1. 绪论
   1. 引言

在企业生产制造过程中，生产调度问题是一直需要解决的核心问题之一。通过求解生产调度问题，可以在一定的时间内对有限的生产资源进行合理的分配，制定合适的生产计划来满足特定的性能指标[1]。其本质是提高生产效率，保证生产的稳定高效，优化资源配置，降低生产成本，从而提高企业的经济效益。因此对生产调度问题的研究有着重大的现实意义。

根据生产过程中的工艺约束和设备特征，一般可以将生产调度问题分为单机调度问题(Single Machine Scheduling Problem, SMSP)、并行机调度问题(Parallel Machine Scheduling Problem, PMSP )、流水车间调度问题(Flow Shop Scheduling Problem, FSSP)和作业车间调度问题(Job Shop Scheduling Problem, JSSP)。并行机调度作为经典的生产调度问题，广泛的存在于各种生产制造领域，是联系不同调度问题的纽带之一。而一致并行机调度(Identical Parallel Machine Scheduling, IPMS)又是并行机调度问题中最普遍的一种类型。在一致并行机调度中，所有的机器加工能力相同，这种生产特性符合现实中的多种场景，如芯片制造[2]，螺母加工[3]，轮毂生产[4]等。对一致并行机调度问题进行研究，可以优化生产过程，提供可靠的生产加工方案，有着十分重要的理论意义和实用价值。

经典的对于一致并行机调度问题的研究通常都在确定性环境下进行，及各种生产要素都是固定已知的。然而实际的生产环境中充满了各种不确定因素[5][6]，如工人熟练度不同，机器故障，现场意外干扰等。此时传统的确定性优化模型与实际的加工模型之间存在一定的差距，求解确定性调度模型得到的方案难以达到生产预期。因此在具体求解时需要充分考虑不确定因素，建立合适的不确定性一致并行机调度模型来减少其造成的影响。

除了不确定因素外，在现实的生产过程中往往需要面对多重的目标和期望。如投资者希望节约成本；生产部门希望缩短工期；客户希望交货期准确等。这些不同的目标和期望之间往往存在冲突，难以同时满足。相比单一优化目标的生产调度问题，研究多目标的一致并行机调度问题，可以帮助决策者更好地权衡不同目标，做出更符合实际生产情况的生产计划，近年来也逐渐成为研究的热点。

本论文将重点研究加工时间不确定的一致并行机调度问题。在本章中将首先介绍确定性一致并行机调度问题的研究现状，然后详细说明不确定因素的处理方法和不确定性一致并行机调度的研究现状。接着阐述多目标一致并行机调度问题的研究现状，对不同的优化目标和相关求解算法进行介绍说明。最后给出本文的内容安排。

* 1. 确定性并行机调度问题研究现状

作为经典的生产调度问题之一，并行机调度问题可以看作是联系单机问题和更复杂的多机调度问题间的重要纽带，在过去的数十年里，国内外研究学者对并行机调度问题进行了深入的研究，产生了大量的学术文献，为并行机调度的发展打下了坚实的基础。

McNaughton[7]在1959年发表的论文是对于并行机最早的研究之一。他研究了带有截止日期的并行机调度问题，并在文中对并行机问题提出了三种性能指标。分别为依赖完工时间的性能(completion time based performance, CTB)，依赖截止日期的性能(due-date based performance, DDB)和依赖加工流水时间的性能(flowtime based performance, FTB)。虽然其并未在论文中给出具体的求解算法，但在此之后，并行机调度问题开始进入研究者的视野。

关于并行机调度问题的研究在过去的几十年里不断地得到充实和完善。与现实的各种应用场景的联系也逐渐密切。随着求解时目标函数的多样化，求解时约束和规模的增加，求解的难度也在与日俱增。而与之对应的求解算法也在不断地进步。从最初的一些简单优化规则，到利用运筹学的一些精确算法，再到融合了不同学科领域技术的启发式算法，并行机调度问题的求解规模和求解效率也在逐渐提升。发展至今，在并行机调度的求解算法上有着丰硕的研究成果。这些求解算法主要可以分为两大类，精确算法和近似/启发式算法。

