13 Druckaufbau in Strömungspumpen, Abschnitt 10.3.4

Vergleich bei Mehrstufigkeit zwischen den verschiedenen Strömungspumpen, also zwischen Kreiselpumpen (KP; $\varrho = \text{konst}$) und Kreiselverdichtern (KV; $\varrho \neq \text{konst}$).

Um besser vergleichen zu können, wird vom Idealfall der isothermen Verdichtung (Vollkühlung $\rightarrow T = \text{konst}$) ausgegangen. Zum Vergleich zudem vorausgesetzt η_{Sch}; k_{M}; u_2; $c_{2\text{u}}$ sowohl bei KP als auch bei KV in allen Stufen jeweils gleich groß, was bei entsprechender Laufradgestaltung möglich ist. Somit ist dann auch $\Delta Y_{\text{KP}} = \Delta Y_{\text{KV}} = \Delta Y$ (Index überflüssig).

Vergleich von Druckverhältnis Π und Druckaufbau Δp in mehrstufigen Turboarbeitsmaschinen unter den zuvor genannten Voraussetzungen:

Nach Gl. (3-53) mit Beziehung (3-15):

$$\Delta Y = \eta_{\text{Sch}} \cdot k_{\text{M}} \cdot u_2 \cdot c_{2\text{u}}$$

Bei Drehzahl $n = \text{konst}$ gesetzt, ergibt $\Delta Y = \text{konst}$ für bestimmtes Laufrad.

$$\Pi_{\text{M}} = (p_{\text{D}}/p_{\text{S}})_{\text{M}}$$

Bei Verdichtern nach Gl. (10-42):

$$\Pi_{\text{M}} = \prod_{k=1}^{i} (\Pi_{\text{St},k})$$

$$\Delta p = p_{\text{D}} - p_{\text{S}} = p_{\text{S}}((p_{\text{D}}/p_{\text{S}}) - 1) = p_{\text{S}}(\Pi - 1)$$

Deshalb entsprechend

$$\Delta p_{\text{St}} = p_{\text{S,St}}(\Pi_{\text{St}} - 1)$$

$$\Delta p_{\text{M}} = p_{\text{S,M}}(\Pi_{\text{M}} - 1)$$

Dazu:

KP:

$$\Delta Y = \frac{\Delta p_{\text{St}}}{\varrho} = \left(\frac{p_{\text{D}} - p_{\text{S}}}{\varrho}\right)_{\text{St}} \qquad \text{gemäß Gl. (8-17)}$$

KV:

$$\Delta Y = w_{\text{t,T,St}} = R \cdot T_{\text{S}} \cdot \ln \Pi_{\text{St}} \qquad \text{nach Tabelle 8-1}$$

Hieraus, da gemäß Ausgangsfestlegungen in allen Stufen ΔY und T_{S} jeweils gleich, also $\Delta Y = \text{konst}$ sowie $T_{\text{S}} = \text{konst}$:

KP: $p_{\text{D,St}} = (p_{\text{S}} + \varrho \cdot \Delta Y)_{\text{St}} = p_{\text{S,St}} + \text{konst}$

$$\Pi_{\text{St}} = \left(\frac{p_{\text{D}}}{p_{\text{S}}}\right)_{\text{St}} = \frac{p_{\text{D,St}}}{p_{\text{S,St}}} = 1 + \frac{\text{konst}}{p_{\text{S,St}}}$$

$$p_{\text{D,St}} = p_{\text{S,St}} + \Delta p_{\text{St}}$$

$$p_{\text{D,M}} = p_{\text{S,M}} + \Delta p_{\text{M}} = p_{\text{S,M}} + \sum \Delta p_{\text{St}}$$

$$= p_{\text{S,M}} + i \cdot \Delta p_{\text{St}}$$

$$\Delta p_{\text{St}} = \varrho \cdot \Delta Y = \text{konst}$$

$$\Delta p_{\text{M}} = \varrho \cdot Y = \varrho \cdot i \cdot \Delta Y = \text{konst} \cdot i$$

