$\boxed{Ü\ 20}$ Optimales Saugverhalten: Ohne Dichteänderung im Radeinlauf $\beta_{0,(a),opt} = 35\,°$ (Gl. 5-53). Bei Berücksichtigen der Dichteänderung ist $\beta_{0,(a),opt} = 32{,}5\,°$ (ebenfalls Gl. 5-53).
Ohne Zuströmschaufelgitter, als drallfrei $\delta_r = 1$.
Optimal gestalteter Saugbereich bedeutet vor allem "überschalloptimaler" Relativströmungswinkel.

a) <u>Maximale Drehzahl</u>. Begrenzt durch Überschallgrenze, also $S_{vorh} = S_{verf}$.

<u>Ohne Berücksichtigen der Dichteänderung</u> im Radeinlauf.

S_{verf} nach Gl. (5-48) oder Bild 5-9 bei $\lambda = 0{,}25$ und $\beta_{0,(a),opt} = 35°$.

$$S_{verf} = 0{,}24 \cdot \cos\beta_{0,(a)} \cdot \sqrt{\sin\beta_{0,(a)}} = 0{,}24 \cdot \cos 35° \cdot \sqrt{\sin 35°}$$

$S_{verf} = 0{,}149$ Damit

$n = S_{vorh} \cdot \sqrt{k_N \cdot a_0^3 / \dot V_0}$ aus Gl. (5-46) mit

$k_N = 1 - (D_N/D_{(a)})^2$ gemäß Gl. (2-56)

Hierbei $b/r_{(a)} = 1/3$ lt. Aufgabe

Nach Bild 16-9:

$$\frac{D_N}{D_{(a)}} = \frac{D_{(a)} - 2 \cdot b}{D_{(a)}} = 1 - \frac{b}{D_{(a)}/2} = 1 - \frac{b}{r_{(a)}} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$k_N = 1 - (2/3)^2 = 0{,}556 \approx 0{,}56$$

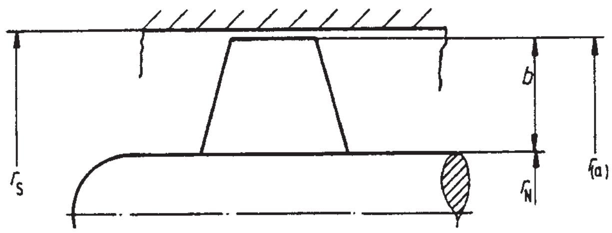

Bild 1. Lösungsskizze zu Ü 20, Längsschnitt.

$$a_0 = a_R = \sqrt{\varkappa \cdot R \cdot T_R} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 293} \quad \left[\sqrt{m^2/(s^2 \cdot K) \cdot K}\right]$$

$a_0 = 343\ m/s$

$\dot V_0 = \dot V_R = 32000\ m^3/h = 8{,}889\ m^3/s$

Eingesetzt, ergibt für die zulässige Verdichterdrehzahl:

$$n = 0{,}149 \cdot \sqrt{0{,}556 \cdot 343^3 / 8{,}889} \quad \left[\sqrt{(m/s)^3/(m^3/s)}\right]$$

$n = 236{,}72\ s^{-1}$ also

<u>$n_{max} = 236{,}7\ s^{-1} \approx 14200\ min^{-1}$</u>

Zugehöriger Saugmunddurchmesser (zugleich Laufradaußendurchmesser), also $D_{SM} = D_{(a)}$, Bild 1, aus Durchflußbeziehung:

$$\dot V_0 = A_{0m} \cdot c_{0m} = (\pi/4) \cdot (D_{(a)}^2 - D_N^2) \cdot u_{1,(a)} \cdot \tan\beta_{0,(a)}$$

$$\dot V_0 = (\pi/4) \cdot D_{(a)}^2 \cdot [1 - (D_N/D_{(a)})^2] \cdot D_{(a)} \cdot \pi \cdot n \cdot \tan\beta_{0,(a)}$$

$\dot V_0 = (\pi^2/4) \cdot k_N \cdot D_{(a)}^3 \cdot n \cdot \tan\beta_{0,(a)}$ Hieraus mit $\dot V_0 = \dot V_R$

$$D_{(a)} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \dot V_R}{\pi^2 \cdot k_N \cdot n \cdot \tan\beta_{0,(a)}}}$$

Oder aus Gl. (4-38) bei $\delta_{r,(a)} = 1$ und $\lambda_L = 1$ (+ Zeichen bei KV) mit $D_{(a)} = D_{SM}$:

$$D_{(a)} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 8{,}889}{\pi^2 \cdot 0{,}556 \cdot 236{,}7 \cdot \tan 35°}} \quad \left[\sqrt[3]{\frac{m^3/s}{1/s}}\right] = 0{,}339\ m$$

<u>$D_{(a)} = 340\ mm$</u>

<u>Mit Berücksichtigen der Dichteänderung</u> in der Zuströmung.