精确算法通常建立在数学规划的基础上，利用穷举法，分支定界法，或者割平面法等数学方法进行求解。分支定界算法(branch and bound algorithm)是一类有效的求解离散规划问题的优化算法，其本质上是一种隐枚举算法。求解时将问题的解空间分解成不同的子集，通过计算不同子集的上下界抛弃不符合的解来缩小搜索范围。分支定界算法在并行机调度中有着广泛的应用。Dell等[8]采用了分支定界算法对目标函数为最大完工时间的一致并行机问题进行了求解，并对问题的上下界进行了优化。实验结果表明该方法可以求解各种规模的算例，求解结果优于一般的动态规划算法。Shim等[9]在求解可分段加工的一致并行机调度问题式，针对最小化总滞后时间的目标函数计算了新的下界，并以此设计了新的分支定界算法。Haouari等[10]在分支定界算法中加入了更加紧缩的增强型下界方式用于一致并行机最大完工时间的求解，并通过大量的算例证明了该方法的求解效率。除了分支定界法外，Mokotoff[11]设计了一种割平面法。他将一致并行机调度问题用数学规划的形式表示，然后对其进行松弛。通过不断地向松弛模型中增加有效割的方式来求得最优解。该割平面法简单有效，表现出了比分支定界方法更优秀的求解能力。除此之外，Dell等[12]提出了一种分支定价算法，Chen等[13]采用了一种列生成算法来进行一致并行机调度问题的求解。

以上提到的都是用于求解一致并行机问题的精确算法。然而一致并行机调度问题是NP-hard问题【】，当问题规模增大时，精确算法的求解时间和求解难度呈指数型增加，很难在可接受的时间内获得满意的结果。为了提高求解效率，启发式算法在并行机调度领域的应用逐渐成为研究的重点。根据算法机理的不同，启发式算法可以分为构造启发式算法和迭代启发式算法。构造启发式算法通常基于一些启发式规则进行计算。这类规则问题针对性很强，在求解特定问题时可以简单快速地获得近似最优解。Graham[15]提出了最长加工时间优先规则(longest processing time first, LPT)，即各工件按照加工时长依次放到空闲机器上进行加工，并证明在台机器的并行机调度问题下，通过该规则得到的makespan与最优性能的性能比不大于。LPT规则在并行机调度问题中通常用于一些上界的计算，或是用于产生初始解[11][16]。除了LPT规则外，MULTIFIT算法[17]，COMBINE算法[18]，LISTFIT算法[19]等都是应用于并行机调度问题的构造启发式算法。

相比构造启发式算法，迭代启发式算法凭借着通用性强，对解空间的搜索深入等特点越来越受到研究人员的重视。迭代启发式算法往往从一个初始解或由多个初始解组成的初始种群出发，根据一定的机制或者规则对解空间进行搜索。在每一次的迭代中对当前解或当前种群进行更新，在达到终止标准后停止迭代。根据每次进行迭代的解数量，可以将迭代启发式分为邻域搜索算法和群智能搜索算法。邻域搜索算法是一类串行搜索算法，基于单一初始解出发，每次迭代时对当前解产生一批候选解的集合（邻域），从中选取解进行更新。常见的邻域搜索算法有模拟退火算法(simulated anneling, SA)，禁忌搜索算法(tabu search, TS)，变邻域搜索(variable neighborhood search, VNS)等。SA是一种模拟物理固体退火过程的算法，利用Metropolis准则来防止算法陷入局部最优。Lee等[16]利用SA对一致并行机调度问题进行求解，采用LPT准则来产生初始解，通过实验仿真证明了SA相比其他构造性启发式算法由更强的求解能力。TS利用禁忌表来“记忆”一定次数的操作，从而防止算法陷入局部最优。Yamashita等[20]采用TS来优化一致并行机调度问题中的工件平均滞后时间，并通过增加禁忌表长度和设计更有效的解移动方式来提升对解空间的探索能力。邻域构造是邻域搜索算法中的重要步骤，VNS对同一个当前解采用多种邻域构造产生不同的邻域解，再从中选出解进行更新。Alharkan等[21]对最小化makespan的一致并行机调度问题采用了五种邻域构造方式来产生邻域解，并分别用随机和LPT规则两种方式产生初始解。仿真结果表明该改进的变邻域搜索算法比起一般的邻域搜索算法可以获得更好的平均makespan。

