.* 2023. <https://doi-org.ezproxy.techlib.cz/10.1002/aocs.12716>

SERVAIS, C., RANC, H. and ROBERTS, I.D. (2003), DETERMINATION OF CHOCOLATE VISCOSITY. *Journal of Texture Studies*, 34: 467-497. <https://doi-org.ezproxy.techlib.cz/10.1111/j.1745-4603.2003.tb01077.x>

Afoakwa, E.O., Paterson, A., Fowler, M. and Vieira, J. (2009), Comparison of rheological models for determining dark chocolate viscosity. *International Journal of Food Science & Technology*, 44: 162-167. <https://doi-org.ezproxy.techlib.cz/10.1111/j.1365-2621.2008.01710.x>

Gupta, S. V.. Viscometry for Liquids : Calibration of Viscometers, Springer International Publishing AG, 2014. ProQuest Ebook Central, <https://ebookcentral.proquest.com/lib/techlib-ebooks/detail.action?docID=1698170>.

LARYŠ, Šimon. Úprava viskozimetru pro více viskózní materiály. Online, Bakalářská práce, vedoucí Alexandr Otáhal. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav mikroelektroniky, 2022. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/205682>. [cit. 2023-10-31].

Způsob zpracování:

Jedná se o experimentální fyzikální práci. Žák navrhne, provede a vyhodnotí experimenty zaměřené na měření viskozity čokolády.

Základní osnova práce:

1. Prozkoumat fyzikální teoretické poznatky kolem viskozity kapalin
2. Navrhnout metody experimentálního měření viskozity v závislosti na relevantních parametrech
3. sestavit měřící aparaturu a ověřit její funkčnost a přesnost

4. Provést měření viskozity čokolády

5. Vyhodnotit měření, analyzovat a diskutovat výsledky

Při zpracování se žák řídí manuálem k maturitní práci a dodržuje předepsanou šablonu. Nesplnění povinných konzultací může znamenat nepřipuštění k obhajobě.

Počet vyhotovení, rozsah práce:

Práce bude odevzdána ve dvou svázaných exemplářích a elektronicky ve formátu pdf. Součástí obhajoby je promítání prezentace ve formátu Prezentace Google.

Minimální rozsah práce je 10 normostran. Doporučený maximální rozsah práce je 30 normostran.

Délka obhajoby: 15 minut, obhajoba má formu veřejné prezentace.

Kritéria hodnocení:

Komise přihlédne k posudkům vedoucího a oponenta. Při obhajobě bude hodnocena srozumitelnost, přehlednost, věcnost a logická strukturovanost prezentace. Dále se hodnotí žákova schopnost reagovat na otázky a jeho schopnost podeprt své odpovědi důkladnou argumentací. Během prezentace musí žák odpovědět minimálně na jednu otázku z posudku vedoucího a na jednu otázku z posudku oponenta.

Navrhovaný způsob hodnocení (podléhá schválení zkušební maturitní komise):

Maturitní práce a její obhajoba před zkušební komisí bude hodnocena známkou na klasifikační stupnici 1 až 5. Nesplnění povinných konzultací znamená snížení hodnocení až o dva stupně, případně i nepřipuštění k obhajobě (dle manuálu). Známka se do výsledného hodnocení zahrne vahou 1/3 (ústní zkouška 2/3). Pokud však bude tato dílčí zkouška hodnocena stupněm 5, bude výsledné hodnocení zkoušky z předmětu fyzika rovněž 5.

ARCIBISKUPSKÉ GYMNAZIUM

Korunní 586/2, Vinohrady
120 00 Praha 2



Ondřej Mrzílek

ředitel Arcibiskupského gymnázia

?

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že předložená práce je mým původním autorským dílem, které jsem vypracoval/a samostatně. Veškerou literaturu a další zdroje, z nichž jsem při zpracování čerpal/a, v práci rádně cituji a jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Praze dne.....

.....

Jindřich Novák

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval Mgr. Lukáši Bernardovi za ochotné vedení práce a usměrňování mých potrlých nápadů, RNDr. Ireně Chlebounové za zpřístupnění prostor školní laboratoře a propůjčení laboratorního vybavení a vlastní matce za to, že ono propůjčené laboratorní vybavení více než 3 měsíce tolerovala na kuchyňské lince. Bez těchto osob by realizace této práce nebyla možná.

Dále bych rád poděkoval všem, kdo mě v průběhu experimentů obdarovali čokoládou.

ABSTRAKT

Předmětem této maturitní práce je experimentální měření dynamické viskozity čokolád v závislosti na jejich teplotě. Práce se nejprve zabývá teoretickými aspekty proudění newtonovských a nenewtonovských kapalin, viskozity a jejího modelování u nenewtonovských kapalin, poté se zabývá teorií i praxí používaných metod měření viskozity. V druhé části práce je posouzena relevance jednotlivých měřicích metod a nevhodnější metoda je použita k měření čokoládových vzorků. Vyhodnocena je použitelnost zvolené měřicí metody, její výhody a nevýhody a jsou porovnány reologické vlastnosti různých čokolád. Nakonec práce diskutuje případné nesrovnalosti ve výsledcích měření.

The objective of this work is to experimentally measure the dynamic viscosity of different chocolates at different temperatures. First it discusses the theoretical and practical aspects of newtonian and non-newtonian fluid flow, the viscosity and the different rheological models for non-newtonian fluids, then it explains the theoretical principles and workings of common viscometric methods. The second part of this work asserts the applicability of different measurement techniques for the purpose of chocolate measurement and the best measurement method is used to measure a selection of chocolate samples. The advantages and disadvantages of the used measurement method are then evaluated and the rheological properties of different chocolates are compared. The work concludes with a discussion of some measurement discrepancies.

Klíčová slova: Čokoláda, viskozita, proudění kapalin, reologie, viskozimetrie

Key words: Chocolate, viscosity, flow in liquids, rheology, viscometers

OBSAH

1	Úvod	8
2	Tekutiny, proudění a viskozita	9
2.1	Úvod	9
2.2	Mechanické napětí v pevných látkách	9
2.3	Deformace látek dle Hookeova zákona	11
2.4	Mechanické napětí v kapalinách	11
2.5	Proudění a deformace kapaliny	13
2.5.1	Gradient rychlosti	13
2.5.2	Rychlosť deformace	13
2.5.3	Příklad	14
2.6	Couettovo proudění	17
2.7	Viskozita u newtonovských kapalin	19
2.8	Nenewtonovské kapaliny	19
2.8.1	Dilatantní látky	22
2.8.2	Pseudoplastické látky	22
2.9	Časová závislost viskozity	23
2.9.1	Reopexní látky	23
2.9.2	Tixotropní látky	24
2.10	Modelování chování nenewtonovských kapalin	24
3	Viskozimetrie	26
3.1	Kapilární viskozimetrie	26
3.1.1	Tečení kapaliny trubicí, odvození Hagenova-Poiseulleova zákona	26
3.1.2	Konstrukce a použití	29
3.2	Nálevkové viskozimetrie	32
3.3	Těliskové viskozimetrie	33
3.3.1	Teoretické poznatky, Stokesův zákon	33

3.3.2	Konstrukce a použití	34
3.4	Rotační viskozimetry	34
3.4.1	Teoretické poznatky	35
3.4.2	Konstrukce a použití	37
4	Čokoláda	38
4.1	Složení čokolády	38
4.2	Reologické vlastnosti	38
4.2.1	Binghamské látky	38
4.2.2	Herschelovy–Bulkleyho tekutiny	39
4.2.3	Cassonův model	39
4.3	Vlastnosti kakaového másla	41
4.3.1	Složení kakaového másla	41
4.3.2	Viskozita kakaového másla při jeho tuhnutí	41
4.3.3	Polymorfie a bod tání	41
4.3.4	Závislost viskozity na teplotě	42
5	Výběr vhodné aparatury	43
5.1	Kapilární viskozimetр	43
5.2	Těliskový (kuličkový) viskozimetр	44
5.3	Nálevkový viskozimetр	44
5.4	Rotační viskozimetр	44
6	Aparatura	45
6.1	Použité pomůcky	45
6.2	Popis aparatury	45
6.3	Problémy aparatury	46
7	Průběh měření	51
8	Výsledky	52

9 Vyhodnocení a diskuze	53
9.1 Vyhodnocování výsledků	53
9.2 Srovnávání dat naměřených dvěma různými vřeteny	53
9.3 Určení Cassonovy plastické viskozity z naměřených dat	54
9.4 Anomálie v datech	55
9.4.1 Viskozita čokolády Lindt 78% při nízkých teplotách	55
9.4.2 Odlišné teploty tuhnutí čokolády při různých měřeních	55
9.4.3 Rozdíly v hodnotách naměřených vřeteny č. 1 a 2	56
10 Závěr	58
Reference	59
Přílohy	68

1 ÚVOD

Oblast hydrodynamiky (i aerodynamiky) není z mé zkušenosti na středních školách probírána do dostatečné hloubky. I z tohoto důvodu jsem si jako téma své maturitní práce vybral právě tečení kapalin, konkrétně nenewtonovských, ještě konkrétněji čokolády. Cílem práce je prozkoumat průběh viskozit různých čokolád v závislosti na teplotě. Vlastnosti tečení čokolády v závislosti na teplotě totiž mohou být překvapivě důležité, a to nejen v potravinářském (cukrářském) průmyslu. V nedávné době začaly být využívány např. v oblasti čokoládového 3D tisku. [1]

Práce je částečně inspirována úlohou č. 17 z 27. ročníku Turnaje mladých fyziků, jejíž zadání zní:

Chocolate appears to be a solid material at room temperature but melts when heated to around body temperature. When cooled down again, it often stays melted even at room temperature. Investigate the temperature range over which chocolate can exist in both melted and ‘solid’ states and its dependence on relevant parameters. [2]

Český překlad:

Čokoláda při pokojové teplotě vypadá jako tuhý materiál, ale taje, když je ohřátá na přibližně tělesnou teplotu. Když je znova ochlazena, často zůstává roztavená i při pokojové teplotě. Prozkoumejte teplotní rozsah, v němž čokoláda může být jak v roztaveném tak v „pevném“ stavu, a jeho závislost na příslušných parametrech. [2]

Namísto zkoumání teplot tání a tuhnutí čokolády jsem se rozhodl zkoumat její viskozitu v závislosti na teplotě, jelikož mi toto téma přišlo zajímavější.

Čtenář je v této práci nejdříve seznámen s fyzikálními principy tečení kapalin a metodami měření viskozity. Poté jsou mu představeny mé postupy výběru vhodné měřicí aparatury, jejího sestavení a použití. Nakonec jsou vyhodnoceny výsledky měření.

Pozn.: Práce je svou formou a použitými postupy koncipována tak, aby ji (s trohou přemýšlení) byl schopen pochopit žák Arcibiskupského gymnázia (resp. jakékoli střední školy) v maturitním ročníku, který prošel odpovídajícími matematickými a fyzikálními semináři. Na rozdíl od odborných textů, ze kterých bylo čerpáno, jsou v této práci postupy (at' už matematické, nebo experimentální), za cenu obsáhlosti textu, rozepsány více ze široka, aby čtenáře snad lépe navedly k pochopení a byly takříkajíc „blbuvzdorné“.

2 TEKUTINY, PROUDĚNÍ A VISOZITA

2.1 Úvod

Látky dělíme dle skupenství na pevné, kapalné a plynné (existence dalších skupenství není pro naše účely důležitá). Právě kapaliny a plyny sdílí vlastnost, kterou tato práce zkoumá, konkrétně *tekutost*, tedy schopnost měnit svůj tvar a přizpůsobovat se tedy tvaru nádoby. Proto kapaliny a plyny nazýváme souhrnným názvem *tekutiny*. [3] Tato vlastnost je způsobena tím, že mají nulový modul pružnosti ve smyku G , a tak sami o sobě nejsou schopny klást odpor vnější (posouvající) síle. [4] Tato stěžejní vlastnost bude podrobně rozebrána v následujících kapitolách.

2.2 Mechanické napětí v pevných látkách

Působením síly na pevnou látku vzniká v látce mechanické napětí. Jako příklad uvažujme obyčejnou houbu na tabuli: houbu (ve tvaru kvádru) položím na lavici. Pokud na ní položím jiný předmět (např. učebnici), bude na houbu působit vlastní tíhovou silou. V houbě vznikne *normálové napětí* σ , které je rovno:

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

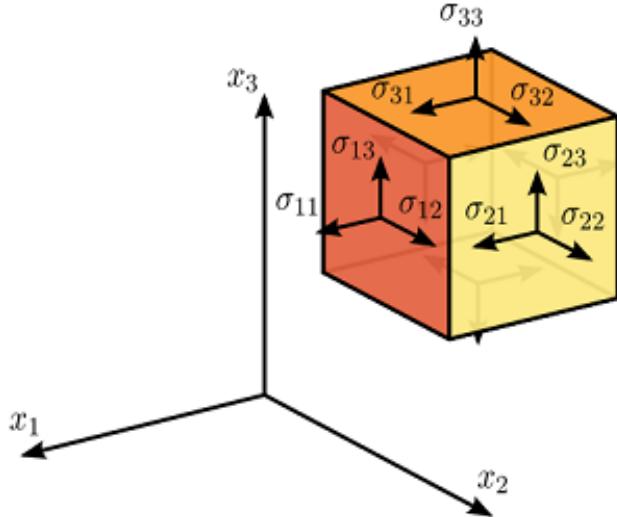
kde F je síla působící kolmo na plochu S (slovo „normálové“ znamená kolmé), v tomto případě tedy tíhová síla učebnice působící kolmo na stěnu houby. Zároveň dojde k deformaci houby podle Hookeova zákona, jak bude popsáno dále na str. 11.

V okamžiku, kdy houbu uchopím a začnu s ní mazat tabuli, tzn. jí po povrchu tabule smýkat, bude na stěnu houby působit třecí síla, která je se stěnou houby rovnoběžná. V tomto okamžiku vzniká v houbě tečné neboli *smykové napětí* τ , které je rovno:

$$\tau = \frac{F}{S'}, \quad (2)$$

kde F je síla působící rovnoběžně s plochou S' , v tomto případě tedy síla smykového tření působící rovnoběžně se stěnou houby. Zároveň dojde k deformaci (skosu) houby dle Hookeova zákona pro smyk, jak bude probráno na str. 11. Tečná napětí zde mohu zkoumat hned dvě (ve směrech na sebe kolmých), protože stěna houby leží v rovině, která má dva rozměry. [5]

Houba je kvádr, tedy předmět ve trojrozměrném prostoru. Mohu tedy zkoumat mechanická napětí působící na přední, boční, nebo vrchní stěnu krychle (jedná se o stěny vzájemně kolmé, abych naplnil všechny tři rozměry). Na každou z těchto stěn může působit normálové napětí a tečná napětí ve dvou směrech, celkem tři napětí. Ke stejnemu závěru můžeme dospět tak, že si sílu působící na stěnu houby rozložíme na tři vzájemně kolmé složky: jedna (kolmá na stěnu) bude působit normálové napětí, zbylé dvě budou působit napětí tečné. Všechna napětí působící na houbu tak



Obrázek 1: Jednotlivé složky tenzoru napětí působící na krychli v trojrozměrném prostoru. [8]

mohu popsat tzv. *tenzorem napětí*:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

kde σ_{xx} je napětí působící na stěnu kolmou k ose x ve směru osy x (a je tedy z definice normálové), τ_{zy} je tečné napětí působící na stěnu kolmou k ose z ve směru osy y atp. Pro jednotlivé složky tenzoru napětí σ_{ij} pak platí $\sigma_{12} = \tau_{xy}$ a podobně. [6] [7] Znázornění jednotlivých složek tenzoru napětí je možné vidět na obrázku 1.

Pro úplnost uveďme, že pro těleso v rovnováze platí:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}. \quad (4)$$

Pro normálová napětí (tedy případ, kdy $i = j$) je toto zřejmé, pro tečná napětí však nikoliv. Pokusím se situaci objasnit: Uvažme situaci, kdy $\tau_{xy} = 0$, ale $\tau_{yx} \neq 0$. To znamená, že na stěnu kolmou k ose y působí síla, která vyvolává moment síly a docházelo by k rotaci tělesa. Aby tedy těleso bylo v rovnováze, musí existovat síla, která vyruší vzniklý moment. Takovou silou je právě síla způsobující napětí τ_{xy} , a tedy musí platit výše zmíněná rovnost.¹ [9] Tenzor napětí je tedy definován šesti proměnnými: třemi vzájemně kolmými normálovými napětími σ_x , σ_y a σ_z a třemi smykovými napětími τ_{xy} , τ_{xz} a τ_{yz} . [6]

Stejně tak mohu zkoumat mechanické napětí působící na některou, klidně až infinitezimálně malou část oné houby. Z houby pomyslně vyříznu krychličku a zkoumám její tenzor napětí. Tímto způsobem lze limitně získat tenzor napětí pro každý konkrétní bod. [10] [7]

¹Případy, kdy rovnost ve vzorci 4 neplatí, těleso tedy není v rovnováze a dochází k otáčení, budeme probírat později trochu abstraktnějším způsobem. V takových případech vstupuje do hry tzv. *tenzor rychlosti otáčení*.

2.3 Deformace látek dle Hookeova zákona

Hookeův zákon říká, že pokud na pevnou látku působí normálovým napětím σ , pak toto napětí způsobí relativní prodloužení látky ϵ dle vztahu:

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \quad (5)$$

kde E je modul pružnosti v tahu dané konkrétní látky. Normálové napětí tedy způsobuje buď *tah* nebo *tlak*.

Podobně když na látku působí tečné napětí τ , způsobí deformaci (tzv. skos) dle vztahu:

$$\tau = G \cdot \gamma, \quad (6)$$

kde γ je úhel skosu a G je modul pružnosti ve smyku dané konkrétní látky. [11] Tečné napětí tedy způsobuje *smyk*. Vidíme, že při působení tečného napětí na pevnou látku dojde k deformaci o určité velikosti, a že je pevná látka i přes svou deformaci v rovnovážném stavu. Určitá velikost tečného napětí odpovídá určité velikosti úhlu skosu.

U kapalin je tomu jinak: modul pružnosti ve smyku G , jak bylo zmíněno již v úvodu, je nulový. Při působení tečného napětí na kapalinu se nemůže rovnost 6 nikdy naplnit. Ve snaze dosáhnout rovnovážného stavu se tak bude úhel skosu (a tedy i velikost deformace) po celou dobu působení tečného napětí zvyšovat. Tento jev v praxi pozorujeme jako *tečení* kapaliny. Věda zabývající se tečením se nazývá *reologie*. [12] Rovnovážného stavu kapalina dojde až v okamžiku, kdy na ní nepůsobí žádné tečné napětí, nebo když jsou všechna tečná napětí působící na kapalinu v rovnováze.

2.4 Mechanické napětí v kapalinách

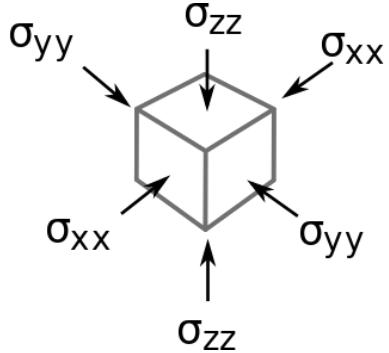
V kapalinách (a tekutinách obecně) působí hydrostatický tlak závisející na hloubce ponoření v kapalině (tekutině), případně může být ovlivněn vnějším působením na tekutinu. Je dán vztahem:

$$p = mgh. \quad (7)$$

Stejně jako pro pevné látky i pro kapaliny lze vyjádřit tenzor napětí. Hydrostatický tlak ze své podstaty působí normálové napětí. Za normálová napětí si tedy do tenzoru deformace dosadíme hydrostatický tlak:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Víme, že pokud do kapaliny ponořím krychlí, součet všech hydrostatických tlaků, které na ni budou působit, se nezmění, pokud budu krychlí otáčet, a už vůbec se nezmění v případě, že se na krychli začnu dívat z jiné strany. Toto je jedna z klíčových vlastností tenzorů: existují atributy tenzoru, které



Obrázek 2: Složky tenzoru napětí působící hydrostatickým tlakem na nekonečně malou krychli. [16]

se nezmění, ani pokud tenzor projde transformací souřadného systému. Pro jejich neměnnost se tyto hodnoty nazývají *invarianty*. Tenzory mají invariantů několik (záleží také na tom, kolik rozměrů tenzor má). Nás však zajímá právě součet $\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$, který je roven $p_x + p_y + p_z$ a o kterém tušíme, že by měl být invariantní. Protože uvažujeme krychli nekonečně malých rozměrů, platí pro jednotlivé složky tlaků $p = p_x = p_y = p_z$, a mohu tedy říci:

$$\sigma_I = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = -3p, \quad (9)$$

kde σ_I je první invariant tenzoru napětí σ_{ij} a p je tlak. Tlak je nutný násobit -1 , protože kladná hodnota normálového napětí by značila tah.

Pro účely zkoumání proudění však není velikost hydrostatického tlaku důležitá, zajímají nás jen složky tečného napětí. Pokud znám tenzor napětí σ_{ij} a velikost tlaku p v bodě kapaliny, pak lze zjistit tzv. *deviátor tenzoru napětí*, který bude vyjadřovat pouze smykové napětí. Nejdříve vyjádříme tlak v kapalině tenzorem:

$$p \cdot \delta_{ij} = -\frac{1}{3}\sigma_I \cdot \delta_{ij} = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix}, \quad (10)$$

kde p je hydrostatický tlak, δ_{ij} je tzv. Kroneckerovo delta², zde použito jako jednotková matice, a σ_I je první invariant tenzoru napětí σ_{ij} . [13][14][15] Složky tenzoru napětí působící hydrostatický tlak na infinitezimální krychli je možné vidět na obrázku 2.

Pokud tuto tzv. *izotropní část tenzoru napětí*, značenou $\sigma_{ij}^{(i)}$ od tenzoru napětí odečteme, získáme deviátor tenzoru napětí:

$$\sigma_{ij}^{(d)} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}, \quad (11)$$

vyjadřující smykové napětí působící na kapalinu. [17][18] Složky tohoto deviátoru pak způsobují tečení kapaliny.

²Kroneckerovo delta je funkce, která se rovná 1, pokud $i = j$, a 0, pokud $i \neq j$. Lze pomocí něj také popsat jednotkovou matici $n \times n$, čehož je využito právě zde.

2.5 Proudění a deformace kapaliny

2.5.1 Gradient rychlosti

Nyní si představme houbu v pohybu. Pokud se všechny body houby pohybují stejnou rychlostí \vec{v} , pak houba koná pouze posuvný pohyb. Pokud se však budou rychlosti jednotlivých částí houby lišit, může to znamenat dvě věci: buď houba koná kromě posuvného pohybu ještě pohyb otáčivý, nebo dochází k deformaci houby. Pokud si v houbě zvolíme bod, pak můžeme zjišťovat, jak se jeho rychlosť liší od rychlostí sousedních bodů. Stejně tak mohu pro každý bod v kapalině mohu zjišťovat, jak se mění tři vzájemně kolmé složky rychlosti při posunu ve směrech tří souřadných os. Této veličině říkáme *gradient rychlosti* a opět pro ní zavádíme tenzor značený L_{ij} . Pro tenzor gradientu rychlosti platí následující:

$$L_{ij} = \nabla \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial x} & \frac{\partial \vec{v}_y}{\partial x} & \frac{\partial \vec{v}_z}{\partial x} \\ \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial y} & \frac{\partial \vec{v}_y}{\partial y} & \frac{\partial \vec{v}_z}{\partial y} \\ \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial z} & \frac{\partial \vec{v}_y}{\partial z} & \frac{\partial \vec{v}_z}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

kde L_{ij} je tenzor gradientu rychlosti, $\nabla \vec{v}$ je jiný způsob značení gradientu vektoru rychlosti pomocí tzv. *nabla operátora* [19], $\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_j}$ jsou jednotlivé gradienty složek rychlosti (např. $L_{23} = \frac{\partial \vec{v}_y}{\partial z}$ je gradient složky rychlosti ve směru souřadnice y při posunu ve směru osy z atp.). [20]

Z příkladu uvedeného výše je zřejmé, že gradient rychlosti bude souviset právě s deformací a rotací. Zároveň uvedeme již zařízený poznatek: kde je deformace, tam je napětí.

