西安交通大学考试题

成绩	

课　程 计算方法 A

系　　别 ________　　考试日期 2017 年 1 月 10 日

专业班号 ________

姓　　名 ________　学　号________　期中 ☐　期末 √

一、填空（每空 3 分，共 51 分）

1. 近似数 $x^* = 0.231$ 关于真值 $x = 0.229$ 有 2 ________位有效数字。

2. 为使函数 $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\quad (x\ge 1)$ 的计算结果较精确，可将其形式改为________.

3. 设 $l_0(x), l_1(x), l_2(x), l_3(x)$ 是以 x_0, x_1, x_2, x_3 为互异节点的三次 Lagrange 插值基函数，则 $\sum_{j=0}^{3} l_j(x)(x_j+1)^3 =$ ________

4. 为求函数 $y=\arctan x$ 在区间 $[0,1]$ 上的最优一致逼近一次式 $p_1(x)=a+bx$，可取 $0,\alpha,1$ 作为三个偏差点，则用于确定 a,b,α 和带符号的偏差 μ 的方程组为：

.

____

5. 设向量 $\vec{x}=(-1,2,3,-5)^T$，则 $\|\vec{x}\|_\infty =$ ________；已知 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,则 $\|A\|_2 =$ ________, $Cond_1(A)=$ ________.

6. 对 $f(x)=x^3+x+1$，差商 $f[0,1,2,3]=$ ________，$f[0,1,2,3,4]=$ ________.

7. 积分区间为 $[0,1]$，$g_2(x)$ 为关于权函数 $\omega(x)=\sqrt{x}$ 的最高项系数为 1 的二次正交多项式，则积分 $\int_0^1 \sqrt{x}\,(x-2)g_2(x)dx =$ ________.

8. 利用梯形公式计算定积分$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\cos\theta d\theta$时，其近似值为____________

9. 设向量$\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}$，则存在 Givens 矩阵$P=$______________，使得$P\vec{x}=\|\vec{x}\|_2\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

10. 已知如下分段函数为三次样条，$S(x)=\begin{cases}x^3 & 0\le x<1\\ \frac{1}{2}(x-1)^3+a(x-1)^2+b(x-1)+c & 1\le x<3\end{cases}$

则$a=$_______,$b=$_______ .

11. 设函数$\varphi(x)=x+a(x^2-5)$，若使迭代法$x_{k+1}=\varphi(x_k)$产生的迭代序列$\{x_k\}$收敛到$x^*=\sqrt{5}$，则实数a的取值范围为_____________

12. 用乘幂法求矩阵 A=$\begin{pmatrix}3&2\\4&5\end{pmatrix}$按模最大的特征值和特征向量时，令$z_0=(1,1)^T$， 则迭代一次后，特征向量近似值$z_1=$____________________

二. 简答题(每小题 7 分，共计 49 分; 需写出计算过程)

1 已知线性方程组$Ax=b$，其中

$$A=\begin{pmatrix}2&-1&0&0\\-1&2&-1&0\\0&-1&2&-1\\0&0&-1&2\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

(1)将矩阵A进行三角分解：$A=LU$，其中L为单位下三角阵，U为上三角阵.

(2)利用LU分解法求解上述线性方程组

2 利用牛顿插值法构造一个三次插值多项式 $H_3(x)$，使其满足如下插值条件，并给出截断误差表示式.:

x_i	1	2	3
$f(x_i)$	2	4	12
$f'(x_i)$		3	

3 给定线性方程组 $\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3=1 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ 2x_1+2x_2+x_3=3 \end{cases}$，

(1)写出求解上述方程组的雅可比迭代格式和高斯—赛德尔迭代格式.

(2)讨论雅可比迭代格式和高斯—赛德尔迭代格式的收敛性.

4. 方程 $x^3-3x+1=0$ 在 1.5 附近有根 x^*，首先讨论迭代 $x_{k+1}=\dfrac{1}{3}(x_k{}^3+1)$ 的收敛性；若不收敛，对此迭代格式实施改善，使改善后的迭代格式收敛；若收敛，使改善后的迭代收敛加速.

5. 设一次多项式 $ax+b$ 为函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0,1]$ 最优平方逼近，求 a,b 的值.

6. 设 $f(x)\in C^2[a,b]$，已知关于权函数 $\omega(x)=x^2$ 正交的二次正交多项式为 $P_2(x)=x^2-\frac{3}{5}$。记

$I[f]=\int_{-1}^{1}x^2f(x)dx$，$Q[f]=A_0f(x_0)+A_1f(x_1)$，

求参数 A_0,A_1,x_0,x_1，使求积公式 $I[f]\approx Q[f]$ 具有尽可能高的代数精度，并导出截断误差公式。

7、给定常微分方程初值问题$\begin{cases} y''(x) - y'(x) + y(x) = \sin x, \quad 0 \le x \le 1 \\ y(0) = 0, y'(0) = -0.2 \end{cases}$，取步长为$h$. 分别利用Euler法和标准的四阶四级龙格-库塔法写出求解该问题的数值格式..