数理逻辑期末考试汇总

Hank Wang

2020 年 9 月 10 日

1 2020年春季期末

1 判断题(21分)

(1) 命题演算L的三条公理模式是相互独立的.

(2) 已知Γ和Σ都是相容公式集, 若$\Gamma \cup \Sigma$是不相容公式集, 则存在公式q使得$\Gamma \vdash q$且$\Sigma \vdash \neg q$.

(3) 不含否定词的命题公式都是可满足公式.

(4) K_N的所有模型中, 等词一定解释为论域上的相等关系.

(5) $\forall x \forall y (R(x,y) \to R(y,x)) \to \forall x \exists y R(x,y)$是逻辑有效式.

(6) 重言式集合是命题语言范围内逻辑推理规律的形式化表达.

(7) 哥德尔不完备性定理证明中的不可判定命题是一个真命题.

2 简答题(12*2分)

(1) 简述关于逻辑研究内容的三种主要观点. ”公设”在应用逻辑系统中的作用是什么. 并举例说明.

(2) 严格地说, 什么是”证明”. 关于”证明”与”计算”之间关系已得到一些严格证明结果. 描述一个一阶逻辑中的, 得到严格证明的结果.

3 直接证明

$$\vdash (\neg p \to p) \to (q \to p)$$

4 三个箱子, 有且只有一个里面有金子. 三句话有且只有一个是真话:

(1) 第二个箱子没有金子

(2) 第二个箱子有金子

(3) 第一个箱子没有金子

请使用命题演算证明哪个箱子里有金子.

5 证明

$$\vdash \forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2)) \to (\exists x_1 R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1))$$

6 证明

$$\mathcal{N} \vdash \overline{0} \times x \approx \overline{0}$$

数理逻辑 2020 春期末试卷参考答案

Made by TA in 2021SP

1.判断题

- (1) 正确，因为已知任两条 L 中的公理都无法推出第三条.
- (2) 正确，由相容的定义可知.
- (3) 正确，可以归纳证明.
- (4) 错误，E 的任何相容扩充（包括 K_N）仍然有非正规模型
- (5) 错误， 取解释域 $M=\{\mathbb{N},\emptyset,\overline{R}\}$.其中，$\mathbb{N}$ 为自然数集，$(\overline{x},\overline{y})\in\overline{R}$ 当且仅当 $\overline{x}>1$ 且 $\overline{y}>1$. 显然 M 不是原公式的模型.
- (6) 正确
- (7) 正确，定理证明中构造的 p 为 “ p 在 K_N 中不可证”.最后得出 p 是真命题.

2. 简答题

开放性问答，没有标准答案，大家想到什么就写什么吧.

3. 直接证明

$\vdash(\neg p\rightarrow p)\rightarrow(q\rightarrow p)$

思路：
如果是间接证明，可以用 `否定肯定律` 和 `L1` ，经过 `HS` 规则得到结果，即

$$\begin{array}{lll}
1. & (\neg p\rightarrow p)\rightarrow p & \text{否定肯定律} \\
2. & p\rightarrow(q\rightarrow p) & \text{L1} \\
3. & (\neg p\rightarrow p)\rightarrow(q\rightarrow p) & \text{1,2,HS}
\end{array}$$

但是这里要求的是直接证明，所以只好老老实实推了.

借用2020春季学期的助教写的否定肯定律的19步直接证明，有

(1) ¬p → (¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p) (L1)
(2) (¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p) → (p → ¬ (p → (¬p → p))) (L3)
(3) ((¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p) → (p → ¬ (p → (¬p → p)))) → (¬p → ((¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p) → (p → ¬ (p → (¬p → p))))) (L1)
(4) ¬p → ((¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p) → (p → ¬ (p → (¬p → p)))) (2) (3) MP
(5) (¬p → ((¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p) → (p → ¬ (p → (¬p → p))))) → ((¬p → (¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p)) → (¬p → (p → ¬ (p → (¬p → p))))) (L2)
(6) (¬p → (¬¬ (p → (¬p → p)) → ¬p)) → (¬p → (p → ¬ (p → (¬p → p)))) (4) (5) MP
(7) ¬p → (p → ¬ (p → (¬p → p))) (1) (6) MP
(8) (¬p → (p → ¬ (p → (¬p → p)))) → ((¬p → p) → (¬p → ¬ (p → (¬p → p)))) (L2)

