Ü 64

a) Das für eine Stufe sehr hohe Druckverhältnis (vergleiche Unterabschnitt 10.3.2.2 und Abschnitt 10.3.4) erfordert sorgfältiges Beachten der Überschallgefahr. Deshalb ausgeführt gemäß

Gl. (5-54) $\underline{\beta_{0,(a),opt} = 32^\circ}$

Drallfreie Zuströmung $\longrightarrow \delta_r = 1$

Hiermit nach Gl. (5-48)

$S_{verf} = 0{,}24 \cdot \cos\beta_{0,(a)} \cdot \sqrt{\sin\beta_{0,(a)}}$

$S_{verf} = 0{,}24 \cos 32^\circ \cdot \sqrt{\sin 32^\circ} = 0{,}148$

Gemäß Gl. (5-49) angen.

$S_{vorh} = 0{,}7 \cdot S_{verf} = 0{,}7 \cdot 0{,}138 = 0{,}104$

Hiermit aus G. (5-46)

$n = S_{vorh} \cdot \sqrt{k_N \cdot a_0^3 / \dot{V}_0}$ Mit

angen. $k_N = 0{,}85$

$\dot{V}_0 = \dot{m} \cdot v_0$ Hierbei kann die Zuströmexpansion vernachlässigt werden.

$$v_0 = \frac{R \cdot T_0}{p_0} = \frac{287 \cdot 288}{1 \cdot 10^5} \left[\frac{(m^2/(s^2 \cdot K)) \cdot K}{N/m^2}\right] = 0{,}827 \; m^3/kg$$

$$\dot{V}_0 = 3{,}75 \cdot 0{,}827 \; [(kg/s) \cdot (m^3/kg)] = 3{,}101 \; m^3/s$$

$$a_0 = \sqrt{\varkappa \cdot R \cdot T_0} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 288} \; [m/s] = 340{,}17 \; m/s$$

$$n = 0{,}104 \cdot \sqrt{\frac{0{,}85 \cdot 340^3}{3{,}101}} \left[\sqrt{\frac{(m/s)^3}{m^3/s}}\right] = 341 \; s^{-1}$$

$n = 20465$ 1/min

Vorerst ausgeführt: $n = 20000 \; min^{-1} = 333{,}33 \; s^{-1}$

Zugelassen $Ma_{0,(a)} = 0{,}7$ (Abschnitt 5.3.1)

Hieraus $w_{0,(a)} = Ma_{0,(a)} \cdot a_0 = 0{,}7 \cdot 340 \; [m/s] = 238 \; m/s$

$c_0 = c_{0,(a)} = w_{0,(a)} \cdot \sin\beta_{0,(a)}$ da $\alpha_0 = 90^\circ \longrightarrow \delta_r = 1$

$\underline{c_0} = 238 \cdot \sin 32^\circ = \underline{126{,}1 \; m/s}$

$u_{1,(a)} = u_{0,(a)} = w_{0,(a)} \cdot \cos\beta_{0,(a)}$

$\underline{u_{1,(a)}} = 238 \cdot \cos 32^\circ = \underline{201{,}8 \; m/s}$

$D_{1,(a)} = u_{1,(a)}/(\pi \cdot n) = 201{,}8/(\pi \cdot 333{,}33) \; [(m/s)/s^{-1}]$

$D_{1,(a)} = 0{,}193 \; m$

Zuströmgefälle: Mit Ansaug-, d.h. Ruhezustand (Index R): $p_R = 1$ bar; $T_R = 288$ K

$\Delta h_{R-0} = c_0^2/2 = 126{,}1^2/2 \; [m^2/s^2] = 7953{,}2 \; m^2/s^2$

Aus Isentropen-Enthalpiegefälle:

$$\Delta h_{R-0} \approx \Delta h_{R-0,s} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot R \cdot T_R \cdot \left[1 - (p_0/p_R)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]$$

$$p_0/p_R = \left[1 - \Delta h_{R-0}/(R \cdot T_R) \cdot (\varkappa - 1)/\varkappa\right]^{\varkappa/(\varkappa-1)}$$

$$p_0/p_R = \left(1 - \frac{7953{,}2}{287 \; 288} \cdot \frac{1{,}4-1}{1{,}4} \left[\frac{J/kg}{J/(kg \cdot K) \cdot K}\right]\right)^{1{,}4/(1{,}4-1)}$$

$p_0/p_R = 0{,}907 \approx 0{,}9$ Hieraus

$\underline{p_0} = 0{,}9 \cdot p_R = 0{,}9 \cdot 1 \; [bar] = \underline{0{,}9 \; bar}$

$T_0 = T_R \cdot (p_0/p_R)^{(\varkappa-1)/\varkappa} = 288 \cdot 0{,}9^{(1{,}4-1)/1{,}4} \; [K]$

$T_0 = 279{,}5$ K

Der Temperaturunterchied $\Delta T = T_R - T_0 = 8^\circ$ ist praktisch meist vernachlässigbar.

