

1、设用 $x=12.25$ 近似 x 的相对误差限为 0.00013, 则 $x=12.25$ 具有 4 位有效数字。

2、为使函数 $f(x) = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$ ($x \gg 1$) 的计算结果较精确, 可将其格式改写为_____。

3、设 $f(x) = (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n)$, 这里 $x_i (i=0, 1, \cdots, n)$ 互异, 则 $p \leq n$ 时, $f[x_0, x_1, \cdots, x_p] = \frac{0}{162}$. 对 $f(x) = x^7 + 5x^3 + 1$, 差商 $f[2^0, 2^1] = \frac{0}{162}$ 。

4、设向量 $\hat{x} = (-3, 1, 5, 8)^T$, 则 $\|\hat{x}\|_\infty = \frac{8}{9}$; 已知 $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$, 则 $\|A\|_1 = \frac{9}{9}$ 。

5、已知 $f(-1) = 1, f(1) = 0, f(2) = 2$, 则函数 $f(x)$ 的二次插值多项式 $L_2(x)$ 为_____。

6、求解非线性方程 $x=f(x)$ 的牛顿迭代格式为_____；求解方程组 $\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 2x_2^2 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 2\sin x_2 = 1 \end{cases}$ 的高斯赛德尔迭代格式为_____。

7、给定三次样条插值函数

$$S(x) = \begin{cases} 2x^3 + ax^2 + c, & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1)^3 + c(x-1)^2 + b(x-1) + 1, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

则 $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____。

8、若 $f(0.0) = 1.0, f(1.0) = 2.0$, 用梯形公式计算积分 $\int_{0.0}^{1.0} f(x)dx$ 求得的近似值为 $\frac{3}{2}$ 。

9、为求函数 $y = \sqrt{x}$ 在区间 $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$ 上的最优一致逼近一次式

$p_1(x) = a + bx$, 可取 $\frac{1}{4}, \alpha, 1$ 作为单个偏差点, 则用于确定 a, b, α 和带符号的偏差 μ 的方程组为_____。

二、方程组 $Ax=b$ 的系数矩阵作 Doolittle 分解, 即分解为矩阵乘积 LU 形式 (L 为单位下三角、 U 为单位上三角矩阵), 并求解该线性方程组。其中

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

三、利用牛顿插值法构造一个三次差值多项式 $H_3(x)$ ，使其满足如下插值条件，并给出误差表示式。

x_i	1	2	3
$f(x_i)$	2	4	12
$f'(x_i)$		3	

四、方程 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 在 1.5 附近有根 x^* ，首先讨论迭代

$x_{k+1} = \frac{1}{3}(x_k^3 + 1)$ 的收敛性，若不收敛，对此迭代格式实施改善，使得改善后的迭代格式收敛；若收敛，使改善后的迭代收敛加速。

五、确定下列公式中的待定参数，

$\int_{-h}^h f(x)dx \approx A_{-1}f(-h) + A_0f(0) + A_1f(h)$ ，使求积公式具有最高的代数精度；用广义皮亚诺定理确定其误差项。

六、给定二阶常微分方程组初值问题

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 4y(x) = \cos(x), & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0, y'(0) = -0.2 \end{cases}, \text{取步长 } h \text{ 为 } 0.1, \text{分别利}$$

用欧拉法和标准的四级四阶龙格库塔法写出求解该问题的数值格式计算 $y(0.1)$ 的近似值。

七、已知一组实验数据

X(i)	-2	-1	0	1	2
y(i)	0	1	2	1	0

求最小二乘拟合二次多项式。

八、用迭代法证明 $\lim_{k \rightarrow \infty} \underbrace{\sqrt{6 + \sqrt{6 + \cdots + \sqrt{6}}}}_{k \text{ 个根号}} = 3$ 。