

太阳系行星及行星际大气环境特性研究

达道安¹, 杨亚天², 涂建辉¹

(1. 兰州物理研究所, 兰州 730000; 2. 福建师范大学物理系, 福州 350007)

摘 要: 研究了行星及行星际大气环境特性。为了克服玻耳兹曼公式(BF)计算行星大气总分子数时出现的发散困难,在玻耳兹曼公式中引入新的归一化函数 $g(r)$,得到了新的行星大气分布律公式(RBF),探讨了归一化函数的物理意义。和 Jeans 的理论进行了比较。用 RBF 计算了太阳系中木星、土星、天王星、海王星和土卫六的大气密度随高度的分布。这些结果对于开展行星探测工作有一定的指导意义。

关键词: 行星大气; 空间分布律; 逃逸方程; 大气寿命; 火星; 水汽

中图分类号: V216.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2006)06-1306-08

0 引言

2001 年美国总统布什发表了“新空间探测计划展望”,宣布用新的飞船技术执行重返月球及登陆火星的载人计划。2018 年开始每年至少登月两次,宇航员在月球上从事科学研究,寻找可利用资源,建立月球基地,为 2020 年实施载人登陆火星计划做准备。2005 年 9 月 14 日,美国航空航天局向白宫送交了重返月球计划,在 2018 年把四名宇航员送上月球。2006 年 1 月 19 日,美国航空航天局用宇宙神—5 火箭发射“新地平线探测器”(New Horizons),对冥王星及其卫星卡戎和凯珀带(Kuiper Belt)天体进行首次科学考察,揭开这颗最遥远行星的秘密。2007 年将执行的“火星童子军计划”是对火星探测计划的补充。2006 年 1 月 15 日历时七年的美国星尘号(Star dust)携带彗星核物质成功返回地球。俄罗斯也制定了月球基地建设计划。欧盟相继发射了月球、火星探测器。日本“隼鸟”(Hayabusa)探测器于 2003 年 5 月 9 日升空,计划采集“系川”小行星上的岩石样本,于 2007 年 6 月返回地球。日本“月女神”(SELENE,月球学与工程探测器)月球探测器计划 2006 年发射,对月球进行全范围的探测。研究月球起源与演化,试验探测器进入轨道的控制技术和姿态控制技术。月球轨道 $100\text{Km} \times 100\text{Km}$, 轨道倾角 90° 。中国的“嫦娥”和印度的“CHDRAYAAN-1”月

球探测器将于 2007 年发射。人类航天技术领域出现了行星探测热潮。在探测行星过程中,人们自然地要探测行星及行星际的大气环境。本文给出了计算行星及行星际大气环境的新的理论公式 RBF,探讨了 RBF 的物理意义。和 Jeans 的理论进行了比较。用 RBF 计算了太阳系中木星、土星、天王星、海王星和土卫六的大气密度随高度的分布。这些结果对于开展行星探测工作有一定的理论指导意义。

1 修正的玻耳兹曼公式(RBF)

要给出行星及行星际大气特性,必须求出在行星引力场中大气密度的分布公式。考虑在球对称势场中,如行星的引力场中,气体的空间分布律。设气体分子的势能为 $U(r)$, 在温度为 T 的平衡态的情况下,气体分布满足 Gibbs 分布律^[1]。通常取单个分子内能为 $\epsilon^{(i)}$, 速度在 $\vec{v} \rightarrow \vec{v} + d\vec{v}$, 位置在 $\vec{r} \rightarrow \vec{r} + d\vec{r}$ 范围内的分子数^[1]为:

$$dN(\vec{r}, \vec{v}, \epsilon^{(i)}) = \frac{A}{V} e^{-\left(\frac{1}{2}m\vec{v}^2 + U(\vec{r}) + \epsilon^{(i)}\right)/kT} d\vec{r} d\vec{v}$$

其中 m — 分子的质量, k — 玻耳兹曼常数, r — 气体分子距行星球心的距离, ϵ — 分子的总能量, V — 气体占有的总体积。 A 是归一化常数,由总分子数 N 确定:

$$N = \sum_i \int \frac{A}{V} \exp\left\{-\left[\frac{1}{2}m\vec{v}^2 + U(\vec{r}) + \epsilon^{(i)}\right]/kT\right\} d\vec{r} d\vec{v}$$

令

收稿日期: 2005-11-17; 修回日期: 2006-08-01

基金项目: “真空低温技术与物理”国家实验室项目(9140C5501010601)