2.5.2 Rychlosť deformace

V kapalinách je situace obdobná: jednotlivé částice se v proudící kapalině pohybují rychlostí \vec{v} . Pro každý jednotlivý bod v kapalině mohu zjistit, o kolik se změní složka rychlosti proudění kapaliny, pokud se posunu po nějaké souřadnici. Taková změna rychlosti proudění má za následek buď rotaci, nebo jakousi deformaci kapaliny. To proto, že pokud budeme uvažovat přímočarý pohyb kapaliny, pak platí, že čím větší bude gradient rychlosti, tím větší bude rychlosť deformace, a tyto dvě hodnoty spolu tedy úzce souvisí. Pro tyto hodnoty budeme tedy opět zavádět tenzory: bude jimi *tenzor rychlosťi deformace*, značený D_{ij} , a *tenzor rychlosťi otáčení*, značený W_{ij} , s tím, že platí: [20][21][22]

$$L_{ij} = D_{ij} + W_{ij}. \quad (13)$$

Protože kapaliny považujeme za nestlačitelné, je jedinou variantou deformace skos určený úhlem skosu γ . Konstantní gradient rychlosti však způsobuje deformaci v čase (těleso bude postupně více a více deformováno po celou dobu, co na něj gradient rychlosti působí). Gradient rychlosti je tedy nějakým způsobem úměrný změně úhlu skosu γ za změnu času. Této změně úhlu skosu za změnu

času se říká *rychlota deformace* a je značená $\dot{\gamma}$. Platí pro ni:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}. \quad (14)$$

2.5.3 Příklad

Jak dospět k tenzoru rychlosti deformace bude popsáno následujícím příkladem:

Uvažujme řez kapalinou v rovině určené souřadnicemi x a y (existenci třetího rozměru nebudeme dále v tomto příkladu uvažovat). Dále uvažujme čtverec určený čtyřmi body v kapalině: $A[0, 0]$, $B[dx, 0]$, $C[dx, dy]$, $D[0, dy]$. Tyto body budou unášené prouděním kapaliny. Proudění kapaliny bude definované následujícím způsobem:

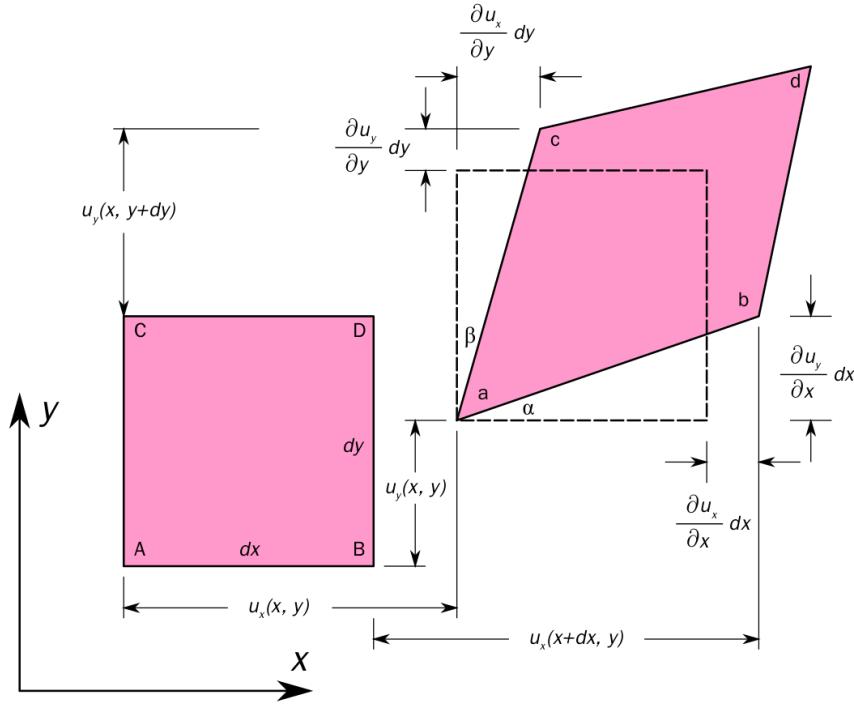
$$\begin{aligned} v_x &= 1 + y, \\ v_y &= 1 + x. \end{aligned} \quad (15)$$

Rychlosti proudění v bodech A , B , C , D jsou pak následující:

$$\vec{v}_a = (1, 1), \vec{v}_b = (1, 1 + dx), \vec{v}_c = (1 + dy, 1 + dx), \vec{v}_d = (1 + dy, 1). \quad (16)$$

Nové souřadnice bodů po čase dt jsou:

$$\begin{aligned} A' &= A + \vec{v} \cdot dt, \\ B'_x &= B_x + \vec{v}_x \cdot dt, \\ B'_y &= B_y + (\vec{v}_y + \frac{\partial v_y}{\partial x} dx) dt, \\ C'_x &= C_x + (\vec{v}_x + \frac{\partial v_x}{\partial y} dy) dt, \\ C'_y &= C_y + (\vec{v}_y + \frac{\partial v_y}{\partial x} dx) dt, \\ D'_x &= D_x + (\vec{v}_x + \frac{\partial v_x}{\partial y} dy) dt, \\ D'_y &= D_y + \vec{v}_y \cdot dt. \end{aligned} \quad (17)$$



Obrázek 3: Jednoduchá deformace ve dvou rozměrech. [23]

Rozdíly bodů před a po uběhnutí času dt jsou:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= B - A = (dx, 0), \\ \vec{a}' &= B' - A' = \left(dx + \vec{v}_x \cdot dt - \vec{v}_x \cdot dt, \left(\vec{v}_y + \frac{\partial v_y}{\partial x} dx \right) dt - \vec{v}_y \cdot dt \right) = \left(dx, \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} dx \right) dt \right), \\ \vec{d} &= D - A = (0, dy), \\ \vec{d}' &= D' - A' = \left(\left(\vec{v}_x + \frac{\partial v_x}{\partial y} dy \right) dt - \vec{v}_x \cdot dt, dy + \vec{v}_y \cdot dt - \vec{v}_y \cdot dt \right) = \left(\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} dy \right) dt, dy \right).\end{aligned}\quad (18)$$

Taková deformace bude vypadat zhruba jako na obrázku 3.

Úhel skosu γ_{xy} po čase dt , tedy rychlosť deformace $\dot{\gamma}_{xy}$ je rovna úhlu $d\alpha$, který je svíráν vektory \vec{a} a \vec{a}' , podobně je rychlosť deformace $\dot{\gamma}_{yx}$ rovna úhlu $d\beta$, který je svíráň vektory \vec{d} a \vec{d}' . Body A , B a B' tvoří pravoúhlý trojúhelník, body A , D a D' takéž. Pro malé úhly můžeme předpokládat, že $\tan \alpha \approx \alpha$. V našich pravoúhlých trojúhelnících platí: [24] [25] [26] [18]

$$\begin{aligned}d\alpha \approx \tan d\alpha &= \frac{|\vec{a}' - \vec{a}|}{|\vec{a}|} = \frac{\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} dx \right) dt}{dx} = \frac{\partial v_y}{\partial x} dt, \\ d\beta \approx \tan d\beta &= \frac{|\vec{d}' - \vec{d}|}{|\vec{d}|} = \frac{\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} dy \right) dt}{dy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} dt.\end{aligned}\quad (19)$$

Úhlovou rychlosť otáčení bodu B kolem bodu A môžeme vyjadriť ako změnu úhlu $d\alpha$ za změnu času dt , obdobne to provedeme s úhlovou rychlosťou bodu D kolem bodu A : [24]

$$\begin{aligned}\omega_{BA} &= \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial x}, \\ \omega_{DA} &= -\frac{d\beta}{dt} = -\frac{\partial v_x}{\partial y}.\end{aligned}\tag{20}$$

Úhlová rychlosť ω_{BA} zároveň vyjadruje změnu rychlosťi deformace ve směru osy y při posunu o dx vůči bodu A . Obdobně úhlová rychlosť $-\omega_{DA}$ vyjadruje změnu rychlosťi deformace ve směru osy x při posunu o dy vůči bodu A .³

Průměrná úhlová rychlosť ω sousedních bodů je pak:

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right).\tag{21}$$

My rotační pohyb (tedy *vorticitu proudění*) v tomto případě neuvažujeme, tím pádem musí platit $\omega = 0$ a tedy:

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial v_x}{\partial y}.\tag{22}$$

Ve třech rozměrech analogicky platí:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_x}{\partial z} &= \frac{\partial v_z}{\partial x}, \\ \frac{\partial v_y}{\partial z} &= \frac{\partial v_z}{\partial y}.\end{aligned}\tag{23}$$

Pro celkový úhel deformace $d\gamma$ (za čas dt) pak platí:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}.\tag{24}$$

Jednotlivé složky rychlosťi deformace pak lze vyjádriť takto: [27][21][26][18]

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{2} \frac{d\gamma}{dt}.\tag{25}$$

Závěr $\dot{\gamma}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{d\gamma}{dt}$ není kontradikci vzorce 14. To proto, že $\dot{\gamma}$ vyjadruje celkovou změnu úhlu skosu za čas dt , zatímco složka $\dot{\gamma}_{ij}$ vyjadruje pouze složku ve směru jedné souřadnice. Tenzor rychlosťi deformace D_{ij} pak vyjadruje jednotlivé složky rychlosťi deformace $\dot{\gamma}_{ij}$. [24][28][29][25][26][21]

³Vzpomeňme na definici úhlové rychlosťi $\omega = \frac{v}{r}$. V našem případě nám úhlová rychlosť říká, o kolik se změní rychlosť deformace, pokud se posunu o nějaký kus směrem od středu otáčení.

V našem dvojrozměrném příkladu pak platí následující hodnoty:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_x}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} = 1, \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} &= 1, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0.\end{aligned}\tag{26}$$

Připomínám⁴, že:

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial x} & \frac{\partial \vec{v}_y}{\partial x} \\ \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial y} & \frac{\partial \vec{v}_y}{\partial y} \end{bmatrix},\tag{27}$$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \end{bmatrix},\tag{28}$$

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \end{bmatrix},\tag{29}$$

$$L_{ij} = D_{ij} + W_{ij}.\tag{13}$$

A tedy:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.\tag{30}$$

Jak bylo řečeno výše, v tomto případě je $\omega = 0$, a tedy $L_{ij} = D_{ij}$. Gradient rychlosti v tomto případě způsobuje pouze deformaci a žádnou rotaci. Povšimněme si zároveň, že tenzor D_{ij} je symetrický a tenzor W_{ij} je antisymetrický. [20]

2.6 Couettovo proudění

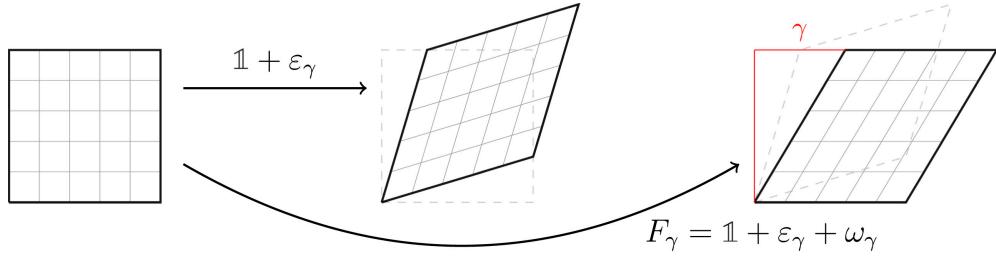
Uvažujme řez prouděním, které je definované následujícím způsobem:

$$\begin{aligned}v_x &= y, \\ v_y &= 0.\end{aligned}\tag{31}$$

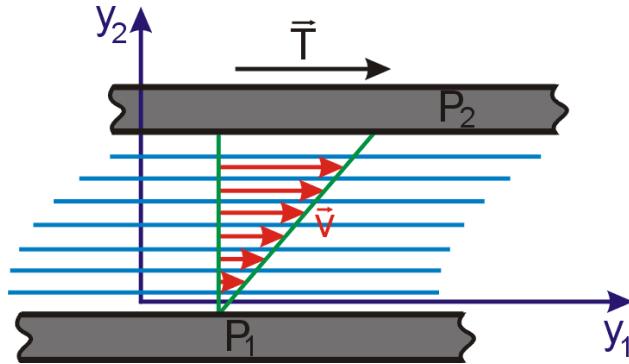
Použitím znalostí z minulé podkapitoly můžeme rovnou spočítat tenzor gradientu rychlosti:

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial v_x}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial v_y}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} &= 1, & \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0.\end{aligned}\right\} \implies L_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\tag{32}$$

⁴Viz vzorce 12, 13, 21 a 25.



Obrázek 4: Deformace v kapalině způsobená Couettovým prouděním. Povšimněme si různého působení složky deformace a složky rotace. [30]



Obrázek 5: Couettovo proudění. Červené vektory \vec{v} značí rychlosť proudění, černý vektor \vec{T} je vektor tečného napäti. Vidíme, že rychlosť \vec{v} stoupá ve smere souřadnice y_2 , pre gradient rychlosť tedy platí $\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial y_2} > 0$. Rychlosť deformace γ je vyjádrená úhlem mezi dvoma zelenými úsečkami a je ekvivalentom úhlu skosu u pevných látek. [31]

Kvôli tomu, že tenzory D_{ij} a W_{ij} musí splňovať vlastnosti symetrie, resp. antisimetrie, musí platiť:

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}, \quad W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

Vidíme, že tenzor rychlosť otáčení má nenulovou hodnotu, což na první pohled nemusí davať smysl: k žiadnej rotaci v kapalině totiž viditeľne nedochádza, pohyb častic v kapalině je pímočarý. Pro vysvetlenie nechť si čtenář predstaví výše definované proudenie ako řeku. Řeka sice bude téci pímo, ale pokud do ní hodíme nějaký plovoucí predmet, např. kládu, bude tato kláda proudením otáčena kolem vlastnej osy: k nějaké rotaci tedy evidentne dochádza. Jakým zpôsobem dochádza v kapaline ke spojeniu pôsobenia deformace a rotace (popsané práve tenzory výše) snad vysvetlí obrázok 4.

Proudenie popsané výše, tedy proudenie mezi dvoma rovnoběžnými rovinami, které se vůči sobě vzájemně rovnoběžně pohybují, a ve kterém se rychlosť proudení mění ve smere kolmém na pohyb tekutiny, se nazývá *Couettovo proudění*. Jedná se o častý a jednoduchý příklad vysvetlující pohyb kapaliny mezi dvěma deskami. [27] Couettovo proudění je znázorněné na obrázku 5.

2.7 Viskozita u newtonovských kapalin

V pevných látkách je velikost napětí přímo úměrná velikosti deformace (Hookeův zákon, viz str. 11). Sir Isaac Newton popsal, že podobně bude v kapalinách velikost napětí přímo úměrná rychlosti deformace. V tenzorovém zápisu platí:

$$\sigma_{ij}^{(d)} = D_{ij}^{(d)} \cdot 2\eta, \quad (34)$$

a obecně platí: [32]

$$\eta \frac{d\gamma}{dt} = \eta \dot{\gamma} = \tau, \quad (35)$$

kde $\sigma_{ij}^{(d)}$ je deviátor napětí v kapalině, $D_{ij}^{(d)}$ je deviátor rychlosti deformace, τ je tečné napětí a $\frac{d\gamma}{dt}$ i $\dot{\gamma}$ jsou rychlosť deformace. Konstanta úměrnosti η se nazývá *dynamická viskozita* (viskozita se česky též nazývá *vazkost*), má jednotku Pa s [Pascalsekunda] a určuje, jak rychle se bude kapalina deformovat při působení určité síly, resp. napětí. Látky, které považujeme za husté (v laickém slova smyslu, jako například med, nikoliv ve smyslu odborném, jako třeba rtuť), mají vyšší hodnoty viskozity, než látky řídké. Viskozita tedy určuje *vnitřní tření kapaliny*. V soustavě CGS je používanou jednotkou tzv. Poise, značený P, jehož ekvivalentem v soustavě SI je dPa s [Decipascalsekunda]⁵. Jako další užitečné veličiny jsou zaváděny *tekutost* jakožto převrácená hodnota dynamické viskozity, značená ϕ , a *kinematická viskozita*, značená ν , pro kterou platí vztah: [33]

$$\nu \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] = \frac{\eta}{\rho} \left[\text{Pa s, kg m}^{-3} \right], \quad (36)$$

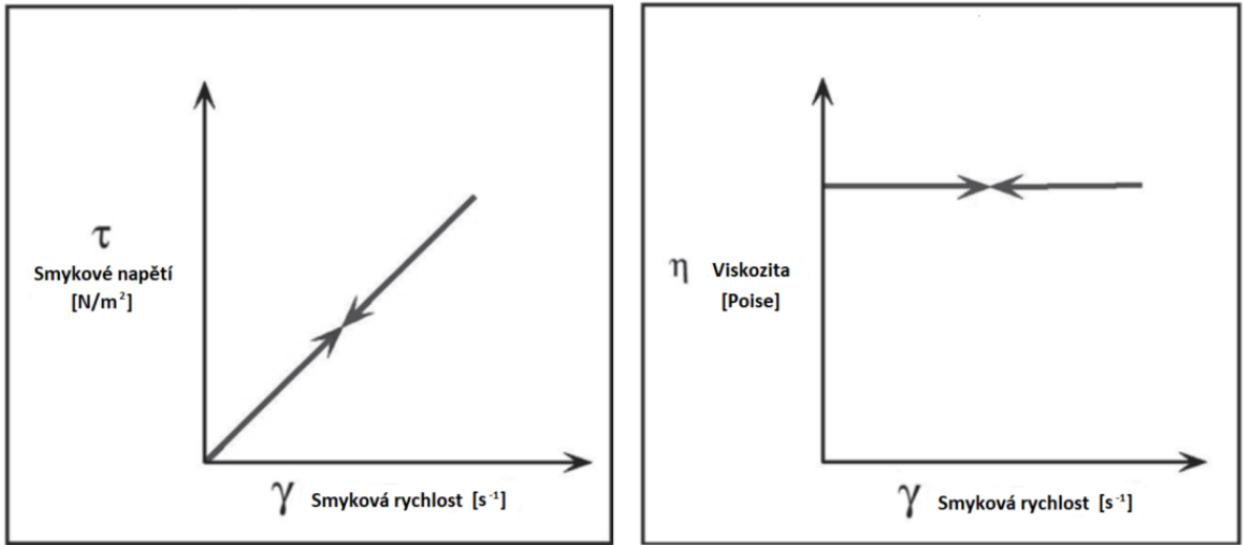
kde η je dynamická viskozita a ρ je hustota kapaliny.

Výše popsaný *Newtonův zákon viskozity* platí pro většinu jednoduchých kapalin: takové kapaliny pak nazýváme *newtonovské*. Závislost mezi velikostí tečného napětí a rychlostí deformace kapaliny je u těchto látek lineární, proto je též nazýváme *lineárně viskózní látky*. Tato vlastnost je znázorňena na obrázku 6. Kapaliny, pro které Newtonův zákon viskozity neplatí, a úměra mezi tečným napětím a rychlostí deformace tedy není přímá (většinou směsi), se nazývají kapaliny *neneNewtonovské*. [29][34]

2.8 NeneNewtonovské kapaliny

NeneNewtonovské látky (kapaliny) jsou takové látky, pro které Newtonův zákon viskozity neplatí. Závislost mezi tečným napětím a rychlostí deformace tedy není lineární, ale popisuje jí nějaký jiný vztah, proto je také nazýváme *látkami nelineárně viskózními*. [34] Vztah mezi rychlostí deformace a tečným napětím v kapalině $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ nebo $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}(\tau)$ se často zakresluje do grafů (podobně jako se pro vztah $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ pevných látek vykreslují pracovní diagramy), které se nazývají *reogramy*. [35] Křivka popisující vztah mezi rychlostí deformace a tečným napětím se pak nazývá

⁵Zmiňuju to proto, že mnou používaný viskozimetr měří právě v dPa s.



Obrázek 6: Reogram newtonovské kapaliny: vzájemná závislost smykového napětí τ , rychlosti deformace $\dot{\gamma}$ a dynamické viskozity η u newtonovských kapalin. [32]

toková křivka. [36] Reogram pro čokoládu je možné vidět na obrázku 7.

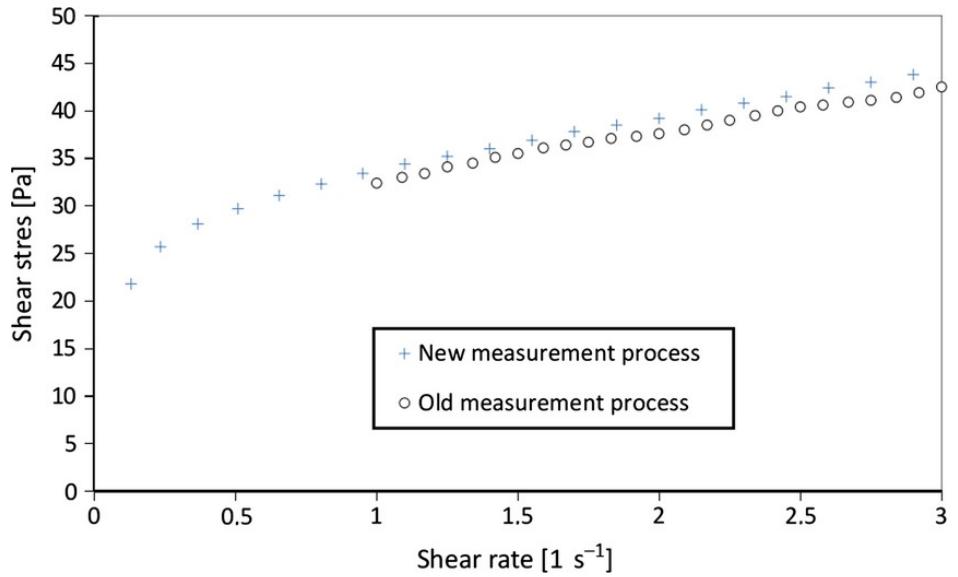
Protože pro nenewtonovské kapaliny neplatí Newtonův zákon viskozity, není poměr $\frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ při změnách rychlosti deformace nebo tečného napětí konstantní: viskozita tedy závisí na tečném napětí (a/nebo rychlosti deformace) a vlastnosti kapaliny nelze popsat její jedinou hodnotou. Musíme popsat průběh viskozitu v závislosti na ostatních veličinách. Zavádíme tzv. *zdánlivou viskozitu*, pro kterou platí: [38]

$$\eta(\tau) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}, \text{ nebo } \eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}, \quad (37)$$

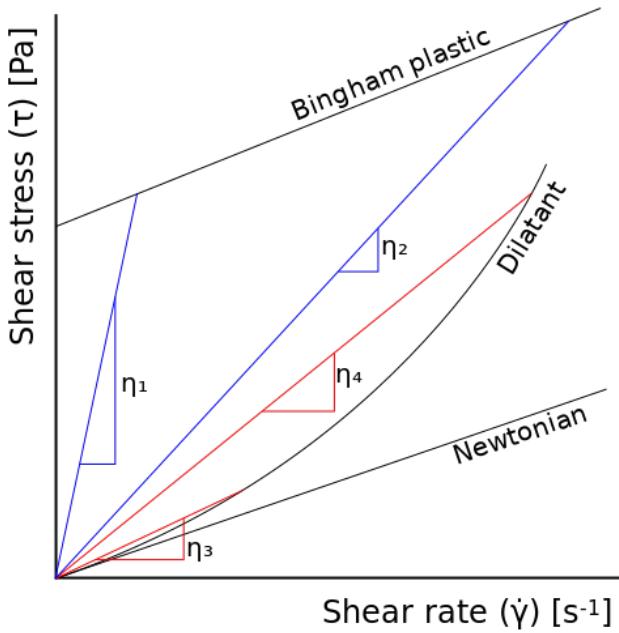
kde $\eta(\tau)$ je zdánlivá viskozita kapaliny při smykovém napětí τ a obdobně $\eta(\dot{\gamma})$ je zdánlivá viskozita při rychlosti deformace $\dot{\gamma}$.

Pro dokonalý popis vlastností kapaliny je nutné získat hodnoty zdánlivé viskozity při různých smykových napětích/rychlostech deformace. Měří se proto smykové napětí a rychlosť deformace, zdánlivá viskozita je pak pouhým podílem. Při vynesení tokové křivky do reogramu je pak zdánlivá viskozita směrnicí přímky vedené z počátku souřadnic grafu do datového bodu, jak ukazuje obrázek 8.

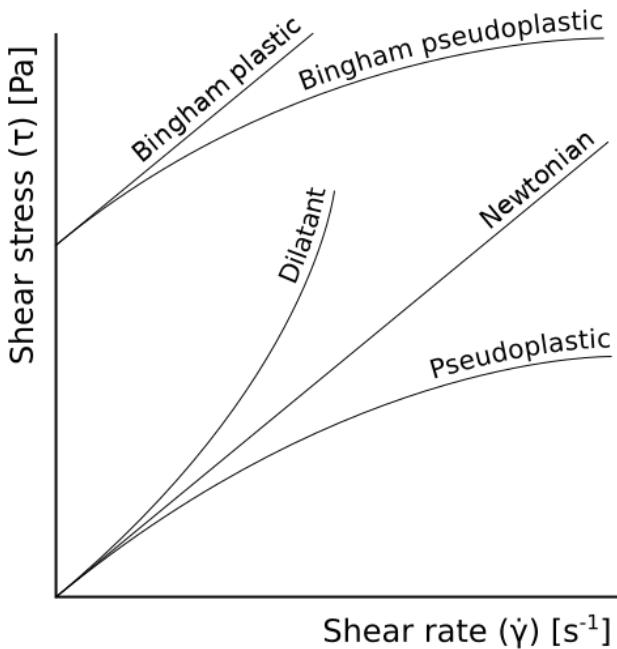
Nenewtonovské kapaliny pak rozlišujeme podle toho, zda při rostoucí rychlosti deformace zdánlivá viskozita roste či klesá. Látky, u kterých zdánlivá viskozita s rostoucí rychlosťí deformace roste, nazýváme *dilatantní*, naopak látky, u kterých zdánlivá viskozita s rostoucí rychlosťí deformace klesá, nazýváme *pseudoplastické*. Tokové křivky popisující chování nejen dilatantních a pseudoplastických látek jsou znázorněny na obrázku 9.



