

西安交通大学研究生考试题

成绩

课程 计算方法 B

考试日期 2017 年 1 月 6 日

系别

专业

姓名

考试

考查

一、填空题 (每空 2 分, 共 44 分)

1. 若 $x = 20.08553629233123\dots$, 则 $f(x) = 0.20085535 \times 10^2$ 有 位有效数字, 其相对舍入误差 $|\delta(x)| =$.

2. 在浮点数系 $F(10, 4, -4, 4)$ 中, 最小的数为 , 若要计算 1234×2016 , 则结果为 , 若要计算 $0.1 / 2016$, 则结果为 .

3. 若向量 $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, 则 $\|x\|_1 = |x_1 - 2x_2| + |3x_3|$ 是否是范数: , $\|x\|_2 = |x_1| + |x_1 - x_2| + |x_1 + 2x_2 - 3x_3|$ 是否是范数: . (本题中均填是或否)

4. 由 n 个点 $\{(x_i, y_i), i = 1, \dots, n\}$ 所构成的 Lagrange 插值基函数 $l_i(x)$, 则 $l_i(x) =$, 且满足

$l_i(x_i)l_j(x_i) =$, $l_i(x_i)l_j(x_j) =$, $\sum_{i=1}^n l_i(x) =$.

5. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, (a, b, c 为实数), 若差商 $f[0, a, b] = 2016$, 则 $f[-2, a, b] =$, $f[-2, 0, a, b] =$, $f[-2, 0, a, b, c] =$.

6. 具有 4 个节点的数值积分公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^3 A_k f(x_k)$, 该公式代数精度至少为 , 最多可以达到 , 此时可称为 型求积公式。

7. 对于典型的常微分方程的初值问题: $\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(a) = y_0 \end{cases} t \in [a, b]$, Euler

方法的绝对稳定域的特征多项式为

其绝对稳定域为 ; 梯形公式的特征多项式为

由以上两个公式组成的预估-校正公式的局部截断误差可以达到 阶。在逐步法公式所形成的四阶预估-校正公式中, 如果要取得高阶精度的表头元素, 则可以使用单步的 公式进行计算。

二、简答题

1. (6 分) 对以下矩阵 A , 给出其 LU 分解, 并解方程 $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \\ 11 \end{pmatrix}$$

西安交通大学考试题

2. (8 分) 已知以下的函数信息, 试给出不超过 2 次的插值多项式, 并求出其余项公式。

x	x_0	x_1
$y(x)$		y_1
$y'(x)$	y'_0	y'_1

3. (8 分) 已知有以下的线性方程组

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix}$$

分别给出 *Jacobi* 和 *Gauss-Seidel* 迭代格式, 并判断对任意初始向量的收敛性。

西安交通大学考试题

4.(8分) 若已知方程 $e^x - 5x + 1 = 0$ 在区间 $[0, 1]$ 中有一实根, 对于迭代格式 $x^{(k+1)} = (e^{x^{(k)}} + 1)/5$, 判断其收敛性.

5.(10分) 对于以下的数值积分公式, 试确定其中的参数 A, B, x_1, x_2 , 使其具有尽可能高的代数精度, 并给出该公式的代数精度, 以及相应的误差公式

$$\int_{-1}^1 xf(x)dx \approx Af(x_1) + Bf(x_2)$$

西安交通大学考试题

0 分) 对于常微分方程的初值问题 $\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(a) = y_0 \end{cases} t \in [a, b]$, 有以下的数

求解公式 $y_{i+1} = y_{i-1} + h(\alpha_1 y'_{i+1} + \alpha_2 y'_i + \alpha_3 y'_{i-1})$,

(1) 使用数值积分法求出该公式中的三个系数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$;

(2) 该公式是几步几阶公式? 并求出其局部截断误差。

7.(6 分) 对于 $n+1$ 个任意的互不相同的数 $x_i, i=0, 1, 2, \dots, n$, 证明有以下公式成立

$$\sum_{i=0}^n \frac{x_i^n}{\omega'(x_i)} = 1$$

其中: $\omega(x) = (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)$