西安交通大学研究生考试题

成绩	

课　程 ______计算方法B______　　考 试 日 期　2020 年 1 月 10 日

学　院 ____________　专业班号 ____________　上课班 ______班

学　号 ____________　姓　名 ____________　考试 □　考查 □

一、 填空题（每空 2 分，共 56 分）（答案直接写在横线上）

1.《计算方法》中主要研究的是____________误差和____________误差。

2.已知 $a=\sqrt{2019}=44.9332838773\ldots$，将其存入浮点数系 $F(10,8,-38,38)$ 中时，

$fl(a)=$ ____________________________，此时产生的误差为____________误差。

3.由 5 个不相同的点 $(x_i, 2019x_i^4+x_i^2+10)$，$i=0,1,\ldots,4$，构成的 *Lagrange* 插值基函数 $l_0(x)=$ ____________________________，并且有 $l_0(x_0)l_4(x_0)=$ ______，

$\sum_{i=0}^{4}(2019x_i^4+x_i^2+10)l_i(x)=$ ____________________。

4. 已知 $\vec{x}=(1\quad 2\quad 3\quad 4\quad 5)^T$，则 $\|\vec{x}\|_1=$ ______，$\|\vec{x}\|_2=$ ______，$\|\vec{x}\|_\infty=$ ______。

5.求解线性方程组 $Ax=b$ 的迭代格式 $x^{(k+1)}=Gx^{(k)}+d$，对于任何初值 $x^{(0)}$ 都收敛的充要条件是____________；该方程组在 ∞-范数下的条件数为 $cond_\infty(A)$ = ____________。

6. 在浮点数集 $F(\beta,t,L,U)$ 中共有____________________________个非零的数。

7.已知 4 次多项式函数 $f(x)=2020x^4+2019nx^2+m$，其中 m,n 为常数，则有

$f[2019,2020,2021,2023,2024,2025]=$ ____，$f[2019,2020,2021,2024,2025]=$ ______，

若 $f[2019,2020,2025,2024]=8600$，则 $f[2019,2020,2021,2024]=$ ____________。

8.计算 $I(f)=\int_a^b f(x)dx$ 的数值积分的梯形公式为 $T_1=$ ________________，

代数精度为1________阶,误差公式 $E_1=$ ________________，为提高精度，可使用

复化梯形公式 $T_n=$ ________________________________。($h=\frac{b-a}{n}$)

9. 定义在 $[a,b]$ 上最高次项系数为 1 的正交多项式族 $\{\varphi_k(x)\}$,$k=-1,0,1,....$，若 $\rho(x)>0$ ，$\varphi_{-1}(x)=0$ ，$\varphi_0(x)=1$ ， 则 $\varphi_1(x)=$ ________，$\int_a^b \rho(x)x^4\varphi_5(x)dx$ =_____ ，$\int_a^b \rho(x)\varphi_k(x)\varphi_{2020}(x)dx=$__________ (k<2020)。

10.对于一阶常微分方程的初值问题中 $y'(t)=f(t,y(t)),y(0)=y_0,t\in[0,1]$，采用后退 $Euler$ 公式进行求解时的公式为________________________________,局部截断误差为__________________,特征多项式为____________________。

11.若 $f(x)$ 是非线性函数，则求解非线性方程 $x+1-f(x)=0$ 的简单迭代格式 $x^{(k+1)}=\varphi(x^{(k)})=f(x^{(k)})-1$，若在某区间上满足__________________,则该迭代格式可以收敛，此时的收敛速度为________收敛。

二、 简答题(共 44 分)

1. 在浮点数系 $F(10,5,-10,10)$ 中，若取 $a=9000$ 时，对于如下两个等价的公式 $x=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 和 $x=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}$ 分别进行计算得到 x 的近似值 $\tilde{x}$ 各有几位有效数字？说明哪种方法得到的结果更加准确，为什么？（$x=0.005270316373...$，$\sqrt{9000}=94.86832980...$ $\sqrt{9001}$=94.87360012...)（4 分）

西 安 交 通 大 学 考 试 题

2. 求满足以下插值条件的不超过 3 次的插值多项式。（4 分）

	0	1	3
y	1	2	4
y'		2	

3. 已知以下数据，求满足形如 $p(x)=a+bx^2$ 的最小二乘近似函数。（6 分）

x	-1	0	1	2	3	4
y	1	0	2	6	9	18

西 安 交 通 大 学 考 试 题

4. 针对方程组$\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3=3 \\ x_1+x_2+x_3=10 \\ 2x_1+2x_2+x_3=14 \end{cases}$，解答以下问题:

（1）给出系数矩阵的 LU 分解形式，并求解该方程组。(4 分)

（2）若使用迭代方法求解该方程组，给出相应的 $Jacobi$ 迭代格式和 $Gauss-Seidel$ 迭代格式，并讨论对于任何初值 $x^{(0)}$ 两种迭代格式的收敛性。(6 分)

5.求以下数值积分公式中的系数，使其具有尽可能高的代数精度，说明该公式的代数据精度的阶数，并给出误差估计式（8 分）

$$\int_{-h}^{h} f(x)dx \approx A_0 f(-\frac{h}{2}) + A_1 f(0) + A_2 f(\frac{h}{2})$$

6.若方程$x^3-x^2-1=0$在[1,2]上有根，对于迭代格式$x^{(k+1)}=\dfrac{1}{\sqrt{x^{(k)}-1}}$判断其收敛性，若不收敛，则将其改造为收敛的迭代格式。（6 分）

7.若 $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$ 是 n 次多项式，其中 $n>2, a_0\neq 0$

（1）证明：差商 $f[x,a_0]$ 是 $n-1$ 次多项式；

(2) 若 $f(x)$ 中各项系数 $a_k(k=0,1,...,n)$ 都互不相同，则有 $f[a_0,a_1,...,a_n]=\sum_{i=0}^{n}\frac{f(a_i)}{\omega'(a_i)}$

其中: $\omega(x)=(x-a_0)(x-a_1)\cdots(x-a_n)$ (6 分)