Obrázek 7: Reogram neznámé čokolády: vztah mezi rychlosí deformace (na ose x) a tečným napětím (na ose y). Obzvlášť u malých hodnot rychlosti deformace je zřejmé, že se nejedná o lineární vztah. Taktéž je zde zřetelná plasticita. [37]



Obrázek 8: Reogramy různých kapalin: závislosti tečného napětí (osa y) na rychlosí deformace (osa x) pro různé modely kapalin. Zatímco u newtonovské kapaliny se jedná o lineární vztah, zdánlivá viskozita dilatantní kapaliny s rostoucí rychlosí deformace roste (na obrázku $\eta_4 > \eta_3$). Povšimněme si, že viskozita je v tomto diagramu rovna směrnici přímky vedené od počátku k datovému bodu. U binghamské látky zdánlivá viskozita s rostoucím tečným napětím klesá ($\eta_2 < \eta_1$), byť je toková křivka binghamské látky přímou. [39]



Obrázek 9: Reogramy různých kapalin: závislosti tečného napětí (osa y) na rychlosti deformace (osa x) pro různé modely kapalin. Zdánlivá viskozita dilatantní kapaliny s rostoucí rychlostí deformace roste, u pseudoplastické kapaliny klesá. [40]

2.8.1 Dilatantní látky

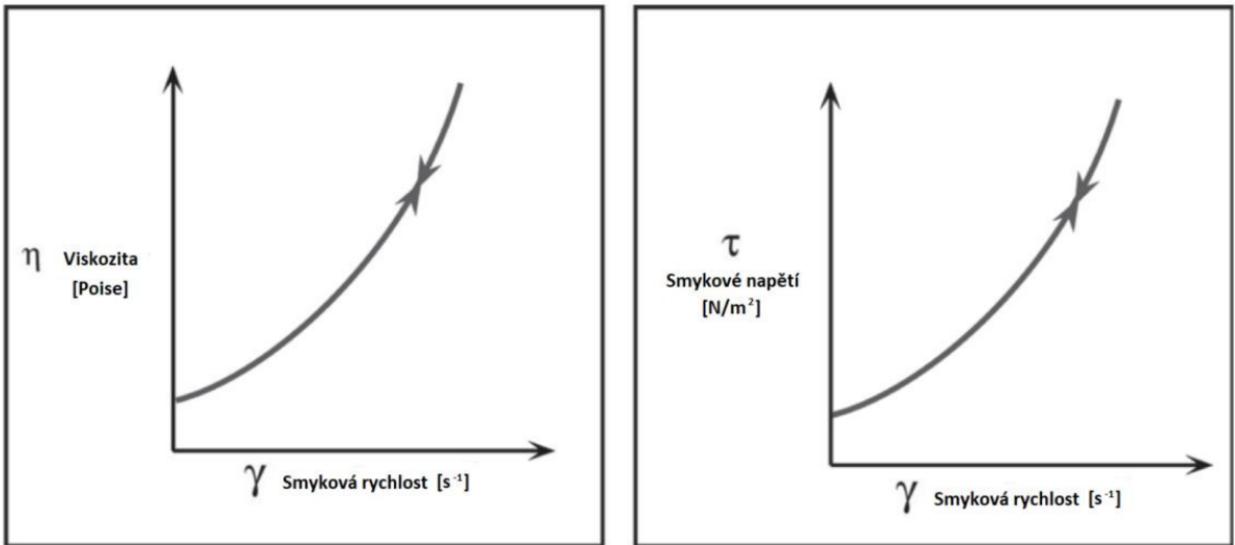
U dilatantních látek se zdánlivá viskozita s rostoucí rychlostí deformace zvyšuje. Dilatance není častým příkladem nenewtonovského chování kapalin a vyskytuje se hlavně u suspenzí a koloid. Ve stabilizované suspenzi nebo koloidě jsou rozptýlené částice rovnoměrně rozmístěné v kapalině a odpudivé síly, které mezi jednotlivými částicemi působí, jsou v rovnováze. Při deformaci jsou rozptýlené částice nuceny se vzájemně přiblížit a dochází k jejich oddělení ze směsi (tzv. *floklaci*). [41][42] Dochází pak k interakci mezi jednotlivými pevnými částicemi a směs se (alespoň velmi částečně) začne chovat jako pevná látka. Tím dojde ke zvýšení odporové síly a tedy i viskozity. [43]

Nejčastěji demonstrovaným příkladem je (i ve školním prostředí) směs vody a kukuričného škrobu. Chování dilatantní látky je znázorněno na obrázku 10.

2.8.2 Pseudoplastické látky

U pseudoplastických látek zdánlivá viskozita s rostoucí rychlostí deformace klesá. Přesné příčiny pseudoplasticity nejsou ještě dokonale prozkoumané, obecně se však má za to, že je způsobena přeuspořádáním častic v kapalině při deformaci. U suspenzí, které jsou tvořeny polymery, dochází při deformaci k jejich vzájemnému rozmotání a natočení se rovnoběžně se směrem deformace. Tím je zvýšena vzdálenost mezi jednotlivými částicemi a síla jejich vzájemných interakcí tedy slábne: viskozita klesá. [44]

Nejčastěji se pseudoplasticitá vyskytuje u suspenzí tvořených dlouhými řetězci nebo obecně u ta-



Obrázek 10: Reogram dilatantní kapaliny: vzájemná závislost smykového napětí τ , rychlosti deformace $\dot{\gamma}$ a dynamické viskozity η . [32]

kových, které mají komplexní strukturu. Praktickými příklady jsou některé jedlé kapalné směsi (kečup⁶, šlehačka), krev, nebo různé laky/barvy. [44] Chování pseudoplastické látky je znázorněno na obrázku 11.

2.9 Časová závislost viskozity

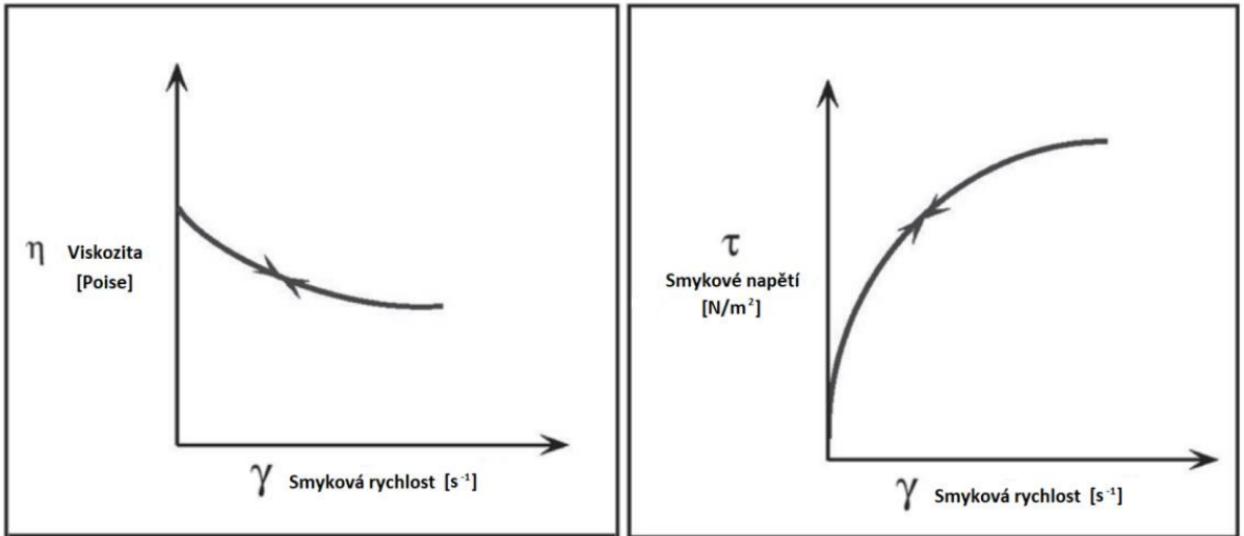
Viskozita kapaliny (a tedy rychlost její deformace) však kromě velikosti tečného napětí může záviset i na tom, jak dlouho tímto smykovým napětím na kapalinu působíme. Pokud například budeme na pseudoplastickou kapalinu působit určitým tečným napětím jen po zlomek sekundy, nestihne dojít ke změně orientace částic v kapalině a viskozita zůstane téměř neměnná. Se zvyšující se délkou trvání působení tečného napětí v kapalině bude viskozita postupně klesat. Rozlišujeme tedy opět dva druhy látek:

- Látky, u kterých při působení stálého tečného napětí rychlosť deformace se stoupající dobou působení klesá (viskozita tedy roste). Takové látky nazýváme *reopexní*.
- Látky, u kterých při působení stálého tečného napětí rychlosť deformace se stoupající dobou působení roste (viskozita tedy klesá). Takové látky nazýváme *tixotropní*.

2.9.1 Reopexní látky

U reopexních látek (někdy též *antitixotropních* látek) viskozita s dobou působení napětí roste (například při třepání postupně tuhnou). Příčiny reopexního chování kapalin nejsou ještě plně prozkoumány, nejspíše je však způsobeno postupnou koagulací rozptýlených látek v kapalině, která je deformací vyvolána, nebo dokonce úplnou krystalizací některých z kapalných složek směsi. [45][46]

⁶Čtenář má jistě s kečupem praktickou zkušenosť: teče tím snáze, čím větším tečným napětím na něj působíme.



Obrázek 11: Reogram pseudoplastické kapaliny: vzájemná závislost smykového napětí τ , rychlosti deformace $\dot{\gamma}$ a dynamické viskozity η . [32]

Reopexy je poměrně vzácným úkazem. Reopexními vlastnostmi se však vyznačují například tonery do tiskáren, kloubní maz nebo některá průmyslová maziva. [47]

2.9.2 Tixotropní látky

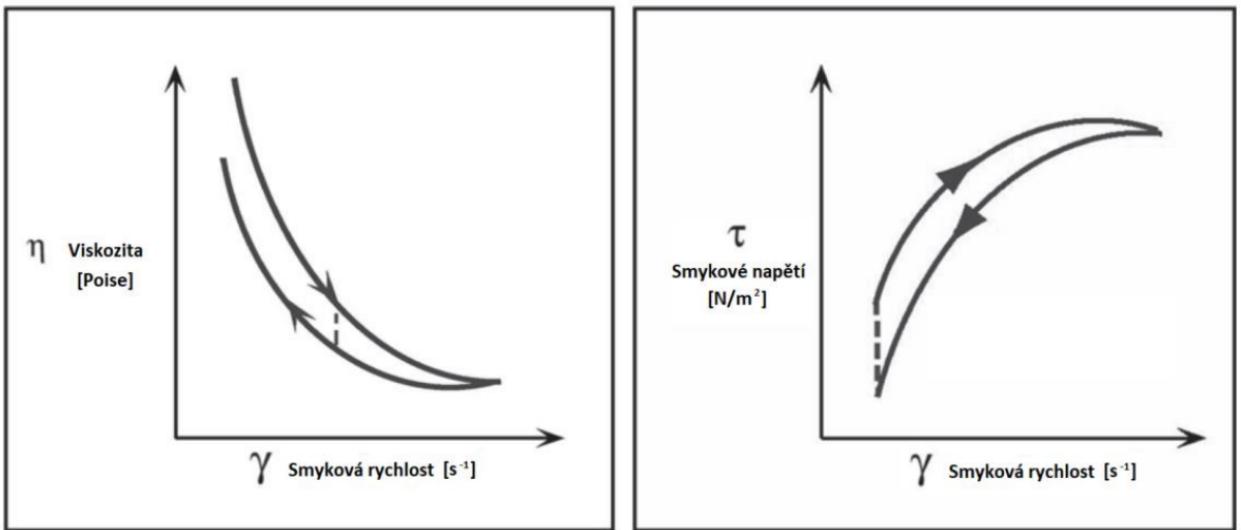
U tixotropních látek dochází při působení tečného napětí v kapalině k postupnému snížení viskozity. Příčiny tixotropního chování jsou nejspíše totožné s přičinami pseudoplasticity (viz str. 22). Přeuspořádání částic v kapalině však nějakou dobu trvá, naopak při uvolnění napětí se částice dlouhou dobu dostávají do méně uspořádaného stavu. Z tohoto důvodu zde dochází k tzv. *hysterezi*: látka si nějakou dobu „pamatuje“, jakou deformaci podstoupila. Při uvolnění napětí se tedy zdánlivá viskozita nevrací po téže křivce. Toto je znázorněno na obrázku 12. [32]

Příkladů tixotropních látek je v porovnání s ostatními druhy nenewtonovských kapalin mnoho (už jen kvůli principu jejich fungování). Z přírody např. tekutý písek, některé jíly a bahna, med nebo tělní tekutiny (lidské semeno). [48] Z dalších uvedeme například jogurt, cement, nebo pájecí pasty. [45][49][32][46]

2.10 Modelování chování nenewtonovských kapalin

Jak bylo popsáno výše, vztah mezi (zdánlivou) viskozitou a tečným napětím není u nenewtonovských kapalin lineární. Každá nenewtonovská kapalina má specifický profil závislosti viskozity na tečném napětí. Abychom mohli popsat chování nenewtonovských kapalin, musíme nejdříve popsat průběh viskozity v závislosti na tečném napětí. Vyjádřit tento vztah se snaží různé modely. Nejjednodušší z nich se nazývá *Ostwaldova-deWaaleova rovnice* a má tvar: [29][50]

$$\tau = \eta^* \dot{\gamma}^n. \quad (38)$$



Obrázek 12: Reogram tixotropní látky: vzájemná závislost smykového napětí τ , rychlosti deformace $\dot{\gamma}$ a dynamické viskozity η . Zde je evidentní hystereze kapaliny, křivky zdánlivé viskozity jsou různé při zvyšování a snižování smykového napětí. [32]

Pro zdánlivou viskozitu při dané rychlosti deformace $\eta(\dot{\gamma})$ pak platí:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \eta^* \dot{\gamma}^{n-1}. \quad (39)$$

Konstanta η^* vyjadřuje zdánlivou viskozitu kapaliny při smykovém napětí, které se limitně blíží 0, a v angličtině se pro ni používá termín „index konsistence“ (často je též značená písmenem k). Proměnná n pak vyjadřuje chování kapaliny. Pro pseudoplastické kapaliny platí $n < 1$, pro dilatantní kapaliny platí $n > 1$, a pro newtonovské kapaliny evidentně platí $n = 1$ (Ostwaldova-deWaaleova rovnice je pak redukována na Newtonův zákon viskozity).

Pro kapaliny, jejichž chování je složitější, vznikají jiné modely, které se snaží lépe approximovat chování dané konkrétní kapaliny. Viskozitní modely relevantní pro chování čokolády budou diskutovány ve vlastní kapitole na str. 38 a následujících.

3 VISKOZIMTRY

K měření viskozity kapalin (nebo kapalných směsí) se využívají přístroje zvané *viskozimetry*. Viskoziometry většinou měří zdánlivou viskozitu, protože je měření prováděno při neznámém tečném napětí/rychlosti deformace. To z principu nevadí u newtonovských kapalin. Přístroje, které kromě viskozity měří i smykové napětí nebo rychlosť deformace, při kterých byla viskozita měřena, a jsou tedy vhodné k měření tokových křivek nenewtonovských kapalin, se správně nazývají *reometry*. [51]

Stejně jako u měřicích přístrojů pro měření většiny ostatních veličin, i u viskozimetrů existuje několik různých konstrukcí, kdy každá pro měření dané veličiny používá jiného principu. Viskoziometry využívají k posouzení viskozity vždy jednu konkrétní vlastnost kapaliny, konkrétně:

- Rychlosť tečení kapaliny (trubicí/kapilárou), která závisí na viskozitě (jakožto vnitřním tření). Na tomto principu fungují kapilární a nálevkové viskozimetry.
- Odpor, který kapalina klade tělesu, které se v ní pohybuje. Velikost tohoto odporu závisí na viskozitě. Na tomto principu fungují těliskové a rotační viskozimetry.

Tyto druhy viskozimetrů si dovolím krátce popsat.

3.1 Kapilární viskozimetry

Kapilární viskozimetry pracují na principu měření času, za který určitý objem kapaliny protče skrz tenkou trubici kruhového průřezu (tj. kapiláru). Proto si nyní teoreticky popíšeme proudění kapaliny válcovou trubicí.

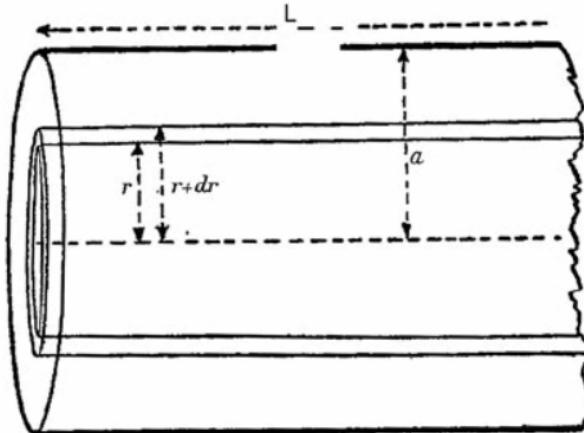
3.1.1 Tečení kapaliny trubicí, odvození Hagenova-Poiseulleova zákona

Při proudění kapaliny skrz trubici platí, že rychlosť proudění je nejvyšší ve středu trubice (uvažujeme laminární proudění). Kapalina je v mezní vrstvě těsně u stěny vůči stěně v klidu, čím více se přibližujeme ke středu proudění, tím rychlejší je proudění kapaliny. Existuje zde tedy gradient rychlosťi, jelikož se rychlosť mění vzhledem ke vzdálenosti od osy trubice. V zásadě se jedná o případ podobný Couettovu proudění (viz str. 17), jen se nepohybujeme v rovině, nýbrž ve válcu. Použitím vzorců č. 14 a 24 můžeme rychlosť deformace kapaliny v trubici vyjádřit vztahem: [52]

$$\dot{\gamma} = -\frac{dv}{dr}, \quad (40)$$

kde v je rychlosť proudění a r je vzdálenost od osy trubice. Dle Newtonova zákona viskozity (vzorec č. 35, str. 19) pak platí, že tečné napětí v kapalině bude rovno: [52]

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr}. \quad (41)$$



Obrázek 13: Znázornění kapalinových válců v trubici. [52]

Můžeme si představit, že kapalina je tvořena nekonečným množstvím soustředných dutých válců (jejichž plášť je nekonečně tenký). Znázornění těchto válců je na obrázku 13. Tyto kapalinové válce se v sobě vůči sobě navzájem pohybují, a na každý z nich působí tečné napětí. Toto tečné napětí působí na plochu kapaliny, která je rovna povrchu pláště našeho válce S' . Ten je roven: [52]

$$S' = 2\pi rl, \quad (42)$$

kde r je poloměr válce (tj. vzdálenost stěny válce od osy trubice) a l je délka trubice. Použitím vzorce č. 2 získáváme, že viskózní odporová síla působící na daný válec je rovna: [52]

$$F_\eta = \tau \cdot S' = -2\pi rl\eta \frac{dv}{dr}. \quad (43)$$

Na každý z těchto válců působí tlaková síla, která kapalinu žene trubicí. Pro tu platí: [52]

$$F_p = \Delta p \cdot S = \Delta p \pi r^2, \quad (44)$$

kde Δp je tlak působící na kapalinu, S je průřez trubice a r je poloměr válce. Pokud kapalina koná rovnoměrný pohyb, jsou síly F_η a F_p v rovnováze. Platí tedy: [52]

$$\begin{aligned} \Delta p \pi r^2 &= -2\pi rl\eta \frac{dv}{dr}, \\ \Delta p r &= -2l\eta \frac{dv}{dr}, \\ \frac{dv}{dr} &= -\frac{\Delta p r}{2l\eta}. \end{aligned} \quad (45)$$

Rychlosť proudění v ve vzdálenosti $(R - r)$ od stěny trubice (kde R je poloměr trubice) je pak

určena takto: [52]

$$v = \int \frac{dv}{dr} dr = \int \frac{\Delta pr}{2l\eta} dr = \frac{\Delta p}{2l\eta} \int r dr = \frac{\Delta p}{2l\eta} \int r d(R-r). \quad (46)$$

Položíme $x = (R - r)$, pak $r = -x + R$:

$$v = \frac{\Delta p}{2l\eta} \int (-x + R) dx = \frac{\Delta p}{2l\eta} \cdot \left(\frac{-x^2}{2} + Rx \right). \quad (47)$$

Dosazením $(R - r)$ zpět za x dostaváme:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\Delta p}{2l\eta} \cdot \left(\frac{-R^2 + 2Rr - r^2}{2} + R^2 - Rr \right), \text{ a tedy:} \\ v &= \frac{\Delta p}{4l\eta} (R^2 - r^2). \end{aligned} \quad (48)$$

Každým z námi uvažovaných válců proudí určité množství kapaliny. Průřez takovým dutým válcem s tloušťkou stěny dr kolmo na jeho osu je vlastně mezikruží, které bude mít obsah:

$$S = 2\pi r dr. \quad (49)$$

Pro průtok kapaliny platí vztah $Q = Sv$. Dosazením ze vzorce 49 dostaváme, že průtok dQ jedním infinitezimálním válcem je: [52]

$$dQ = 2\pi r dr v. \quad (50)$$

Průtok celou trubicí je pak součtem průtoků všemi infinitezimálními válcí (kterých je nekonečně mnoho). Dosadíme tedy rychlosť ze vztahu 48 a opět zintegrujeme vzhledem k r : [52]

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^R \left(2\pi r \cdot \frac{\Delta p}{4l\eta} (R^2 - r^2) \right) dr = \frac{2\pi\Delta p}{4l\eta} \int_0^R r (R^2 - r^2) dr \\ Q &= \frac{\pi\Delta p R^4}{8l\eta} \end{aligned} \quad (51)$$

Tento vztah se nazývá *Hagenův-Poiseulleův zákon*. Jeho úpravami lze získat: [53][32]

$$Q = \frac{\Delta p S^2}{8\pi l\eta}, \text{ a tedy: } \eta = \frac{\Delta p t S^2}{8\pi l V}, \quad (52)$$

kde Δp tlak, který kapalinu žene, η je dynamická viskozita kapaliny, l je délka trubice (kapiláry), Q je průtok, pro který platí $Q = \frac{V}{t}$, kde V je objem kapaliny, který protekl trubicí za čas t , r je poloměr trubice (kapiláry) a S je průřez trubice (kapiláry). V kapilárních viskozimetrech je jedinou hnací silou tíhová síla kapaliny a jediný tlak, který zde působí, je hydrostatický tlak kapaliny. Platí

tedy:

$$\Delta p = h\rho g, \text{ a tedy: } \eta = \frac{h\rho g t S^2}{8\pi l V}. \quad (53)$$

Jelikož h , g , S , 8 , π , l a V jsou konstanty, zahrnují se většinou do jedné *přístrojové konstanty* k , pro kterou platí:

$$k = \frac{hgS^2}{8\pi l V} \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{s}^2} \right]. \quad (54)$$

Pro kapilární viskozimetry tedy platí vztah:

$$\nu \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \right] = \frac{\eta}{\rho} \left[\text{mPa s}, \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] = kt \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{s}^2}, \text{s} \right], \quad (55)$$

kde ν je kinematická viskozita kapaliny, η je dynamická viskozita kapaliny, k je konstanta viskozimetru a t je čas, za který kapalina viskozimetrem protekla.

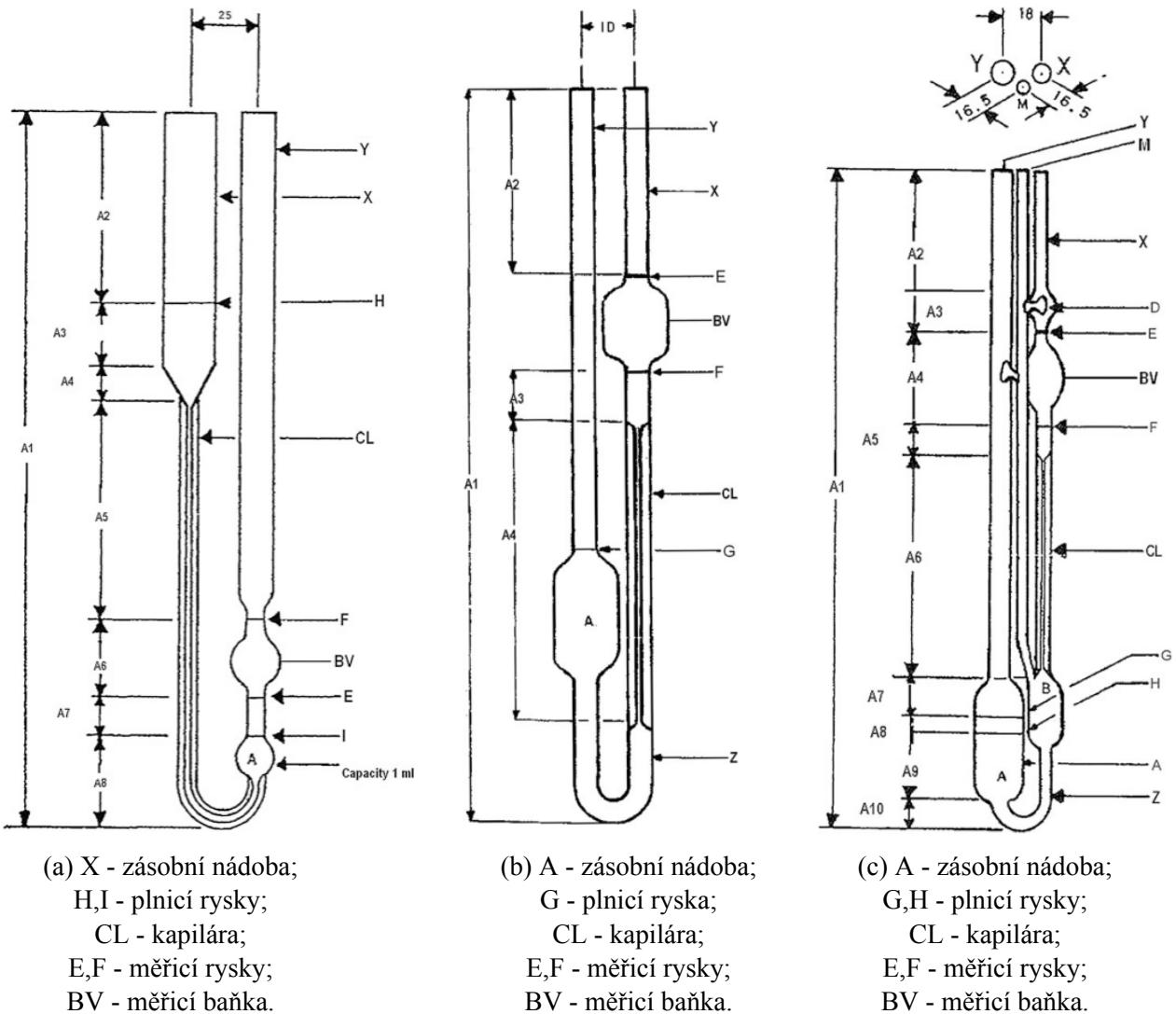
Ve skutečných viskozimetrech je pro naprostou přesnost ještě nutné uvažovat různé korekční faktory (aerostatický vztah působící na kapalinu, tepelná roztažnost viskozimetru, změna teploty měřené kapaliny během měření a další) [52], my je však uvažovat nebudeme.

3.1.2 Konstrukce a použití

Kapilární viskozimetry se vyrábí ze skla a mají tvar U-trubice (kapilára) je zúžena na přesně kalibrovaný průměr. Jedno rameno viskozimetru se naplní kapalinou až po plnicí rysku. Hladiny v ramenech tedy nejsou ve stejně výšce a kapalina není v rovnováze (je hnána vlastním hydrostatickým tlakem). Po uvolnění zátoky je kapalině umožněno tečení, kapalina protéká skrz kapiláru. Měřen je čas, za který kapilárou proteče určitý objem kapaliny. Dle Hagenova-Poiseullova zákona (52), respektive dle převodního vztahu kapilárních viskozimetrů (55) lze z tohoto času spočítat viskozitu. Přístrojová konstanta je zjišťována výrobcem a nejčastěji uvedena na těle přístroje. Viskozimetr by měl být po celou dobu měření ponořen ve vodní lázni.