$\beta_{0,(a),opt} \approx 32{,}5\,°$. Hierzu S_{verf} nach Gl. (5-56) oder Bild 5-9:

Aus Bild 5-9: <u>$S_{verf} = 0{,}14$</u>

Aus Gl. (5-56): $$S_{verf} = \sqrt{\frac{\cos^2\beta_{0,(a)} \cdot \sin\beta_{0,(a)}}{4 \cdot \pi \cdot (1+\lambda)^{3/2} \cdot (1 + 0{,}5 \cdot Ma_0^2)}}$$

wobei $\lambda = 0{,}2 \ldots 0{,}3$ (Gl. 5-43). Angen. $\lambda = 0{,}25$

$c_0 = c_{0m} = u_{1,(a)} \cdot \tan\beta_{0,(a)}$

Wird vorerst näherungsweise $u_{1,(a)}$ mit den Werten von zuvor (ohne Berücksichtigen der Dichteänderung) berechnet, ergibt sich:

$u_{1,(a)} = D_{(a)} \cdot \pi \cdot n = 0{,}34 \cdot \pi \cdot 236{,}7\ [m/s] = 252{,}83\ m/s$

$c_0 = 252{,}83 \cdot \tan 32{,}5°\ [m/s] = 161{,}07\ m/s$

$Ma_0 = c_0/a_0 \approx c_0/a_R = 161{,}07/343 = 0{,}47 > 0{,}3$

$$S_{verf} = \sqrt{\frac{\cos^2 32{,}5° \cdot \sin 32{,}5°}{4 \cdot \pi \cdot (1 + 0{,}25)^{3/2} \cdot (1 + 0{,}5 \cdot 0{,}47^2)}} = 0{,}140$$

$\dot V_0 = \dot V_R \cdot (1 + 0{,}5 \cdot Ma_0^2)$ aus Gl. (5-40)

$\dot V_0 = \dot V_R \cdot (1 + 0{,}5 \cdot 0{,}47^2) = 1{,}11 \cdot \dot V_R = 1{,}11 \cdot 8{,}889\ m^3/s$

$\dot V_0 = 9{,}87\ m^3/s$

$$n = S_{vorh} \cdot \sqrt{\frac{k_N \cdot a_0^3}{\dot V_0}} = 0{,}140 \cdot \sqrt{\frac{0{,}556 \cdot 343^3}{9{,}87}} \quad \left[\sqrt{\frac{(m/s)^3}{m^3/s}}\right]$$

$n = 211{,}08\ s^{-1}$ also

<u>$n_{max} = 211{,}1\ s^{-1} \approx 12666\ min^{-1}$</u>

Es ergibt sich ein Unterschied von
(236,7 - 211,1)/236,7 = 0,11 = 11 %
gegenüber dem Wert ohne Berücksichtigen der Dichteänderung. Beim vorliegenden Fall ist daher die Dichteänderung in der Zuströmung kaum noch vernachlässigbar (Fehler durch Abweichung zu groß).

Berechnung der Dichteänderung nach Gl. (5-38):

$\varrho_R/\varrho_0 = 1 + 0{,}5 \cdot Ma_0^2 = 1 + 0{,}5 \cdot 0{,}47^2 = 1{,}11$

Da infolge der noch geringen Dichteänderung näherungsweise isentrope Zustandsänderung in der Zuströmung angenommen werden kann, ergibt sich:

$p_0 \cdot v_0^{\varkappa} = p_R \cdot v_R^{\varkappa}$ mit $v = 1/\varrho$

$p_0 = p_R \cdot (v_R/v_0)^{\varkappa} = p_R \cdot (\varrho_0/\varrho_R)^{\varkappa}$

$p_0 = 1 \cdot (1/1{,}11)^{1{,}4}\ [bar] = 0{,}864\ bar$

Aus Gasgleichung $p_R \cdot v_R = R \cdot T_R$

$$\varrho_R = \frac{1}{v_R} = \frac{p_R}{R \cdot T_R} = \frac{1 \cdot 10^5}{287 \cdot 293}\left[\frac{N/m^2}{Nm/(kg \cdot K) \cdot K}\right] = 1{,}189\ \frac{kg}{m^3}$$

$\varrho_0 = (\varrho_0/\varrho_R) \cdot \varrho_R = (1/1{,}11) \cdot \varrho_R = 1{,}189/1{,}11 = 1{,}071\ kg/m^3$

Damit wird die Schallgeschwindigkeit an Stelle 0:

$$a_0 = \sqrt{\varkappa \cdot p_0/\varrho_0} = \sqrt{1{,}4 \cdot 0{,}864 \cdot 10^5/1{,}071}\ \left[\sqrt{(N/m^2)/(kg/m^3)}\right]$$

$\underline{a_0 = 336{,}07\ m/s}$

Nur wenig verscheiden von a_R, weshalb obige Berechnung genügend genau und nicht wiederholt werden muß.

