

作业要求

(1) (a) 推导三硬币模型的 EM 算法中隐变量后验分布的计算公式以及参数更新公式；(b) 假设硬币 A、B、C 正面向上的概率分别是 0.7、0.3、0.6，按照三硬币模型的数据生成过程独立地重复 100 次试验并记录观测结果的序列；(c) 利用 EM 算法根据上述观测序列估计各硬币正面向上的概率。

(2) 参考《The Matrix Cookbook》推导高斯混合模型的 EM 算法中 M 步的参数更新公式。

(3) 按下列参数生成高斯混合模型的数据，共有三个高斯混合成分，每个成分生成 300 个数据点。

$$\mu_1 = (3, 1) \quad \Sigma_1 = ((1, -0.5); (-0.5, 1))$$

$$\mu_2 = (8, 10) \quad \Sigma_2 = ((2, 0.8); (0.8, 2))$$

$$\mu_3 = (12, 2) \quad \Sigma_3 = ((1, 0); (0, 1))$$

使用 scikit-learn 库中的高斯混合模型实现上述数据的学习过程，计算在不同个数的高斯混合成分下模型的 AIC 和 BIC 值，并将学习得到的模型参数与真实模型参数进行对比。可参考下列资料

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/81255623>

<https://scikit-learn.org/stable/modules/mixture.html>

[https://scikit-](https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.mixture.GaussianMixture.html#sklearn.mixture.GaussianMixture)

[learn.org/stable/modules/generated/sklearn.mixture.GaussianMixture.html#sklearn.mixture.GaussianMixture](https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.mixture.GaussianMixture.html#sklearn.mixture.GaussianMixture)

https://scikit-learn.org/stable/auto_examples/mixture/plot_gmm_selection.html