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

$$n(r) = \frac{A}{V} \sum_i \int \exp \left\{ - \left[\frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \epsilon^{(i)} + U(r) \right] / kT \right\} d\vec{v}$$

$$= \frac{N}{V} e^{-U(r)/kT} \quad (1)$$

它代表在 r 处的分子数密度, (1) 式称为玻耳兹曼公式(BF)^[1]。(1) 式是归一化的: $\int n(r) d\vec{r} = N$

在引力场中 $U(r) = -GmM/r$, G 是万有引力常数, M 是行星质量。故(1) 式又可写为

$$n(r) = n_{\infty} e^{\frac{GmM}{kTr}} \quad (2)$$

其中 n_{∞} 是 $r = \infty$ 处的大气密度, 若取行星表面势能为零, 即 $U(r_0) = 0$, r_0 为行星半径。则(2) 式可写为

$$n(r) = n_0 e^{\frac{GmM}{kT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)} \quad (2A)$$

$n_0 = n(r_0)$ 是行星表面的大气密度, n_0 和 n_{∞} 的关系是 $n_{\infty} = n_0 e^{-\frac{GmM}{kTr_0}}$ 。令 $r = r_0 + h$, h 为距离行星表面的高度, 在行星表面

$$n(r) = n(r_0 + h) = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (2B)$$

根据上式计算出的行星表面大气分子数密度的数值较好地符合实测结果。

当我们用(2) 计算行星大气总分子数 N 时, 得到

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n(r) 4\pi r^2 dr = n_{\infty} \int_{r_0}^{\infty} \frac{GmM}{kTr} 4\pi r^2 dr = \infty \quad (3)$$

总分子数发散。但由于行星大气层是稳定的, 它的总分子数应该是有限值。这就出现了矛盾。其实这一问题 Landau 和 Lifshitz 已经注意到了^[1], 他们指出: 根据公式(2) 式, 大气密度在无穷远处应当会具有不等于零的有限值。但是有限数量的大气不可能到处都不等于零的密度分布在无限大的宇宙空间。这就意味着: 在引力场中, 大气不可能处于平衡状态而必然会连续不断地弥散到宇宙空间中去。这说明: 一、有限的行星大气的气体分子不能处处密度不为零(特别在距行星无穷远处)。或 $n_{\infty} \neq 0$ 的结果与行星大气的总分子数有限相矛盾, $n_{\infty} \neq 0$ 将导致行星大气的总分子数发散; 二、行星大气分布律 BF 不能在全空间范围适用, 否则就会出现上述矛盾, 原因是行星的引力场对大气来说不够强, 大气在引力场中并不能达到最可几状态或平衡态, 行星大气将逐渐逃逸行星, 向宇宙空间弥散。

严格地说, 对气体逃逸这样的非平衡过程, 需要建立一个动力学方程, 求解大气总分子数随时间的

演化规律。在初始时刻 $t = 0$ 时, 行星(或天然卫星) 附近分布有大气。然后我们确定一个行星大气的逃逸界面, 该界面(假定为球面) 的半径为 r_b , 它把空间一分为二, 界面内的分子数 $N(t)$ 即为大气的分子数, 跑出界面的分子数 $N_e(t)$ 就是逃逸了的分子数。 $N(t) + N_e(t) = N_0$ 是初始时刻分布在行星周围的分子数。因此, 无论如何 N_0 , $N(t)$ 和 $N_e(t)$ 都是有限的而不应该发散。

虽然逃逸过程是非平衡过程, 但行星大气经过几十亿年的演变以后, 它们随时间的变化非常缓慢, 可以认为是基本上不随时间变化的准静态过程。在计算行星大气总分子数时当作是准平衡态。仍可利用平衡态的理论。

如何描述大气的准平衡态分布, 而又不给出总分子数发散的结果呢? 有两种处理方法:

一是对 BF 进行硬截断。最早讨论这一问题的是 Jeans^[4]。他认为: 大气层有一个自由表面, 自由表面以外的气体, 密度很低, 气体分子基本不受碰撞的扰动, 在引力作用下作轨道运动, 称为外层大气。自由表面以内的气体分子, 称为大气, 遵守热平衡的统计规律, 包括玻耳兹曼分布律。与外层大气相区别, 他把大气层在自由表面处截断, 令自由表面以外的大气密度为零, 平均自由程为无穷。我们把这种解决行星大气总分子数发散的理論称为硬截断理论(HBF)。他把气体的逃逸类比于液体分子离开液体表面时的蒸发; 同样, 当大气的气体分子向外穿过了自由表面到了大气外层时就认为是逃逸出了行星。根据 Jeans 的讨论, 人们³ 把气体分子平均自由程等于‘标高’ H ($H = kT/mg$) 的地方作为大气的自由表面, 其高度为 H_{eff} ($H \ll H_{eff} \ll r_0$, $H = kT/mg$)。即大气的分布在 H_{eff} ($H \ll H_{eff} \ll r_0$, $H = kT/mg$) 以内, 服从 BF^[3], 在 H_{eff} 以外, $n(r) = 0$ 。

