

a) Nach Durchflußbeziehung:

$$\dot{V} = c_m \cdot A_m = c_m \cdot (D_{(a)}^2 - D_N^2) \cdot \pi/4 = c_m \cdot [1 - (D_N/D_{(a)})^2] \cdot D_{(a)}^2 \cdot \pi/4$$

$$\dot{V} = c_m \cdot [1 - \beta^2] \cdot D_{(a)}^2 \cdot \pi/4 = c_m \cdot k_N \cdot D_{(a)}^2 \cdot \pi/4 \quad (16-8)$$

Mit $c_m = (0,9 \dots 1,3) \cdot \sqrt[3]{\dot{V} \cdot n^2}$ Gl. (3-116)

$k_N = (0,4 \dots 0,8) \dots 0,9$ Gl. (3-113)

wird bei angenommen

$c_m = 1,0 \cdot \sqrt[3]{\dot{V} \cdot n^2}$ sowie $k_N = 0,6$

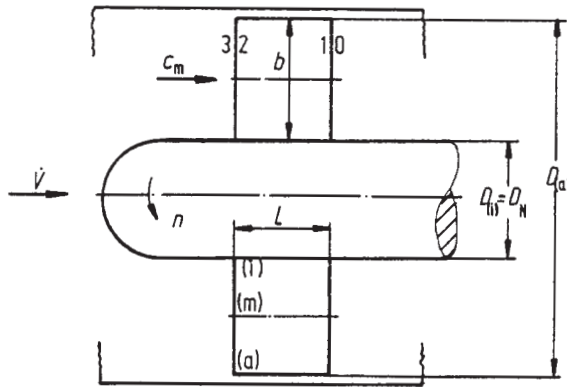


Bild 1. Lösungsskizze zu Ü 7. Laufrad-Längsschnitt.

wobei lt. Aufgabe $\dot{V} = 15000 \text{ m}^3/\text{h} = 4,167 \text{ m}^3/\text{s}$
 $n = 280 \text{ min}^{-1} = 4,67 \text{ s}^{-1}$

$c_m = 1,0 \cdot \sqrt[3]{4,167 \cdot 4,67^2} \left[\sqrt[3]{\text{m}^3/\text{s} \cdot 1/\text{s}^2} \right] = 4,5 \text{ m/s}$

Aus Gl. (16-8) oder Gl. (3-115)

$D_{(a)} = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot c_m \cdot k_N}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,167}{\pi \cdot 4,5 \cdot 0,6}} \left[\sqrt{\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m/s}}} \right]$

$D_{(a)} = 1,4018 \text{ m}$

$D_N = D_{(a)} \cdot \sqrt{1 - k_N} = 1,4018 \cdot \sqrt{1 - 0,6} [\text{m}] = 0,886 \text{ m}$

Ausgeführt: $D_{(a)} = 1,4 \text{ m}$; $D_N = 0,8 \text{ m}$

Hierfür ist dann tatsächlich:

$\beta_N = D_N/D_{(a)} = 0,8/1,4 = 0,5714$

$k_N = 1 - \beta_N^2 = 1 - 0,5714^2 = 0,6735$

$c_m = \frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot D_{(a)}^2 \cdot k_N} = \frac{4 \cdot 4,167}{\pi \cdot 1,4^2 \cdot 0,6735} \left[\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}^2} \right] = 4,02 \text{ m/s}$

b) Zu einfachen Demonstration des Berechnungsablaufes sollen nur die drei Profilschnitte (i), (m) und (a) gelegt werden. Außerdem wird der Gleitwinkel (Reibungswinkel), der wie im Buch angegeben, zwischen $\gamma = 1 \dots 2^\circ$ liegt, vorerst zu $\gamma = 1,5^\circ$ geschätzt.