群智能搜索算法以多个解组成的种群为基础，通过模仿自然界中的一些生物行为或者自然规律对解空间进行全面的探索。如模仿生物进化的遗传算法(genetic algorithm, GA)，参考鸟群捕食的粒子群算法(particle swarm optimization, PSO), 模仿布谷鸟下蛋行为的布谷鸟算法(cuckoo search, CS)，模拟音乐创作的和声搜索算法(harmony search, HS)等。群智能搜索算法在并行机调度问题中有着各种应用。Liu等采用了GA对一致并行机调度问题进行求解，利用交叉变异等方式对种群进行更新，通过实验证明求解大规模问题时GA比SA和LPT表现更佳。Kashan等[22]提出了一种离散化后的PSO算法(discrete particle swarm optimization, DPSO)用于求解目标函数为makespan的一致并行机调度问题。Chen等[23]在HS基础上提出了动态和声算法(dynamic harmony search, DHS)来解决最小化makespan的一致并行机调度问题，把整个和声库分为多个子和声库分别进行独立的进化更新。同时还加入了VNS的步骤来增强DHS的局部搜索能力。Laha等[24]在求解一致并行机调度问题时提出了一种改进布谷鸟算法(improved cuckoo search, ICSA)，对传统的CSA加入了离散化的策略使得CSA中用于种群更新的莱维飞行能适用于调度问题。同时还加入了局部更新的步骤来增强算法的搜索能力。实验结果表明布谷鸟算法有着强大的全局搜索能力，相比PSO, SA，GA等能获得更好的求解结果。

* 1. 不确定性并行机调度问题研究现状

上一小节介绍了近些年来并行机调度领域的丰富研究成果。然而大部分的研究都是在理想的确定性环境下进行的，即各种生产参数如加工时间等都是已知且确定的。然而由于存在工人加工熟练度，机器故障，现场意外的加工干扰等不确定因素[25]-[27]，传统的确定性模型和实际加工模型之间存在着一定差距，此时按照求解确定性模型得到的方案进行加工制造难以达到生产预期。因此对不确定并行机调度问题进行研究有着重要的学术意义和实际价值。如何处理并行机调度中的不确定参数，建立合适的不确定模型并设计不确定环境下的高效求解算法逐渐成为了研究的热门。

对于如何处理不确定参数，目前主要有随机分析法，模糊分析法和场景法三种方式。在随机分析法中，不确定参数用随机变量表示，相应的随机变量利用概率分布模型进行描述。通常对实际生产中的大量历史数据进行反复分析，利用得到的统计规律来确定其概率分布模型。常见的模型有指数分布，正态分布等。如Alimoradi等[28]在优化一致并行机调度的总流水时间时，将不确定的工件加工时间用满足正态分布的随机变量表示，并设计了一种分支定界算法进行求解。Ranjbar等[29]提出了两种分支定界算法来求解最大化顾客满意度的一致并行机调度问题，其中每个工件的加工时间满足正态分布。Cai等[30]研究了每台机器都会有随机故障发生的并行机调度问题，优化目标是最小化提前完工造成的花费和总滞后工件数。其中的交货期满足指数分布。

在有些情况下通过对历史数据的分析，只能获得不确定参数的一些近似值，很难得到不确定参数服从的具体概率分布。此时可以使用模糊分析法来进行不确定参数的处理。同随机分析法不同，在模糊分析法中，不确定参数不再满足特定的概率分布模型，而是引入了模糊数的概念，利用模糊数和对应的模糊规则来对不确定参数进行描述和预测[31]。Balin[32]用三角模糊数来表示不确定并行机调度中的加工时间，采用GA来优化最大完工时间的目标。并通过测试不同模糊集下的问题，将GA求得的结果与LPT方法获得的结果进行了比较来体现GA算法的有效性和稳定性。Yeh等[33]在优化不确定并行机调度的最大完工时间时，用梯形模糊数来表示不确定的加工时间，并同时采用了SA和GA两种智能优化算法来进行求解对比。Behnamian[34]用钟形模糊数来描述不确定的加工时间，并采用了面积中心法来进行解模糊。同时设计了一种离散粒子群算法，在粒子群算法中加入了遗传算法的交叉变异操作，并用该改进的算法求解较大规模的模糊一致并行机调度问题。