二是对 BF 进行软截断处理。即在 BF 中引入新的归一化因子 $g(r)$ 使大气的总分子数有限。我们称之为修正的玻耳兹曼分布律(RBF)。我们采用第二种方法, 不引入新参数, 既可进行解析计算, 得到合理结果, 又有一定的物理意义。下面讨论引入归一化因子的思路。从(3) 式我们看出:

$$n_{\infty} \exp \left[\frac{GmM}{kTr_0} \right] \int_{r_0}^{\infty} 4\pi r^2 dr > N > n_{\infty} \int_{r_0}^{\infty} 4\pi r^2 dr$$

即 N 是以 r^3 发散的。若乘以无量纲因子 $g(r) = (r_0/r)^{-s}$, $s > 3$ 时积分收敛。 s 越大, 行星总分子数收敛速度越快。考虑到: 1. 收敛速度尽可能地慢, 计算结果和玻耳兹曼公式及常用的大气模式的差异尽可能地小。2. 该公式能够给出解析的表达式。当选 $s = 4$ 时, 正好 N 有解析表达式。且由此推导出的行星气体总质量与压强的关系式; 行星表面气体的质量随距离变化的关系式以及大气压强随高度的变化关系式均与大气物理学和天体物理学的公式一致^[5]。在行星表面附近又回到了玻耳兹曼公式。因此我们取 $s = 4$ 。

$$g(r) = (r_0/r)^{-4}$$

为新的归一化因子。这时公式 (2A) 变为

$$n(r) = n_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \exp\left[\frac{GMm}{kT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right] \quad (4)$$

$$\text{引入符号: } r_{DY} \equiv \frac{GMm}{kT} \quad (5)$$

下面给出 n_0 与 N 的关系。

$$\begin{aligned} N &= \int_{r_0}^{\infty} n(r) 4\pi r^2 dr \\ &= n_0 r_0^4 \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r^4} \exp\left[\frac{GMm}{kT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right] 4\pi r^2 dr \\ &= 4\pi n_0 r_0^4 \frac{1}{r_{DY}} [1 - e^{-r_{DY}/r_0}] \end{aligned}$$

由此得:

$$n_0 = \frac{Nr_{DY}}{4\pi r_0^4 [1 - \exp(-r_{DY}/r_0)]} \quad (6)$$

这时又可以把 (4) 式写为:

$$n(r) = \frac{Nr_{DY}}{4\pi \left[1 - \exp\left(-\frac{r_{DY}}{r_0}\right)\right]} \cdot \frac{1}{r^4} \exp\left(\frac{r_{DY}}{r} - \frac{r_{DY}}{r_0}\right) \quad (4A)$$

(4) 或 (4A) 式是采用软截断处理后得到修正的

玻耳兹曼分布公式 (RBF)。这时: $\int_{r_0}^{\infty} n(r) 4\pi r^2 dr = N$, 不再发散。

2 归一化因子 $g(r)$ 的物理意义

下面我们指出 $1/r^4$ 因子的引入除了收敛的作用外还有一定的物理意义。

一般可从流体静力学导出 BF。考虑由立体角 $d\Omega$ 和 r 到 $r+dr$ 所包的小体元内气体受力的平衡问题。其上、下表面的压力差与引力达到平衡。

$$(p+dp) dS_u - p dS_d + \frac{GMm n(r)}{r^2} dS_d = 0 \quad (7)$$

如果行星自由表面是无穷平面则有上、下面元 dS_u 和 dS_d 相等, 即: $dS_u = dS_d$, 再将

$$n(r) = p/kT \quad (8)$$

代入, 得:

$$\begin{aligned} dp &= -\frac{GMm}{r^2} \frac{p}{kT} dr \\ p &= p_0 \exp\left[\frac{GMm}{kT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right] \end{aligned}$$

注意到 (8) 式, 消去 kT 即得 BF (2A)。

但对行星而言, $dS_u \neq dS_d$, $dS_u = (r+dr)^2 d\Omega$, $dS_d = r^2 d\Omega$, 这时有:

$$(p+dp)(r+dr)^2 - p r^2 + \frac{GMm}{r^2} \frac{p}{kT} r^2 dr = 0 \quad (9)$$

精确到一级小量, 得

$$r^2 dp + p \cdot 2r dr = -r_{DY} p dr$$

其中 r_{DY} 由 (5) 式定义。除以 $p r^2$ 得

$$\frac{dp}{p} = -2 \frac{dr}{r} - r_{DY} \frac{dr}{r^2} \quad (10)$$

于是有 $p = p_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \exp\left[r_{DY} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right]$

