

高斯可比式在高等数学下册 多元函数那里有介绍。

1. 一维高斯模型联合分布成多维
2. 经过线性简化

首先一维高斯模型联合分布就是高斯吗。

为了给出多元正态分布的定义，先看一个特殊的例子。因为标准正态分布 $N(0, 1)$ 的分布密度是 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$ ， p 个相互独立的标准正态变量 X_1, X_2, \cdots, X_p 所构成的随机向量 X 的密度函数是

$$\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^p}e^{-\frac{1}{2}(x_1^2+\cdots+x_p^2)}=(2\pi)^{-\frac{p}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}x'x\right\}$$

经过线性变化后什么样子呢？

一般地，考虑 X_1, \cdots, X_p 的 p 个线性函数

$$Y=\begin{bmatrix}Y_1\\\vdots\\Y_p\end{bmatrix}=AX+\mu$$

这个向量是线性表示，注意，是一个列向量。

可以看出这是一个多维高斯模型， Y 也是！我们研究的是一组多维高斯模型概率密度的函数表示出来

其实高斯模型的定义式同

还看下这个式子

$$J=\frac{\partial (x_1,\cdots,x_p)}{\partial (y_1,\cdots,y_p)}=|C|=\frac{1}{|A|}$$

其中 A 是 $p\times p$ 的非奇异阵， $\mu=(\mu_1,\cdots,\mu_p)'$ 是常向量，如以 C 记 A^{-1} ，则变换 $Y=AX+\mu$ 的逆变换是 $X=C(Y-\mu)$ ，

$$(2\pi)^{-\frac{p}{2}}|A|^{-1}\exp\left\{-\frac{1}{2}(y-\mu)'C'C(y-\mu)\right\}$$

再来看这个高维的式子是不是烦死了！

相信大家对机器学习材料里，多维高斯模型肯定不是这么表达的，因为太难看，这里引入 C 都是什么鬼，是不是都是凑数字呀一个变量写的烦死了！我们还在来看看，这两个矩阵跟 Y 向量有什么关系，想办法用 Y 包含的信息来替换他

首先我们整理出这些概念

性质 1 $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ (6)

性质 2 $E(AZ)=A(EZ)$ (7)

性质 3 $E(AZB+C)=A(EZ)B+C$ (8)

性质 4 $V(AX+b)=AV(X)A'$ ， b 为常数向量 (9)

性质 5 $\text{Cov}(AX, BY)=A\text{Cov}(X, Y)B'$ (10)

性质 6 若 k_1, k_2, \cdots, k_n 是 n 个常数， X_1, X_2, \cdots, X_n 是 n 个相互独立的 p 维随机向量，则

$$V(k_1X_1+k_2X_2+\cdots+k_nX_n)=k_1^2V(X_1)+k_2^2V(X_2)+\cdots+k_n^2V(X_n)$$

$$\begin{aligned}V(Y)&=E(Y-EY)(Y-EY)'\\&=E(AX)(AX)'=AV(X)A'\end{aligned}$$

如果记 $V(Y)=AA'=\Sigma$ ，则有

$$C'C=\Sigma^{-1},\quad |A|^{-1}=|\Sigma|^{-1/2}$$

这就是为什么 $V(Y)$ 为什么小多了！因为我们还一堆高斯模型是方差的！发展出来的多维的协方差是一个类似矩阵

有了上面的材料，我们可以用协方差来替换掉原来式子里的 A 和 C ，就变成下面的样子

$$(2\pi)^{-p/2}|\Sigma|^{-1/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}(y-\mu)'\Sigma^{-1}(y-\mu)\right\}$$

而这个就是一般机器学习里常见到的公式啦！

我们在一维里最关心的是均值和方差，在多维里最关心的是 均值和协方差

定义 1 如果随机向量 $X=(X_1,\cdots,X_p)'$ 的分布密度函数有如下形式

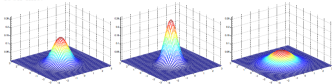
$$\begin{aligned}f(x_1,\cdots,x_p)&=f(x)=(2\pi)^{-p/2}|\Sigma|^{-1/2}\\&\quad\times\exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)\right\}.\end{aligned}\tag{11}$$

其中 $x=(x_1,\cdots,x_p)'$ ， $\mu=(\mu_1,\cdots,\mu_p)'$ 为常量， Σ 为 $p\times p$ 的正定矩阵，则称 X 服从 **p 元正态分布**，记为 $X\sim N_p(\mu, \Sigma)$ 。

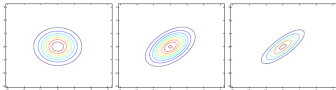
可知 X 的均值向量 $EX=\mu$ 和协方差阵 $V(X)=\Sigma$ 。

以上是关于高斯模型的推导过程，现在我们来看看机器学习比较关心的性质

Here're some examples of what the density of a Gaussian distribution look like:



这个图没什么太多好说的，只是在改变协方差矩阵对角线上的数值的越大，图形越扁平，好理解



上面这个图，我在上ML的时候，画错过，其实就是高斯模型在平面上的投影，等高线上的(x,y) 概率是相等的。

以上是高斯模型的介绍

如果你看到这里，请口一下我博支付宝红包二维码，哈哈哈

文章最后更新于 2019-05-01 10:56:48

有 5 个人点赞



请问，高维公式里的 $(y+\mu)^T V^{-1} (y+\mu)$ 其中 y 是什么意思？



请问代表什么呀？



你好， y 和 μ 代表的是期望的均值？ V^{-1} 和 V 又有什么关系

简单理解：一般高维高斯-多维高斯-混合高维GMM

阅读 12+

评论 1

点赞 0

多维高斯分布讲解

阅读 756

评论 0

点赞 0

多维高斯分布的由来

阅读 361

评论 0

点赞 0

理解多维高斯分布

阅读 4206

评论 0

点赞 0

讲解EM算法与混合高斯模型(Gaussian mixture model, GMM)

阅读 175+

评论 1

点赞 0

特：关于正态分布和多维正态分布的推论（知识）

阅读 4401

评论 0

点赞 0

多元高斯分布

阅读 125+

评论 0

点赞 0

多变量高维高斯模型推导

阅读 10-23

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型

阅读 1054

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

学会了这些技术，你离BAT大厂不远了

阅读 175+

评论 0

点赞 0

理解多维高斯分布 - 机器学习进阶1号位 - CSDN博客

阅读 9-28

评论 0

点赞 0

多维高斯分布 - zbbmm的博客 - CSDN博客

阅读 11-6

评论 0

点赞 0

docker学习笔记

阅读 125+

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0



机器学习-高斯模型

阅读 1054

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

pandas的一些奇怪用法 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 12-4

评论 0

点赞 0

机器学习-高斯模型 - Call Me Hi Johnny - CSDN博客

阅读 9-27

评论 0

点赞 0

Hack the box 是一个靶机平台，里面的靶机包含多种系统类型，并且里面可以访问的漏洞也是多种多样，有漏洞利用、

原文

动画：用动画给女孩讲解 TCP 四次分手过程

阅读数 15+

作者 | 小童 来源 | 公众号 | 小童说程序员 写在前面 大家好，我们又见面了，作为一个业余的动画师，上次我们动画的形式，

原文

不熟练SELECT COUNT查询吗，强烈建议你试试优雅的体无完肤

阅读数 27+

最近来咨询的人都不约而同，问有没有人帮他们学习基础C/C++知识，还问我的C/C++知识是不是真的那么厉害，然

原文

程序员必需掌握的核心算法有哪些？

阅读数 15+

由于我之前一直强调面试所以算法学习的重要性，所以就一直读者经常问我，面试中与算法应该要学习到哪个程度。

原文

如何优化MySQL千万级大表，我写了6000字的解读

阅读数 27+

这是学习知识(CSDN)的热门文章 千万级大表如何优化，这是一个很有技术含量的问题，通常我们的想法都会是删除部分数据，然

原文

面试最后一问：你有什么问题想问我吗？

阅读数 27+

好像，我们之前分享了这么多关于面试的主题， 两本必备的一是Spring Boot面试官试题 面试必问，设计模式面试题的面试问题。

原文

python 程序员进阶之道：从新手到高手的100个秘诀

阅读数 15+

您似乎对CSDN的圈子是，经常看到，听到一些 python 初学者说，学完基础语法后，不知道学什么，学了也不知道怎么用。

原文

大学四年，看过的优质书籍推荐

阅读数 15+

相信各位读者应该，都跟我一样问过自己：有什么书值得读？Java 初学者应该读什么书呢，今天我就给大家推荐一些好书。

原文

Python——画一棵漂亮的樱花树（不同样樱花+玫瑰+珊瑚树等）

阅读数 15+

最近刷朋友圈，上面有不少刷Python（大多是turtle库）绘制的树图，感觉很漂亮，我想试了一下，画了一些树觉得不错。

原文

还在收集资料？我这里有个github汇总

阅读数 15+

原创 | 小童说程序员 (微信公众号: yigong) | 欢迎分享、转载请保留出处，因为程序员都是收集资料的，但是又不善，git。

原文

程序员不读源码？错啦！

阅读数 15+

程序员应该读谁的源码？应该读谁的呢？你听说过什么库的源码呢？我的好朋友是一个程序员，他和很多大牛在网上处理的问题。

原文

c# 获取当前目录 c# 4.0 线程 c# 通讯录管理 c# 中文url c# 电话数据 c# 开发管理系统架构 c# 2.0 个事件判断 c# mvc过滤器 c# 显示地址信息 c# 实现后台安全