Podle toho, zda kapalina během tečení teče do nebo z měřicí baňky rozlišujeme viskozimetry „pro neprůhledné kapaliny“ (někdy též nazývané *zpětné viskozimetry*) a „pro průhledné kapaliny“. [52] To proto, že pokud by se neprůhledná kapalina (jako třeba čokoláda) měřila vytékáním z měřicí baňky, smočila by nejdříve její stěny a nebylo by vidět, že kapalina již vytékla. Neprůhlednou kapalinu lze tedy měřit pouze tak, že do baňky vtéká.

Konstrukcí kapilárních viskozimetrů existuje celá řada. Nejrozšířenějším typem kapilárního viskozimetru pro průhledné kapaliny je *viskozimetr dle Ubbelohdeho*. Dalším často používaným typem je, pro jednoduchost svého provedení, *viskozimetr dle Ostwalda*, ať už v provedení pro průhledné nebo neprůhledné kapaliny. Nákresy těchto typů viskozimetrů jsou na obrázku 14. Použití jednotlivých typů viskozimetrů bude popsáno níže.



Obrázek 14: Ostwaldův viskozimetr pro neprůhledné kapaliny (vlevo), Ostwaldův viskozimetr pro průhledné kapaliny (uprostřed) a Ubbelohdeho viskozimetr (vpravo). [52]

Ostwaldův viskozimetr pro průhledné kapaliny: Tento viskozimetr je znázorněn na obrázku 14b, jednotlivé části přístroje budou popisovány písmeny z tohoto obrázku. Viskozimetr je umístěn (ideálně ve vodní lázni) do stojanu a je ověřena jeho svislá poloha. Měřená kapalina je do přístroje umístěna pomocí pipety plnicí trubicí (Y) tak, aby její hladina v zásobní nádobě (A) po ustálení byla v úrovni plnicí rysky (G). Po ustálení hladin a teploty je na měřící trubici (X) nasazen pipetovací balónek a kapalina vysáta tak, aby její hladina v měřící trubici (X) přesáhla měřící rysku (E) o přibližně 5 mm.⁷ Plnicí trubice (Y) může být zazátkována. Následně je pipetovací balónek odstraněn (to platí i pro případnou zátku): kapalina v tento okamžik začíná téct. Měření času je započato v momentě, kdy meniskus kapaliny v měřící trubici (X) projde první měřící ryskou (E) a ukončeno v momentě, kdy meniskus projde druhou měřící ryskou (F). [52]

Ostwaldův viskozimetr pro neprůhledné kapaliny: Tento viskozimetr je znázorněn na obrázku 14a, jednotlivé části přístroje budou popisovány písmeny z tohoto obrázku. Viskozimetr je umístěn (ideálně ve vodní lázni) do stojanu a je ověřena jeho svislá poloha. Měřená kapalina je vlita do zásobní nádoby (X) tak, aby se meniskus hladiny dostal na plnicí rysku (I). Poté je měřící trubice (Y) uzavřena zátkou. Následně je do zásobní nádoby (X) dolit zbytek kapaliny tak, aby se hladina kapaliny v zásobní nádobě (X) dostala na úroveň plnicí rysky (H). Po ustálení teploty je zátky z měřící trubice (Y) odstraněna: kapalina začíná téct. Měření času je započato v momentě, kdy meniskus kapaliny v měřící trubici (Y) projde první měřící ryskou (E) a ukončeno v momentě, kdy meniskus projde druhou měřící ryskou (F). [52]

Ubbelohdeho viskozimetr: Tento viskozimetr je znázorněn na obrázku 14c, jednotlivé části přístroje budou popisovány písmeny z tohoto obrázku. Hlavní odlišností tohoto typu viskozimetru od viskozimetru dle Ostwalda je ten, že během měření dojde k přetržení kapalinového sloupce. Zároveň má trubici (M), která slouží k vyrovnání tlaků pod a nad kapilárou. Tyto dva aspekty zajišťují výhodu Ubbelohdeho viskozimetru: rozdíl tlaku nezávisí na naplnění zásobní nádoby (A) a přesnost naplnění viskozimetru tím pádem neovlivňuje výsledky měření. [54] Samotné měření pak probíhá takto: měřená kapalina je nalita plnicí trubicí (Y) do zásobní nádoby (A) tak, aby se hladina kapaliny po ustálení nacházela mezi plnicími ryskami (G) a (H). Poté je vyrovnávací trubice (M) ucpána zátkou nebo prstem, na měřící trubici (X) je nasazen pipetovací balónek a měřená kapalina je do měřící trubice (X) vysáta tak, aby meniskus její hladiny přesahoval měřící rysku (E) o zhruba 5 mm. Otvor vyrovnávací trubice (M) je uvolněn. Následně je odstraněn pipetovací balónek (případně jiný zdroj sání) z měřící trubice (X): kapalina začíná téct. Měření času je započato v momentě, kdy meniskus kapaliny v měřící trubici (X) projde první měřící ryskou (E) a ukončeno v momentě, kdy meniskus projde druhou měřící ryskou (F). [52]

⁷Tato metoda sání kapaliny není vhodná pro těkavé látky. Pro těkavé látky je lepší nasadit pipetovací balónek na plnicí trubici (Y) a kapalinu nad měřící rysku (E) vytlačit přetlakem.



(a) Viskozimetr dle Zahna. [56]

(b) Viskozimetr dle Forda. [57]

(c) Viskozimetr dle Marshe. [58]

Obrázek 15: Různé typy nálevkových viskozimetrů.

3.2 Nálevkové viskozimetry

Nálevkové viskozimetry pracují, stejně jako kapilární viskozimetry, na principu měření času. V zásadě se tedy také řídí Hagenovým-Poiseulleovým zákonem, který byl popsán na straně 26 a následujících. Viskozimetr se sestává z nádoby (většinou ve tvaru kelímku nebo nálevky), která má ze spodní strany otvor o přesně stanoveném průměru. Nádoba se ponoří do měřené kapaliny, počká se, až se zcela naplní měřenou kapalinou, poté se z kapaliny vyjmé a měří se čas, za který kapalina z nádoby vytče (tj. až do prvního přerušení proudu). Tento čas lze pomocí vztahu podobnému tomu, který platí pro kapilární viskozimetry (str. 29), přepočítat na kinematickou viskozitu měřené kapaliny. Výpočetní vztahy se mění v závislosti na viskozimetru a většinou je stanovuje výrobce. Obecně platí vztah: [55]

$$\nu = K(t - c), \quad (56)$$

kde ν je kinematická viskozita měřené kapaliny, t je čas průtoku nálevkovým viskozimetrem a K a c jsou přístrojové konstanty (určené výrobcem).

Konstrukcí nálevkových viskozimetrů existuje celá řada. Liší se většinou tvarem, některé se také neplní ponořením. Některé konstrukce nálevkových viskozimetrů si čtenář může prohlédnout na obrázku 15.

Zásadní nevýhody tohoto typu viskozimetru jsou chybějící tepelná regulace a fakt, že hydrostatický tlak se v průběhu měření z důvodu vytékání kapaliny postupně mění. Jsou tedy oproti ostatním druhům viskozimetrů méně přesné. Jejich výhodou je nízká cena, dobrá dostupnost, jednoduché a časově nenáročné použití.

3.3 Těliskové viskozimetry

Těliskové viskozimetry pracují na principu měření rychlosti, kterou je těleso schopno pohybovat se kapalinou, pokud je hnáno silou známé velikosti. Hnací silou nenejčastěji síla tříhová, takové viskozimetry se pak nazývají *pádové*. Nejčastěji používanými tělisky jsou těliska kulového tvaru (viskozimetry používající kulová těliska se pak nazývají *kuličkové*).⁸ Rychlosť pohybu (pádu) těliska je zjišťována pomocí měření času, za který tělisko propadne mezi dvěma hladinami, jejichž vzdálenost je známá. Teoretický princip fungování pádového kuličkového viskozimetru bude popsán níže.

3.3.1 Teoretické poznatky, Stokesův zákon

Představme si kouli, která rovnoměrně padá kapalinou. Výslednice všech sil působících na takovou kouli musí být nulová. Síly, které na kouli působí, jsou:

- Tříhová síla \vec{F}_g , působící dolů,
- Vztlaková síla \vec{F}_{vz} , působící nahoru, a
- Odporná síla \vec{F}_η , působící proti směru pohybu, tj. nahoru.⁹

Platí tedy:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_{vz} + \vec{F}_\eta = 0. \quad (57)$$

Velikosti \vec{F}_{vz} a \vec{F}_η musí dohromady dát velikost \vec{F}_g : směry vektorů tedy nebudeme dále uvažovat a budeme počítat:

$$F_g = F_{vz} + F_\eta. \quad (58)$$

Víme, že:

$$\begin{aligned} F_g &= mg, \\ F_{vz} &= V\rho g, \end{aligned} \quad (59)$$

kde m je hmotnost koule, V je objem vytlačené kapaliny, zde tedy objem koule, ρ je hustota kapaliny a g je tříhové zrychlení. Pro velikost odporové síly F_η platí tzv. *Stokesův zákon*: [52][59]

$$F_\eta = 6\pi r\eta v, \quad (60)$$

kde r je poloměr koule, η je dynamická viskozita tekutiny a v je rychlosť pohybu koule skrz kapalinu.¹⁰ Dohromady tedy platí:

$$mg = V\rho g + 6\pi r\eta v. \quad (61)$$

⁸Dalším oblíbeným tvarem těliska je válcový píst.

⁹Při měření viskozity velmi hustých kapalin se může stát, že vztlaková síla přesáhne sílu tříhovou. Tělisko se pak pohybuje směrem vzhůru a ve všech vztazích níže je pak nutné počítat se zápornou pádovou rychlosťí v .

¹⁰Tento zákon platí pouze pro malá Reynoldsova čísla, tj. pro laminární obtékání koule a malé rychlosti.

Dosadíme $m = V\rho_k$, kde ρ_k je hustota koule (a ρ_t bude dále hustota tekutiny), a $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Dostáváme:

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho_k g = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_t g + 6\pi r\eta v, \quad (62)$$

a pro viskozitu kapaliny η tedy platí: [52]

$$\eta = \frac{2r^2g(\rho_k - \rho_t)}{9v}, \quad (63)$$

a pokud $v = \frac{\Delta h}{t}$, kde Δh je dráha, kterou padající koule urazí za čas t , je možné psát:

$$\eta = \frac{2r^2gt(\rho_k - \rho_t)}{9\Delta h}, \quad (64)$$

kde čas t je jediná proměnná (a tedy měřená) veličina.

3.3.2 Konstrukce a použití

Konstrukcí, které využívají výše uvedený princip, je celá řada. Existují komerčně prodávané kuličkové viskozimetry, většinou si však každý konkrétní výzkum upraví aparaturu dle vlastních potřeb. Hrubou představu o konstrukci kuličkového viskozimetru si může čtenář udělat z obrázku 16.

Viskozimetr jako takový tvoří skleněná trubice, do které je obsluhou přístroje vhazováno kulové tělísko. Měřicí trubice je umístěna ve vodní lázni, aby bylo možné regulovat teplotu měřené kapaliny. Teplota lázně je kontrolována teploměrem. Na měřicí trubici bývají vyznačeny rysky: měřen je čas mezi průchodem tělíska první a druhou ryskou. K výpočtu viskozity je pak použit vztah 64 s tím, že v reálných případech musí být připočten korekční faktor (válec, ve kterém se tělísko pohybuje, není nekonečně široký, a obtékání tělíska je tedy oproti Stokesovu zákonu ovlivňováno).

Je evidentní, že těliskový viskozimetr takovéto konstrukce je použitelný pouze pro průhledné kapaliny. Pro neprůhledné kapaliny se konstruují viskozimetry, které detekují pohyb tělíska pomocí cívek umístěných okolo přístroje nebo jiným technicky náročným způsobem. [60]

3.4 Rotační viskozimetry

Všechny výše popsané měřicí metody jsou vhodné pouze k měření viskozity newtonovských kapalin, jelikož není možné zjistit, při jakém tečném napětí nebo rychlosti deformace měření probíhá. Tento problém je řešitelný konstrukcí rotačního viskozimetru.

Rotační viskozimetry, podobně jako těliskové viskozimetry, měří odpor kladený tělesu, které se pohybuje v kapalině. Konkrétně je do kapaliny umístěno těleso, které se otáčí kolem své osy, a je měřen moment síly, kterým musí být na těleso působeno, aby v tomto otáčivém pohybu setrvalo. Tato rotační tělesa mají většinou tvar válce a nazývají se *měřicí vřetena*.



Obrázek 16: Kuličkový viskozimetr. [61]

3.4.1 Teoretické poznatky

Uvažujme válcovou nádobu o poloměru R , která je naplněna kapalinou. Dále uvažujme válec o poloměru R_v a výšce h , který je ponořený v této kapalině s tím, že jeho osa je kolmá na hladinu kapaliny a je tedy totožná s osou nádoby. Konečně uvažujme, že tento válec se kolem své osy otáčí úhlovou rychlostí Ω . Kapalina přiléhající k pláště válce se bude otáčet spolu s válcem rychlostí Ω , kapalina přiléhající ke stěně nádoby se nebude pohybovat vůbec. Existuje zde tedy gradient úhlové rychlosti kapaliny $\frac{d\omega}{dr}$, jelikož $\omega(R_v) = \Omega$ a $\omega(R) = 0$. Z Newtonova zákona viskozity (vztah 35, str. 19) víme, že $\tau = \eta\dot{\gamma}$. Gradient rychlosti $\frac{dv}{dr}$ lze získat vztahem (viz str. 26):

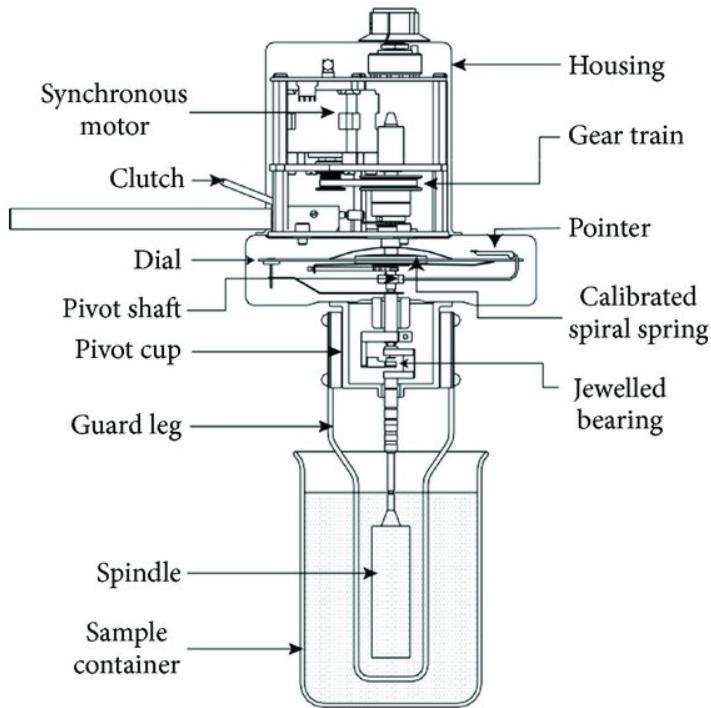
$$\dot{\gamma} = -\frac{dv}{dr} = -r\frac{d\omega}{dr}. \quad (65)$$

Platí tedy, že smykové napětí působící na pláště válce o poloměru r je rovno:

$$\tau = -\eta r \frac{d\omega}{dr}. \quad (66)$$

Podobně jako v kapitole o kapilárních viskozimetech (str. 26), i zde budeme uvažovat, že kapalina je ve skutečnosti tvořena nekonečným množstvím nekonečně tenkých válců. Situace je tedy podobná jako na obr. 13, ale osa válců je svislá (kolmá na hladinu kapaliny). Ze vztahu 6 zároveň víme, že $\tau = \frac{F}{S'}$. Plochu S' zde tvoří pláště válce, takže platí $S' = 2\pi rh$. Dohromady platí:

$$\frac{F}{2\pi rh} = -\eta r \frac{d\omega}{dr}. \quad (67)$$



Obrázek 17: Schéma jedné konkrétní (poměrně komplikované) konstrukce viskozimetru dle Brookfielda. [62]

Síla F působící na plášť infinitezimálního válce má tedy velikost: [52]

$$F = -2\pi r^2 h \eta \frac{d\omega}{dr}. \quad (68)$$

Pro moment síly platí $M = F \cdot d$, kde F je síla a d je rameno síly. Rameno síly je zde rovno poloměru infinitezimálního válce, a pro moment síly dM působící na něj tedy platí:

$$dM = -2\pi r^3 h \eta \frac{d\omega}{dr}. \quad (69)$$

Moment působící na skutečný ponořený válec je pak součtem všech těchto malých momentů dM . Integrováním vzhledem k r získáváme:¹¹ [52][63]

$$M = 4\pi h \eta \Omega \frac{R^2 R_v^2}{R^2 - R_v^2}. \quad (70)$$

Rychlosť deformace ve vzdálenosti r od osy válce lze spočítat vztahem: [64]

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{2\Omega R^2 R_v^2}{r^2(R^2 - R_v^2)}. \quad (71)$$

¹¹ Samotnému mi princip této integrace není plně objasněn. Při pokusném integrování na papíře jsem dospěl k jinému výsledku. Vyzývám tedy čtenáře, aby se o integraci pokusil sám: možná dospěje k rozumnému závěru.

3.4.2 Konstrukce a použití

Stejně jako u všech ostatních druhů viskozimetrů, i rotačních viskozimetrů existuje několik konstrukcí. Mezi vynálezci jedné z nich uvedeme např. Maurice Couetta, jehož jméno už v této práci zaznělo. [65] Nás však budou zajímat viskozimetry dle Brookfielda, jelikož viskozimetr této konstrukce bude později v této práci použit k měření viskozity čokolády.

Rotační viskozimetr dle Brookfielda využívá k měření viskozity měřicí vřeteno válcového tvaru, které rotuje kolem své osy symetrie a jehož osa rotace je totožná s osou nádoby, ve které se nachází měřená kapalina. Přístroj měří moment síly, který je nutný k udržení válce v rovnoměrném otáčivém pohybu, vyjádřený vztahem 70.

Měřicí vřeteno je poháněno motorem v přístroji. Vřeteno však není spojeno s motorem přímo: motor je spojen s ručkou přístroje, kterou vychyluje. Ručka přístroje je s měřicím vřetenem spojena pomocí spirálové pružiny. Velikost deformace pružiny je pak přímo úměrná momentu síly. [66] Diagram poměrně složité konstrukce viskozimetru dle Brookfielda je na obrázku 17.

4 ČOKOLÁDA

Čokoláda je oblíbená pochutina vyráběná ze semen kakaovníku (*Theobroma cacao*, což mimo jiné v překladu znamená *potrava bohů*). [67] Vyrábí se z ní celá řada dalších produktů.

4.1 Složení čokolády

Čokoláda je (ve svém kapalném skupenství) suspenzí různých rozptýlených látek v kakaovém másle. V hořkých čokoládách tvoří rozpuštěné látky částečky kakaa (tzv. kakaová sušina) a cukr (sacharóza). V mléčných čokoládách je kakaová složka částečně (ne však úplně) nahrazena mléčnou sušinou. V bílé čokoládě se kakaová sušina vůbec nevyskytuje, jedinou složkou vyráběnou z kakaa pak zůstává kakaové máslo, které drží ostatní složky (sacharózu, sušené mléko, lecitin a většinou vanilku nebo vanilin) pohromadě. Hlavní složkou čokolády, ve které jsou všechny ostatní složky rozptýlené, však vždy zůstává kakaové máslo. Jeho vlastnosti jsou tedy naprosto zásadní a budou popsány v následujících kapitolách. [68][69][70][71][72]

4.2 Reologické vlastnosti

Popsat reologické vlastnosti čokolády není vůbec jednoduché. [69] Obecně lze o čokoládě tvrdit, že je (ve svém kapalném skupenství) pseudoplastickou (tedy nenewtonovskou) kapalinou. [73][55] Její chování se však do značné míry mění právě v závislosti na tečném napětí, které v čokoládě působí. Při vysokých tečných napětích se čokoláda chová jako newtonovská kapalina, naopak při velmi nízkých hodnotách tečného napětí neteče vůbec (a chová se tedy jako pevná látka). Zároveň se jedná o kapalinu tixotropní. [69]

4.2.1 Binghamské látky

Látkám, které začínají téci až od určitého tečného napětí říkáme *plastické*. [74][35] Nejjednodušší formou plastické látky je tzv. *binghamská látka*. Pro ní platí, že se až do tečného napětí τ_0 chová jako pevná látka (tj. neteče a chová se podle Hookeova zákona, viz str. 11): toto napětí τ_0 nazýváme *prahové napětí*. [75][36] Od prahového napětí začíná binghamská látka téct a vztah rychlosti deformace a tečného napětí je při všech vyšších tečných napětích lineární (toková křivka je přímou). Zdánlivá viskozita však s rostoucím tečným napětím klesá, viz obr. 8. Při limitním zvyšování tečného napětí (resp. rychlosti deformace) k nekonečnu získáváme hodnotu zdánlivé viskozity η_∞ v těchto krajních hodnotách. Pro popis chování binghamských látek pak platí vztah: [73][76]

$$\tau = \tau_0 + \eta_B \cdot \dot{\gamma}, \quad (72)$$

kde τ_0 je prahové napětí a $\dot{\gamma}$ je rychlosť deformace. η_B je tzv. *binghamská viskozita*, pro kterou platí $\eta_B = \eta_\infty$. Binghamská viskozita η_B je zároveň směrnicí přímky reogramu binghamské látky, jak je možné vidět na obrázcích 8 a 9.

Jelikož se binghamské látky vyznačují právě onou lineární závislostí tečného napětí a rychlosti deformace, není model popsaný vzorcem 72 moc vhodný k popisování vlastností čokolády, snad jen při vysokých tečných napětích, kdy se i čokoláda projevuje spíše newtonovsky. Bude proto nutné tento model dále upravovat.

4.2.2 Herschelovy–Bulkleyho tekutiny

Spojením Ostwaldovy-deWaaleovy rovnice (str. 24) a binghamského modelu získáváme vztah popisující tzv. Herschelovu-Bulkleyho tekutinu: [73][76]

$$\tau = \tau_0 + \eta_{pl} \cdot \dot{\gamma}^n, \quad (73)$$

kde τ_0 je opět prahové napětí látky, η_{pl} je plastická viskozita tekutiny, $\dot{\gamma}$ je rychlosť deformace a pro n viz kapitolu o modelování nenewtonovských kapalin, str. 24.

Tento model je schopen popsat jak plastické, tak pseudoplastické vlastnosti kapaliny při relativně nízkých tečných napětích. Má však oproti modelu binghamských látek opačný problém: není schopen zachytit linearitu tokové křivky při vysokých tečných napětích. Odvážný čtenář si může dokázat, že pro Herschelův-Bulkleyho model platí:

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = 0, \quad (74)$$

a tento model tedy ani při vysokých hodnotách tečného napětí nemůže vyjadřovat lineární tokovou křivku. Je proto nutné vymyslet kompromisní model, který zachytí všechny tři důležité reologické vlastnosti čokolády, které byly popsány v úvodu této kapitoly:

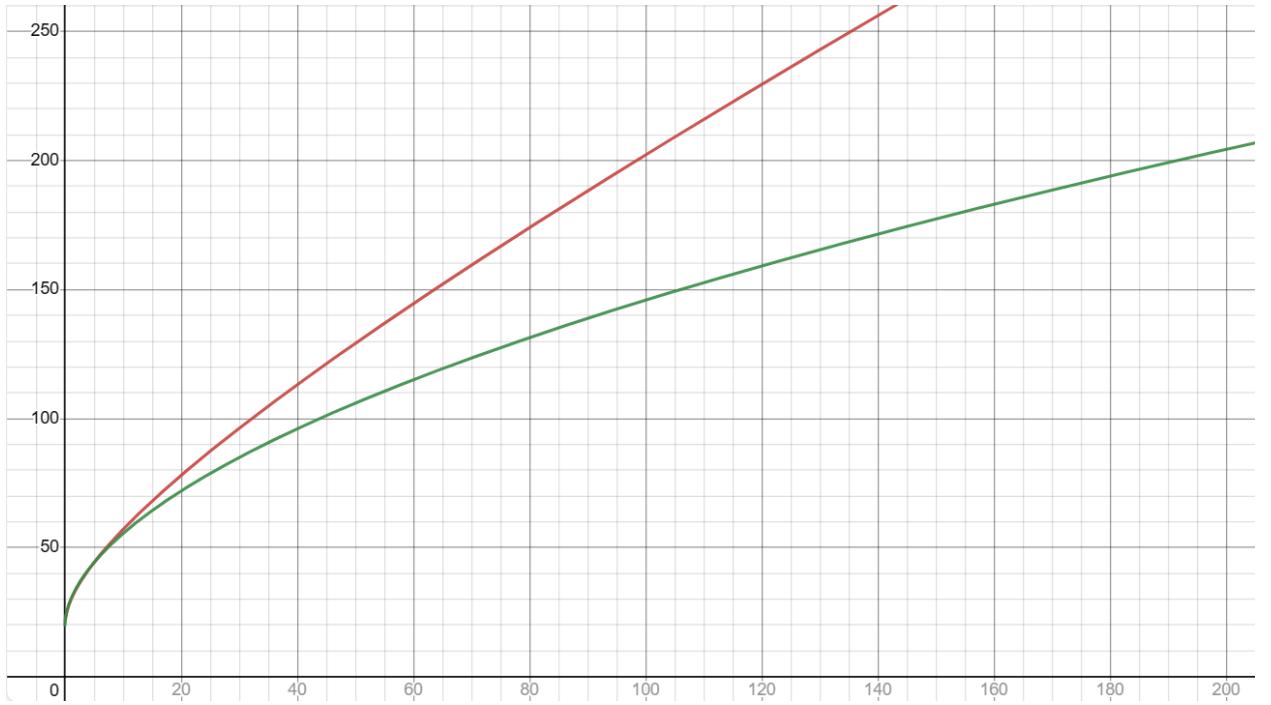
- Plasticitu, tedy tuhost čokolády při nízkých smykových napětích (a tedy existenci prahového napětí τ_0),
- Pseudoplasticitu čokolády (tj. nelinearitu její tokové křivky) při středních hodnotách smykových napětí, a
- Newtonovské chování čokolády (tj. linearitu její tokové křivky) při vysokých tečných napětích.