或 $n(r) = n_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \exp\left[r_{DY} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right] \quad (11)$

$(r_0/r)^2$ 通常称为曲率项修正。与 (4) 式相比分母上还差一个因子 2。如果在 (9) 式中, 除了行星质量 M 外, 还有其它物质对气体有引力, 且其质量与 r 成正比, 即 $M_s = \sigma \cdot r$, 这时 (9) 式变为

$$r^2 dp + p \cdot 2r dr + r_{DY} p dr + \alpha \cdot p r dr = 0 \quad (12)$$

其中: $\alpha = \frac{\sigma Gm}{kT} \quad (13)$

这时 (12) 式的解为:

$$p = p_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2+\alpha} \exp\left[r_{DY} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right]$$

或 $n(r) = n_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2+\alpha} \exp\left[r_{DY} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\right] \quad (14)$

$\alpha > 1$ 时, 总分子数收敛, $\alpha = 2$ 时就得到了 (4) 式。这种物质引力的可能来源有:

(1) 大气间的自引力。Jeans 曾考虑大气的自作

用所引起的大气不稳定性^[4]。这里我们考虑半径为 r 的球层内的大气对 r 处大气分子的吸引力后, (9) 式改为:

$$(p + dp)(r + dr)^2 - pr^2 + \frac{G(M + M_a)m}{r^2} nr^2 dr = 0 \quad (15)$$

其中球层内大气的质量为

$$M_a(r) = mN(r),$$

$$N(r) = \int_{r_0}^r n(r') 4\pi r'^2 dr' \quad (16)$$

精确到一级小量, 并注意到(8)式和(16)式, 我们就得到了 $n(r)$ 满足的积分微分方程:

$$r^2 dn + n \cdot 2r dr + \frac{Gm}{kT} [M + M_a] n(r) dr = 0$$

它又可写为

$$\frac{dn}{n} = -2 \frac{dr}{r} - \frac{GMm}{kT} \frac{dr}{r^2} - \frac{Gm^2 N(r)}{kT} \frac{dr}{r^2} \quad (17)$$

由于 $N(r)$ 是 $n(r)$ 的积分, 所以方程(17)是一个非线性的积分微分方程。其形式解为:

$$n = n_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \exp \left\{ \frac{GMm}{kT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) - \frac{Gm^2}{kT} \int_{r_0}^r \frac{N(r')}{r'^2} dr' \right\} \quad (17A)$$

由(17)式求出的 $n(r)$ 会使行星大气总分子数的发散度不高于线性发散。如果不考虑(17)式右端的第一项(曲率项)和大气自引力项的修正就得到了 BF。如果考虑了第一项而不考虑自引力项, 就得到(11)式。方程(17)至(17B)是非线性的积分微分方程。可用迭代法近似求解:

$$n^{(1)} = n_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \exp \left\{ \frac{GMm}{kT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) - \frac{Gm^2}{kT} \int_{r_0}^r \frac{dr'}{r'^2} \int_{r_0}^{r'} n^{(0)}(r'') 4\pi r''^2 dr'' \right\} \quad (18)$$

把零级近似的 $n^{(0)}$ 代入(18)式右端, 就可得到一级近似的 $n^{(1)}$ 。若取

$$n^{(0)}(r) = n_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \exp \left[r_{DY} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \right]$$

代入(16)式, 即得:

$$N(r) = 4\pi n_0 r_0^2 \int_{r_0}^r dr' \exp \left[r_{DY} \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r_0} \right) \right]$$

当 $(r - r_0) / r_0 \ll 1$ 时,

$$N(r) \approx \frac{4\pi r_0^2 n_0 kT}{mg} \left[1 - \exp \left(-\frac{mg(r - r_0)}{kT} \right) \right] \approx 4\pi r_0^2 n_0 (r - r_0)$$

当 $(r - r_0) / r_0 \gg 1$ 时,

$$N(r) \approx 4\pi r_0^2 n_0 \left[\exp(-r_{DY}/r_0) \right] (r - r_0)$$

$N(r)$ 是线性发散的。代入(17A), 给出

$$n(r) = n_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2+\alpha} \exp \left[r_{DY} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \right]$$

其中: $\alpha_s < \alpha < \alpha_b$,

$$\alpha_b = \frac{Gm^2 4\pi r_0^2 p_0}{(kT)^2},$$

$$\alpha_s = \alpha_b \exp(-r_{DY}/r_0)$$

以地球为例, 取 m 的分子量为 28.8, $T = 288K$, $p_0 = 1.013 \times 10^5 Pa$, 得 $\alpha = 0.504$ 。

