西安交通大学考试题

成绩	

课　程　计算方法B

学　院 ______　　考试日期　2018年1月10日

专业班号 ______

姓　名 ______　学　号 ______　期中 □　期末 ☑ √

一、 填空题(每空2分,共60分)

1.在计算方法中，主要研究的是 舍入 误差和 截断 误差。

2.使用浮点数系 $F(\beta,t,L,U)$ 可以表示计算机中所有的浮点数，则个数为 ______。在浮点数系 $F(10,8,-38,+38)$ 中，能表示的最小的正数是 ______。

3.已知 $\sqrt{896}\approx 29.93$，且方程 $x^2-30x+1=0$ 有一个根为 $x_1=29.97$，则在 $F(10,4,-10,10)$ 中计算得到的该方程的另一个根 $x_2=$ ______。

4.已知 $\vec{x}=(1\quad 2\quad 3\quad 4)^T$，则 $\|\vec{x}\|_1=$ 10，$\|\vec{x}\|_2=$ sqrt(30)，$\|\vec{x}\|_\infty=$ 4。

5.已知方程组 $\begin{cases}3x_1+2x_2=5\\-2x_1+x_2=1\end{cases}$，则对其系数矩阵 A，有 $\|A\|_1=$ 5，并且 A 的条件数 $cond_\infty(A)=$ 25/7，当此数较大时，该方程组称为 病态。

6.已知 n 个互不相同的点 $x_1,x_2,\dots,x_n$，其所构成的 *Lagrange* 插值基函数为 $l_i(x)=$ ______，并且有 $l_i(x_i)=$ 1。

7.若 $f(x)=x^4-2017x^3+2018x^2+2019x+m$，则差商 $f[0,1,2,3,4]=$ 24，$f[0,1,2,3,4,5]=$ 0。若 $f[0,1,2,3]=2017$，则 $f[1,2,3,4]=$ ______。

8.具有 n+1 个节点的插值型数值积分公式，其代数精度最少可以达到__n__,而具有相同节点的高斯型求积公式，代数精度可以达到__2n+1__。

9.具有 2 个积分点的梯形求积公式为 $\int_a^b f(x)dx \approx$____________，其误差为 $E_1 =$____________,代数精度为__1__。若用此公式计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos t)dt$,则其近似值为________。

10. 在积分区间 $[0,1]$ 上，$\varphi_2(x)$ 是关于权函数 $\rho(x)=\sqrt{x}$ 的最高次项系数为 1 的二次正交多项式，则积分 $\int_0^1 \sqrt{x}(x+3)\varphi_2(x)dx =$________。

11.若有非线性方程 $f(x)=x$,则其牛顿迭代格式为____________,由于该迭代格式的收敛性具有________收敛的性质，要使该迭代格收敛，则初值 x_0 应满足的条件是____________。

12.对于以下常微分方程的初值问题 $y'(t)=-10y, y(0)=1, t\in[0,1]$，使用后退 *Euler* 方法时的计算公式为 $y_{i+1} =$________________,局部截断误差为 $E(t_i,h)=$____________,其特征方程为 $\pi(\xi,\bar{h})=$____________,稳定域为________________。

二、简答题(共 40 分)

1. 求插值以下数据点的不超过 4 次的插值多项式，并给出余项公式。(6 分)

x_i	0	1	2
$f(x_i)$	1	0	5
$f'(x_i)$	2		2

2. 已知方程组$\begin{cases}2x_1+x_2+4x_3=8\\4x_1+4x_2+x_3=13\\6x_1+5x_2+12x_3=28\end{cases}$ 给出系数矩阵的 LU 分解形式，并求解该方程。(6 分)

3. 已知 $S(x)=\begin{cases}(x+1)^3+a(x+1)^2+b(x+1)+c & -2\le x<-1\\ \frac{1}{2}x^3 & -1\le x\le 0\end{cases}$ 是区间[-2,0]上的三次样条插值函数，求 a,b,c 的值。(6 分)

4. 针对方程组$\begin{cases}2x_1+x_2+x_3=3\\x_1+x_2+x_3=2\\x_1+x_2-2x_3=-1\end{cases}$，给出雅可比迭代格式和高斯-赛德尔迭代格式，并讨论这两种迭代格式针对任意初始向量是否收敛。(6 分)

5. 求以下数值积分公式中的系数使其具有尽可能高的代数精度，并给出误差估计式

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx \approx A_0 f(-1) + A_1 f(0) + A_2 f(1)$$ （6 分）

6．若方程 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 $x_0 = 1.5$ 附近有根，对于 $x_{k+1} = x_k - \dfrac{x_k^3 - x_k^2 - 1}{3x_k^2 - 2x_k}$ 的迭代格式判断其收敛性，若不收敛，则将其进行改造为收敛的迭代格式。（6 分）

7. 已知函数 $f(x)$ 在节点 $x_0,x_1,x_2,...,x_n$（不妨设其值由小到大排列）上有 n 次插值多项式 $L_n(x)$，证明：对于 $\forall x\in(x_0,x_n)$ 有 $R_n(x)=f(x)-L_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\left[f(x)-f(x_i)\right]\cdot l_i(x)$

其中：$l_i(x)$ 为 $Lagrange$ 插值基函数。（4 分）