4.2.3 Cassonův model

Tímto ideálním kompromisem je tzv. *Cassonův model*. Je vyjádřen vztahem: [73][69][76][1]

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_{CA}} + \sqrt{\eta_{CA} \cdot \dot{\gamma}}, \quad (75)$$

kde τ je tečné napětí, τ_{CA} je Cassonovo prahové napětí, η_{CA} je Cassonova plastická viskozita, pro kterou platí $\eta_{CA} = \eta_\infty$ a $\dot{\gamma}$ je rychlosť deformace. Protože $\sqrt{\tau_{CA}}$ a $\sqrt{\eta_{CA}}$ jsou konstanty, můžeme



Obrázek 18: Srovnání tokových křivek Cassonova modelu (červená křivka) s Herschelovým-Bulkleyho modelem (zelená křivka) pro náhodně zadané hodnoty. Na ose x je znázorněna rychlosť deformace (zde bez jednotek) a na ose y tečné napětí (taktéž bez jednotek). Vidíme, že prahové napětí je 20. Zároveň vidíme, že pro nízká tečná napětí je Herschelův-Bulkleyho model dobrou approximací Cassonova modelu. Vytvořeno s pomocí webové aplikace desmos.com.

se setkat i se zápisem ve tvaru: [55]

$$\sqrt{\tau} = k_0 + k_1 \cdot \sqrt{\dot{\gamma}}, \quad (76)$$

kde $k_0 = \sqrt{\tau_{CA}}$ a $k_1 = \sqrt{\eta_{CA}}$.

Jelikož tento model obsahuje odmocniny, nemám, jak bych čtenáři naprostě intuitivně objasnili jeho fungování. Tento model však dobře popisuje všechny ze tří vlastností čokolády, které byly popsány výše, včetně lineárního průběhu tokové křivky při vysokých hodnotách tečného napětí: čtenář si opět může dokázat, že platí:

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = \eta_{CA}. \quad (77)$$

Pro nízké hodnoty tečného napětí lze Cassonův model approximovat Herschelovým-Bulkleyho modelem (protože se zde neprojevuje linearita tokové křivky, kterou Herschelův-Bulkleyho model neumí vyjádřit). To jsem se pokusil zobrazit na obrázku 18.

Pro své vlastnosti je Cassonův model základním modelem používaným cukrářskými organizacemi po celém světě. [69] Přesto lze tento model dále vylepšovat různými korekčními faktory, aby se jeho výsledky lépe přiblížily skutečným vlastnostem čokolády. [69] Při nízkých hodnotách tečného napětí se někteří uchylují k používání tzv. *Carreau* modelu, který nebudu dále rozebírat, nebo jiných modelů. [1][36]

Polymorf	Rozsah bodu tání [°C]
α	17,1 – 24,0
β'_2	22,4 – 28,0
β'_1	21,0 – 33,0
β_2	30,0 – 34,5
β_1	33,5 – 36,3

Tabulka 1: Rozsahy bodů tání jednotlivých polymorfů kakaového másla.[79]

4.3 Vlastnosti kakaového másla

4.3.1 Složení kakaového másla

Kakaové máslo tvoří triacylglyceroly esterifikované převážně dvěma nasycenými a jednou nenasycenou mastnou kyselinou: kyselinou palmitovou (nasycená), stearovou (nasycená) a olejovou (nenasycená). Každý triacylglycerol na sobě může mít navázanou jakoukoliv kombinaci (nejen) těchto mastných kyselin. Poměrné zastoupení jednotlivých triacylglycerolů v kakaovém másle pak ovlivňuje vlastnosti čokolády. [77][78]

4.3.2 Viskozita kakaového másla při jeho tuhnutí

Při ochlazování kakaového másla dochází nejdříve ke krystalizaci triacylglycerolů, které jsou tvořené nasycenými mastnými kyselinami. Tím dochází k rychlému zvýšení viskozity, kakaové máslo však zůstává v kapalném skupenství, protože triacylglyceroly tvořené i nenasycenými mastnými kyselinami krystalizují až při nižších teplotách: vzniká tedy suspenze¹². Triacylglyceroly tvořené třemi nasycenými mastnými kyselinami pak slouží jako krystalizační jádra pro další krystalizaci. Je však nutné podotknout, že příměsi v čokoládě značně ovlivňují mechanismus krystalizace kakaového másla. [77]

4.3.3 Polymorfie a bod tání

Kakaové máslo je polymorfní látka. [79] To znamená, že je schopné krystalizovat do několika krystalických struktur. [80] Každá z těchto krystalických struktur má odlišný bod tání. Body tání jednotlivých polymorfů kakaového másla jsou v tabulce 1. Čokoláda se vyrábí tak, aby většina kakaového másla krystalizovala do polymorfu β_2 . [81] Čokoláda by ve stavu, ve kterém ji koupíme, měla mít bod tání mezi 30 a 35 °C.

Polymorf α krystalizuje do šesterečné, polymorfy β'_2 a β'_1 do kosočtverečné a polymorfy β_2 a β_1 do trojklonné krystalografické soustavy. [77][82]

Při tuhnutí z kapalného skupenství však čokoláda krystalizuje pouze do polymorfů α , β'_1 a β'_2 . [83] Přetavená čokoláda má tedy nižší bod tání a jiné reologické a pevnostní vlastnosti než taková, která

¹²Čokoláda je samozřejmě suspenzí tak či tak, jelikož jsou v ní rozptýlené jiné látky popsané v kapitole na str. 38. Zde mluvíme o samotném kakaovém másle.

od výroby neroztála.¹³ Výrobní proces čokolády pak musí být navržen tak, aby došlo ke krystalizaci do polymorfu β_2 . Po procesu konšování (způsob promíchávání taveniny) je čokoláda opakovaně zahřívána a ochlazována v různém rozmezí teplot, kdy dochází k takzvané *prekrystalizaci*. Po vylití do forem může být čokoláda protřepána pomocí vibračního zařízení, aby byla zajištěna krystalizace do správného polymorfu (musí dojít k přechodu z kosočtverečné do trojklonné krystalografické soustavy). [71][84][85] V komerčně dostupných čokoládách je zhruba 60 – 80 % kakaového másla ve formě polymorfu β_2 . [77]

4.3.4 Závislost viskozity na teplotě

Zdánlivou viskozitu při určité teplotě lze při dostatečně vysokých teplotách, kdy je kakaové máslo dokonale roztavené, approximovat vztahem: [86]

$$\eta(t) = at^b, \quad (78)$$

kde $\eta(t)$ je zdánlivá viskozita při teplotě t [$^{\circ}\text{C}$] a a a b jsou materiálové konstanty zjištěné experimentálně.

¹³S tímto jevem se čtenář mohl setkat, pokud mu čokoláda někdy roztála třeba v batohu nebo v kapse.

5 VÝBĚR VHODNÉ APARATURY

K měření viskozity čokolády byly zpočátku uvažovány všechny výše zmíněné metody. Za účelem výběru jedné z nich byly měřící metody vyzkoušeny. O metodice tohoto testování pojednává tato kapitola.

5.1 Kapilární viskozimetr

Pomůcky: kapilární viskozimetr, vhodný stojan, stopky, případně kamera

Provedení: Za účelem otestování vhodnosti použití kapilárního viskozimetru byl pořízen zpětný kapilární viskozimetr dle Ostwalda (pro nákres viz obrázek 14a, str. 30) s přístrojovou konstantou $k = 0,3$, jehož fotografie je možné si prohlédnout na obrázku 30 v příloze. Pro výpočet viskozity platí jednoduchý vztah $\nu = kt$, popsaný na straně 29, kde ν je kinematická viskozita měřené kapaliny v $\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$, k je přístrojová konstanta a t je čas mezi průchodem kapaliny první a druhou měřicí ryskou na přístroji v s.¹⁴

Viskozimetr byl naplněn vodou až po rysku na přístroji. Následně byla odstraněna zátka a prostor v kapiláře mezi dvěma měřicími ryskami byl nahráván mobilním telefonem se schopností zpomaleného záběru.

Výsledky: Nahrávka byla následně zanalyzována: meniskus hladiny prošel spodní ryskou na 628. a horní ryskou na 1135. snímku nahrávky. Doba průtoku vody kapilárou byla tedy 507 snímků. Použitý mobilní telefon snímá zpomalený záběr se snímkovou frekvencí 120 Hz¹⁵ [87], naměřený čas t průtoku kapaliny je tedy:

$$\frac{507}{120 \text{ Hz}} = 4,225 \text{ s.} \quad (79)$$

Použitím vztahu pro výpočet viskozity získáme: [88]

$$\eta = 0,3 \text{ mm}^2 \text{s}^{-2} \cdot 4,225 \text{ s} \cdot 0,9997 \text{ g cm}^{-3} = 1,2671 \text{ mPa s} = 1,2671 \times 10^{-3} \text{ Pa s.} \quad (80)$$

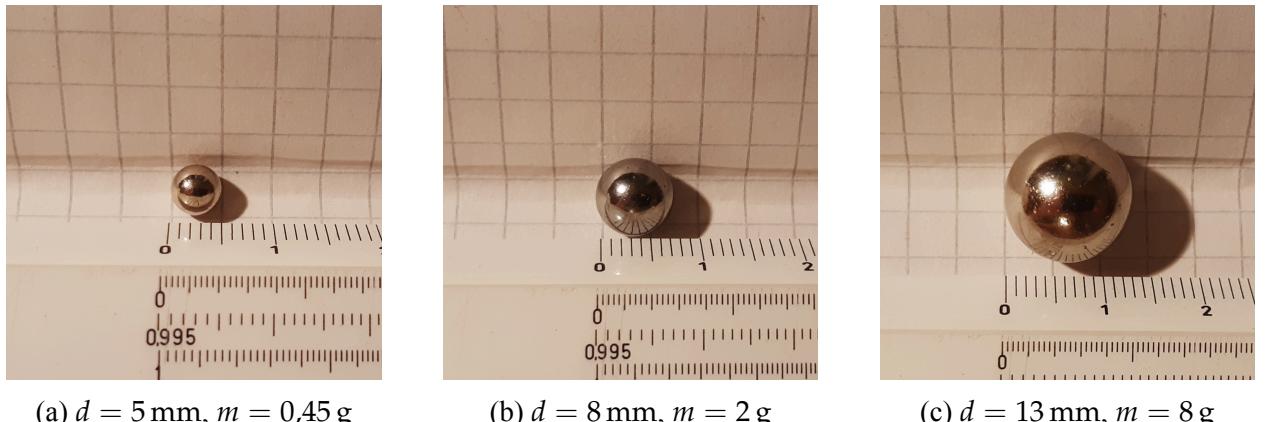
Závěr: Wikipedií uváděná viskozita vody je 1,3059 mPa s při 10 °C a 1,0016 mPa s při 20 °C. [89] Měřená voda byla bezprostředně před započetím experimentu načerpána z vodovodního řadu, její teplota se tak s jistotou pohybovala kolem 10 °C a naměřené hodnoty se tedy shodují s hodnotami tabulkovými. Podle jiné tabulky tato hodnota viskozity odpovídá teplotě vody 11 °C. [90]

Měření kapilárním viskozimetrem se tedy ukázalo jako přesné. Vzhledem k tomu, že se viskozita čokolády pohybuje řádově v jednotkách až desítkách Pa s, však tato měřící metoda není pro naše účely vhodná.¹⁶ Použití kapilárního viskozimetru skýtá i další nevýhody (složité čištění).

¹⁴Viz popis použití Ostwaldova zpětného viskozimetru na str. 31.

¹⁵Tato skutečnost byla ověřena nahráním mechanického chronometru. 40 sekund zaznamenaného videa odpovídalo 10 sekundám naměřeným chronometrem. Video je přehráváno snímkovou frekvencí 30 Hz, nahráváno tedy muselo být frekvencí čtyřnásobnou, tj. 120 Hz.

¹⁶Kapilární viskozimetry však samozřejmě existují v různých variantách, a lze s nimi tedy měřit kapaliny v širo-



Obrázek 19: Neodymové magnety použité jako těleska při testování těliskového viskozimetru. Údaje získané z webových stránek e-shop.magsy.cz.

5.2 Těliskový (kuličkový) viskozimetr

Pomůcky: kádinka, vodní lázeň, kovové kuličky

Provedení: Za účelem otestování vhodnosti použití pádového viskozimetru byly pořízeny kulové neodymové magnety různých průměrů od 5 do 13 mm.¹⁷ Použitá těleska jsou vyfotografována na obrázku 19. V kádince bylo roztaveno 200 g mléčné čokolády značky Milka. Následně byly do roztavené čokolády magnety postupně vhazovány, od nejmenších velikostí po největší.

Výsledky: Po vložení do čokolády se magnety, bez ohledu na jejich hmotnost/velikost, zastavily po kontaktu s hladinou. Žádný z magnetů nepropadl skrz čokoládu až na dno.

Závěr: Čokoláda je pro tuto měřící metodu příliš viskózní. Jako pádové tělesko viskozimetru nelze použít kovové koule přiměřených velikostí.

5.3 Nálevkový viskozimetr

Pro výsledky předchozích zkoušek (příliš vysoká viskozita čokolády) byla možnost použití nálevkového viskozimetru zavržena bez rozsáhléjšího testování.

5.4 Rotační viskozimetr

Pro nevhodnost všech ostatních měřicích metod bylo rozhodnuto o použití rotačního viskozimetru. Později byly za účelem ověření opakovatelnosti měření naměřeny dvě várky téže čokolády (Figaro) s pozitivním výsledkem (viz data v tabulce č. 6 v příloze).

kém rozsahu viskozit (až do tisíců, desetitisíců nebo statisíců $\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$, podle typu viskozimetru). [52] Sehnat takový viskozimetr v rozumné době a za rozumné peníze jsem však považoval za nemožné.

¹⁷Magnetické koule byly pořízeny proto, že byla uvažována možnost snímání polohy těleska v čokoládě pomocí cívek.

6 APARATURA

6.1 Použité pomůcky

Rotační viskozimetr, teploměr, hrnec nebo velká krystalizační miska, kádinka, rychlovarná konvice, laboratorní stojan, laboratorní zvedáček, držáky, křížové svorky, skleněná tyčinka či jiné vhodné míchadlo, hadice nebo skleněná trubička vhodného tvaru a rozměrů, další nádoby, případně: termostat, laboratorní zdroj nebo jiný výkonný zdroj stejnosměrného napětí, baterie typu PP3 (9 V), měděný drát (nebo jiný s vyšší rezistivitou), různé propojovací kably a dráty, elektrický budík, výkonové rezistory $3,3\ \Omega$ nebo jiné vhodnější.

6.2 Popis aparatury

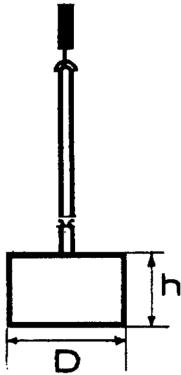
Ústřední částí aparatury je vodní lázeň. Krystalizační miska naplněná vodou je umístěna na laboratorním zvedáčku. V krystalizační misce je umístěna kovová kádinka (součástí příslušenství viskozimetru) určená k tavení čokolády (standardně bylo taveno 100 g čokolády). Teplota vody v lázni je monitorována teploměrem. V méém případě byl použit meteorologický teploměr půdní lomený (z vlastní sbírky), jehož měřicí kapalinou je rtuť. Tento teploměr je vhodný díky svému tvaru, měřicímu rozsahu $-21 - 61\ ^\circ\text{C}$, přesnosti odečítání teploty na $0,1\ ^\circ\text{C}$ a krátké hysterezi. Fotografií teploměru je možné si prohlédnout na obr. 36 v příloze. Do kádinky s čokoládou je ponořeno měřicí vřeteno viskozimetru. Čokoláda může být pro zajištění teplotní homogeneity míchána skleněnou tyčinkou nebo jiným vhodným míchadlem. Celá aparatura je upevněna na laboratorním stojanu.

Teplota lázně je udržována přiléváním vroucí vody z rychlovarné konvice do lázně při poklesu teploty pod žádanou mez. Jedná se tak o práci vyžadující značnou pozornost a časté monitorování teploty obsluhou aparatury. Navíc je teplota lázně měněna skokově a rozsah, ve kterém se teplota lázně pohybuje, je velký ($\pm 1,5\ ^\circ\text{C}$ při teplotách kolem $40\ ^\circ\text{C}$, $\pm 4\ ^\circ\text{C}$ při teplotách kolem $60\ ^\circ\text{C}$). Množství vody v lázni se zároveň neustále zvyšuje a vodu je proto nutné při naplnění misky odčerpat do jiné nádoby hadičkou nebo trubičkou, která je v lázni ponořena.

K měření viskozity byl použit rotační viskozimetr značky Haake model Viscotester VT-02. Konstrukcí se jedná o viskozimetr dle Brookfielda. Použité měřicí vřeteno bylo voleno podle viskozity čokolády. Technické údaje o vřetenech tohoto viskozimetru jsou k nalezení v tabulce 2. Pro čokolády s vyšší viskozitou bylo použito vřeteno ve tvaru nízkého válce pro rozsah $100 - 4000\ \text{dPa s}$, (v tabulce označováno jako vřeteno č. 2). Pro čokolády s nižší viskozitou bylo použito vřeteno ve tvaru vysokého válce pro měřicí rozsah $3 - 160\ \text{dPa s}$, (v tabulce hodnot označováno jako vřeteno č. 1). [91]

První implementace aparatury je vyfocena na obrázku 21, zbytek fotografií aparatury je k nalezení v příloze.

V domácím prostředí byla aparatura za účelem usnadnění měření a snížení nároků na pozornost



Obrázek 20: Obecný nákres rotačního vřetena. [91]

Číslo	Měřicí rozsah [dPa s]	D [mm]	h [mm]
1	3 – 150	$24,0 \pm 0,1$	$53,0 \pm 0,1$
2	100 – 4000	$15,0 \pm 0,05$	$1^{+0,05}_{-0}$
3	0,3 – 13	$45,1^{+0}_{-0,3}$	$47,0^{+0,2}_{-0}$

Tabulka 2: Rozměry a měřicí rozsahy vřeten dodávaných k viskozimetru Haake Viscotester VT-02. Hodnoty D a h srovnejte s obrázkem 20. [91]

obsluhy modifikována. Do vodní lázně bylo umístěno topné těleso spínané termostatem, který je na obrázku 22. Termostat umožňuje měřit teploty od -50 do 110 °C s udávanou přesností na $0,1$ °C. Teplotní čidlo termostatu tvoří termistor se záporným teplotním koeficientem ve vodotěsném pouzdře. Samotný termostat požaduje napájecí napětí 12 V, v této aparatuře byla k jeho pohonu použita 9 V baterie (PP3). Jako topné těleso byl použit smotaný měděný drát o odporu zhruba 5Ω . Topné těleso bylo napájené laboratorním zdrojem, který je schopen dodávat maximální proud 5 A. Použitím vztahu $P = RI^2$ vyplývá, že použité topné těleso mělo příkon kolem 125 W. Teplota lázně byla i nadále kontrolována rtuťovým teploměrem. Takto upravenou aparaturu lze, alespoň v teoretickém případě, nastavit na požadovanou teplotu, počkat na zahřátí lázně a čokolády, následně provést měření, termostat přenastavit na vyšší teplotu a opakovat. Tato modifikace by tedy v ideálním případě práci ušetřila. Termostat byl navíc schopen udržovat teplotu v rozsahu $\pm 0,5$ °C kolem požadované teploty (podstatně užší rozsah oproti manuální alternativě).

6.3 Problémy aparatury

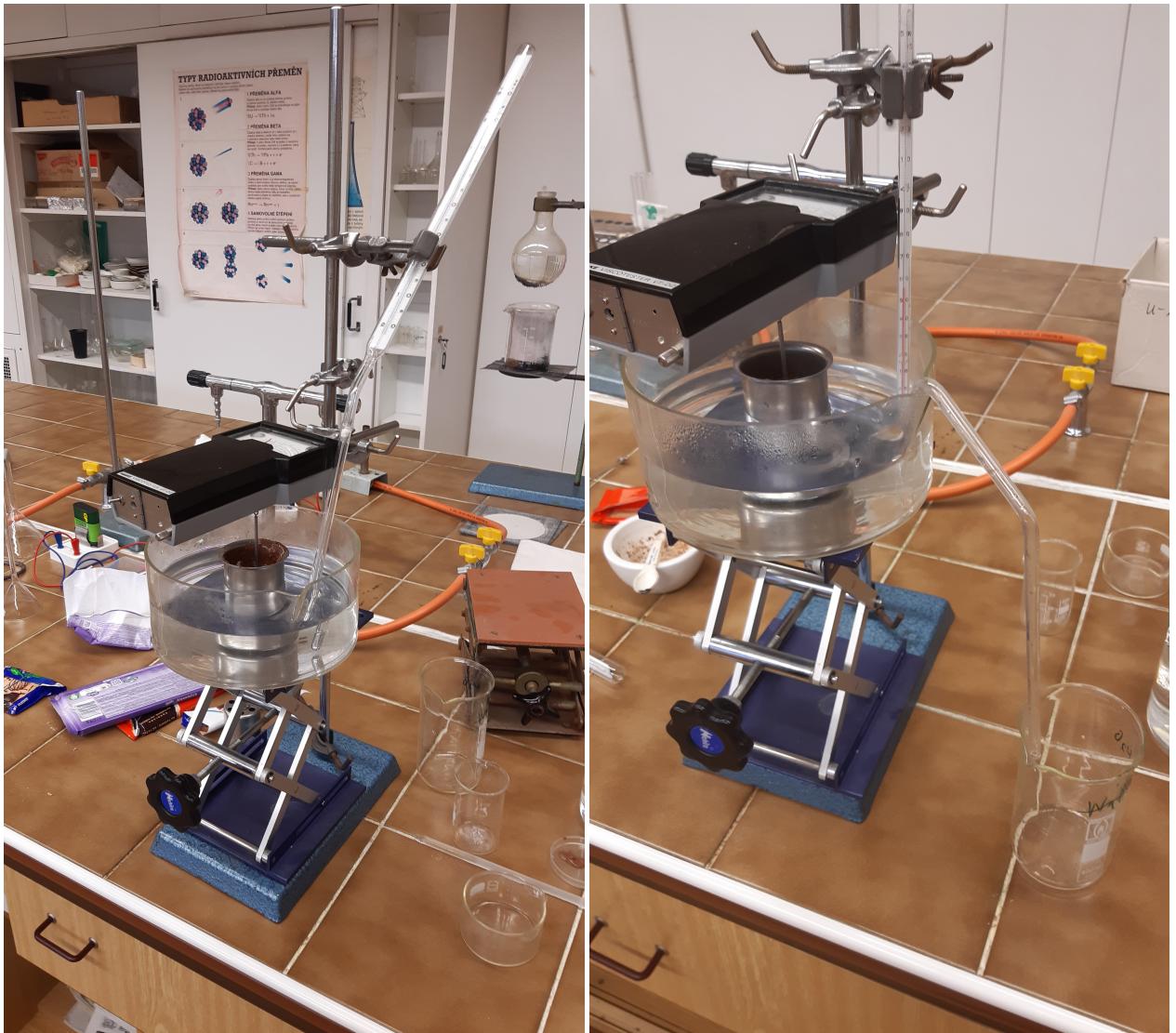
Výše popsaná implementace spínaného topného tělesa však skýtala několik problémů:

1. Problém: Elekromagnet, který spíná relé termostatu, 9 V baterii po několika desítkách minut vybil natolik, že termostat sice pracoval, ale baterie nebyla schopná dodat dostatečný proud k sepnutí kontaktů a zapnutí topného tělesa. Aparatura tedy z dálky vypadala jako správně fungující, nebyla však schopná vyhřívání a tedy udržení teploty.

Řešení: Jako nejjednodušší, nikoliv však trvalé řešení, se ukázalo vyměnit baterii za novou. Několik vybitých baterií šlo též zapojit paralelně a tím zvýšit dodávaný proud. Obě tato řešení však fungovala velice dočasně. Nakonec bylo rozhodnuto pro napájení termostatu stejnosměrným 13 V zdrojem z elektrické sítě, čímž byl problém odstraněn trvale.

2. Problém: Kontakty spojovacích kabelů, které byly k topnému tělesu připojeny, byly rozkládány elektrolýzou a docházelo tedy k přerušení obvodu.

Řešení: Konce spojovacích kabelů byly vyjmuty z vodní lázně a nahrazeny novými, nepoškozenými. V pozdější verzi aparatury byla lázeň plněna destilovanou vodou, čímž došlo



Obrázek 21: První implementace aparatury. Velká krystalizační miska na zvedáčku tvoří vodní lázeň. V ní je umístěna kovová kádinka s čokoládovou taveninou. Do ní je vloženo měřicí vřeteno rotačního viskozimetru. Teplota lázně je měřena teploměrem: vlevo je použit přesný meteorologický teploměr (specifikace viz str. 45), vpravo je použit jiný, neznámý laboratorní teploměr, který byl schopen měřit vyšší teploty. Teplota lázně byla regulována přileváním horké vody do lázně. Na pravém obrázku je pak vidět skleněná trubička, kterou byla přebytečná voda z lázně odčerpávána.



Obrázek 22: Použitý termostat. [92]

k odstranění tohoto problému.

3. Problém: Topné těleso po pár hodinách přestává vést elektrický proud. Po zhruba dvou hodinách odporník topného tělesa náhle skokově vzrostl na jednotky až desítky $\text{k}\Omega$. Toto je nejspíše způsobeno degradací materiálu. Tenká smaltovaná izolace měděného drátu byla narušena v místech, kde byl drát ohnuty. Tato narušení se mohla zesilovat opětovným ohýbáním drátu tam a zpět (při opětovném uzavírání a otevírání obvodu se elektromagnetická síla projevovala značným cukáním topného drátu tam a zpět, což mohlo po několika hodinách a tedy stovkách cyklů materiál unavit). V těchto bodech byl materiál zároveň vystaven vodě v lázních a tedy i působení elektrolýzy. Příčina zvýšení odporu drátu však stále zůstává neznámá.