上述结果说明: 考虑到地球表面为球面和地球大气间的自引力后, 地球大气总分子数的发散度从 r^3 变化到 $r^{1-\alpha} = r^{0.5}$, 比 BF 收敛得好些。但距 RBF 所要求的 $s = 4$, r 的幂指数尚差 1.5。宇宙中是否还存在影响大气总分子数收敛的其他物质引力因素? 尚待研究。

3 三种处理方法的物理图像

前面谈到计算行星大气总分子数时用了三种处理方法, 即玻耳兹曼气体分布律(BF), Jeans 理论以及我们引入新的归一化因子后得出的修正后的玻耳兹曼公式(RBF)。用 BF 计算行星大气总分子数的结果是发散的。Jeans 理论的收敛速度非常快且过程是不连续的。而 RBF 的收敛速度适宜, 过程连续, 计算结果合理。为此, 我们以大气浓密的地球和大气稀薄的火星作为典型例子, 对三种方法的处理结果进行了比较。分别示于图 1 和图 2。

在 Jeans 理论中, 行星大气的标高 $H = kT/mg$ 。对地球; $T = 300K$, $H = 380Km$, 大气分子平均自由程等于标高时 $r = 6750Km$ 。对火星; $T = 258K$, $r = 3715Km$ 。

从图可以清楚地看出: 用 RBF 公式计算的结果介于 BF 与 Jeans 理论中间, 缓慢的、连续的收敛。是一种比较好的解决行星大气总分子数发散问题的理论。

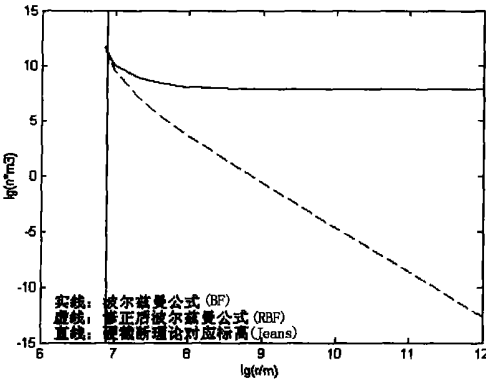


图 1 地球大气密度双对数分布图

Fig.1 Schematic diagram showing the atmospheric mass density distributions of Earth

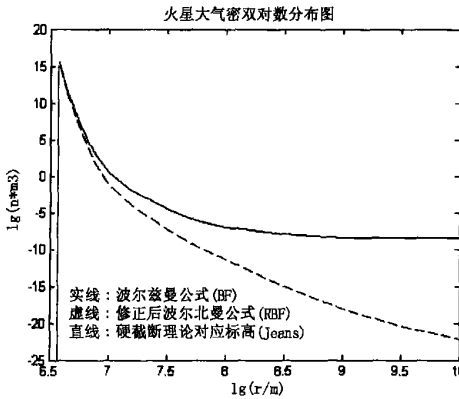


图 2 火星大气密度双对数分布图

Fig.2 Schematic diagram showing the atmospheric mass density distributions of Mars

4 行星际大气密度分布

上述公式是在大气层具有单一温度的前提下推导出的,实际情况是,大气层的温度 T 随 r 在变化,假定 r 到达 r_s 后,温度 $T = T_\infty$ 是一常数。我们用分层法给出了 $n(r)$ 和 $p(r)$ 公式^[5]。而Jeans公式只能用于单一温度。本文用公式(2A)(BF)和(4)(RBF)计算了木星、土星、天王星、海王星和土卫六的大气密度分布。计算用公式及参数如下;

玻尔兹曼方程(BF):

$$n(r) = n(r_0) \exp \left\{ \frac{GmM}{kT} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right] \right\} \quad (2A)$$

修正后玻尔兹曼方程(RBF):

$$n(r) = n(r_0) \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 \exp \left\{ \frac{GmM}{kT} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right] \right\} \quad (4)$$

公式中引用的物理常数和参数均来自文献[4]:

万有引力常数 $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

玻尔兹曼常数 $k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

气体分子质量 $m = \text{分子量} \times 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$