随机分析法和模糊分析法都需要大量的数据或经验作为基础。然而在现实的生产环境中，经常会出现诸如新工艺，新生产线等历史数据不足的情况[35][36]。不同于随机分析法和模糊分析法，场景法不需要历史数据的积累，适用于在不确定因素的发生概率未知或历史信息不足的情况下描述不确定参数。场景法可以分为区间场景和离散场景两种形式[37]。区间场景下利用不确定参数可在一个上下界内任意取值。而离散场景下一个场景代表一组可能的参数离散值，通过所有可能出现的离散场景集合来描述不确定性。Li等[38]将基于场景的不确定模型分为两类，基于场景的随机优化模型和基于场景的鲁棒优化模型，两种模型体现了不同的决策偏向。基于场景的随机优化模型将整体期望性能作为优化目标[39]，考虑优化整个调度解在所有可能场景下性能的平均水平。如Liu等[40]研究了离散场景下的一致并行机调度问题，不确定加工时间用多个离散场景的集合表示，优化目标是总完工时间在所有场景下的期望值。并且分别采用抽样平均近似法(sample average approximation, SAA)和GA来对不同规模的算例进行求解。而基于场景的鲁棒优化模型则是以增加系统抵抗不确定性干扰的能力为优化目标，比较常见的有min-max模型(最坏场景模型)和min-max regret模型(最大后悔场景模型)。这类模型体现了决策者的风险厌恶偏向，通过优化所有场景下的最坏性能或者最大遗憾值来提升系统的抗风险能力。如Xu等[41]对区间场景下的一致并行机最大makespan的遗憾值进行优化，分别采用了松弛迭代算法和SA来求解不同规模的问题。Drawl等[42]对区间加工时间下的一致并行机调度问题进行了研究，优化目标是最大完工时间的最大遗憾值。Wang等[43]研究了工件可外包的一致并行机调度问题，目标函数是外包消耗花费和非外包加工花费的生产总成本。他们同时采用了离散场景和区间场景来描述不确定的加工时间，利用2-近似算法(2-approximation algorithm)分别对区间场景下生产总成本的最大遗憾值和离散场景下的最大生产总成本问题进行了求解。这类传统的鲁棒优化模型因为过度关注单一的最差解，因此最终获得求解结果往往过于保守。针对该不足目前也出现了一些新的鲁棒模型，通过综合考虑其他场景的性能来减少最终调度解的保守性[44]，然而这类模型在鲁棒并行机调度中还未有见到具体的使用。

以上提到的随机分析法，模糊分析法和场景法都是并行机调度中处理不确定参数的有效方法。然而随机分析法和模糊分析法都需要大量的历史数据，其概率分布函数或者模糊隶属度函数一般不太容易获得。相比之下场景法的描述方式更加准确且容易实现。而在不确定环境下，获得抵御风险能力的结果体现了很多决策者的保守追求，因此基于场景的鲁棒优化模型逐渐成为了研究的热门。综上考虑，本文将采用离散场景来进行描述一致并行机调度问题中的不确定加工时间，并以此建立合适的鲁棒模型进行求解。

