

选择题答案

1. A
2. D
3. C
4. A
5. A
6. D
7. C
8. C
9. B
10. C
11. C
12. A
13. C 第1, 2位有5种选法 (0,1,6,8,9),第3位有3种(0,1,8),第4, 5位由前2位决定, 答案为 $5*5*3=75$
14. B
15. A

二、阅读程序

```
1.
#include <stdio.h>
#include <string.h>
using namespace std;
char st[100];
int main() {
    scanf("%s", st);
    int n = strlen(st);
    for (int i = 1; i <= n; i++) { //第8行
        if (n % i == 0) {
            char c = st[i - 1];
            if (c >= 'a')
                st[i - 1] = c - 'a' + 'A';
        }
    }
    printf("%s", st);
}
```

判断题

- 1) 输入的字符串只能由小写字母或大写字母组成。(错)
- 2) 若将第8行的“`i = 1`”改成“`i = 0`”，程序运行时会发生错误。(对)
- 3) 若将第8行的“`i <= n`”改成“`i * i <= n`”，程序运行结果不会改变。(错，参考第5题)
- 4) 若输入的字符串全部由大写字母组成，那么输出的字符串就跟输入的字符串一样。(对)

选择题

- 5) 若输入的字符串长度为18，那么输入的字符串跟输出的字符串相比，至多有 (B) 个字符不同

A. 18 B. 6 C. 10 D. 1

分析：其实就是从1到18的数字中，一共有哪些数字被18整除？有1, 2, 3, 6, 9, 18，一共6个

6) 若输入的字符串长度为 (B)，那么输入的字符串跟输出的字符串相比，至多有36个字符不同。

A. 36 B. 100000 C. 1 D. 128

分析：排除法，1到128的数字中，能被128整除的数字达不到36个（1, 2, 4, 8, 16, ...），所以只能选B。

```
2.
#include <cstdio>
using namespace std;
int n, m;
int a[100], b[100];

int main() {
    scanf("%d%d", &n, &m);
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        a[i] = b[i] = 0;

    for (int i = 1; i <= m; i++) {
        int x, y;
        scanf("%d%d", &x, &y);

        if (a[x] < y && b[y] < x) {    //第13行

            if (a[x] > 0)
                b[a[x]] = 0;           //第15行

            if (b[y] > 0)
                a[b[y]] = 0;

            a[x] = y;
            b[y] = x;
        }
    }

    int ans = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        if (a[i] == 0)
            ++ans;

        if (b[i] == 0)
            ++ans;
    }
    printf("%d\n", ans);
}
```

假设输入的 n 和 m 都是正整数， x 和 y 都是在 $[1, n]$ 的范围内的整数。

判断题

- 1) 当 $m > 0$ 时，输出的值一定小于 $2n$ 。（对）
- 2) 执行完第27行的“ $++ans$ ”时， ans 一定是偶数。（错）
- 3) $a[i]$ 和 $b[i]$ 不可能同时大于0。（错）
- 4) 若程序执行到第13行时， x 总是小于 y ，那么第15行不会被执行。（错，假设输入 $n=m=3$ ，然后依次输入 $x=1, y=2$ 和 $x=1, y=3$ ）

选择题

5) 若 m 个 x 两两不同，且 m 个 y 两两不同，则输出的值为 A（假设输入 $n=m=3$ ，然后依次输入 $x=1, y=2$ 和 $x=2, y=3$ 和 $x=3, y=1$ ，最后结果 $ans=0$ ；假设输入 $n=3, m=2$ ，然后依次输入 $x=1, y=2$ 和 $x=2, y=3$ ，最后结果 $a[1] = b[1] = 0$ ，所以 $ans=2$ ；）

A. $2n-2m$ B. $2n+2$ C. $2n-2$ D. $2n$

6) 若 m 个 x 两两不同，且 m 个 y 都相等，则输出的值为 A（假设输入 $n=m=3$ ，然后依次输入 $x=1, y=2$ 和 $x=2, y=2$ 和 $x=3, y=2$ ，最后结果 $a[1] = 0, a[2] = 0, a[3] = 2, b[1] = b[3] = 0, b[2] = 3$ ，所以 $ans=4$ ；）