(1) 木星

半径 $r_0 = 71492000 \text{ m}$

质量 $M = 317.9 \times 5.976 \times 10^{24} \text{ kg}$

星表大气压力 $P_0 = 100 \times 101.325 \text{ KPa}$

大气平均温 $T = 130 \text{ K}$

大气平均分子量 2.274

使用MATLAB语言计算木星气体密度分布数值

见表1,总分子密度分布示意图见图3。

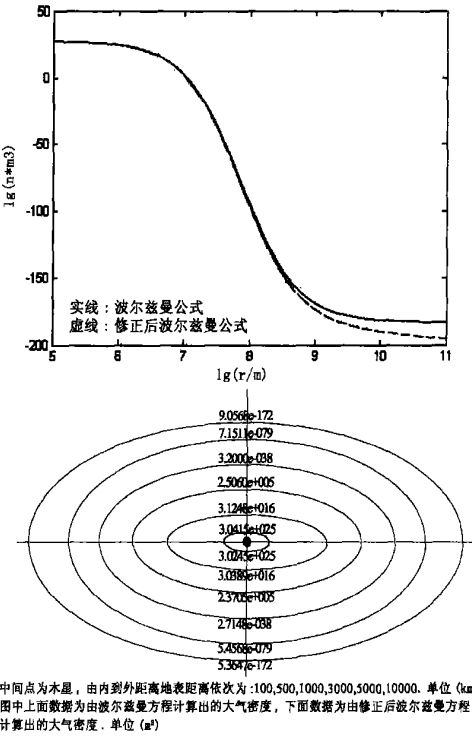


图 3 木星大气密度分布双对数图和示意图

Fig.3 Schematic diagram showing the atmospheric mass density distributions of Jupiter

(2) 土星

半径 $r_0 = 60268000 \text{ m}$

质量 $M = 95.2 \times 5.976 \times 10^{24} \text{ kg}$

星表大气压力 $P_0 = 100 \times 101.325 \text{ KPa}$

大气平均温度 $T = 97 \text{ K}$

大气平均分子量 2.144

使用 MATLAB 语言计算土星气体密度分布数值

见表 1, 总分子密度分布示意图见图 4。

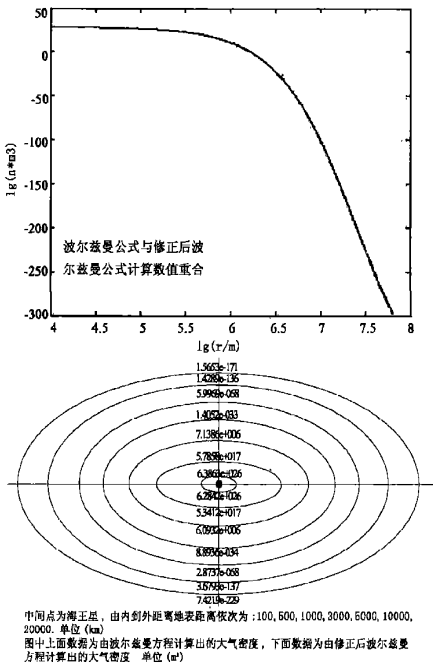
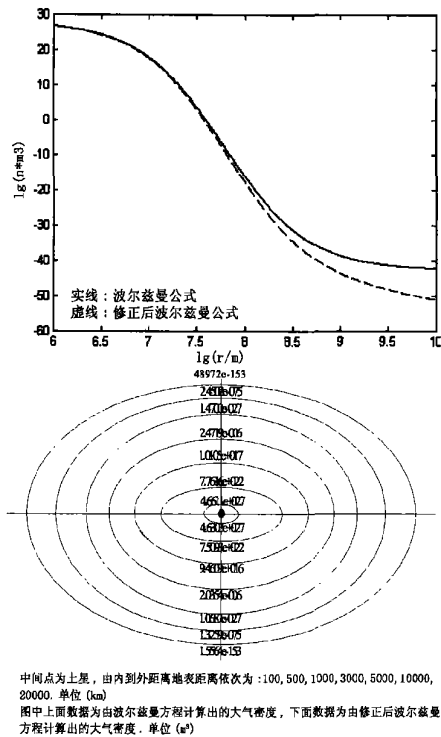


图 5 天王星大气密度双对数分布图和示意图

Fig. 5 Schematic diagram showing the atmospheric mass density distributions of Uranus

图 4 土星大气密度双对数分布图和示意图

Fig. 4 Schematic diagram showing the atmospheric mass density distributions of Saturn