Hinweis: Zuströmverhältnisse auch mit den Beziehungen von Abschnitt 5.3.2 berechenbar.

Saugkantenquerschnitt: Aus Durchfluß:

$A_{0m} = \dot{V}_0/c_{0m} = \dot{m} \cdot v_0/c_0$ Mit

$$v_0 = \frac{R \cdot T_0}{p_0} = \frac{287 \cdot 279{,}5}{0{,}9 \cdot 10^5} \left[\frac{m^2/(s^2 \cdot K) \cdot K}{N/m^2}\right] = 0{,}8913 \; m^3/kg$$

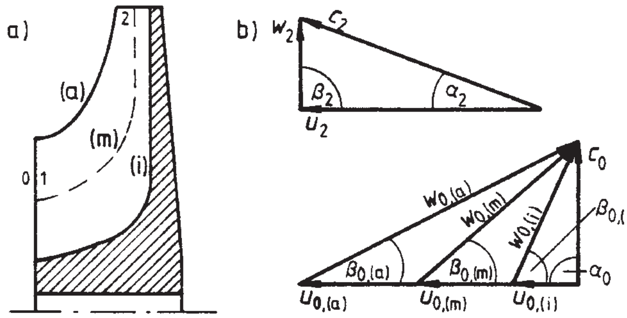

Bild 1. Lösungsskizze zu Ü 64. a) Laufrad-Meridianschnitt, b) Geschwindigkeitsdreiecke.

$A_{0m} = 3{,}75 \cdot 0{,}8913/126{,}1 \; [(kg/s \cdot m^3/kg)/(m/s)]$

$A_{0m} = 0{,}0265 \; m^2$ Andererseits gilt:

$A_{0m} = (\pi/4) \cdot D_{1,(a)}^2 \cdot k_N$ Hieraus:

Außen:

$$D_{1,(a)} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{0m}}{k_N \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}0265}{\pi \cdot 0{,}85} \; m^2} = 0{,}199 \; m \approx 200 \; mm$$

Oben ergab sich $D_{1,(a)} = 193$ mm . Dazu wird:

$D_{1,(i)}^2 = D_{1,(a)}^2 - A_{0m} \cdot 4/\pi = 0{,}193^2 - 0{,}0265 \cdot 4/\pi \; [m^2]$

$D_{1,(i)} = 0{,}059 \; m \approx 60 \; mm$

$k_N = 1 - (D_{1,(i)}/D_{1,(a)})^2 = 1 - (60/193)^2 = 0{,}9$

Bei $D_{1,(a)}$ wäre

$n = u_{1,(a)}/(D_{1,(a)} \cdot \pi) = 201{,}8/(0{,}2 \cdot \pi) \; [s^{-1}]$

$n = 321{,}2 \; s^{-1} = 19270 \; min^{-1}$

Ausgeführt: $\underline{D_{1,(a)} = 200 \; mm}$, $\underline{n = 320 \; s^{-1}}$ Hierzu

Innen:

$D_{i,(i)} = D_{1,(a)} \cdot \sqrt{1 - k_N} = 200 \cdot \sqrt{1 - 0{,}75} \; [mm]$

$\underline{D_{i,(i)}} = 77{,}46 \; mm \approx \underline{78 \; mm}$

$u_{1,(i)} = u_{1,(a)} \cdot D_{1,(i)}/D_{1,(a)} = 201{,}8 \cdot 78/200 \; [m/s]$

$u_{1,(i)} = 78{,}70 \; m/s$

$\tan\beta_{0,(i)} = c_0/u_{1,(i)} = 126{,}1/78{,}7 = 1{,}6022 \longrightarrow$

$\underline{\beta_{0,(i)} = 58^\circ}$

Mitte:

$D_{1,(m)} = (D_{1,(a)} + D_{1,(i)})/2 = (200 + 78)/2 = 139 \; mm$

$$u_{1,(m)} = u_{1,(a)} \cdot D_{1,(m)}/D_{1,(a)} = 201{,}8 \cdot 139/200 \ [\mathrm{m/s}] = 140{,}25 \ \mathrm{m/s}$$

$$\tan\beta_{0,(m)} = c_0/u_{1,(m)} = 126{,}1/140{,}25 = 0{,}8991 \longrightarrow$$
$$\beta_{0,(m)} = 41{,}96^\circ \approx 42^\circ$$

Meridianschnitt und Geschwindigkeitsdreiecke des Laufrades sind in Bild 1 dargestellt.

b) Unter der Annahme , Abströmgeschwindigkeit vom Verdichter $c_D \approx 100$ m/s, wird die ideale spez. Förderenergie:

$$\Delta h_{id} = \Delta h_s + c_D^2/2 \quad \text{Mit}$$
$$\Delta h_s = \frac{\varkappa}{\varkappa-1} \cdot R \cdot T_R \cdot \left[\pi^{(\varkappa-1)/\varkappa} - 1\right]$$
$$\Delta h_s = \frac{1{,}4}{1{,}4-1} \cdot 287 \cdot 288 \cdot \left[3{,}9^{(1{,}4-1)/1{,}4} - 1\right] \ [\mathrm{J/kg}]$$
$$\Delta h_s = 137498 \ \mathrm{J/kg} \approx 137{,}5 \ \mathrm{kJ/kg}$$
$$\Delta h_{id} = 137498 + 100^2/2 \ [\mathrm{m^2/s^2}] = 142498 \ \mathrm{m^2/s^2}$$
$$\Delta h_{id} \approx 142{,}5 \ \mathrm{kJ/kg}$$

Mit geschätzt $\eta_{Sch} \approx 0{,}85$, $k_M = 0{,}7$ wird

$$Y_{Sch\infty} = \frac{\Delta Y}{k_M \cdot \eta_{Sch}} = \frac{\Delta h_{id}}{k_M \cdot \eta_{Sch}} = \frac{142498}{0{,}7 \cdot 0{,}85} = 239492 \ \mathrm{m^2/s^2}$$

Andererseits gilt nach EULER bei $\alpha_0 = 90^\circ$ und $\beta_2 = 90^\circ$

$$Y_{Sch\infty} = u_2^2 \quad \text{Hieraus}$$
$$u_2 = \sqrt{Y_{Sch\infty}} = \sqrt{239492} \ \left[\sqrt{\mathrm{m^2/s^2}}\right] = 489 \ \mathrm{m/s}$$
$$D_2 = u_2/(\pi \cdot n) = 489/(\pi \cdot 320) \ [\mathrm{m}] = 0{,}486 \ \mathrm{m} \approx 485 \ \mathrm{mm}$$

Austrittsbreite: Aus Durchfluß:

$$A_{2m} = \dot V_2/c_{2m} \quad \text{Mit}$$
$$\dot V_2 = \dot m \cdot v_2 \quad \text{und}$$
$$c_{2m} \approx (0{,}6 \ldots 1{,}1) \cdot c_0 \quad \text{nach Gl. (10-56). Angen.}$$
$$c_{2m} = 0{,}7 \cdot c_0 = 0{,}7 \cdot 126{,}1 \ [\mathrm{m/s}] = 88{,}3 \ \mathrm{m/s}$$

Da $\beta_2 = 90^\circ$ ist $w_2 = c_{2m} = 88{,}3$ m/s

$$c_2 = \sqrt{w_2^2 + u_2^2} = \sqrt{88{,}3^2 + 489^2} \left[\sqrt{\mathrm{m^2/s^2}}\right] = 496{,}91 \ \mathrm{m/s}$$
$$\tan\alpha_2 = w_2/u_2 = 88{,}3/489 = 0{,}180 \longrightarrow \alpha_2 = 10{,}2^\circ$$
$$v_2 = R \cdot T_2/p_2$$

Bei $\beta_2 = 90^\circ$ ist $r = 0{,}5$ (Tab. 6-2):

$$\Delta h_{La,s} = r \cdot \Delta h_s = 0{,}5 \cdot 137{,}5 = 68{,}75 \ \mathrm{kJ/kg}$$