* 1. 多目标并行机调度问题研究现状
  2. 本论文的研究内容及章节安排

1. 一致并行机调度问题及其求解算法
   1. 引言
   2. 确定性一致并行机调度问题
   3. 一致并行机鲁棒调度问题
   4. 割平面法
   5. 布谷鸟算法
   6. 本章小结
2. 一致并行机均值模型的求解算法
   1. 引言
   2. 离散场景下一致并行机的均值模型
   3. 求解一致并行机均值模型的割平面法
      1. 均值场景
      2. 割平面法步骤
   4. 仿真实验与分析
      1. 问题算例设置
      2. 割平面法算法性能测试
   5. 本章小结
3. 一致并行机阈值坏场景集模型的求解算法
   1. 引言
   2. 离散场景下一致并行机阈值坏场景集模型
   3. 一致并行机调度问题的传统邻域构造方式
   4. 基于合并坏场景集邻域的布谷鸟算法(UNCSA)
      1. 编码和解码
      2. 初始种群的产生
      3. 连续化和离散化
      4. 基于合并坏场景邻域的局部搜索
      5. 终止准则
   5. 仿真实验与分析
      1. 算法参数设置
      2. UNCSA算法终止准则对求解结果的影响
      3. 四种算法求解对比
   6. 本章小结
4. 一致并行机双目标鲁棒调度模型的求解算法
   1. 引言
   2. 离散场景下一致并行机双目标鲁棒模型
   3. 求解一致并行机双目标鲁棒调度模型的两阶段算法
   4. 仿真实验与分析
   5. 本章小结
5. 总结与展望