(3) 天王星

半径 $r_0 = 25559000\text{m}$

质量 $M = 14.6 \times 5.976 \times 10^{24}\text{kg}$

星表大气压力 $P_0 = 100 \times 101.325\text{KPa}$

大气平均温度 $T = 58\text{K}$

大气平均分子量 2.22

使用 MATLAB 语言计算天王星气体密度分布数值见表 1, 总分子密度分布示意图见图 5。

(4) 海王星

半径 $r_0 = 24764000\text{m}$

质量 $M = 17.2 \times 5.976 \times 10^{24}\text{kg}$

星表大气压力 $P_0 = 100 \times 101.325\text{KPa}$

大气平均温度 $T = 56\text{K}$

大气平均分子量 2.22

使用 MATLAB 语言计算海王星气体密度分布数值见表 1, 总分子密度分布示意图见图 6。

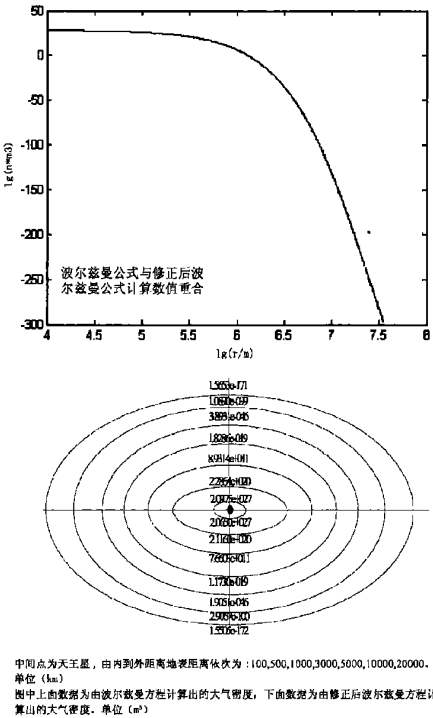


图 6 海王星大气密度双对数分布图和示意图

Fig. 6 Schematic diagram showing the atmospheric mass density distributions of Neptune

(5) 土卫六

半径 $r_0 = 2575000\text{m}$

质量 $M = 1.35 \times 10^{23}\text{kg}$

星表大气压力 $P_0 = 1.5 \times 101.325\text{KPa}$

大气平均温度 $T = 95\text{K}$

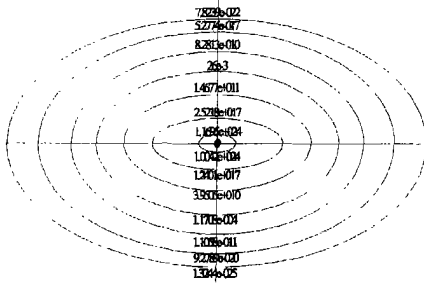
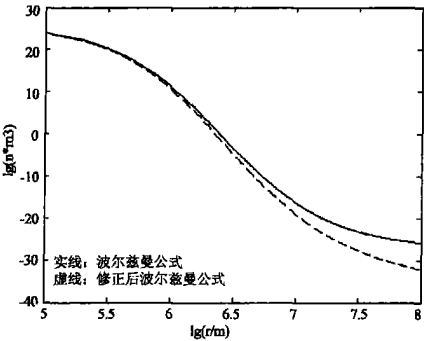
大气平均分子量 27.68

使用MATLAB 语言计算土卫六气体密度分布数值见表 1, 总分子密度分布示意图见图 7。

表 1 木星、土星、天王星、海王星和土卫六大气密度计算值

Table 1 Calculated atmospheric densities of Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune and Titan

距星表距离 (km)	木星		土星		天王星		海王星		土卫六	
	BF	EBF	BF	EBF	BF	EBF	BF	EBF	BF	EBF
0	5.57e+027	5.57e+027	7.46e+028	7.46e+028	1.25e+028	1.25e+028	1.29e+028	1.29e+028	1.14e+026	1.14e+026
100	3.04e+025	3.02e+025	4.66e+027	4.63e+027	2.10e+026	2.06e+026	6.39e+025	6.28e+027	1.17e+024	1.00e+024
200	1.68e+023	1.67e+023	2.94e+026	2.90e+026	3.64e+024	3.53e+024	3.29e+023	3.19e+023	1.66e+022	1.23e+022
300	9.47e+020	9.31e+020	1.87e+025	1.83e+025	6.51e+022	6.21e+022	1.77e+021	1.69e+021	3.18e+020	2.05e+020
400	5.40e+018	5.28e+018	1.20e+024	1.17e+024	1.20e+021	1.13e+021	9.91e+018	9.30e+018	7.95e+018	4.46e+018
500	3.12e+016	3.04e+016	7.76e+022	7.51e+022	2.29e+019	2.12e+019	5.79e+018	5.34e+016	2.52e+017	1.24e+017
1000	2.51e+005	2.37e+005	1.01e+017	9.46e+016	8.93e+010	7.66e+010	7.14e+007	6.09e+005	1.47e+011	3.95e+010
1500	2.85e-006	2.62e-006	1.64e+011	1.48e+011	7.14e+002	5.68e+002	2.29e-005	1.81e-005	2.90e+006	4.62e+005
2000	4.57e-017	4.10e-017	3.29e+005	2.89e+005	1.12e-005	8.30e-006	1.82e-015	1.33e-015	609.	61.2
10000	9.06e-172	5.36e-172	2.45e-075	1.33e-075	1.09e-100	2.91e-101	1.43e-137	3.68e-138	5.28e-017	9.28e-020



中间点为土卫六, 由内到外距离地表距离依次为: 100,500,1000,3000,5000,10000,20000, 单位: (km)
图中上面数据为由玻耳兹曼方程计算出的大气密度, 下面数据为由修正后玻耳兹曼方程计算出的大气密度, 单位: (m³)