Wieder aus Isentropen-Enthalpiegefälle

$$\Delta h_{La,s} = \frac{\varkappa}{\varkappa-1} \cdot R \cdot T_0 \cdot \left[\pi_{La}^{(\varkappa-1)/\varkappa} - 1\right]$$
$$\pi_{La} = \frac{p_2}{p_0} = \left[1 + \frac{\Delta h_{La,s}}{R \cdot T_0} \cdot \frac{\varkappa-1}{\varkappa}\right]^{\varkappa/(\varkappa-1)}$$
$$\pi_{La} = \left[1 + \frac{68750 \cdot (1{,}4-1)}{287 \cdot 279{,}5 \cdot 1{,}4}\right]^{1{,}4/(1{,}4-1)} \quad \left[\frac{\mathrm{J/kg}}{(\mathrm{J/(kg \cdot K)}) \cdot \mathrm{K}}\right]$$
$$\pi_{La} = 2{,}15$$
$$\Delta T_{La} = \eta_{Sch}^{-1} \cdot T_0 \cdot \left[\pi_{La}^{(\varkappa-1)/\varkappa} - 1\right] \quad \text{gemäß Erg. 13}$$
$$\Delta T_{La} = 0{,}85^{-1} \cdot 279{,}5 \cdot \left[2{,}15^{(1{,}4-1)/1{,}4} - 1\right]$$
$$\Delta T_{La} = 80{,}5 \ \mathrm{K} = T_2 - T_0 \quad \text{Hieraus}$$

$$T_2 = \Delta T_{La} + T_0 = 80{,}5 + 279{,}5 = 360 \ \mathrm{K}$$
$$p_2 = \pi_{La} \cdot p_0 = 2{,}15 \cdot 0{,}9 = 1{,}94 \ \mathrm{bar}$$
$$v_2 = \frac{287 \cdot 360}{1{,}94 \cdot 10^5} \ \left[\frac{(\mathrm{m^2/(s^2 \cdot K)}) \cdot \mathrm{K}}{\mathrm{N/m^2}}\right] = 0{,}5325 \ \mathrm{m^3/kg}$$
$$\dot V_2 = \dot m \cdot v_2 = 3{,}75 \cdot 0{,}5325 \ [\mathrm{kg/s \cdot m^3/kg}] = 1{,}997 \ \mathrm{m^3/s}$$

Hinweis: Berechnung von T_2 und $\dot V_2$ auch mit den Beziehungen von Unterabschnitt 10.3.2.4 möglich.

Die Werte eingesetzt, ergibt:

$$A_{2m} = \dot V_2/c_{2m} = 1{,}997/88{,}3 \ [(\mathrm{m^3/s})/(\mathrm{m/s})] = 0{,}0226 \ \mathrm{m^2}$$

Andererseits gilt:

$$A_{2m} = D_2 \cdot \pi \cdot b_2 \cdot 1/\tau_2 \quad \text{Hieraus mit geschätzt } \tau_2 = 1{,}1$$
$$b_2 = \frac{A_{2m} \cdot \tau_2}{D_2 \cdot \pi} = \frac{0{,}0226 \cdot 1{,}1}{0{,}485 \cdot \pi} \ \left[\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{m}}\right] = 0{,}0163 \ \mathrm{m} = 16{,}3 \ \mathrm{mm}$$

Schaufelzahl:

Nach Gl. (2-72) mit $K_{Sch} = 6{,}5 \ldots 8$ für Flutlinie (m)

$$z_{La} = K_{Sch} \cdot \frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \cdot \sin\frac{\beta_2 + \beta_1}{2}$$

$\tan\beta_1 = \tau_1 \cdot \tan\beta_0$ mit geschätzt $\tau_1 = 1{,}3$

$$\tan\beta_1 = 1{,}3 \cdot \tan 42^\circ = 1{,}170 \longrightarrow \beta_1 \approx 50^\circ$$
$$z_{La} = \frac{485 + 139}{485 - 139} \cdot \sin\frac{90 + 50}{2} \cdot (6{,}5 \ldots 8) = 11 \ldots 14$$

Oder

$$z_{La} \approx 8{,}5 \cdot \frac{\sin\beta_2}{1 - D_1/D_2} = 8{,}5 \cdot \frac{\sin 90^\circ}{1 - 139/485} = 12$$

ausgeführt: $z_{La} = 13$

Schaufeldicke: Ausgeführt s = konst = 5 mm

Kontrollrechnungen:

Nachzuprüfen sind die Verengungsbeiwerte τ, der Minderleistungsfaktor und die Schallnähe am Laufradaustritt.