(9) (¬p → p) → (¬p → ¬ (p → (¬p → p))) (7) (8) MP
(10) (¬p → ¬ (p → (¬p → p))) → ((p → (¬p → p)) → p) (L3)
(11) ((¬p → ¬ (p → (¬p → p))) → ((p → (¬p → p)) → p)) → ((¬p → p) → ((¬p → ¬ (p → (¬p → p))) → ((p → (¬p → p)) → p))) (L1)
(12) (¬p → p) → ((¬p → ¬ (p → (¬p → p))) → ((p → (¬p → p)) → p)) (10) (11) MP
(13) ((¬p → p) → ((¬p → ¬ (p → (¬p → p))) → ((p → (¬p → p)) → p))) → (((¬p → p) → (¬p → ¬ (p → (¬p → p)))) → ((¬p → p) → ((p → (¬p → p)) → p)))(L2)
(14) ((¬p → p) → (¬p → ¬ (p → (¬p → p)))) → ((¬p → p) → ((p → (¬p → p)) → p)) (12) (13) MP
(15) (¬p → p) → ((p → (¬p → p)) → p) (9) (14) MP
(16) ((¬p → p) → ((p → (¬p → p)) → p)) → (((¬p → p) → (p → (¬p → p))) → ((¬p → p) → p)) (L2)
(17) ((¬p → p) → (p → (¬p → p))) → ((¬p → p) → p) (15) (16) MP
(18) (¬p → p) → (p → (¬p → p)) (L1)
(19) (¬p → p) → p (17) (18) MP □

然后根据 HS 规则的直接证明：

1.	$p \to q$	已知
2.	$q \to r$	已知
3.	$(q \to r) \to (p \to (q \to r))$	L1
4.	$p \to (q \to r)$	2,3,MP
5.	$(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$	L2
6.	$(p \to q) \to (p \to r)$	4,5,MP
7.	$p \to r$	1,6,MP

只要把上述 HS 直接证明中的 p 换成 $\neg p \to p$, q 换成 p, r 换成 $q \to p$ 即可.

4. 推理题

设原子命题 X_1, X_2, X_3 分别代表第一个、第二个、第三个箱子里有金子.

由于只有一个箱子中有金子，则有约束条件

$$X_1 \to \neg X_2 \wedge \neg X_3 = 1 \tag{1}$$

$$X_2 \to \neg X_1 \wedge \neg X_3 = 1 \tag{2}$$

$$X_3 \to \neg X_1 \wedge \neg X_2 = 1 \tag{3}$$

又因为三句画中只有一句是真话，因此有约束条件

$$\neg X_2 \to \neg X_2 \wedge \neg\neg X_1 = 1 \tag{4}$$

$$X_2 \to \neg\neg X_2 \wedge \neg\neg X_1 = 1 \tag{5}$$

$$\neg X_1 \to \neg\neg X_2 \wedge \neg X_2 = 1 \tag{6}$$

逐个尝试，得到仅有 $(X_1, X_2, X_3) = (1, 0, 0)$ 时，满足约束.即第一个箱子里有金子.

5. K 中证明

$\vdash \forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2)) \to (\exists x_1 R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1))$

这里的题干中应该加一个条件: 关系 `R_1` 为一元关系.

以下可以从 $\{\forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2)\}$ 中可证:

1. $\forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2))$ 已知

2. $\forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2)) \to \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2))$ K4

3. $\forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2))$ 1,2,MP

4. $\forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2)) \to (R_1(x_1) \to \forall x_2 R_1(x_2))$ 课本P76命题1的 1°
(由于关系 `R_1` 为一元关系，因此 x_2 不在 $R_1(x_1)$ 中自由出现.)

5. $R_1(x_1) \to \forall x_2 R_1(x_2)$ 3,4,MP

6. $\forall x_2 R_1(x_2) \to \forall x_1 R_1(x_1)$ 课本P77命题2的 1°
(由于关系 `R_1` 为一元关系，因此 x_1 不在 $R_1(x_2)$ 中出现.)

7. $R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1)$ 5,6,MP

8. $\forall x_1 (R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1))$ 7,Gen

9. $\forall x_1 (R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1)) \to (\exists x_1 R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1))$ 课本P77命题2的 3°
(x_1 不在 $\forall x_1 R_1(x_2)$ 中自由出现.)

10. $\exists x_1 R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1)$ 8,9,MP

即有 $\{\forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2))\} \vdash \exists x_1 R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1)$.