图 7 土卫六大气密度双对数分布图和示意图

式(BF) 在计算行星大气总分子数时所产生的发散困难。由 RBF 可以推导出行星大气总质量的公式和行星表面大气质量随距离变化的公式, 行星表面大气压强随高度的变化公式。Jeans 在不同的假定下也得到了同样的结果, 但大气总质量公式是独立于 BF 公式引进的。而由 RBF 则可以通过推导自然生成以上公式。

(2) 论文对处理用 BF 公式计算行星大气总分子数发散困难的两种方法; Jeans 理论及 RBF 进行了比较。认为 Jeans 理论是一种硬截断的方法, 而 RBF 是软截断的方法。后者更接近行星际大气密度分布的实际情况, 因而更加精确和合理。给出了三种处理方法计算的地球、火星大气密度分布图形。

(3) 探讨了 RBF 中引入归一化因子 $(r_0/r)^{-4}$ 的物理意义。在考虑了行星表面的球面几何形状及大气自引力作用后, BF 公式中大气密度 $n(r)$ 表达式的 $(r_0/r)^{-2}$ 因子变为 $(r_0/r)^{-2.5}$, 和引入的归一化因子 $(r_0/r)^{-4}$ 比较, 尚差 $(r_0/r)^{-1.5}$ 倍。估计还有其它影响行星大气总分子数收敛的物质引力存在。例如暗物质的影响就值得研究。

(4) 计算了木星、土星、天王星、海王星和土卫六的大气密度分布。给出了计算结果及示意图。天王星和海王星由于大气密度大且大气温度低, 因此, BF 和 RBF 的计算结果是一致的。

5 结论

(1) 本文在引入归一化因子 $g(r)$ 后, 给出了修正的玻耳兹曼公式(RBF), 克服了利用玻耳兹曼公

参考文献:

- [1] 朗道, 栗弗席兹. 统计物理学. 杨训恺等译. 北京: 人民教育出版社, 1964: 140—142 [Landau L D and Lifshitz E M: Statistical Physics, Part 1, 3rd Edition, Butterworth-Heinemann, 1999, chap 4, 38]
- [2] 达道安, 杨亚天. 地球、金星大气寿命的计算[J]. 真空与低温, 2005, 11(2): 70—77 [DA Dao-an, YANG Ya-tian. Lifetime of atmospheres on Earth and Venus[J]. Vacuum and Cryogenics(CHIHA), 2005, 11(2): 70—77]
- [3] 高崇伊. 对金斯定则的几点认识[J]. 天文学报, 2002, 43(4): 366—373 [GAO Chong-yi. The applicability of jeans rule[J]. Commun. Theor. Phys. 2002, 43(4): 366—373]
- [4] 中国大百科全书·天文学卷[M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1980, 175 [Jeans J H. The Dynamical Theory of Gases[M]. Beijing: Dover Publications, Inc. 1980, 175]
- [5] 达道安, 杨亚天, 涂建辉. 太阳系类地行星际真空环境特性研

究[J]. 真空科学与技术学报, 2005, (25 增刊): 1—8 [DA Dao-an, YANG YA-tian, TU Jian-hui. Vacuum environment of terrestrial interplanetary space in solar system[J]. Journal of Vacuum Science and Technology(CHIHA), 2005, (25 Supplement): 1—8]

- [6] 盛裴轩, 等. 大气物理学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003 [SHENG Pei-xuan, et al. Atmospheric Physics[M]. Beijing: Beijing University, 2003]



作者简介: 达道安(1936—), 男, 兰州物理研究所研究员, 博士生导师, 研究方向为航天器空间环境及极高真空技术。

通信地址: 兰州市 94 信箱(730000)

电话: (0931) 4585358

E-mail: dadaoan@sohu.com

Research on the Environment Characters of Atmosphere of Planetary and Interplanetary Space in the Solar System

DA Dao-an¹, YANG Ya-tian², TU Jian-hui¹

(1. Lanzhou Physics Institute, Lanzhou, Gansu 730000, China;

2. Department of Physics, Fujian Normal University, Fuzhou 350007, China)

Abstract: The environment characters of atmosphere of planetary and interplanetary space are studied. A revised Boltzmann formula (RBF) by introducing a normalization factor in Boltzmann formula (BF) in order to overcome the divergence problem of total molecular number of atmosphere is proposed, and compared with Jeans theory. The physical meaning of the normalization factor is also examined. The atmospheric number density distributions of Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune and Titan upon height are evaluated in this paper. These results might be helpful to the detecting planetary and interplanetary space.

Key words: Planet atmosphere; Space distribution law; Escape equation; Atmospheric lifetime; Mars; Vapor