A. $2n-2$ B. $2n$ C. $2m$ D. $2n-2m$

分析：这道题很难理解，我们需要会用假设。

```
3.
#include <iostream>
using namespace std;
const int maxn = 10000;
int n;
int a[maxn];
int b[maxn];
int f(int l, int r, int depth) {
    if (l > r)
        return 0;
    int min = maxn, mink;
    for (int i = l; i <= r; i++) {
        if (min > a[i]) {
            min = a[i];
            mink = i;
        }
    }
    int lres = f(l, mink - 1, depth + 1);
    int rres = f(mink + 1, r, depth + 1);
    return lres + rres + depth * b[mink];
}
int main()
{
    cin >> n;
```

```

    for (int i = 0; i < n; i++)
        cin >> a[i];
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cin >> b[i];
    cout << f(0, n - 1, 1) << endl;
    return 0;
}

```

判断题

- 1) 如果a数组有重复的数字，则程序运行时会发生错误。(错)
- 2) 如果b数组全为0，则输出为0。(对)

选择题

- 3) 当n=100时，最坏情况下，与第12行的比较运算执行的次数最接近的是 A
A. 5000 B. 600 C. 6 D. 100

分析：最坏情况下，也就是这颗二叉树的高度尽可能的深，所以这棵树只有右子节点，高度就是100，从根节点开始，每一层的比较执行次数分别是100, 99, 98, ..., 1。累加的结果5050

- 4) 当n=100时，最好情况下，与第12行的比较运算执行的次数最接近的是 D
A. 100 B. 6 C. 5000 D. 600

分析：最好情况下，二叉树的高度尽可能的矮，高度是 $\log(100)$ 向下取整+1=6，从根节点开始，每一层的比较执行次数分别是100, 99, 97, 93, 85, 69。累加的结果最接近600

- 5) 当n=10时，若b数组满足，对任意 $0 \leq i < n$ ，都有 $b[i] = i + 1$ ，那么输出最大为 D
A. 386 B. 383 C. 384 D. 385

分析：可以画一颗二叉树来表示递归函数，树的高度要尽可能深（这样depth会比较大），所以这棵树只有右子节点。这棵树的深度是10。输出 $1*1 + 2*2 + 3*3 + \dots + 10*10 = 385$

- 6) 当n=100时，若b数组满足，对任意 $0 \leq i < n$ ，都有 $b[i] = 1$ ，那么输出最小为
A. 582 B. 580 C. 579 D. 581

分析：要输出最小，所以二叉树的高度尽量矮，是一颗完全二叉树。

$1*1+2*2+4*3+8*4+16*5+32*6+37*7=580$

三、完善程序

1. (矩阵变幻) 有一个奇幻的矩阵，在不停的变幻，其变幻方式为：数字0变成矩阵：

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

，数字1变成矩阵：

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

最初该矩阵只有一个元素0，变幻n次后，矩阵会变成什么样？

例如，矩阵最初为[0]，变幻2次后：

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

输入一行一个不超过10的正整数n，输出变幻n次后的矩阵。

试补全程序。

提示：“<<”表示二进制左移运算符，例如(11) << 2 = (1100)，“^”表示二进制异或运算符，它将两个参与运算的数中的每个对应的二进制位一一进行比较，若两个二进制位相同，则运算结果对应二进制位为0，反之为1。

```
#include <stdio>
using namespace std;
int n;
const int max_size = 1 << 10;

int res[max_size][max_size];

void recursive(int x, int y, int n, int t) {
    if (n == 0) {
        res[x][y] = (1);
        return;
    }
    int step = 1 << (n - 1);
    recursive((2), n - 1, t); // 应该就是 (x,y)坐标本身
    recursive(x, y + step, n - 1, t); // (x,y)的下边
    recursive(x + step, y, n - 1, t); // (x,y)的右边位置
    recursive((3), n - 1, !t); //根据!t, 猜出是(x,y)坐标的右下位置
}

int main() {
    scanf("%d", &n);
    recursive(0, 0, (4));
    int size = (5);
    for (int i = 0; i < size; ++i) {
        for (int j = 0; j < size; ++j)
            printf("%d", res[i][j]);
        puts("");
    }
    return 0;
}
```

1) (1) 处应填 C (A和B是一样的)