Zugehöriger Außendurchmesser bei Berücksichtigen der Dichteänderung:

$$D_{(a)} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \dot{V}_0}{\pi^2 \cdot k_N \cdot n \cdot \tan\beta_{0,(a)}}} \quad (wie\ zuvor\ !)$$

$$D_{(a)} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 9{,}87}{\pi^2 \cdot 0{,}556 \cdot 211{,}1 \cdot \tan 32{,}5^\circ}}\ \left[\sqrt[3]{\frac{m^3/s}{1/s}}\right]$$

$\underline{D_{(a)}} = 0{,}377\ m \approx \underline{380\ mm}$

Sinnvolle Drehzahl: Dann gegeben, wenn Gl. (5-49) erfüllt. Zugelassen nach Gl. (5-49)

$S_{vorh} = 0{,}65 \cdot S_{verf}$ (Mittelwert)

Ohne Dichteeinfluß

$S_{vorh} = 0{,}65 \cdot 0{,}149 = 0{,}097$

Da Drehzahl linear von S_{vorh} abhängt (Gl. 5-46), ergibt sich für den sinnvollen Wert:

$n = 0{,}65 \cdot n_{max} = 0{,}65 \cdot 236{,}7\ [s^{-1}] = 153{,}86\ s^{-1}$

$\underline{n \approx 153{,}9\ 1/s} = 9235\ min^{-1}$

$\underline{D_{(a)}} = 340/\sqrt[3]{0{,}65}\ [mm] = \underline{392{,}5\ mm}$

Bei Dichteeinfluß:

$S_{vorh} = 0{,}65 \cdot 0{,}140 = 0{,}091$

$n = 0{,}65 \cdot n_{max} = 0{,}65 \cdot 211{,}1\ [s^{-1}]$

$\underline{n = 137{,}2\ 1/s} = 8233\ min^{-1}$

$\underline{D_{(a)}} = 378/\sqrt[3]{0{,}65}\ [mm] \approx \underline{436\ mm}$

b) Umfangsgeschwindigkeit $u_{(a)} = D_{(a)} \cdot \pi \cdot n$

Ohne Dichteänderung:

$\underline{u_{(a)}} = 0{,}3925 \cdot \pi \cdot 153{,}9\ [m \cdot s^{-1}] = \underline{189{,}77\ m/s}$

Mit Dichteänderung

$\underline{u_{(a)}} = 0{,}436 \cdot \pi \cdot 137{,}2\ [m \cdot s^{-1}] = \underline{187{,}93\ m/s}$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades, also die Spitzengeschwindigkeit der Schaufeln liegt somit genügend weit unter der Schallgeschwindigkeit.

Die zugehörige MACHzahl $Ma_{(a)} = u_{(a)}/a_0$ beträgt:

Ohne Dichteänderung $a_0 = a_R = 343\ m/s$

$Ma_{(a)} = 189{,}77/343 = 0{,}55$

Mit Dichteänderung $a_0 = 336{,}07\ m/s$

$Ma_{(a)} = 187{,}93/336{,}07 = 0{,}56$

c) Zuströmgeschwindigkeit

Bei drallfreier Zuströmung ($\delta_r = 1 \longrightarrow \alpha_0 = 90^\circ$) nach Saugkanten-Geschwindigkeitsdreieck:

$c_0 = u_{(a)} \cdot \tan\beta_{0,(a)}$

Ohne Dichteänderung $\beta_{0,(a)} = 35^\circ$

$\underline{c_0} = 189{,}77 \cdot \tan 35^\circ\ [m/s] = \underline{132{,}88\ m/s}$

Mit Dichteänderung $\beta_{0,(a)} = 32{,}5^\circ$

$\underline{c_0} = 187{,}93 \cdot \tan 32{,}5^\circ\ [m/s] = \underline{119{,}72\ m/s}$

Aus Durchflußgleichung:

$c_{SM} = \dot{V}_0/A_{SM} = \dot{V}_0/(D^2_{(a)} \cdot \pi/4)$ und $c_0 = c_{SM}/k_N$

Ohne Dichteänderung $\dot{V}_0 = \dot{V}_R = 8{,}889\ m^3/s$

$c_{SM} = 8{,}889/(0{,}3925^2 \cdot \pi/4)\ [(m^3/s)/m^2] = 73{,}47\ m/s$

$\underline{c_0} = 73{,}47/0{,}556\ [m/s] = \underline{132{,}2\ m/s}$

Mit Dichteänderung $\dot{V}_0 = 9{,}87\ m^3/s$

$c_{SM} = 9{,}87/(0{,}436^2 \cdot \pi/4)\ [(m^3/s)/m^2] = 66{,}11\ m/s$

$\underline{c_0} = 66{,}11/0{,}556\ [m/s] = \underline{118{,}9\ m/s}$

Werte etwa wie zuvor. Abweichungen durch Rundungen.