Řešení: Měděný drát topného tělesa byl po každém selhání nahrazen novým.

4. Problém: Horké kontakty topného tělesa na vzduchu oxidovaly a docházelo tak k rozpojení obvodu.

Řešení: Vrstva oxidu byla v pravidelných intervalech odstraňována pomocí nože nebo smirkového papíru, případně bylo celé topné těleso nahrazeno novým.

5. Problém: Termostat při teplotách nad 57°C ukazuje nesmyslné hodnoty, spíná tedy nesprávně a není schopen udržet teplotu ve stanoveném rozsahu. Jedná se nejspíše o vadu termostatu.

Řešení: Tuto závadu se nepodařilo odstranit, při teplotách nad 57°C byla tedy teplota monitorována a upravována manuálně. Posléze bylo od měření při teplotách vyšších než 55°C úplně upuštěno.

6. Problém: Voda se z vodní lázně postupně odpařuje (platí pouze u konstrukce aparatury s topným tělesem).

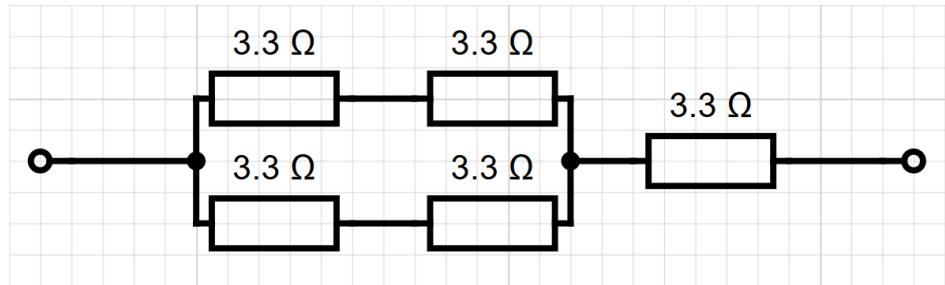
Řešení: Voda byla do lázně v případě nutnosti dolévána. Byla tím však narušována udržovaná teplota lázně.

7. Problém: Teplota lázně naměřená termostatem se liší od teploty naměřené rtuťovým teploměrem.

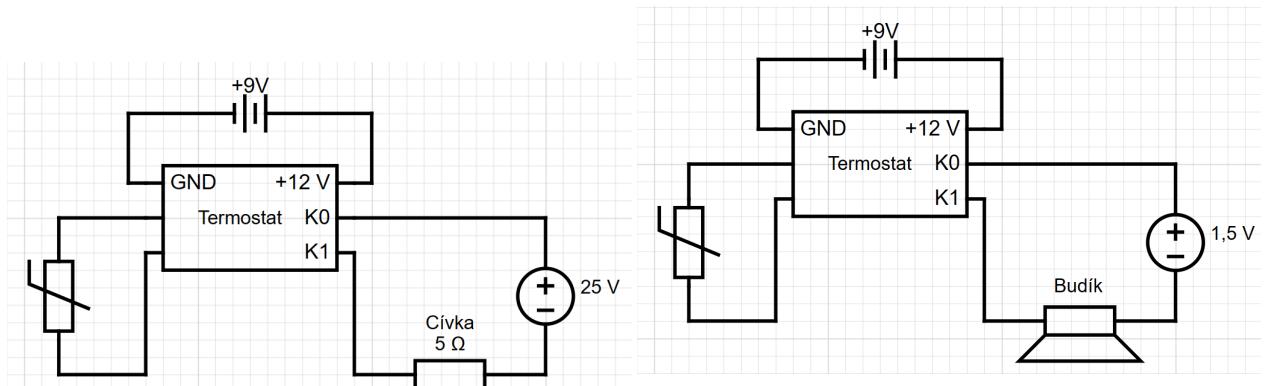
Řešení: Při měření byla zaznamenána velikost chyby termostatu 1°C . O tuto chybu pak byly výsledky měření posunuty (rtuťový teploměr byl považován za přesnější).

Po několikáté výměně topného tělesa (v důsledku problémů 3 a 4) v mé osobní zásobě došel měděný drát, od aparatury v této sestavě tedy bylo nutné upustit. Aparatura byla znova modifikována: namísto topného tělesa byl do okruhu zapojen elektrický budík, napájen z laboratorního zdroje napětím 1,5 V. Ten obsluhu aparatury upozorňoval zvukovou signalizací pokaždé, když teplota lázně klesla pod stanovenou mez. Teplota lázně však musela být (pro absenci topného tělesa) udržována manuálně (varnou konvicí). I tato implementace měla své limity (ukázalo se, že budík není stoprocentně funkční), jednalo se vskutku pouze o provizorní řešení.

Posléze byla aparatura opět modifikována a jako topného tělesa bylo namísto měděného drátu použito soustavy výkonových $3,3 \Omega$ rezistorů. Schema zapojení rezistorů je na obrázku 23. Tím došlo k odstranění problémů č. 3 a 4. Nebylo tak nutné spotřebovávat desítky metrů měděného drátu, jelikož prostředí lázně rezistory díky jejich obalu nepoškozovalo.



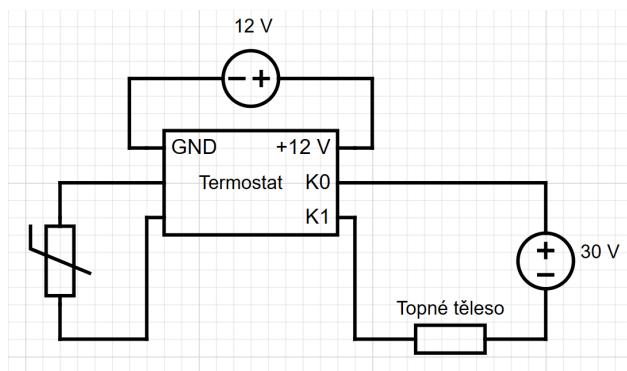
Obrázek 23: Schéma zapojení rezistorů, které byly použity jako topné těleso. Vytvořeno s pomocí webové aplikace www.circuit-diagram.org.



(a) První zapojení aparatury.

(b) Provizorní zapojení aparatury s budíkem jakožto zvukovou signalizací.

Obrázek 24: Vyzkoušená zapojení aparatury. Vytvořeno s pomocí webové aplikace www.circuit-diagram.org.



Obrázek 25: Finální zapojení aparatury. Topné těleso je rozkreslené na obr. 23. Vytvořeno s pomocí webové aplikace www.circuit-diagram.org.

Toto zapojení bylo vybráno z důvodu, že ztrátový výkon použitých rezistorů byl pouze 20 W. Napětí a proud protékající celým topným tělesem byly 30 V a přibližně 4 A, topné těleso tedy mělo příkon zhruba 120 W. Při rozložení tohoto příkonu zjistíme, že každý z rezistorů v levé části obr. 23 má příkon 15 W, což splňuje jeho provozní požadavky. Rezistor úplně vpravo má zde příkon 60 W, což značně převyšuje jeho ztrátový výkon. I přesto bylo k tomuto zapojení přistoupeno, a to z důvodu, že bylo pořízeno pouze 10 téhoto rezistorů. Pokud bychom chtěli zapojit do topného tělesa rezistorů 8, zbyly by pouze dva náhradní, což jsem považoval za riskantní. Naopak se nabízelo

zapojení pouhých dvou rezistorů sériově, oba by pak měly příkon 60 W, za to by však bylo hodně náhradních rezistorů pro případ, že by se některý z použitých pro překročení ztrátového výkonu přepálil. Raději však bylo zvoleno zapojení na obrázku 23, protože nabízí střední cestu mezi oběma alternativními zapojeními, topné těleso má větší povrch a lépe a rovnoměrnější tím pádem prohřívá lázeň a v případě poškození je možné sestavit ještě jedno úplně nové topné těleso. Riziko přepálení rezistoru jsem považoval za malé, jelikož byl rezistor chlazen právě vodní lázní, ve které byl umístěn. Skutečný ztrátový výkon rezistoru byl tedy o mnoho vyšší, než oněch 20 W udávaných na vzduchu.

Schémata celkových zapojení aparatury v různých provedeních jsou na obrázcích 24 a 25.

7 PRŮBĚH MĚŘENÍ

Pomůcky: Výše popsaná aparatura, třecí miska s tloučkem (nebo jiné náčiní vhodné k drcení čokolády).

Průběh: Vodní lázeň byla předehřátá na 37 °C. Do misky s tloučkem bylo vloženo 100 g čokolády, která byla následně nadrcena. Většinou nebylo nutné čokoládu vážit – 100 g je standardní hmotnost jednoho balení. Malé množství drcené čokolády (okolo jedné čajové lžičky) bylo nasypáno do kovové kádinky, která byla vložena do lázně. Po částečném roztavení čokolády v kádince byla postupně přisypávána další čokoládová drť. Čokoládová tavenina byla po celou dobu míchána vhodným míchadlem. Po vložení celého vzorku do kádinky byla tavenina ponechána při teplotě 37 °C ještě několik desítek minut a soustavně míchána, aby byla zajištěna teplotní homogenita a úplné roztavení čokolády, včetně rozbití vzniklých hrudek.

Do této homogenní čokoládové taveniny bylo ponořeno měřící vřeteno viskozimetru tak, aby jeho spodní část zůstala zhruba 5 mm nad dnem kádinky. Samotné měření pak probíhalo následujícím způsobem:

- Voda v lázni byla přivedena na požadovanou teplotu. V případě ohřívání byla do lázně buď přiliha horká voda z konvice tak, aby teplota vzrostla zhruba na požadovanou teplotu, nebo byla nastavena vyšší teplota na termostatu. V případě ochlazování byla lázeň ponechána působení přirozené výměny tepla s okolím (v případě použití termostatu musel být samozřejmě nastaven na nižší teplotu).
- Požadovaná teplota byla udržována alespoň 30 minut (často však raději déle) a čokoláda byla občasně míchána, aby bylo zajištěno dosažení teploty a tepelná homogenita taveniny.
- Bylo ověřeno správné umístění vřetena v tavenině, tj. že je vřeteno ve středu kádinky a ve svislé poloze.
- Byl zapnut viskozimetr.
- Po ustálení ručky byla z přístroje odečtena hodnota, v případě, že se ručka neustálila (oskolovala s amplitudou řádově pár mm), byla odečtena průměrná hodnota.
- Teplota lázně byla přivedena na další požadovanou hodnotu dle prvního kroku a měření se opakovalo.

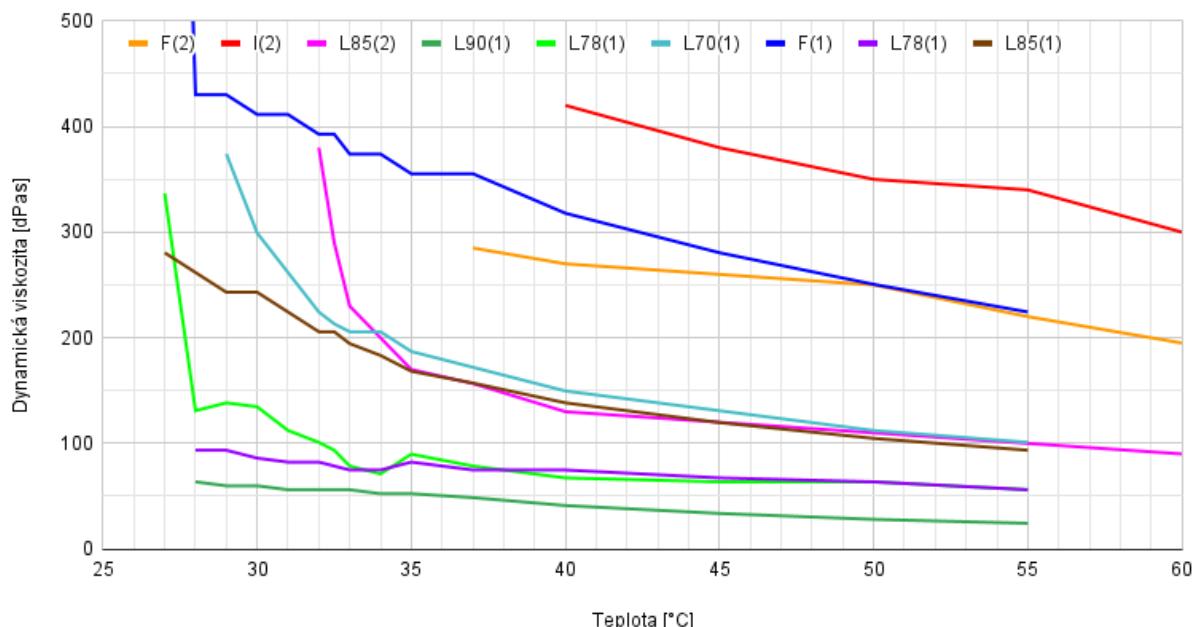
Výsledky měření byly průběžně zapisovány do Google tabulky. Po ukončení měření bylo vřeteno vyjmuto z taveniny a všechny nástroje, které přišly do styku s čokoládou, byly rádně omyty.

Po roztavení čokolády při 37 °C byla viskozita zkoumána při teplotách 37, 40, 45, 50 a 55 °C, při prvním měření i při 60, 70 a 80 °C. Následně byla čokoláda ochlazena zpět na 37 °C a byla prováděna měření při nízkých teplotách: postupně 35, 34, 33, 32, 32, 31, 30, 29, 28 a 27 °C, vždy až do počátku tuhnutí čokolády.

8 VÝSLEDKY

Data z měření jsou dostupná v tabulkách 6 a 7 v příloze. Měřeno bylo několik druhů čokolád: seznam druhů je k nalezení v tabulce 4 v příloze. Bylo zjištěno, že viskozita čokolády se se zvyšující teplotou snižuje. Graf, ve kterém jsou všechny datové řady znázorněné, je na obrázku 26.

Naměřené viskozity čokolády (zpracováno)



Obrázek 26: Naměřené dynamické viskozity čokolád. Pro druhy čokolád viz tabulku č. 4 v příloze. Číslo v závorce udává vřetenou použitou k měření (viz tabulku vřeten, str. 46). Hodnoty naměřené vřetenem č. 1 jsou přepočteny pomocí vztahu 81 popsaného na str. 53. Vytvořeno s pomocí Tabulek Google.

9 VYHODNOCENÍ A DISKUZE

9.1 Vyhodnocování výsledků

Datový bod tvoří naměřená viskozita čokolády při určité naměřené teplotě lázně. V případě, že bylo při stejné teplotě provedeno více měření, byl ze všech měření vypočítán aritmetický průměr a za viskozitu čokolády při dané teplotě se považujte tato hodnota.

9.2 Srovnávání dat naměřených dvěma různými vřeteny

Hodnoty viskozity čokolády naměřené dvěma různými vřeteny nejsou přímo srovnatelné, a to z těchto důvodů:

- Různá hloubka ponoru vřetena: Měřené množství čokolády (100 g) nestačí k úplnému ponoření měřicího vřetena č. 1 (viz tabulku vřeten, str. 46), vřeteno je v čokoládě ponořeno zhruba z poloviny. Naměřená viskozita tedy bude alespoň dvakrát menší, než její skutečná hodnota.
- Měření je prováděné při různých rychlostech deformace: Vzhledem k tomu, že jednotlivá vřetena mají různé poloměry (opět viz tabulku vřeten, str. 46), bude měření různými vřeteny prováděno (dle vztahu 71 na straně 36) při různých rychlostech deformace. Naměřená (zdánlivá) viskozita se tedy bude lišit, protože se nejedná o newtonovskou kapalinu.

Mezi hloubkou ponoru vřetena a naměřenou viskozitou by měl být, pokud zanedbáme tření s horní podstavou válce, lineární vztah, a tato chyba by tedy měla být jednoduše odstranitelná.

Pro pseudoplastické vlastnosti čokolády můžeme tvrdit, že její zdánlivá viskozita se stoupající rychlostí deformace klesá. Zároveň budeme předpokládat, že podíl zdánlivých viskozit je konstantní napříč teplotním rozsahem (jelikož vztah 71 na teplotě ani zdánlivé viskozitě nezávisí).

Bude tedy platit vztah:

$$\eta_2 \approx k\eta_1, \quad (81)$$

kde η_2 je zdánlivá viskozita naměřená vřetenem č. 2, η_1 je zdánlivá viskozita naměřená vřetenem č. 1 a k je převodní koeficient.

Pro zjištění hodnoty převodního koeficientu k byly dvě čokolády se značně odlišnou viskozitou naměřeny oběma vřeteny. Konkrétně se jednalo o čokoládu Figaro, která má oproti ostatním měřeným čokoládám relativně vysokou viskozitu, a čokoládu Lindt 85%, která má viskozitu relativně nízkou. Pro hodnoty, kde se tvary křivek viskozity shodovaly, byl spočten poměr naměřených hodnot. Touto metodou byla zjištěna hodnota koeficientu $k \approx 3,74$. Hodnoty použité k výpočtu tohoto koeficientu jsou dostupné v tabulce 5 v příloze.

Hodnoty naměřené vřetenem č. 1 byly před vyhodnocením a srovnáváním s daty naměřenými pomocí vřetena č. 2 přepočteny podle výše zmíněného vztahu.

9.3 Určení Cassonovy plastické viskozity z naměřených dat

Z naměřených dat je možné vypočítat Cassonovu plastickou viskozitu η_{CA} a Cassonovo prahové napětí τ_{CA} (pro vysvětlení viz kapitolu Cassonův model, str. 39). Viskozimetrem jsme změřili zdánlivou viskozitu $\eta(\dot{\gamma})$, rychlosť deformace je určená vztahem 71 (str. 36) a tečné napětí τ pak lze odvodit ze vztahu 37 (str. 20). V Cassonově modelu (vztah 75, str. 39) nám pak zbývají pouze ony dvě hledané proměnné. U čokolád, které byly měřeny dvěma vřeteny, tak můžeme sestavit následující soustavu rovnic:

$$\begin{cases} \sqrt{\tau_1} = \sqrt{\tau_{CA}} + \sqrt{\eta_{CA} \cdot \dot{\gamma}_1}, \\ \sqrt{\tau_2} = \sqrt{\tau_{CA}} + \sqrt{\eta_{CA} \cdot \dot{\gamma}_2}, \end{cases} \quad (82)$$

kde τ_i je obecně tečné napětí naměřené vřetenem č. i , pro které platí $\tau_i = \dot{\gamma}_i \cdot \eta(\dot{\gamma}_i)$. Vzhledem k tomu, že se vřetena otáčejí známou úhlovou rychlosťí (výrobce udává $62,5 \frac{\text{ot.}}{\text{min}}$) [91], a že výrobce udává průměr kádinky $52,6 \pm 0,25 \text{ mm}$ [91], lze spočítat rychlosť deformace pro jednotlivá vřetena dle vztahu 71:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}(R_{v1}) &= \frac{2\Omega R^2}{(R^2 - R_v^2)} = \frac{2 \cdot 6,5450 \text{ rad s}^{-1} \cdot 5,5696 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{4,1296 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = \frac{72,906 \text{ rad m}^2 \text{ s}^{-1}}{4,1296 \text{ m}^2} = \\ &= 17,654 \text{ rad s}^{-1}, \\ \dot{\gamma}(R_{v2}) &= \frac{2\Omega R^2}{(R^2 - R_v^2)} = \frac{2 \cdot 6,5450 \text{ rad s}^{-1} \cdot 5,5696 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{5,0071 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = \frac{72,906 \text{ rad m}^2 \text{ s}^{-1}}{5,0071 \text{ m}^2} = \\ &= 14,561 \text{ rad s}^{-1}. \end{aligned} \quad (83)$$

Z naměřených hodnot se lze dopočítat k tečným napětím (viz tabulku 9 v příloze). Dosazením a vyřešením soustav rovnic lze získat Cassonovu plastickou viskozitu η_{CA} a Cassonovo prahové napětí τ_{CA} při různých teplotách – tyto jsou uvedeny v tabulce 3.

Teplota [°C]	Lindt 85%		Figaro	
	η_{CA}	τ_{CA}	η_{CA}	τ_{CA}
32	#	#		
32,5	#	#		
33	3,5	257		
34	57,1	63		
35	152,0	0,74		
37	#	#	#	#
40	#	#	#	#
45	117	0,037	#	#
50	59,5	11	#	#
55	41,0	19	#	#

Tabulka 3: Cassonova plastická viskozita [dPa s] a Cassonovo prahové napětí [Pa]. Pokud řešení soustavy rovnic neexistuje, je použit znak #. Data použitá k výpočtu jsou v tabulce 9 v příloze.

Hodnoty, ke kterým jsme tímto postupem dospěli, buď nedávají smysl nebo vůbec neexistují. Toto je nejspíš způsobeno vstupními hodnotami zdánlivé viskozity, která byla měřená vřetenem č. 1. Vřeteno č. 1 nebylo plně ponořeno, naměřené hodnoty tedy nelze použít přímo a je nutné je pře-počítávat postupem, který je popsán v předchozí podkapitole. Tyto přepočtené výsledky už jsou (skrze koeficient k) závislé na údajích naměřených vřetenem č. 2. I malé změny tohoto koeficientu značným způsobem ovlivní řešení použité soustavy rovnic. Aby byla tato metoda použitelná, bylo by nutné měřit oběma vřeteny plnou kádinku čokolády, což by bylo časově ještě náročnější.

I přesto, že by měly být výsledné hodnoty naprostě nesprávné, odpovídají (obzvláště u vyšších teplot) alespoň řádově hodnotám uváděných v odborné literatuře. To je však jistě alespoň částečně způsobeno tím, v jakých řádech se pohybují vstupní hodnoty. Cassonova plastická viskozita čokolády se řádově pohybuje v jednotkách až desítkách dPa s, Cassonovo prahové napětí se řádově pohybuje v desítkách Pa. [55][85][93]

9.4 Anomálie v datech

9.4.1 Viskozita čokolády Lindt 78% při nízkých teplotách

Při měření první várky čokolády Lindt 78% naměřené viskozity neodpovídaly „pěkné“ křivce, jako tomu bylo u ostatních naměřených čokolád, ale měnily se poněkud náhodně (viskozita s klesající teplotou i klesala). Z tohoto důvodu byla později měřena nová várka této čokolády. I tyto nové hodnoty vykazovaly podobné anomální chování. Data těchto dvou měření a jejich průměr jsou zaneseny v grafu na obrázku 27. Nejzřetelnější anomálií je propad viskozity mezi 32 a 35 °C, další anomálií je pokles viskozity při poklesu teploty z 29 na 28 °C.

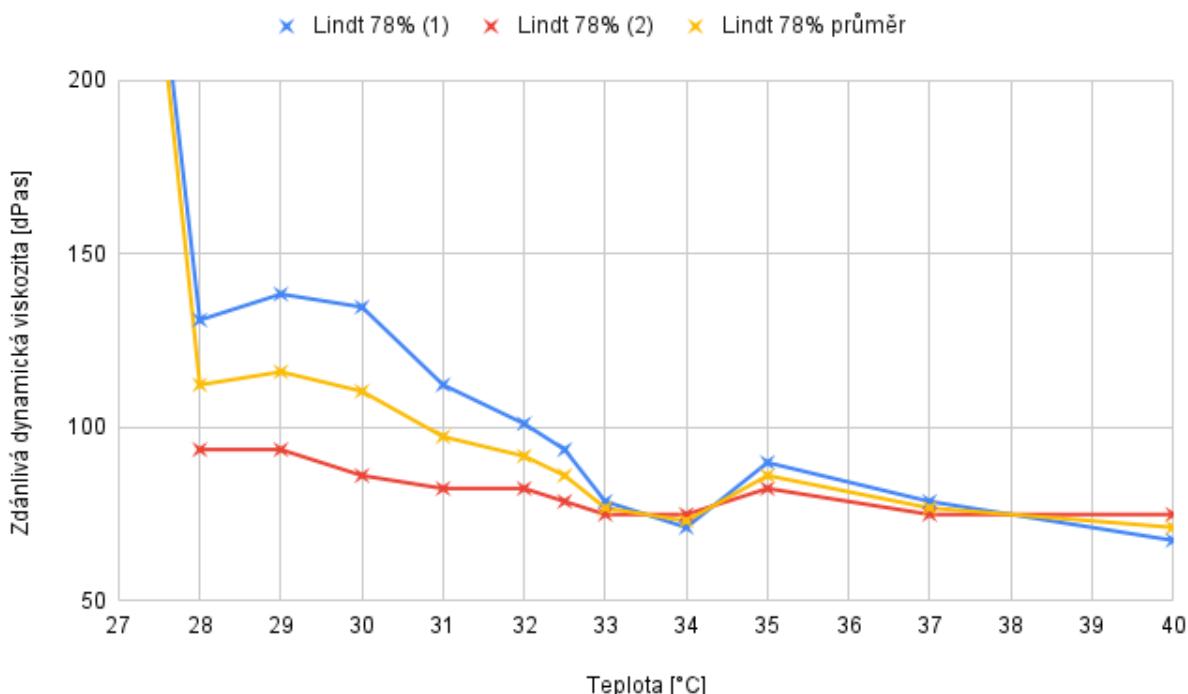
Příčina tohoto jevu zůstává neznámá. Nejvíce je možné, že se jedná o pokles viskozity způsoben nehomogenním prohřátím čokoládové taveniny a krystalizací a opětovným táním kakaového másla při míchání čokolády. Jelikož není možné zajistit totožné podmínky promíchávání a zahřívání čokolády při těchto teplotách, nepovažuji tento problém za odstranitelný. Mechanismus rozcházejících se dat bude jistě souviset i s principy popsanými v následující podkapitole.

9.4.2 Odlišné teploty tuhnutí čokolády při různých měřeních

Při měření čokolády Lindt 85% byly u dvou různých várek naměřeny dva rozdílné body tání. Podobně u čokolády Lindt 78% byly při měření zjištěny odlišné průběhy viskozity při nízkých teplotách. Rozdíl mezi datovými řadami je graficky znázorněn na obrázku 28.

