第十三周作业

P395 6.(1) $a_n = c_1 \cdot 3^n + c_2 \cdot 4^n$

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 4 \\ 3c_1 + 4c_2 = 6 \end{cases}$$

从而 $a_n = 10 \cdot 3^n - 6 \cdot 4^n$.

(3) $\cancel{a_n + 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 3}$

$\cancel{a_{n+1} + 6a_n + 9a_{n-1} = 3}$

$\cancel{a_{n+1} + 6a_n + 9a_{n-1} = a_n + 6a_{n-1} + 9a_{n-2}}$

特征方程 $x^2 + 6x + 9 = 0$

从而齐次通解为 $\overline{a_n} = c_1 \cdot (-3)^n + c_2 \cdot n \cdot (-3)^n$

设特解为 P, 代入方程得

$$P + 6P + 9P = 3.$$

从而 $P = \frac{3}{16}$.

故原递推方程的通解为

$$a_n = c_1 (-3)^n + c_2 n (-3)^n + \frac{3}{16}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = -\frac{3}{16} \\ c_2 = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

从而 $a_n = \left(-\frac{1}{12}n - \frac{3}{16}\right)(-3)^n + \frac{3}{16}$

(5) 特征方程为 $x^2-7x+10=0$

齐次通解为 $\overline{a_n}=C_1\cdot 2^n+C_2\cdot 5^n$

设特解为 $P\cdot 3^n$，代入得 $P=-\frac{9}{2}$.

故原递推方程的通解为

$$a_n=C_1\cdot 2^n+C_2\cdot 5^n-\frac{9}{2}\cdot 3^n.$$

代入得 $a_n=\frac{8}{3}\cdot 2^n+\frac{11}{6}\cdot 5^n-\frac{9}{2}\cdot 3^n$

8(1) 令 $b_n=na_n$

$$\begin{cases} b_n+b_{n-1}=2^n \\ b_0=0 \end{cases}$$

故 $b_n=-\frac{2}{3}(-1)^n+\frac{2^{n+1}}{3}$

从而 $a_n=\begin{cases} -\frac{2}{3n}(-1)^n+\frac{2^{n+1}}{3n} & (n\geq 1) \\ 273 & (n=0) \end{cases}$

12. 由于两两相交，且无三线交于一点

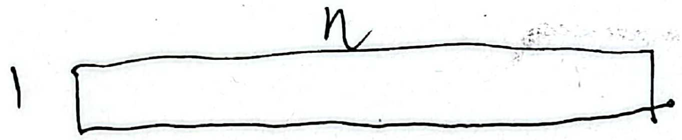
当加入第n条直线，其与前n-1条线交于

n-1个点，将新线划分成n段，共n个区域

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + n \\ a_1 = 2 \end{cases}$$

$$a_n = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$$

13.



~~a_n表示第n个[illegible]的可能~~

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_1 = 2 \quad a_2 = 3$$

故 $$a_n = \frac{5+3\sqrt{5}}{10}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \frac{5-3\sqrt{5}}{10}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$