又因为上述证明中所用的 `Gen` 变元 x_1, x_2 不在 $\forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2))$ 中自由出现，因此由演绎定理，$\vdash \forall x_1 \forall x_2 (R_1(x_1) \to R_1(x_2)) \to (\exists x_1 R_1(x_1) \to \forall x_1 R_1(x_1))$

6. K_N 中证明

$K_N \vdash \overline{0} \times x \approx \overline{0}$

证明序列如下:

1. $\overline{0} \times \overline{0} \approx \overline{0}$ N5

2. $\overline{0} \times x' \approx \overline{0} \times x + \overline{0}$ N6

3. $\overline{0} \times x + \overline{0} \approx \overline{0} \times x$ N3

4. $\overline{0} \times x' \approx \overline{0} \times x + \overline{0} \to (\overline{0} \times x + \overline{0} \approx \overline{0} \times x \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0} \times x)$

课本P107命题2的3°（传递性）

5. $\overline{0} \times x + \overline{0} \approx \overline{0} \times x \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0} \times x$ 2,4,MP

6. $\overline{0} \times x' \approx \overline{0} \times x$ 3,5,MP

7. $\overline{0} \times x' \approx \overline{0} \times x \to (\overline{0} \times x \approx \overline{0} \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0})$

课本P107命题2的3°（传递性）

8. $\overline{0} \times x \approx \overline{0} \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0}$ 6,7,MP

9. $\forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0} \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0})$ 8,Gen

10. $\overline{0} \times \overline{0} \approx \overline{0} \to (\forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0} \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0}) \to \forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0}))$

N7

11. $\forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0} \to \overline{0} \times x' \approx \overline{0}) \to \forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0})$ 1,10,MP

12. $\forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0})$ 9,11,MP

13. $\forall x(\overline{0} \times x \approx \overline{0}) \to \overline{0} \times x \approx \overline{0}$ K4

14. $\overline{0} \times x \approx \overline{0}$ 12,13,MP

2 2018年春季期末

1 判断题(3%*8)

(1) $(p \to q) \to ((r \to \neg p) \to (r \to \neg q))$是重言式. [x]

(2) 所有的自然数是整数不能在L中表达, 但能在K中较好地表达. [✓]

(3) Γ的一个正规模型不一定把$\approx$解释为相等. [x]

(4) $f(a, x_2)$对$R_1^2(b, x_1) \to \forall x_1 R_2^2(x_1, x_2)$中的$x_2$是自由的. [✓]

(5) 递归函数是K_N可表示的. [✓]

(6) $\vdash p$的判定可以用真值表的方法. [x]

(7) $\Gamma \vDash p$, 则p的每个模型也是Γ的模型. [x]

(8)

2 简答题

(1) 本学期你学习数理逻辑的最大收获是什么?
最大的收获是让自己一定程度上克服了对直觉的依赖, 转而借助逻辑来考虑事情. 这种品质是十分重要的. 在数学发展的历史上, 就有很多克服直觉而获得的新创造, 甚至是推翻了原有不合理的理论. 比如哥德尔就能够在大家都在依照自己的直觉, 想要尝试去证明完备的大势之下, 毅然证明出了哥德尔不完备性定理.

(2) 直观地解释"模型"的含义. 模型相当于一个给定的问题的讨论域, 在这个讨论域下, 前提集的内容都是成立的, 那么也就能够以此为基础去进行推导, 进而得到其他命题的真伪.

(3) Godel不完全性定理证明的主要步骤?

1° 先构造一个公式$p(\overline{m})$, 其直观理解是"它从K_N不可证"

2° 证明$\vdash p(\overline{m})$和$\vdash \neg p(\overline{m})$都不成立

3° 从而得到不完备

3 $\vdash p \to \neg\neg p$的直接证明和简化证明.

- 直接证明:

双否律的直接证明

(1)$\neg\neg p \to ((\neg\neg p \to \neg\neg p) \to \neg\neg p)$ $(L1)$

(2)$(\neg\neg p \to ((\neg\neg p \to \neg\neg p) \to \neg\neg p)) \to ((\neg\neg p \to (\neg\neg p \to \neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to \neg\neg p))$ $(L2)$

(3)$(\neg\neg p \to (\neg\neg p \to \neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to \neg\neg p)$ $MP(1)(2)$

(4)$\neg\neg p \to (\neg\neg p \to \neg\neg p)$ $(L1)$

(5)$\neg\neg p \to \neg\neg p$ $MP(3)(4)$

(6)$\neg\neg p \to (\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p)$ $(L1)$

(7)$(\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)$ $(L3)$

(8)$((\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to ((\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)))$ $(L1)$

(9)$\neg\neg p \to ((\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg p \to \neg\neg\neg p))$ $MP(7)(8)$

(10)$(\neg\neg p \to ((\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg p \to \neg\neg\neg p))) \to ((\neg\neg p \to (\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)))$ $(L2)$

