西安交通大学研究生考试题

成绩	

课 程 计算方法B　　考 试 日 期　2016 年 1 月 8 日

系 别 ____________　　专 业 ____________

姓 名 ____________　学 号 ____________　考试☐　考查☐

一、填空题（每空 2 分，共 40 分）

1. 在利用公式 $\sqrt[3]{1+x} \approx 1+\frac{1}{3}x$ 进行近似计算时，所产生的误差称为________误差。若 $fl(\sqrt[3]{2}) = 0.12599210\times10^{1}$，则所产生的误差称为________误差，其有________位有效数字，该误差的相对舍入误差为 $|\delta(x)| \le$ ____________。

2. 通过两点 (x_1,y_1) 和 (x_2,y_2) 的 *Lagrange* 插值基函数满足条件 $l_1(x_1)=$________，$l_2(x_1)=$________。

3. 具有 5 个节点的求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^{4} A_k f(x_k)$，其代数精度至少为_____阶；最多可以达到_____阶代数精度，此时称为__________型公式。

4. 为了提高计算结果的精度，当正数 x 充分大时，应将 $\ln(x+\frac{1}{x})-\ln(x-\frac{1}{x})$ 改写为 $\ln(\frac{x+\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}})$ 进行计算。

5. 设 $f(x)=2016x^6+2014x^4+2012x^2+2010$，则差商 $f[0,1,2,3,4,5,6]=$__________，$f[2010,2011,2012,2013,2014,2015,2016,2017]=$__________。

6. 已知非线性函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 内可微，求解方程 $f(x)-1+x=0$ 的

牛顿迭代格式为____。

该迭代格式的收敛速度是一般为________________。

7. 对于典型的常微分方程的初值问题：$\begin{cases} y'(t) = \lambda y(t) \\ y(a) = y_0 \end{cases}$ $a \le t \le b$，后退 Euler 法的绝对稳定域的特征多项式为______________________________，

其绝对稳定域为____；中点法的特征多项式为____，其绝对稳定域为

________________________。

8. 若向量 $x = (x_1, x_2, x_3)^T$，则 $\|x\|_A = |x_1 + x_2| + |x_3|$ 是否是范数：______，$\|x\|_B = |x_1 + x_2| + |x_2| + |x_1 + x_3|$ 是否是范数：______。（本题中均填是或否）

二、简答题

1.（6 分）若已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$，证明不等式 $\|Ax\|_1 \le \|A\|_1 \|x\|_1$，$\|Ax\|_\infty \le \|A\|_\infty \|x\|_\infty$

2.（8 分）已知以下的函数信息，给出不超过 2 次的插值多项式，并给出误差估计式

x	x_0	x_1	x_2
$y(x)$	y_0		y_2
$y'(x)$		y_1'	

3.(12 分) 已知有以下的线性方程组

$$\begin{pmatrix} 9 & 18 & 9 & -27 \\ 18 & 45 & 0 & -45 \\ 9 & 0 & 126 & 9 \\ -27 & -45 & 9 & 135 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 16 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(1)利用矩阵的 LU 分解，给出系数矩阵的 LU 分解，并求解该方程组；

(2)分别给出 $Jacobi$和$Gauss-Seidel$ 迭代格式，并判断其收敛情况。

4.(10 分) 方程 $x^3-2x-5=0$ 在区间 [2,3] 中有一实根，请写出并证明两个收敛的迭代格式。使用一种迭代格式求出该根（要求精度达到第四位小数）

5.(10 分) 确定以下的数值积分公式中的系数 A，B，使其具有尽可能高的代数精度，并利用该公式求 $I=\int_1^2 \frac{1}{x}dx$。(保留 4 位小数)

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx A\left[f(-1)+f(1)\right]+B\left[f(-\frac{1}{2})+f(\frac{1}{2})\right]$$

西安交通大学考试题

6.(10 分)对常微分方程初值问题$\begin{cases} y' = -y - 2\sin t \\ y(0) = 1 \end{cases}$ $t \in [0,1]$，使用 Simpson 公式 $y_{i+1} = y_{i-1} + \frac{h}{3}[f(t_{i-1}, y_{i-1}) + 4f(t_i, y_i) + f(t_{i+1}, y_{i+1})]$ 进行求解。取步长为 $h = 0.2$，为计算 $y(0.4)$ 的值，可以使用 Euler 公式和 RK4 方法进行估算 $y(0.2)$，试计算两种方法下的 $y(0.4)$，并说明所用到的公式的阶数以及 Simpson 公式的局部截断误差。

7.(6 分) 对于任意次数不超过$n-1$次的多项式$P(x)$，有

$$\sum_{i=0}^{n}\left(P(x_i)\prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n}\frac{1}{x_i-x_j}\right)=0$$

其中: $x_0,x_1,\ldots,x_n$ 为$n+1$个互不相同的数.