

# 数字图像处理

## 第十讲课后作业

---

王伟强

中国科学院大学计算机科学与技术学院

# 作业

1. 前面讲授的离散傅立叶变换可以看作是本讲中的Z变换的一个特例，请解释其中的原因，另外卷积定理在Z变换下也是成立的，本讲中完美重建滤波器的推导已经利用了Z域的卷积定理，事实上在Z域上证明卷积定理是非常简明的，请尝试证明？
2. 若一个信号  $x(n)$  的Z变换表示为  $X(z)$ 。请利用Z变换的定义，推导出该信号的下采样与上采样信号的Z变换可通过如下公式来计算，即

$$x_{down}(n) = x(2n) \Leftrightarrow X_{down}(z) = \frac{1}{2}[X(z^{\frac{1}{2}}) + X(-z^{\frac{1}{2}})]$$

$$x^{up}(n) = \begin{cases} x(n/2) & , n = 0, 2, 4, \dots \\ 0 & , otherwise \end{cases} \Leftrightarrow X^{up}(z) = X(z^2)$$

# 作业

3. 若一个信号  $x(n)$  的Z变换表示为  $X(z)$ 。从Z变换的定义出发，证明Z变换的如下性质：

$$(1) \quad Z^{-1}[X(-z)] = (-1)^n x(n)$$

$$(2) \quad x(-n) \Leftrightarrow X(z^{-1})$$

$$(3) \quad x(n - k) \Leftrightarrow z^{-k} X(z)$$

4. (选作题) 高斯金字塔与拉普拉斯金字塔是重要的图像多分辨率表示形式，任意找一幅图像，用matlab编写一个金字塔表示分解函数，然后利用该函数对所找图像进行四层的金字塔表示构建。

# 作业

5. 利用表7.1中第4行的通解Z域表达式, 通过反Z变换以及相关性质推导出如下结论:

$$g_1(n) = (-1)^n g_0(2K - 1 - n)$$

6. 假设正交族完美滤波器组中的分析与合成滤波器  $h_0, h_1, g_0, g_1$  存在如下关系:

$$g_1(n) = (-1)^n g_0(2K - 1 - n)$$

$$h_i(n) = g_i(2K - 1 - n), i = \{0, 1\}$$

请推导 $h_1$ 与 $h_0$ 之间的数学关系式。

7. 课堂上我们已经分析了快速构造8阶哈尔变换矩阵的方法, 请快速构造出16阶哈尔变换矩阵。