(11)$(\neg\neg p \to (\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to (\neg p \to \neg\neg\neg p))$$MP(9)(10)$

(12)$\neg\neg p \to (\neg\neg\neg\neg p \to \neg\neg p)$ $(L1)$

(13)$\neg\neg p \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)$ $MP(11)(12)$

(14)$(\neg p \to \neg\neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p)$ $(L3)$

(15)$((\neg p \to \neg\neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p)) \to (\neg\neg p \to ((\neg p \to \neg\neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p)))$ $(L1)$

(16)$\neg\neg p \to ((\neg p \to \neg\neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p))$ $MP(14)(15)$

(17)$(\neg\neg p \to ((\neg p \to \neg\neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p))) \to ((\neg\neg p \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to (\neg\neg p \to p)))$ $(L2)$

(18)$(\neg\neg p \to (\neg p \to \neg\neg\neg p)) \to (\neg\neg p \to (\neg\neg p \to p))$ $MP(16)(17)$

(19)$\neg\neg p \to (\neg\neg p \to p)$ $MP(13)(18)$

(20)$(\neg\neg p \to (\neg\neg p \to p)) \to ((\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p))$ $(L2)$

(21)$(\neg\neg p \to \neg\neg p) \to (\neg\neg p \to p)$ $MP(19)(20)$

(22)$\neg\neg p \to p$ $MP(5)(21)$

- 简化证明:
  课本P_{26}

4 $\vdash \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2) \to \neg\exists x_2 \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)$是否正确?证明你的结论

设$M = \{N, \varnothing, \{\geq\}\}$, I把x_2指派成0, 那么$I(\forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)) = t$, 但$I(\neg\exists x_2 \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)) = f$,

从而$\not\models \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2) \to \neg\exists x_2 \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)$

也就是$\nvdash \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2) \to \neg\exists x_2 \forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)$

5 将公式$(\forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)\to\neg\exists x_2 R_1^1(x_2))\to\forall x_1\forall x_2 R_2^2(x_1,x_2)$化为前束合取范式

1. $(\forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)\to\neg\exists x_2 R_1^1(x_2))\to\forall x_3\forall x_4 R_2^2(x_3,x_4)$
2. $\forall x_3\forall x_4((\forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)\to\neg\exists x_2 R_1^1(x_2))\to R_2^2(x_3,x_4))$
3. $\forall x_3\forall x_4((\forall x_1 R_1^2(x_1,x_2)\to\forall x_2\neg R_1^1(x_2))\to R_2^2(x_3,x_4))$
4. $\forall x_3\forall x_4((\exists x_1(R_1^2(x_1,x_2)\to\forall x_5\neg R_1^1(x_5))))\to R_2^2(x_3,x_4))$
5. $\forall x_3\forall x_4\forall x_1((\forall x_5(R_1^2(x_1,x_2)\to\neg R_1^1(x_5)))\to R_2^2(x_3,x_4))$
6. $\forall x_3\forall x_4\forall x_1\exists x_5((R_1^2(x_1,x_2)\to\neg R_1^1(x_5))\to R_2^2(x_3,x_4))$
7. $\forall x_3\forall x_4\forall x_1\exists x_5(\neg(\neg R_1^2(x_1,x_2)\vee\neg R_1^1(x_5))\vee R_2^2(x_3,x_4))$
8. $\forall x_3\forall x_4\forall x_1\exists x_5((R_1^2(x_1,x_2)\wedge R_1^1(x_5))\vee R_2^2(x_3,x_4))$
9. $\forall x_3\forall x_4\forall x_1\exists x_5(R_1^2(x_1,x_2)\vee R_2^2(x_3,x_4))\wedge(R_1^1(x_5)\vee R_2^2(x_3,x_4)))$

~~6 Γ是公式集, 其中的公式都形如$p(a_1,a_2)$, 直观解释为a_1是a_2的父母, 谓词$A(a_1,a_2)$的直观解释为a_1是a_2的祖先, 且有~~

$$\cancel{\Gamma\cup\{A(x_1,x_2)\leftrightarrow p(x_1,x_2)\}\vDash A(a_1,a_2)}$$

~~试写出$p(x_1,x_2)$在一阶逻辑中的形式.~~

3 2017年春季期末

1 判断题3×10分

2 简答题 14分

(1) K_5限制条件的意义. 举例说明.
抄思考题

(2) 哥德尔不完备性定理怎么构造不可证明命题$p(\overline{m})$的?
抄书

3 直接证明与简化证明

$$\{p \to (q \to r)\} \vdash (((q \to p) \to q) \to (q \to p)) \to (((q \to p) \to q) \to r)$$

这踏马是小测题.