Die zu Profilstellung notwendige Beziehung, Gl. (3-106):

$\gamma_A \cdot \frac{L}{t} = \frac{2 \cdot \gamma_{sch} \cdot c_m}{u \cdot w_\infty^2 \cdot \sin(\beta_\infty + \gamma)}$

wird für die drei Profilschnitte mit Hilfe folgender Zusammenhänge - bei festgelegt $d_0 = 90^\circ$ - tabellarisch ausgewertet:

$\gamma_{sch} = \gamma/\gamma_{sch}$ nach Gl. (3-48) bei $i=1$

$\gamma = g \cdot H_{ges} = 9,81 \cdot 4 [\text{m/s}^2 \cdot \text{m}] = 39,24 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$\gamma_{sch} = 0,85 \dots 0,95$ lt. Gl. (3-110)

$\gamma_{sch} = 0,9$ erwartet

$\gamma_{sch} = 39,24/0,9 [\text{m}^2/\text{s}^2] = 43,6 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$\tan \beta_\infty = \frac{c_m}{u - c_{3u}/2}$ nach Gl. (3-122)

$\tan \beta_0 = c_m/u$ und $\tan \beta_3 = c_m/(u - c_{3u})$ Gl. (3-123):

$c_{3u} = \gamma_{sch}/u$ aus Gl. (3-20) bei $d_0 = 90^\circ$ und $u_2 = u$

$u = D \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 4,67 [1/\text{s}] \cdot r = 29,342 [\text{s}^{-1}] \cdot r$

$w_\infty^2 = c_m^2 + (u - c_{3u}/2)^2$ nach Gl. (3-124)

$c_m = 4,02 \text{ m/s} = \text{konst}$ (lt. Frage a)

$\gamma_A \cdot \frac{L}{t} = \frac{2 \cdot 43,6 \cdot 4,02}{u \cdot w_\infty^2 \cdot \sin(\beta_\infty + 1,5^\circ)} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

$\gamma_A \cdot \frac{L}{t} = \frac{350,544}{u \cdot w_\infty^2 \cdot \sin(\beta_\infty + 1,5^\circ)} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \right]$

$L/t = 0,4 \dots 1,0$ Richtwerte nach Gl. (3-107):

Wasser 20°C : $\nu = 1,004 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ nach Tafel 15-12.

Tabellarische Auswertung:

Größe	Dim	Profilschnitte		
		(i)	(m)	(a)
r	m	0,40	0,55	0,70
$u = 29,342 [1/\text{s}] \cdot r$	m/s	11,74	16,14	20,54
$c_{3u} = 43,6 [\text{m}^2/\text{s}^2]/u$	m/s	3,71	2,70	2,12
$\beta_0 = \arctan(4,02 [\text{m/s}]/u)$	°	18,9	14,0	11,1
$\beta_3 = \arctan\{4,02 [\text{m/s}]/(u - c_{3u})\}$	°	26,6	16,7	12,3
β_∞ Gl. (82.3)	°	22,1	15,2	11,7
w_∞ Gl. (82.5)	m/s	10,67	15,33	19,89
$\gamma_A \cdot L/t$ Gl. (80.3)	-	0,655	0,322	0,189
L/t (gewählt)	-	0,7	0,6	0,5
$t = 2 \cdot r \cdot \pi / z$	mm	502,7	691,2	879,6
L	mm	352	415	440
γ_A	-	0,936	0,537	0,378
Gewähltes Profil	Nr.	624	490	490
γ_w aus Tafel 15-8,e	-	0,017	0,0095	0,0085
δ aus Tafel 15-8,c	°	2	0,5	-1
$\gamma = \arctan \epsilon = \arctan(\gamma_w/\gamma_A)$	°	1,04	1,01	1,29
$Re = w_\infty \cdot L/\nu$	-	$3,8 \cdot 10^6$	$6,4 \cdot 10^6$	$8,8 \cdot 10^6$

c) $P_{th} = \dot{m} \cdot \gamma = \dot{V} \cdot \rho \cdot g \cdot H$

$= 4,167 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 4 [\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{kg}/\text{m}^3 \cdot \text{m}/\text{s}^2 \cdot \text{m}]$
 $= 163,51 \cdot 10^3 \text{ W} \approx 164 \text{ kW}$

$P_e = P_{th}/\eta_e = 164/0,82 = 200 \text{ kW}$