To, že se datové řady rozcházejí nejspíše souvisí s jevem, který je popsán již v zadání úlohy Turnaje mladých fyziků (str. 8). Pro polymorfní vlastnosti kakaového másla (popsané na str. 41) nejspíše čokoládová tavenina při nízkých teplotách postupně částečně krystalizovala, poměry zastoupení jednotlivých polymorfů však mohly být různé. Krystalizace mohla být ovlivněna tím, jak dlouho a na jaké teploty byla čokoládová tavenina zahřívána a jak často a s jakou důsledností byla čokoláda

Měření viskozity dvou várek čokolády Lindt 78% a jejich průměr



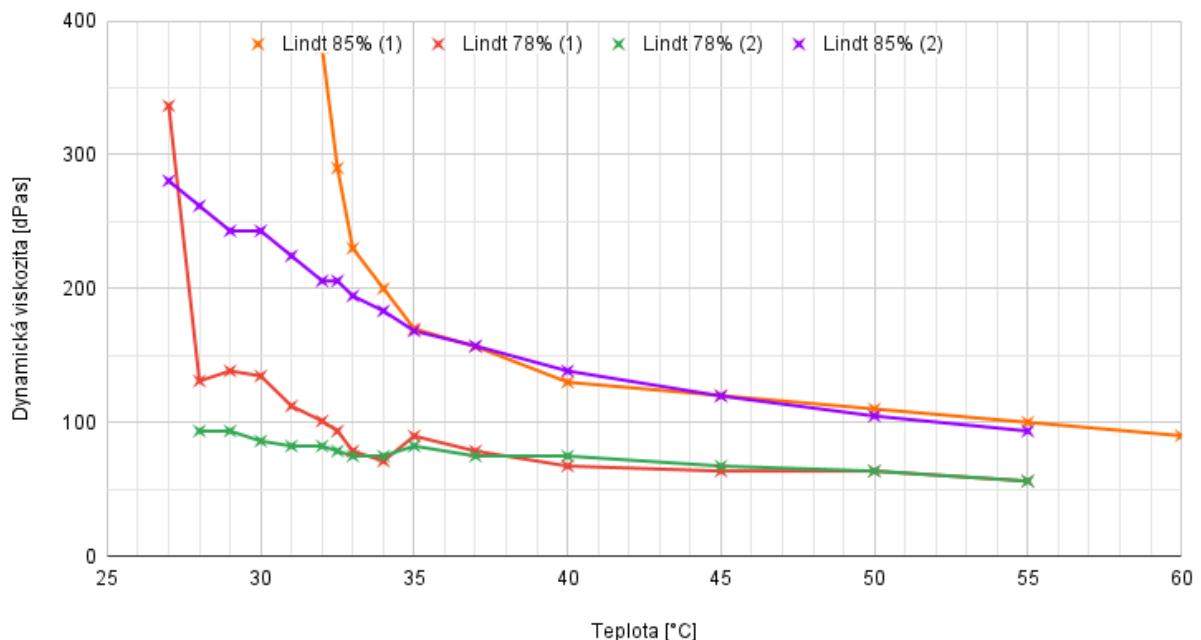
Obrázek 27: Anomální data viskozity čokolády Lindt 78%. Modře jsou vynesena data naměřená při prvním pokusu, oranžově jsou vyznačena data naměřená při druhém pokusu, žlutě je vynesena průměrná hodnota těchto dvou měření. Měřeno pomocí měřicího vřetena č. 1, hodnoty viskozity jsou přepočteny s převodním koeficientem $k = 3,74$. Data dostupná v tabulce 10 v příloze. Vytvořeno pomocí Tabulek Google.

míchána. Pro nerovnoměrné prohřátí čokolády mohla studenější část začít krystalizovat, při promíchání naopak tát, a struktura čokoládové taveniny tedy mohla být nehomogenní. Zajistit však, aby všechny čokoládové vzorky prošly naprostoto totožnými podmínkami co se teploty a míchání týče, považuji za nemožné.

9.4.3 Rozdíly v hodnotách naměřených vřeteny č. 1 a 2

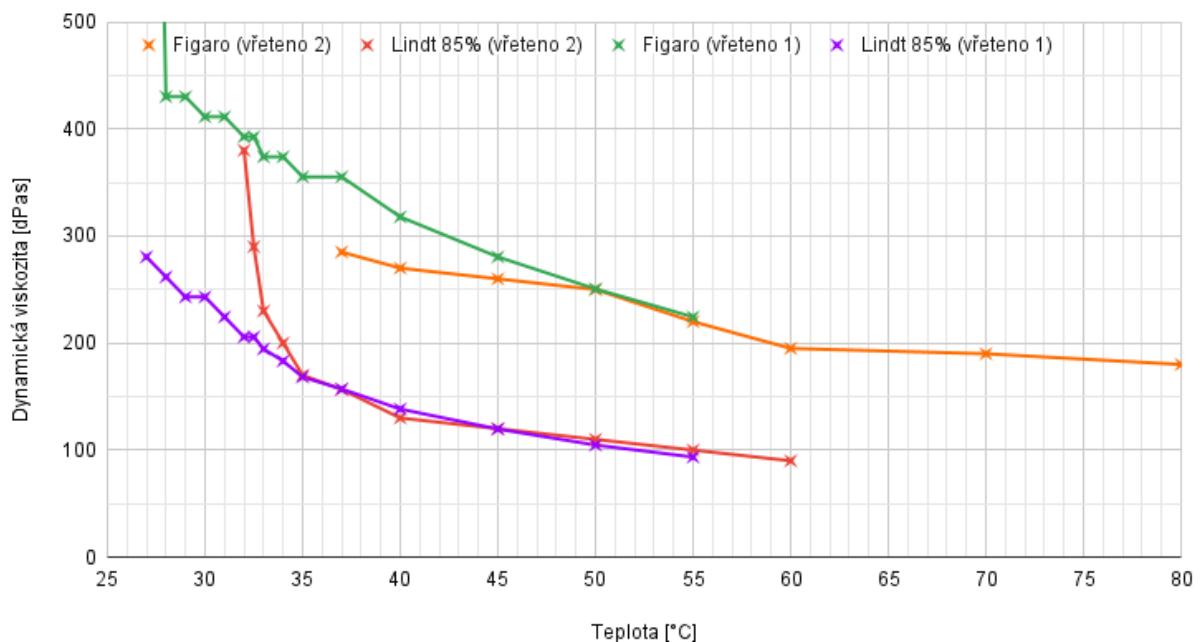
Data naměřená různými měřicími vřeteny se rozcházejí, obzvláště při nízkých teplotách. Tento jev je zobrazen na obrázku 29. Kromě principů popsaných výše zde může hrát roli i rozdílná rychlosť deformace, při které je měření prováděno. Kromě standardních jevů pseudoplasticity zde může docházet k prokluzování měřicího vřetena v čokoládě, kdy mezní vrstva nepřiléhá dokonale k povrchu vřetena a moment síly působící na vřeteno je tedy nižší.

Odlišné průběhy viskozity čokolád při nízkých teplotách



Obrázek 28: Odlišné průběhy dynamických viskozit čokolád při nízkých teplotách. Data měřená různými vřeteny, přepočteno. Vytvořeno s pomocí Tabulek Google.

Odlišné průběhy viskozity čokolád naměřených různými vřeteny



Obrázek 29: Datové řady čokolád naměřených různými vřeteny. Vytvořeno s pomocí Tabulek Google.

10 ZÁVĚR

Oblast proudění a tečení kapalin (mechanika kontinua) se ukázala být složitějším vědním oborem, než se na první pohled zdálo. Poprvadě se nedivím, že se žádnému učiteli téma viskozity probírat nechce.

Reologické vlastnosti čokolády se také ukázaly jako netriviální.

Z navrhovaných měřicích metod se měření rotačním viskozimetrem ukázalo jako nejvhodnější. V porovnání s ostatními uvažovanými měřicími metodami je v zásadě poměrně nenáročné. Měření kapilárním nebo nálevkovým viskozimetrem by se teoreticky také nabízelo (u čokolád s nižší viskozitou), bylo by však nutné sehnat vhodné měřicí pomůcky.

Sestavená měřicí aparatura fungovala po vyřešení všech popsaných problémů spolehlivě. Měření byla ve vyšším rozsahu teplot opakovatelná – v nižším rozsahu převládne náhodnost vlivů okolí na krystalizaci kakaového másla a reologické vlastnosti jednotlivých várek též čokolády se liší.

Výsledky měření jsou v naprosté většině případů smysluplné a uspokojivé. Nesrovnalosti ve výsledcích jsou způsobené výše popsanými neovlivnitelnými náhodnými vlivy. Ke zvýšení relevance výsledků by bylo vhodné měřit větší objemy čokolády vždy dvěma vřeteny, aby bylo možné dospět (i s použitím této levné a technicky poměrně nenáročné metody) k hodnotám Cassonovy plastické viskozity a Cassonova prahového napětí. Teoreticky to možné je a umožnilo by to lépe srovnat výsledky měření s odbornou literaturou. Dle mého názoru se jedná se o vhodný předmět dalšího zkoumání.

REFERENCE

- [1] N. Hendrik, F. Marchesini, D. Walle a K. Dewettinck, „Accurate Evaluation of the Flow Properties of Molten Chocolate: Circumventing Artefacts,“ *Food Analytical Methods*, roč. 16, zář. 2022, [Online; navštíveno 1. 03. 2024]. DOI: 10.1007/s12161-022-02406-z.
- [2] „Archiv zadání: 27. ročník Turnaje mladých fyziků (2013/14).“ [Online; navštíveno 4. 03. 2024]. (2024), URL: <https://tmf.fzu.cz/tasks.php?y=27>.
- [3] Wikipedie, *Tekutina — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 6. 02. 2024], 2021. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Tekutina&oldid=19981464>.
- [4] Wikipedia, *Fluid — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 6. 02. 2024], 2024. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Fluid&oldid=1203758944>.
- [5] Wikipedie, *Mechanické napětí — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 6. 02. 2024], 2023. URL: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Mechanick%C3%A9_nap%C4%9Bt%C3%AD&oldid=23218643.
- [6] Wikipedia, *Stress (mechanics) — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 6. 02. 2024], 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stress_\(mechanics\)&oldid=1182493601](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stress_(mechanics)&oldid=1182493601).
- [7] Wikipedia, *Cauchy stress tensor — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 6. 02. 2024], 2024. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Cauchy_stress_tensor&oldid=1202333164.
- [8] J. Manngaa, *Stress vectors*, [Online; navštíveno 21. 02. 2024], 2016. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Stress_vectors.png.
- [9] Katedra fyziky povrchů a plazmatu. „Napětí.“ [Online; navštíveno 6. 02. 2024]. (), URL: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/1_4#kap_1_4_1.
- [10] L. Dvořák, „Mechanika kontinua,“ [Online; navštíveno 9. 02. 2024], 2021. URL: https://fyzweb.mff.cuni.cz/vyuka/Mechanika/Mechanika_10_MechanikaKontinua_ve_r_0.pdf.
- [11] Wikipedie, *Pružnost — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 7. 02. 2024], 2022. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Pru%C5%BEnost&oldid=21837211>.
- [12] Wikipedia, *Rheology — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 1. 03. 2024], 2023. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Rheology&oldid=1191992729>.

- [13] L. Dvořák, „Hydrostatika a hydrodynamika,“ [Online; navštíveno 9. 02. 2024], 2022. URL: https://fyzweb.mff.cuni.cz/vyuka/Mechanika/Mechanika_11_Hydrostatika a Hydrodynamika_ver_0.pdf.
- [14] Wikipedie, *Kroneckerovo delta — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 7. 02. 2024], 2021. URL: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Kroneckerovo_delta&oldid=20338531.
- [15] Wikipedia, *Identity matrix — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 7. 02. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Identity_matrix&oldid=1170066012.
- [16] B. Clemintime, *Hydrostatic Stress*, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2020. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c2/Hydrostatic_Stress.svg.
- [17] Katedra fyziky povrchů a plazmatu. „Vztah mezi napětím a deformací, elastické látky.“ [Online; navštíveno 6. 02. 2024]. (), URL: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/2_1.
- [18] Wikipedie, *Deformace — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 8. 02. 2024], 2023. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Deformace&oldid=22570854>.
- [19] Wikipedie, *Gradient (matematika) — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2024. URL: [https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Gradient_\(matematika\)&oldid=23683207](https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Gradient_(matematika)&oldid=23683207).
- [20] Wikipedia, *Strain-rate tensor — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 8. 02. 2024], 2024. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Strain-rate_tensor&oldid=1198364594.
- [21] Wikipedia, *Simple shear — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 8. 02. 2024], 2024. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Simple_shear&oldid=1202536063.
- [22] C. Thiel, J. Voss, R. J. Martin a P. Neff, „Shear, pure and simple,“ *International Journal of Non-Linear Mechanics*, roč. 112, s. 57–72, 2019, [Online; navštíveno 9. 02. 2024], ISSN: 0020-7462. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2018.10.002>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020746218304116>.
- [23] Mircalla22, *2D geometric strain*, [Online; navštíveno 13. 02. 2024], 2009. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/2D_geometric_strain.svg.
- [24] CPPMechEngTutorials. „Fluid Mechanics: Topic 10.5 - Kinematics of fluid element (shear strain, rotation, and vorticity).“ [Online; navštíveno 8. 02. 2024]. (2017), URL: <https://youtu.be/vC569UD49yA?si=jT9HLkCLB5tmoJAn>.

- [25] Wikipedia, *Strain (mechanics)* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 8. 02. 2024], 2024. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Strain_\(mechanics\)&oldid=1200626827](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Strain_(mechanics)&oldid=1200626827).
- [26] Wikipedia, *Infinitesimal strain theory* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 9. 02. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Infinitesimal_strain_theory&oldid=1174088659.
- [27] Katedra fyziky povrchů a plazmatu. „Rychlost deformace.“ [Online; navštíveno 6. 02. 2024]. (), URL: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/1_3.
- [28] Katedra fyziky povrchů a plazmatu. „Deformace.“ [Online; navštíveno 6. 02. 2024]. (), URL: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/1_2.
- [29] Katedra fyziky povrchů a plazmatu. „Vztah mezi napětím a rychlosťí deformace, viskózní látky.“ [Online; navštíveno 6. 02. 2024]. (), URL: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/2_2.
- [30] C. Thiel, J. Voss, R. J. Martin a P. Neff, „Additive split of the simple shear deformation F_γ into infinitesimal pure shear strain ε_γ and infinitesimal rotation ω_γ .“ *International Journal of Non-Linear Mechanics*, roč. 112, s. 60, 2019, [Online; navštíveno 9. 02. 2024], ISSN: 0020-7462. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2018.10.002>. URL: https://ars.els-cdn.com/content/image/1-s2.0-S0020746218304116-gr5_lrg.jpg.
- [31] Katedra fyziky povrchů a plazmatu, *Vztah mezi napětím a rychlosťí deformace, viskózní látky*, [Online; navštíveno 6. 02. 2024]. URL: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/obrazky/image026.gif.
- [32] Š. Laryš, *Úprava viskozimetru pro více viskózní materiály*, [Online; navštíveno 27. 02. 2024], bak. pr., Vysoké učení technické v Brně, 2022. URL: <https://dspace.vut.cz/server/api/core/bitstreams/b0e7d1c2-605b-4b61-9f7f-affec9f076b9/content>.
- [33] Wikipedie, *Viskozita* — Wikipedie: Otevřená encyklopédie, [Online; navštíveno 13. 02. 2024], 2024. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Viskozita&oldid=23564306>.
- [34] Wikipedie, *Newtonská tekutina* — Wikipedie: Otevřená encyklopédie, [Online; navštíveno 20. 02. 2024], 2022. URL: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Newtonsk%C3%A1_tekutina&oldid=21601226.
- [35] „12. Viskoza a povrchové napětí,“ [Online; navštíveno 1. 03. 2024]. URL: https://zotarev.fd.cvut.cz/fyz.ctrl.php?act=show_file,28142.

- [36] „Tokové chování polymerních tavenin – reologické modely,“ [Online; navštíveno 1. 03. 2024]. URL: https://ufmi.ft.utb.cz/texty/fyzika_pol/FP_02.pdf.
- [37] S. Bolenz a T. Tischer, „Measuring shear stress at lowest possible shear rates and improving viscosity determination of fat suspensions, for example chocolates,“ *International Journal of Food Science & Technology*, roč. 48, č. 11, s. 2412, 2013, [Online; navštíveno 13. 02. 2024]. DOI: <https://doi-org.ezproxy.techlib.cz/10.1111/ijfs.12232>. eprint: <https://ifst-onlinelibrary-wiley-com.ezproxy.techlib.cz/doi/pdf/10.1111/ijfs.12232>. URL: <https://ifst-onlinelibrary-wiley-com.ezproxy.techlib.cz/cms/asset/220ed3c5-bf41-428b-a969-8179eb4ea28b/ijfs12232-fig-0003-m.jpg>.
- [38] Wikipedia, *Apparent viscosity* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 20. 02. 2024], 2022. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Apparent_viscosity&oldid=1096008845.
- [39] D. Richfield, *Apparent viscosity*, [Online; navštíveno 21. 02. 2024], 2015. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/Apparent_viscosity.svg.
- [40] D. Richfield, *Rheology of time independent fluids*, [Online; navštíveno 21. 02. 2024], 2013. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/Rheology_of_time_independent_fluids.svg.
- [41] Wikipedia, *Flocculation* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2024. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Flocculation&oldid=1193593114>.
- [42] Ústav pro hydrodynamiku AV ČR, *Teorie koagulace a flokulace při úpravě vody*, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2019. URL: <https://www.ih.cas.cz/wp-content/uploads/2019/12/Teorie-koagulace-a-fokulace-p%C5%99i-%C3%BAprav%C4%9B-vody.pdf>.
- [43] Wikipedia, *Dilatant* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2023. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Dilatant&oldid=1182495647>.
- [44] Wikipedia, *Shear thinning* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Shear_thinning&oldid=1177245743.
- [45] J. Mewis a N. J. Wagner, „Thixotropy,“ *Advances in Colloid and Interface Science*, roč. 147–148, s. 216–217, 2009, Colloids, polymers and surfactants. Special Issue in honour of Brian Vincent. [Online; navštíveno 22. 02. 2024], ISSN: 0001-8686. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2008.09.005>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0001868608001735>.

- [46] Wikipedia, *Time-dependent viscosity* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Time-dependent_viscosity&oldid=1149484276.
- [47] Wikipedia, *Rheopecty* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2023. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Rheopecty&oldid=1162954419>.
- [48] Wikipedia, *Thixotropy* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 27. 02. 2024], 2023. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Thixotropy&oldid=1185815879>.
- [49] Á. de la Rosa, E. Poveda, G. Ruiz, R. Moreno, H. Cifuentes a L. Garijo, „Determination of the plastic viscosity of superplasticized cement pastes through capillary viscometers,“ *Construction and Building Materials*, roč. 260, s. 119 715, 2020, [Online; navštíveno 28. 02. 2024], ISSN: 0950-0618. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119715>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061820317207>.
- [50] Wikipedia, *Power-law fluid* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 1. 03. 2024], 2022. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Power-law_fluid&oldid=1111715387.
- [51] Wikipedia, *Viscometer* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 28. 02. 2024], 2024. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Viscometer&oldid=1205320202>.
- [52] S. V. Gupta, *Viscometry for Liquids: Calibration of Viscometers*, English, 1;2014; Cham: Springer Nature, 2014, sv. 194, [Online; navštíveno 27. 02. 2024], ISBN: 9783319048581. URL: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/techlib-ebooks/reader.action?docID=1698170>.
- [53] Wikipedia, *Hagen–Poiseuille equation* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 27. 02. 2024], 2024. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Hagen%20%93Poiseuille_equation&oldid=1193236297.
- [54] Wikipedia, *Ubbelohde viscometer* — Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online; navštíveno 28. 02. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ubbelohde_viscometer&oldid=1135712364.
- [55] L. Monteiro, J. Cooney a S. Martini, „Rapid and economic method to measure chocolate viscosity,“ *Journal of the American Oil Chemists' Society*, roč. 101, č. 1, s. 59–65, 2024, [Online; navštíveno 1. 03. 2024]. DOI: <https://doi.org/10.1002/aocs.12716>. eprint: <https://aocs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aocs.12716>. URL: <https://aocs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/aocs.12716>.

- [56] Alexnld, *345mm 44ml Stainless Steel Zahn Cups 3 Paint Viscosity Cup*, [Online; navštíveno 2. 03. 2024], 2017. URL: <https://th.bing.com/th/id/R.503946ba053cb7e1958bf31aa4305312?rik=c19T8TpDI3sY7g&riu=http%3a%2f%2fimg.banggood.com%2fimages%2foauupload%2fbanggood%2fimages%2fCF%2fEC%2fa2f38148-0afe-3a95-522e-b2bcd9e5e5f4.jpg&ehk=LCm4PqowKj8Ho0xUemod%2fjNJ4YZR12ZPuek8mwn8rPk%3d&risl=&pid=ImgRaw&r=0>.
- [57] D. Biegacz, *Wiskometr - kubek forda 4 mm*, [Online; navštíveno 2. 03. 2024], 2008. URL: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/42/Kubek-forda.JPG>.
- [58] Chemical Engineer, *Marsh funnel 02*, [Online; navštíveno 2. 03. 2024], 2016. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/67/Marsh_funnel_02.jpg.
- [59] Wikipedia, *Stokes' law — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 2. 03. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stokes%27_law&oldid=1184292624.
- [60] L. Skalický, „Vysokotlaký viskozimetr,“ [Online; navštíveno 2. 03. 2024], dipl. pr., Vysoké učení technické v Brně, 2013. URL: <http://hdl.handle.net/11012/20108>.
- [61] PHYWE Systeme GmbH & Co. KG, *Falling ball viscometer*, [Online; navštíveno 2. 03. 2024]. URL: <https://cdn02.plentymarkets.com/jd5w7us67fek/item/images/2388/full/18220-00-1627234053.jpg>.
- [62] A. Mohamed, A. Khattab, T. Osman a M. Zaki, *The principle of Brookfield DV-III ultra*, [Online; navštíveno 9. 03. 2024], led. 2013. DOI: 10.1155/2013/279090. URL: <https://www.researchgate.net/profile/Alaa-Mohamed-10/publication/258391818/figure/fig7/AS:1088989423501331@1636646719317/The-principle-of-Brookfield-DV-III-ultra.jpg>.
- [63] G. Barr a E. C. Bingham, „A Monograph of Viscometry,“ English, *Journal of rheology (Easton, Pa. : 1929)*, roč. 2, č. 2, s. 236–237, 1931, [Online; navštíveno 5. 03. 2024].
- [64] „Theory equations viscometers,“ [Online; navštíveno 5. 03. 2024]. URL: <https://eng-w eb1.eng.famu.fsu.edu/nsfscholars/pdf/theory-equations-viscometers.pdf>.
- [65] Wikipedia, *Maurice Couette — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 5. 03. 2024], 2024. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Maurice_Couette&oldid=1193089425.
- [66] Brookfield Ametek, *More solutions to sticky problems*, [Online; navštíveno 9. 03. 2024], 2024, s. 18. URL: <https://www.brookfieldengineering.com/-/media/ametekbrookfield/tech-sheets/more-solutions-2017.pdf?la=en&revision=1743403e-9902-4112-b406-8904419149dd&hash=69A9D97710801B42C6EB8DDF014641AE>.

- [67] Wikipedie, *Kakao — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 13. 02. 2024], 2022. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Kakao&oldid=22192736>.
- [68] G. Talbot, „1 - Chocolate and Cocoa Butter—Structure and Composition,“ in *Cocoa Butter and Related Compounds*, N. Garti a N. R. Widlak, ed., [Online; navštíveno 9. 03. 2024], AOCS Press, 2012, s. 1–33, ISBN: 978-0-9830791-2-5. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-9830791-2-5.50004-9>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780983079125500049>.
- [69] C. Servais, H. Ranc a I. Roberts, „DETERMINATION OF CHOCOLATE VISCOSITY,“ *Journal of Texture Studies*, roč. 34, č. 5-6, s. 467–497, 2003, [Online; navštíveno 1. 03. 2024]. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1745-4603.2003.tb01077.x>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1745-4603.2003.tb01077.x>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1745-4603.2003.tb01077.x>.
- [70] Wikipedia, *Chocolate — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 12. 03. 2024], 2024. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Chocolate&oldid=1211523803>.
- [71] Wikipedie, *Čokoláda — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 9. 03. 2024], 2024. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=%C4%8Cokol%C3%A1da&oldid=23697404>.
- [72] Wikipedie, *Bílá čokoláda — Wikipedie: Otevřená encyklopédie*, [Online; navštíveno 12. 03. 2024], 2024. URL: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=B%C3%ADl%C3%A1_%C4%8Dokol%C3%A1da&oldid=23713726.
- [73] E. O. Afoakwa, A. Paterson, M. Fowler a J. Vieira, „Comparison of rheological models for determining dark chocolate viscosity,“ *International Journal of Food Science & Technology*, roč. 44, č. 1, s. 162–167, 2009, [Online; navštíveno 1. 03. 2024]. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2621.2008.01710.x>. eprint: <https://ifst.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1365-2621.2008.01710.x>. URL: <https://ifst.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2621.2008.01710.x>.
- [74] H. Valouchová a M. Růčka, „Nenewtonovské kapaliny,“ [Online; navštíveno 1. 03. 2024], 2011. URL: <http://fyzsem.fjfi.cvut.cz/2011-2012/Zima11/proc/newtkap.pdf>.
- [75] Wikipedia, *Bingham plastic — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 28. 02. 2024], 2023. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bingham_plastic&oldid=1131582054.