- 直接证明

1) $p \to (q \to r)$ (已知)
2) $(((q \to p) \to q) \to ((q \to p) \to r)) \to (((q \to p) \to q) \to (q \to p)) \to (((q \to p) \to q) \to r)$ (L2)
3) $(((q \to p) \to (q \to r)) \to (((q \to p) \to q) \to ((q \to p) \to r))$ (L2)
4) $(q \to (p \to r)) \to ((q \to p) \to (q \to r))$ (L2)
5) $q \to (p \to q)$ (L1)
6) $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$ (L2)
7) $(p \to q) \to (p \to r)$ (MP 1, 6)
8) $((p \to q) \to (p \to r)) \to (q \to ((p \to q) \to (p \to r)))$ (L1)
9) $q \to ((p \to q) \to (p \to r))$ (MP 7,8)
10) $(q \to ((p \to q) \to (p \to r))) \to ((q \to (p \to q)) \to (q \to (p \to r)))$ (L2)
11) $(q \to (p \to q)) \to (q \to (p \to r))$ (MP 9, 10)
12) $q \to (p \to r)$ (MP 5, 11)
13) $(q \to p) \to (q \to r)$ (MP 12, 4)
14) $((q \to p) \to q) \to ((q \to p) \to r)$ (MP 13, 3)
15) $(((q \to p) \to q) \to (q \to p)) \to (((q \to p) \to q) \to r)$ (MP 14, 2)

- 简化证明:

  以下公式由$\{p \to (q \to r), ((q \to p) \to q) \to (q \to p), (q \to p) \to q\}$可证:

  1) $(q \to p) \to q$ (已知)
  2) $((q \to p) \to q) \to (q \to p)$ (已知)
  3) $q \to p$ (MP 1, 2)
  4) q (MP 3, 1)
  5) p (MP 4, 3)
  6) $p \to (q \to r)$ (已知)
  7) $q \to r$ (MP 5, 6)
  8) r (MP 4, 7)

  故由演绎定理, 知$\{p \to (q \to r)\} \vdash (((q \to p) \to q) \to (q \to p)) \to (((q \to p) \to q) \to r)$

4 证明

$$\vdash \exists x_1 \forall x_2 R(x_1, x_2) \to \forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2)$$

1) $R(x_1, x_2) \to \exists x_1 R(x_1, x_2)$ ($\exists_1$规则)
2) $\forall x_2((R(x_1, x_2) \to \exists x_1 R(x_1, x_2))$ (1, Gen)
3) $\forall x_2((R(x_1, x_2) \to \exists x_1 R(x_1, x_2)) \to (\forall x_2 R(x_1, x_2) \to \forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2))$ (练习15.2)
4) $\forall x_2 R(x_1, x_2) \to \forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2)$ (MP 2, 3)

由演绎定理:

$$\{\forall x_2 R(x_1, x_2)\} \vdash \forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2)$$

由$\exists_2$规则(Gen变元x_2不在$\forall x_2 R(x_1, x_2)$中自由出现, 且x_1不在$\forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2)$中自由出现):

$$\{\exists x_1 \forall x_2 R(x_1, x_2)\} \vdash \forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2)$$

由演绎定理(Gen变元x_2不在$\exists x_1 \forall x_2 R(x_1, x_2)$中自由出现):

$$\exists x_1 \forall x_2 R(x_1, x_2) \to \forall x_2 \exists x_1 R(x_1, x_2)$$

5 前束范式

$$\exists x_1 R(x_1, x_2) \vee (R'(x_2) \to \neg \forall x_1 \exists x_2 (x_2 \approx x_1))$$

1) $(\neg \exists x_1 R(x_1, x_2)) \to (R'(x_2) \to \exists x_4 \forall x_3 \neg (x_3 \approx x_4))$ ($\vee, \forall$和$\exists$的定义, 两个双否律)
2) $\forall x_1 \neg R(x_1, x_2) \to \exists x_4 \forall x_3 (R'(x_2) \to \neg (x_3 \approx x_4))$ (78页命题2的2°, $\exists$的定义, 两个双否律)

3) $\exists x_4 \forall x_3 (\forall x_1 \neg R(x_1, x_2) \to (R'(x_2) \to \neg(x_3 \approx x_4)))$ (78页命题2的2°)

4) $\exists x_4 \forall x_3 \exists x_1 (\neg R(x_1, x_2) \to (R'(x_2) \to \neg(x_3 \approx x_4)))$ (78页命题2的3°)

6 构造一个K_p偏序运算

?