Verengungsfaktoren (Unterabschnitt 2.6.2.3):

Für Flutlinie (m)

$$\tau_1 = t_1/(t_1 - \sigma_1)$$
$$t_1 = D_1 \cdot \pi/z_{La} = 139 \cdot \pi/13 = 33{,}6 \ \mathrm{mm}$$
$$\sigma_1 = s_1/\sin\beta_1 = 5/\sin 50^\circ = 6{,}5 \ \mathrm{mm}$$
$$\tau_1 = 33{,}6/(33{,}6 - 6{,}5) = 1{,}24 \quad \text{(etwa wie angenommen!)}$$
$$\tau_2 = t_2/(t_2 - \sigma_2)$$
$$t_2 = D_2 \cdot \pi/z_{La} = 485 \cdot \pi/13 = 117{,}2 \ \mathrm{mm}$$
$$\sigma_2 = s_2/\sin\beta_2 = 5/\sin 90^\circ = 5 \ \mathrm{mm}$$
$$\tau_2 = 117{,}2/(117{,}2 - 5) = 1{,}04 \quad \text{angen. war } \tau_2 = 1{,}1$$

Daher ändert sich die Druckkantenbreite

$b_2 = 16{,}6 \cdot 1{,}04/1{,}1 = 15{,}4$ mm   Ausgef.: $b_2 = 15{,}5$ mm

Minderleistungsfaktor: Wieder für die mittlere Flutlinie.

$k_M = 1/(1+p)$ nach Gl. (3-26)   Mit

$p = \psi' \cdot r_2^2/(z_{La} \cdot S)$ gemäß Gl. (3-31)

$r_1/r_2 = D_1/D_2 = 139/485 = 0{,}287 < 0{,}5$. Dazu bei angen. schaufellosem Ringraum als Leitvorrichtung nach Gl. (69.2)

$\psi' = 0{,}9 \cdot (1 + \beta_2^o/60) = 0{,}9 \cdot (1 + 90/60) = 2{,}25$

Statisches Moment S näherungsweise von einfach gekrümmter Schaufel nach Gl. (3-33) verwendet:

$S = (r_2^2/2) \cdot \left[1 - (r_1/r_2)^2\right]$

$r_2 = D_2/2 = 485/2\ [\mathrm{mm}] = 242{,}5$ mm

$S = (242{,}5^2/2) \cdot (1 - 0{,}287^2)\ [\mathrm{mm}^2] = 26981{,}2\ \mathrm{mm}^2$

$p = 2{,}25 \cdot 242{,}5^2/(13 \cdot 26981{,}2)\ [\mathrm{mm}^2/\mathrm{mm}^2] = 0{,}38$

$k_M = 1/(1 + 0{,}38) = 0{,}73$ (etwa wie angen.!)

Schallnähe am Laufradaustritt:

$a_2 = \sqrt{\varkappa \cdot R \cdot T_2} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 360}\ \left[\sqrt{\mathrm{m}^2/(\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{K}) \cdot \mathrm{K}}\right]$

$a_2 = 380$ m/s

$Ma_2 = c_2/a_2 = 496{,}91/380 \approx 1{,}31$

Am Laufradaustritt herrscht somit Überschall. Es ist deshalb ein ausreichend bemessener Leitring notwendig.

d) Schnelläufigkeit: Nach Gl. (10-11)

$n_y = n \cdot \dot{V}_S^{1/2} \cdot \Delta h_s^{-3/4}$

Mit $\dot{V}_S \approx \dot{V}_0 = 3{,}101\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$, $\Delta h_s = 137{,}5 \cdot 10^3\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$ und $n = 320\ \ 1/\mathrm{s}$

$n_y = 320 \cdot 3{,}101^{1/2} \cdot (137{,}5 \cdot 10^3)^{-3/4}$

$n_y = 0{,}079 \approx 0{,}08 \longrightarrow$ Radform I (Tab. 10-1)

$\underline{\sigma} = 2{,}1 \cdot n_y = 2{,}1 \cdot 0{,}079 = \underline{0{,}167}$

Druckziffer: Gemäß Gl. (4-51):

$\psi = \Delta h_s/(u_2^2/2) = (137{,}5 \cdot 10^3)/(489^2/2) = \underline{1{,}15}$

Lieferziffer: Gemäß Gl. (4-59):

$$\varphi = \frac{\dot{V}_S}{u_2 \cdot D_2^2 \cdot \pi/4} = \frac{3{,}101}{489 \cdot 0{,}485^2 \cdot \pi/4} \left[\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}{\mathrm{m/s} \cdot \mathrm{m}^2}\right] = \underline{0.034}$$

Tab. 10-3 bestätigt, daß die Kennwerte mit denen von Laufrad Nr. 6 übereinstimmen.