

第15周作业

P 397.34

考虑数学归纳法, 对  $n$  归纳 ~~( $k$ )~~

$n=1$  时,  $k$  仅可为 1,  $\left\{ \begin{smallmatrix} 1-1 \\ 1-1 \end{smallmatrix} \right\} 1! = 1$  成立.

设  $n$  时 ~~成立~~ 对  $\forall k$  成立,

$n+1$  时, ~~方法~~ 若前  $n$  条恰用  $k$  色染,

方法数为  $(k-1) \cdot \left\{ \begin{smallmatrix} n-1 \\ k-1 \end{smallmatrix} \right\} \cdot (k-1)!$

若前  $n$  条恰用  $k-1$  色, 方法数为

$$\left( \right) \left\{ \begin{smallmatrix} n-1 \\ k-2 \end{smallmatrix} \right\} (k-1)! \cdot k = k! \left\{ \begin{smallmatrix} n-1 \\ k-2 \end{smallmatrix} \right\}$$

$$\text{总数为 } k! \left( (k-1) \left\{ \begin{smallmatrix} n-1 \\ k-1 \end{smallmatrix} \right\} + \left\{ \begin{smallmatrix} n-1 \\ k-2 \end{smallmatrix} \right\} \right)$$

$$= k! \cdot \left\{ \begin{smallmatrix} n \\ k-1 \end{smallmatrix} \right\}$$

故由数归纳知成立.



P420.2

$$10000 - 100 - 21 + 4 = 9883$$

P420.4

$a, b, c, d$  任选, 共  ~~$C_{10}^3$~~   $C_{13}^3 = 286$  种

$b \geq 4$ :  $A_1$ ,  $c \geq 6$ :  $A_2$

$d \geq 8$ :  $A_3$

$$|A_1| = C_9^3 = 84, |A_2| = C_7^3 = 35$$

$$|A_3| = C_5^3 = 10$$

$$|A_1 \cap A_2| = C_3^3 = 1, |A_1 \cap A_3| = 0$$

$$|A_2 \cap A_3| = |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$\begin{aligned} \text{故总数为 } & 286 - 84 - 35 - 10 + 1 \\ & = 158 \end{aligned}$$



$$5. (1) \quad \{x_i\} \subset \{x_j\} : C_7^2 = 21$$

$$x_i, x_j \geq 9 : 0$$

$$x_i, x_j, x_k \geq 9 : 0$$

$$C_{16}^2 - C_{7 \times 3}^2 = 57$$

$$(2) \quad C_{13}^2 - 3 \times C_{15}^2 = 48$$