参考文献

1. Rodammer F A, Whit K P. A recent survey of production scheduling [J].IEEE Transactions on System Man and Cybernetic, 1998, 18(6):841-851.
2. Rocholl J , Mnch L . Decomposition heuristics for parallel-machine multiple orders per job scheduling problems with a common due date[J]. Journal of the Operational Research Society, 2019:1-17.
3. Lee C H . A New Discrete Electromagnetism-Like Mechanism Algorithm for Identical Parallel Machine Scheduling Problem with Eligibility Constraints in Metal Nuts Manufacturing[J]. Arabian Journal for Science & Engineering, 2017, 42(8):1-12.
4. Gungor, Murat, Unal, et al. A parallel machine lot-sizing and scheduling problem with a secondary resource and cumulative demand[J]. International Journal of Production Research, 2018.
5. Yamamoto M, Nof S Y. Scheduling/rescheduling in the manufacturing operation system environment [J].International Journal of Production Research, 1985, 23(4):705-722.
6. M ignon D J, Honkomp S J, Reklaitis G V. A framework for investigating schedule robustness under uncertainty [J]. Computer and Chemical Engineering, 1995, 19 (Suppl) :S615-620.
7. McNaughton R. Scheduling with deadlines and loss functions[J]. Management Science, 1959, 6(1): 1-12.
8. Dell’Amico M, Martello S. Optimal scheduling of tasks on identical parallel processors[J]. ORSA Journal on Computing, 1995, 7(2): 191-200.
9. Shim S O, Kim Y D. A branch and bound algorithm for an identical parallel machine scheduling problem with a job splitting property[J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(3): 863-875.
10. Haouari M, Jemmali M. Tight bounds for the identical parallel machine‐scheduling problem: Part II[J]. International Transactions in Operational Research, 2008, 15(1): 19-34.
11. Mokotoff E. An exact algorithm for the identical parallel machine scheduling problem[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 152(3): 758-769.
12. Dell'Amico M, Iori M, Martello S, et al. Heuristic and exact algorithms for the identical parallel machine scheduling problem[J]. INFORMS Journal on Computing, 2008, 20(3): 333-344.
13. Chen Z L, Powell W B. Solving parallel machine scheduling problems by column generation[J]. INFORMS Journal on Computing, 1999, 11(1): 78-94.
14. Garey M, Johnson D. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-Completeness[M]. W. H. Freeman and Company 1979.
15. Graham R L. Bounds on multiprocessing timing anomalies[J]. SIAM journal on Applied Mathematics, 1969, 17(2): 416-429.
16. Lee W C, Wu C C, Chen P. A simulated annealing approach to makespan minimization on identical parallel machines[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 31(3-4): 328-334.
17. Coffman, Jr E G, Garey M R, Johnson D S. An application of bin-packing to multiprocessor scheduling[J]. SIAM Journal on Computing, 1978, 7(1): 1-17.
18. Lee C Y, Massey J D. Multiprocessor scheduling: combining LPT and MULTIFIT[J]. Discrete applied mathematics, 1988, 20(3): 233-242.
19. Gupta J N D, Ruiz-Torres A J. A LISTFIT heuristic for minimizing makespan on identical parallel machines[J]. Production Planning & Control, 2001, 12(1): 28-36.
20. Yamashita D S. Tabu search for scheduling on identical parallel machines to minimize mean tardiness[J]. Journal of intelligent manufacturing, 2000, 11(5): 453-460.
21. Alharkan I, Bamatraf K, Noman M A, et al. An order effect of neighborhood structures in variable neighborhood search algorithm for minimizing the makespan in an identical parallel machine scheduling[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018.
22. Kashan A H, Karimi B. A discrete particle swarm optimization algorithm for scheduling parallel machines[J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 56(1): 216-223.
23. Chen J, Pan Q K, Wang L, et al. A hybrid dynamic harmony search algorithm for identical parallel machines scheduling[J]. Engineering Optimization, 2012, 44(2): 209-224.
24. Laha D, Gupta J N D. An improved cuckoo search algorithm for scheduling jobs on identical parallel machines[J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 126: 348-360.
25. 顾幸生. 不确定性条件下的生产调度 [J]. 华东理工大学学报,2000,26(5),441-446.
26. Yamamoto M, Nof S.F. Scheduling/rescheduling in the manufacturing operating system environment [J].Int J Prod Res, 1985, 23 (4):7052722.
27. Honkomp S J，Reklaitis G V. A framework for investigating schedule robustness under uncertainty [J]. Computers and Chemical Engineering, 1995,19( Supp1):S6152620.
28. Alimoradi S , Hematian M , Moslehi G . Robust scheduling of parallel machines considering total flow time[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 93:152-161.
29. Ranjbar M, Davari M, Leus R. Two branch-and-bound algorithms for the robust parallel machine scheduling problem[J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(7): 1652-1660.
30. Cai X, Zhou S. Stochastic scheduling on parallel machines subject to random breakdowns to minimize expected costs for earliness and tardy jobs[J]. Operations Research, 1999, 47(3): 422-437.
31. Zadeh L A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility[J]. Fuzzy sets and systems, 1978, 1(1): 3-28.
32. Balin S. Parallel machine scheduling with fuzzy processing times using a robust genetic algorithm and simulation[J]. Information Sciences, 2011, 181(17): 3551-3569.
33. Yeh W C, Lai P J, Lee W C, et al. Parallel-machine scheduling to minimize makespan with fuzzy processing times and learning effects[J]. Information Sciences, 2014, 269: 142-158.
34. Behnamian J. Particle swarm optimization-based algorithm for fuzzy parallel machine scheduling[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 75(5-8): 883-895.
35. Anglani A, Grieco A, Guerriero E, et al. Robust scheduling of parallel machines with sequence-dependent set-up costs[J]. European journal of operational research, 2005, 161(3): 704-720.
36. Allahverdi A, Aydilek H. Heuristics for the two-machine flowshop scheduling problem to minimize maximum lateness with bounded processing times[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2010, 60(5): 1374-1384.
37. Kouvelis P, Yu G. Robust discrete optimization and its applications [M]. Spring, 1997.
38. Li Z, Ierapetritou M G. Robust optimization for process scheduling under uncertainty[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2008, 47(12): 4148-4157.
39. Sarin S C, Nagarajan B, Jain S, et al. Analytic evaluation of the expectation and variance of different performance measures of a schedule on a single machine under processing time variability[J]. Journal of combinatorial optimization, 2009, 17(4): 400-416.
40. Liu M, Liu X, Zhang E, et al. Scenario-based heuristic to two-stage stochastic program for the parallel machine ScheLoc problem[J]. International Journal of Production Research, 2019, 57(6): 1706-1723.
41. Xu X, Cui W, Lin J, et al. Robust makespan minimisation in identical parallel machine scheduling problem with interval data[J]. International Journal of Production Research, 2013, 51(12): 3532-3548.
42. Drwal M, Rischke R. Complexity of interval minmax regret scheduling on parallel identical machines with total completion time criterion[J]. Operations Research Letters, 2016, 44(3): 354-358.
43. Wang S, Cui W. Approximation algorithms for the min-max regret identical parallel machine scheduling problem with outsourcing and uncertain processing time[J]. International Journal of Production Research, 2020: 1-14.
44. Wang B, Wang X, Lan F, et al. A hybrid local-search algorithm for robust job-shop scheduling under scenarios[J]. Applied Soft Computing, 2018, 62: 259-271.