- [76] I. Stanciu a N. Ouerfelli, „An Extended Casson Equation for Rheological Properties of Soybean Oil at Different Temperatures and Atmospheric Pressure,“ roč. 3, s. 52–57, zář. 2020, [Online; navštíveno 2. 03. 2024]. URL: https://www.researchgate.net/publication/344137990_An_Extended_Casson_Equation_for_Rheological_Properties_of_Soybean_Oil_at_Different_Temperatures_and_Atmospheric_Pressure.
- [77] H. R. Pirouzian, N. Konar, I. Palabiyik, S. Oba a O. S. Toker, „Pre-crystallization process in chocolate: Mechanism, importance and novel aspects,“ *Food Chemistry*, roč. 321, s. 126 718, 2020, [Online; navštíveno 12. 03. 2024], ISSN: 0308-8146. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2020.126718>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030881462030580X>.
- [78] Wikipedie, *Triacylglycerol — Wikipedie: Otevřená encyklopedie*, [Online; navštíveno 12. 03. 2024], 2023. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Triacylglycerol&oldid=22811774>.
- [79] A. Declerck, V. Nelis, S. Danthine, K. Dewettinck a P. Van der Meeren, „Characterisation of Fat Crystal Polymorphism in Cocoa Butter by Time-Domain NMR and DSC Deconvolution,“ *Foods*, roč. 10, č. 3, 2021, [Online; navštíveno 5. 03. 2024], ISSN: 2304-8158. DOI: <https://doi.org/10.3390/foods10030520>. URL: <https://www.mdpi.com/2304-8158/10/3/520>.
- [80] Wikipedie, *Polymorfie — Wikipedie: Otevřená encyklopedie*, [Online; navštíveno 5. 03. 2024], 2023. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Polymorfie&oldid=23381109>.
- [81] E. M. Castro-Alayo, C. R. Balcázar-Zumaeta, L. Torrejón-Valqui, M. Medina-Mendoza, I. S. Cayo-Colca a F. P. Cárdenas-Toro, „Effect of tempering and cocoa butter equivalents on crystallization kinetics, polymorphism, melting, and physical properties of dark chocolates,“ *LWT*, roč. 173, s. 114 402, 2023, [Online; navštíveno 5. 03. 2024], ISSN: 0023-6438. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.lwt.2022.114402>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0023643822013378>.
- [82] Wikipedia, *Crystal structure — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 12. 03. 2024], 2024. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Crystal_structure&oldid=1206334453.
- [83] S. M. Ghazani a A. G. Marangoni, „Molecular Origins of Polymorphism in Cocoa Butter,“ *Annual Review of Food Science and Technology*, roč. 12, č. 1, s. 567–590, 2021, [Online; navštíveno 5. 03. 2024], PMID: 33467907. DOI: [10.1146/annurev-food-070620-022551](https://doi.org/10.1146/annurev-food-070620-022551). eprint: <https://doi.org/10.1146/annurev-food-070620-022551>. URL: <https://doi.org/10.1146/annurev-food-070620-022551>.
- [84] Wikipedie, *Konšování — Wikipedie: Otevřená encyklopedie*, [Online; navštíveno 9. 03. 2024], 2022. URL: <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Kon%C5%A1ov%C3%A1n%C3%AD&oldid=22205219>.

- [85] C. A. AGUILAR a G. R. ZIEGLER, „Viscosity of Molten Milk Chocolate with Lactose from Spray-Dried Whole-Milk Powders,“ *Journal of Food Science*, roč. 60, č. 1, s. 120–124, 1995, [Online; navštíveno 9. 03. 2024]. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2621.1995.tb05619.x>. eprint: <https://ift.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1365-2621.1995.tb05619.x>. URL: <https://ift.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2621.1995.tb05619.x>.
- [86] V. Kumbár, Š. Nedomová, S. Ondrušíková a A. Polcar, „Rheological behaviour of chocolate at different temperatures,“ *Potravinárstvo Slovak Journal of Food Sciences*, roč. 12, s. 123–128, břez. 2018, [Online; navštíveno 12. 03. 2024]. DOI: 10.5219/876.
- [87] Nanoreview.net. „Samsung Galaxy A40: specifications and benchmarks.“ [Online; navštíveno 22. 02. 2024]. (), URL: <https://nanoreview.net/en/phone/samsung-galaxy-a40>.
- [88] The Engineering ToolBox. „Water - Density, Specific Weight and Thermal Expansion Coefficients.“ [Online; navštíveno 27. 02. 2024]. (2003), URL: https://www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d_595.html.
- [89] Wikipedia, *Viscosity—Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [Online; navštíveno 22. 02. 2024], 2024. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Viscosity&oldid=1208444461>.
- [90] Anton Paar. „Viscosity of Water.“ [Online; navštíveno 22. 02. 2024]. (2008), URL: <https://wikianton-paar.com/en/water/>.
- [91] ThermoHaake, *Instruction Manual: Viscotester VT01/VT02*, [Online; navštíveno 1. 03. 2024], 1993. URL: <https://pim-resources.coleparmer.com/instruction-manual/08705-xx.pdf>.
- [92] *Modul digitální termostat -50 až 110 °C*, [Online; navštíveno 6. 03. 2024]. URL: https://img.gme.cz/detail_big/1200/800/eshop_data/eshop_data/10/775-100/pctdetail.775-100.1.jpg.
- [93] S. Bolenz a T. Tischer, „Measuring shear stress at lowest possible shear rates and improving viscosity determination of fat suspensions, for example chocolates,“ *International Journal of Food Science & Technology*, roč. 48, č. 11, s. 2412, 2013, [Online; navštíveno 13. 02. 2024]. DOI: <https://doi-org.ezproxy.techlib.cz/10.1111/ijfs.12232>. eprint: <https://ifst-onlinelibrary-wiley-com.ezproxy.techlib.cz/doi/pdf/10.1111/ijfs.12232>. URL: <https://ifst-onlinelibrary-wiley-com.ezproxy.techlib.cz/doi/abs/10.1111/ijfs.12232>.

PŘÍLOHY

Seznam příloh

1. Tabulka měřených čokolád
2. Data pro výpočet převodního koeficientu k
3. Data naměřená vřetenem č. 2
4. Data naměřená vřetenem č. 1
5. Přepočtené a zprůměrované hodnoty viskozit pro jednotlivé druhy čokolády
6. Data k výpočtu Cassonovy plastické viskozity a Cassonova prahového napětí
7. Data použita na obrázku 27
8. Odkazy
9. Obrázky

Příloha č. 1: Tabulka měřených čokolád

Název čokolády	Použitá zkratka
Figaro čokoláda na vaření	F
Ikea milk chocolate	I
Lindt Excellence 70% cocoa	L70
Lindt Excellence 78% cocoa	L78
Lindt Excellence 85% cocoa	L85
Lindt Excellence 90% cocoa	L90

Tabulka 4: Tabulka měřených čokolád

Příloha č. 2: Data pro výpočet převodního koeficientu k

Teplota [°C]	Lindt 85% [dPa s]		Figaro [dPa s]	
	Vřeteno 1	Vřeteno 2	Vřeteno 1	Vřeteno 2
35	45	170		
37	42	156,6		
40	37	130		
45	32	120		
50	28	110	67	250
55	25	100	60	220
Součet	209	786,6	127	470

Tabulka 5: Data použitá pro výpočet převodního koeficientu k , viz str. 53.

$$k = \frac{789,6 + 470}{209 + 127} = \frac{1256,6}{336} \doteq 3,74.$$

Příloha č. 3: Data naměřená vřetenem č. 2

Čokoláda Teplota[°C]	F	F	I	L85	L85	L85
31						tuhé
32						380
32,5					290	
33						230
34						200
35					170	
37	290	280		170	150	150
40	280	260	420	130		
45	270	250	380	120		
50	250	250	350	110		
55	220	220	340	100		
60	200	190	300	90		
70	190					
80	180					

Tabulka 6: Hodnoty dynamických viskozit [dPa s] měřené pomocí vřetena č. 2 (viz tabulku vřeten, str. 46). Každý sloupec představuje jednu várku čokolády. Pro zkratky čokolád viz tabulku 4.

Příloha č. 4: Data naměřená vřetenem č. 1

Čokoláda Teplota[°C]	L90	L90	L78	L70	L70	F	L78	L78	L85	L85
27		tuhé	90				tuhé		75	
28		17	35		tuhé	115		25	70	
29		16	37		100	115		25	65	
30		16	36		80	110		23	65	
31		15	30		70	110		22	60	
32		15	27		60	105		22	55	
32,5		15	25		57	105		21	55	
33		15	21		55	100		20	52	
34		14	19		55	100		20	49	
35		14	24		50	95		22	45	
37	14	12	21	47	45	95	22	20	41	43
40	11		18	40		85	20		37	
45	9		17	35		75	18		32	
50	7,5		17	30		67	17		28	
55	6,5		15	27		60	15		25	

Tabulka 7: Hodnoty dynamických viskozit [dPa s] měřené pomocí vřetena č. 2 (viz tabulku vřeten, str. 46). Každý sloupec představuje jednu várku čokolády. Pro zkratky čokolád viz tabulku 4.

Příloha č. 5: Přepočtené a zprůměrované hodnoty viskozit pro jednotlivé druhy čokolády

Čokoláda Teplota[°C]	F	I	L90	L85	L78	L70
27			280,1		336,6	
28	430,1		63,58	261,8	112,2	
29	430,1		59,84	243,1	115,9	374
30	411,4		59,84	243,1	110,3	299,2
31	411,4		56,1	224,4	97,2	261,8
32	392,7		56,1	292,9	91,6	224,4
32,5	392,7		56,1	247,9	86,0	213,2
33	374		56,1	212,2	76,7	205,7
34	374		52,36	191,6	72,9	205,7
35	355,3		52,36	169,2	86,0	187
37	308,4		48,62	156,8	78,5	172,0
40	286,0	420	41,14	134,2	71,1	149,6
45	266,9	380	33,66	119,8	65,5	130,9
50	250,2	350	28,05	107,4	63,6	112,2
55	221,5	340	24,31	96,8	56,1	101,0
60	195	300		90		
70	190					
80	180					

Tabulka 8: Přepočtené a zprůměrované hodnoty dynamických viskozit [dPa s] čokolád. Pro zkratky čokolád viz tabulku 4.

Příloha č. 6: Data k výpočtu Cassonovy plasticke viskozity a Cassonova prahového napětí

Teplota [°C]	Lindt 85%				Figaro			
	$\eta(\dot{\gamma}_1)$	τ_1	$\eta(\dot{\gamma}_2)$	τ_2	$\eta(\dot{\gamma}_1)$	τ_1	$\eta(\dot{\gamma}_2)$	τ_2
32	205,7	363	380	553				
32,5	205,7	363	290	422				
33	194,5	343	230	335				
34	183,3	323	200	291				
35	168,3	297	170	248				
37	157,1	277	156,7	228	355,3	627	285	415
40	138,4	244	130	189	317,9	561	270	393
45	119,7	211	120	175	280,5	495	260	379
50	104,7	185	110	160	250,6	422	250	364
55	93,5	165	100	146	224,4	396	220	320

Tabulka 9: Data použitá pro řešení soustavy rovnic k nalezení Cassonovy plasticke viskozity a Cassonova prahového napětí čokoládové taveniny v tabulce 3 na str. 54. Zdánlivé viskozity uváděny v dPa s, tečná napětí v Pa.

Příloha č. 7: Data použita na obrázku 27

Teplota °C	Várka 1	Várka 2	Průměr
27	336,6		336,6
28	130,9	93,5	112,2
29	138,4	93,5	115,9
30	134,6	86,0	110,3
31	112,2	82,3	97,2
32	101,0	82,3	91,6
32,5	93,5	78,5	86,0
33	78,5	74,8	76,7
34	71,1	74,8	72,9
35	89,8	82,3	86,0
37	78,5	78,5	78,5
40	67,3	74,8	71,1
45	63,6	67,3	65,5
50	63,6	63,6	63,6
55	56,1	56,1	56,1

Tabulka 10: Data k obrázku 27: naměřené dynamické viskozity [dPa s] čokolády Lindt 78%.

Příloha č. 8: Odkazy

„Zdrojový kód“ této práce ve formátu .tex, jakožto tabulka s naměřenými daty, obrázky a obecně všechny podklady k této maturitní práci jsou k nalezení v gitovém repozitáři na adrese:
<https://github.com/Xichtik/Maturitni-prace-Viskozita-cokolady.git>

Samotná Google tabulka s naměřenými daty je dostupná na adrese: <https://docs.google.com/spreadsheets/d/1aIXDNuHhVtbhjn-V-A5yoDLF0yB9g1KJuwBW0kRpuE4/edit?usp=sharing>

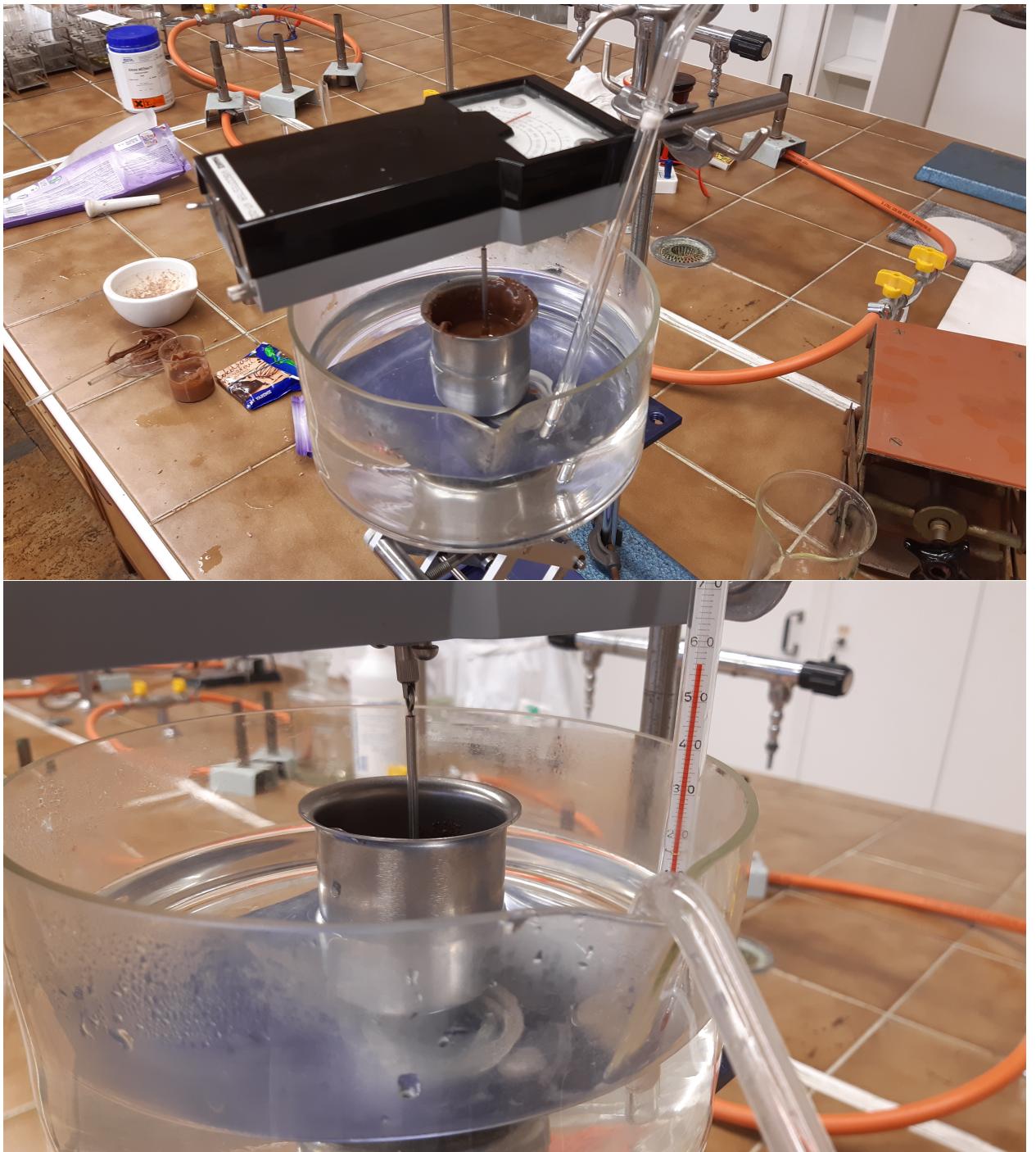
Příloha č. 9: Obrázky



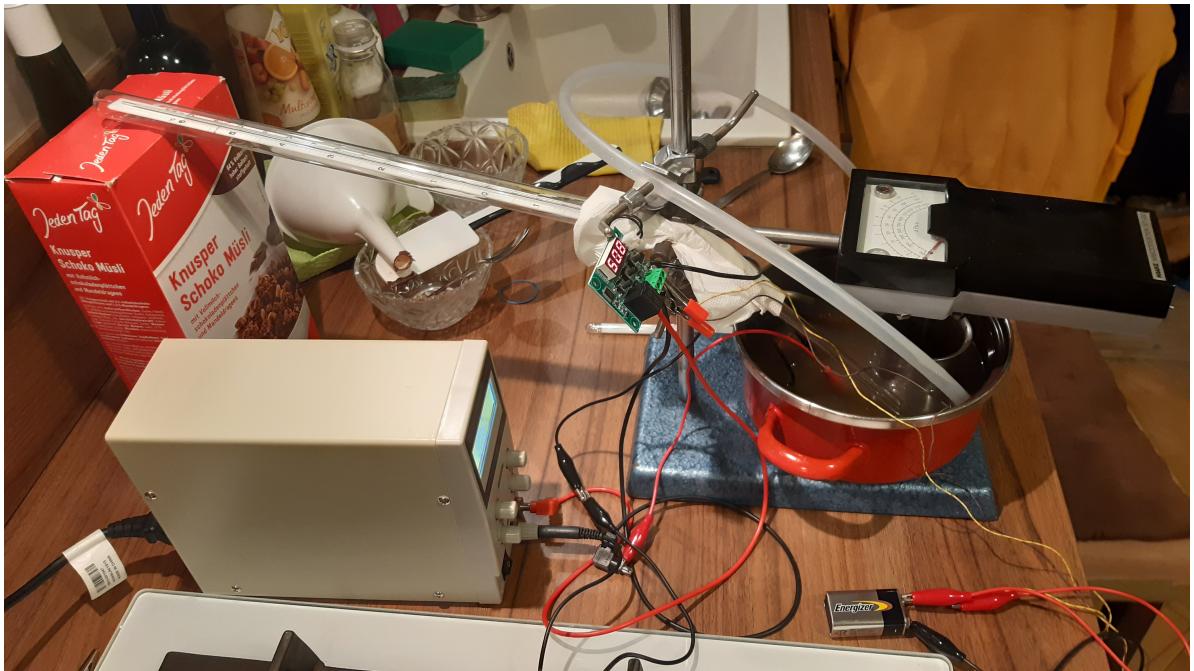
Obrázek 30: Použitý viskozimetr dle Ostwalda, jednou vyfocený na světlém a podruhé na tmavém pozadí. Konstanta viskozimetru $k = 0,3$. Za povšimnutí stojí plnicí a měřicí rysky.



Obrázek 31: Pohled na první implementaci aparatury z vrchu. V lázni je umístěna kovová kádinka s čokoládovou taveninou. Do ní je ponořeno měřicí vřeteno viskozimetru. Miska lázně je umístěna na laboratorním zvedáčku a teplota vody v ní je měřena teploměrem. Z lázně vede trubička určená k odčerpání přebytečné vody z lázně.



Obrázek 32: Pohled na první implementaci aparatury z boku (nahoře) a detailní záběr lázně (dole). V lázni je umístěna kovová kádinka s čokoládovou taveninou. Do ní je ponořeno měřicí vřeteno viskozimetru. Miska lázně je umístěna na laboratorním zvedáčku a teplota vody v ní je měřena teploměrem. Na spodním obrázku je vidět trubička, která je určena k odčerpávání přebytečné vody z lázně.



(a) Pohled na druhou implementaci aparatury z boku. Červený hrnec tvoří vodní lázeň. V něm je umístěna kovová kádinka s čokoládovou taveninou, do které je umístěno měřící vřeteno viskozimetru. Z lázně obloukem vede plastová hadice určená k odčerpávání přebytečné vody z lázně. V lázni je zároveň umístěn stonk rtuťového teploměru, který se opírá o krabici Schoko Müsli. 9 V baterie v pravé spodní části obrázku napájí modul termostatu (zhruba uprostřed obrázku). Termostat indikuje teplotu lázně 50,8 °C. V lázni je umístěna cívka smotaná z měděného drátu (na obrázku není vidět), která slouží jako topné těleso. Dobře je vidět do hrnce ponořený červený vodič, který cívku napájí. Topné těleso je napájeno pomocí laboratorního zdroje stejnosměrného napětí (levá dolní část obrázku).



(b) Detail indikační části použitého viskozimetru. Při použití měřicím vřetenu č. 2 je naměřená hodnota zdánlivé viskozity zhruba 360 dPa s.

Obrázek 33: Pohled na druhou implementaci aparatury z boku (nahoře) a detail použitého rotačního viskozimetru (dole).



(a) Pohled na druhou implementaci aparatury z vrchu. Z hrnce ve spodní části obrázku, který tvoří vodní lázeň, vede plastová hadička k odčerpávání přebytečné vody z lázně. Nad hrncem, resp. kádinkou s čokoládovou taveninou, je umístěn viskozimetr. Do vodní lázně je ponořen stonk rtuťového teploměru. V levé části obrázku je vidět laboratorní zdroj, termostat indikující teplotu lázně 40,2 °C a 9 V baterie napájející termostat. Indikační LED termostatu nesvítí, relé termostatu je tedy rozepnuté a lázeň není vyhřívána (nastavená teplota byla 40,0 °C).



(b) Detail termostatu a laboratorního zdroje stejnosměrného napětí. Termostat indikuje teplotu lázně 39,9 °C a červená LED svítí, ohřev je tedy zapnutý (nastavená teplota byla 40,0 °C). Na termostatu je v horní části napojena dvojice černých vodičů, na které je napojeno čidlo (termistor) umístěné v lázni. Ve spodní části je do svorkovnice termostatu zapojena dvojice tlustých vodičů (červený a černý), které napájejí topné těleso, a dvojice tenkých vodičů (hnědo-modrý a žlutosvetlivý), které napájejí samotný termostat. Laboratorní zdroj indikuje napětí 24,7 V a proud 5,14 A, kterým je topné těleso napájeno.

Obrázek 34: Pohled na druhou implementaci aparatury z vrchu (vlevo) a detail laboratorního zdroje a termostatu (vpravo).

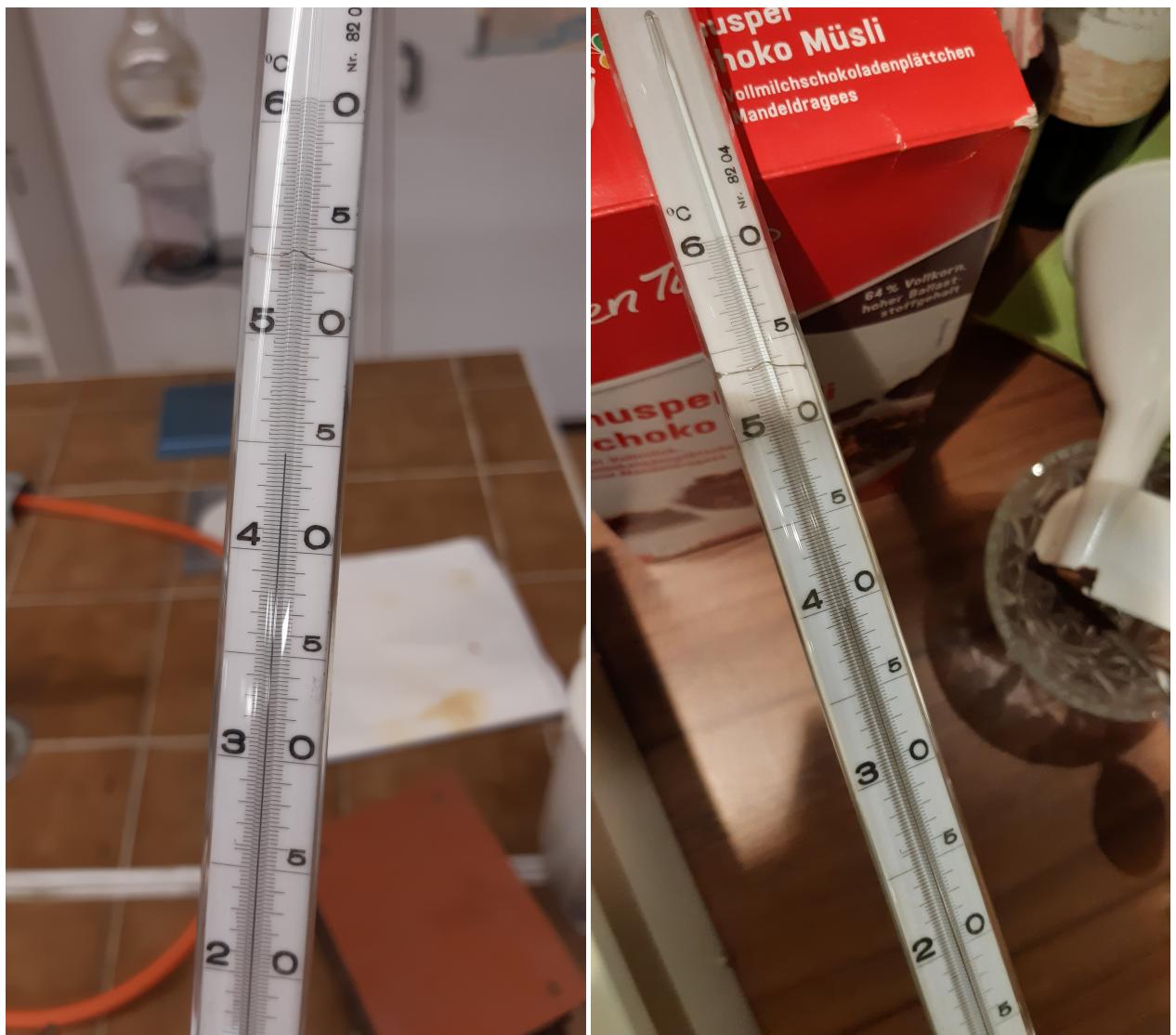


(a) Detail lázně. V kovové kádince se nachází čokoládová tavenina, do které je ponořeno měřicí vřeteno viskozimetru. V lázni je umístěna cívka smotaná z měděného drátu, která tvoří topné těleso.



(b) Detail lázně. V kovové kádince se nachází čokoládová tavenina, do které je ponořeno měřicí vřeteno viskozimetru. Z lázni vede plastová hadička určená k odčerpávání přebytečné vody z lázně. Vedle ní je vidět stonek rtuťového teploměru.

Obrázek 35: Detail lázně.



Obrázek 36: Teploměr použitý k měření teploty lázně. Jedná se o meteorologický půdní lomený teploměr (více informací na str. 45). Na levém obrázku je naměřená teplota $44,5^{\circ}\text{C}$, na pravém $39,8^{\circ}\text{C}$.