Ergebnisse bei KP wegen :

- *Druckverlauf* linear, wächst also proportional von Stufe zu Stufe.
- *Stufendruckverhältnis* Π_{St} nimmt, da $p_{\text{S,St}}$ ansteigt, von Stufe zu Stufe ab (hyperbolisch), also $\Pi_{\text{St}} \neq \text{konst}$.
- *Stufendruckerhöhung* Δp_{St} in allen Stufen gleich groß.

KV: $\ln \Pi_{\mathrm{St}} = \dfrac{\Delta Y}{R \cdot T_{\mathrm{S}}} = K$

Hieraus mit Konstante K:

$\Pi_{\mathrm{St}} = \mathrm{e}^{K} = \text{konst}$

Hierzu:

$p_{\mathrm{D,St}} = p_{\mathrm{S,St}} \cdot \Pi_{\mathrm{St}} = p_{\mathrm{S,St}} \cdot \mathrm{e}^{K}$

$p_{\mathrm{D,M}} = p_{\mathrm{S,M}} \cdot \Pi_{\mathrm{M}} = p_{\mathrm{S,M}} \cdot \prod\limits_{k=1}^{i} (\Pi_{\mathrm{St},k})$

Ergebnisse bei KV, bedingt durch Mediumskompressibilität der Gase:

- *Stufendruckverhältnis* in allen Stufen gleich groß, also $\Pi_{\mathrm{St}} = \text{konst}$.
- *Druckverlauf* exponentiell. Findet seinen Ausdruck in Gl. (10-43).
- *Stufendruckerhöhung* Δp_{St} steigt wegen des wachsenden Stufensaugdrucks $p_{\mathrm{S,St}}$ von Stufe zu Stufe.

Gegenüberstellung der Vergleichsergebnisse:

Maschinenart	KP	KV
Stufendruckerhöhung	$\Delta p_{\mathrm{St}} = \text{konst}$	$\Delta p_{\mathrm{St}} \neq \text{konst}$
Stufendruckverhältnis	$\Pi_{\mathrm{St}} \neq \text{konst}$	$\Pi_{\mathrm{St}} = \text{konst}$

Bemerkung:
Bei isentroper (ideal ungekühlt) und polytroper (real teil- oder ungekühlt) Verdichtung ergeben sich keine grundsätzlichen Änderungen.

Isentrope Kompression:

Gemäß Gl. (10-22) mit $\Delta Y = w_{\mathrm{t},s,\mathrm{St}}$:

$$\Delta Y = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot R \cdot T_{\mathrm{S,St}} \cdot \left[\Pi_{\mathrm{St}}^{(\varkappa-1)/\varkappa} - 1\right]$$

Hieraus:

$$\Pi_{\mathrm{St}} = \left[1 + \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \cdot \frac{\Delta Y}{R \cdot T_{\mathrm{S,St}}}\right]^{\varkappa/(\varkappa-1)}$$

Das Stufendruckverhältnis ist hier nicht gleich, sondern sinkt von Stufe zu Stufe etwas ab, da $T_{\mathrm{S,St}}$ infolge Kompression steigt. Wird jedoch nach jeder Stufe zwischengekühlt – nicht nur aus Vergleichsgründen sinnvoll, sondern auch wegen der Energieeinsparung und aus Werkstoffgründen –, gilt auch hier $\Pi_{\mathrm{St}} = \text{konst}$.

Polytrope Verdichtung:

Bekanntlich gleicher Formelaufbau wie bei Isentrope. Zu ersetzen ist dabei nur der Isentropen-Faktor $\varkappa$ durch den der Polytropen (Größe n), mit $n > \varkappa$, wenn ungekühlt (überisentrop) und $n < \varkappa$ bei Kühlung (unterisentrop).