A. n%2 B. 0 C. t D. 1

2) (2) 处应填 D

A. x - step, y - step B. x, y - step
C. x - step, y D. x, y

3) (3) 处应填 B

- A. `x - step, y - step` B. `x + step, y + step`
C. `x - step, y` D. `x, y - step`

4) (4) 处应填 B (假设输入n为1, 表示变幻一次, 那么下面包含n-1的答案肯定都是错的, 因为会立刻触发recursive函数的退出条件。)

- A. `n - 1, n%2` B. `n, 0`
C. `n, n%2` D. `n - 1, 0`

5) (5) 处应填 B (假设输入n为1, 也就是变幻一次, 得到矩阵的边长是2, 下面只有 `1 << n` 得到2, 也就是二进制1左移一位。)

- A. `1 << (n + 1)` B. `1 << n`
C. `n + 1` D. `1 << (n - 1)`

2. (计数排序) 下面的程序使用双关键字计数排序, 将n对10000以内的整数, 从小到大排序。例如有三对整数 (3, 4) (2, 4) (3, 3), 那么排序之后应该是 (2, 4) (3, 3) (3, 4)

输入第一行为n, 接下来n行, 第i行有两个数a[i]和b[i], 分别表示第i对整数的第一关键字和第二关键字。

提示: 应先对第二关键字排序, 再对第一关键字排序, 数组ord[]存储第二关键字排序的结果, 数组res[]存储双关键字排序的结果。

试补全程序。

```
#include <stdio>
#include <string>
using namespace std;
const int maxn = 10000000;
const int maxs = 10000;

int n;
unsigned a[maxn], b[maxn], res[maxn], ord[maxn]; //数组a[]存放第一关键字, b[]存放第二关键字
unsigned cnt[maxs + 1];

int main() {
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        scanf("%d%d", &a[i], &b[i]);
    memset(cnt, 0, sizeof(cnt)); //数组cnt[]全部元素的值设置为0
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        (1); //利用cnt数组统计数量
    for (int i = 0; i < maxs; ++i)
        cnt[i + 1] += cnt[i];
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        (2); //记录初步排序结果
```

```

memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
for (int i = 0; i < n; ++i)
    (3); //利用cnt数组统计数量
for (int i = 0; i < maxs; ++i)
    cnt[i + 1] += cnt[i];
for (int i = n - 1; i >= 0; --i)
    (4); //记录最终排序结果
for (int i = 0; i < n; ++i)
    printf("%d %d\n", (5));
return 0;
}

```

1) (1) 处应填 B

- A. ++cnt[i]
- B. ++cnt[b[i]]
- C. ++cnt[a[i]] * maxs + b[i]
- D. ++cnt[a[i]]

2) (2) 处应填 D

- A. ord[--cnt[a[i]]] = i
- B. ord[--cnt[b[i]]] = a[i]
- C. ord[--cnt[a[i]]] = b[i]
- D. ord[--cnt[b[i]]] = i

3) (3) 处应填 C

- A. ++cnt[b[i]]
- B. ++cnt[a[i]] * maxs + b[i]
- C. ++cnt[a[i]]
- D. ++cnt[i]

4) (4) 处应填 A

- A. res[--cnt[a[ord[i]]]] = ord[i]
- B. res[--cnt[b[ord[i]]]] = ord[i]
- C. res[--cnt[b[i]]] = ord[i]
- D. res[--cnt[a[i]]] = ord[i]

5) (5) 处应填 B

- A. a[i], b[i]
- B. a[res[i]], b[res[i]]
- C. a[ord[res[i]]], b[ord[res[i]]]
- D. a[res[ord[i]]], b[res[ord[i]]]

分析：基数排序的动态图，跟这道题比较类似，数组cnt[]就类似是动态图的下面的0到9的桶，第一次是根据个位数比较（也就是题目中的第二关键字），结果存放在数组ord[]中（动态图中是把数字从0到9的桶中放回到原数组），所以这里的区别是，数组ord[]只保存了元素在原数组中的位置，例如（3，4）（2，4）（3，3）三对数字（下标对应为0，1，2），ord[]中依次存放的是2、1、0。然后再根据第一关键字比较，最终结果放到res数组（1，2，0）

