交变电场中的电介质

2.1电介质极化的时域与频域响应

2.2复介电常数

2.3等效电路

2.4德拜弛豫

2.5普适弛豫

2.6谐振式极化

一、电介质的极化过程

- 电场变化条件下介质的极化过程，和静电场的电极化不同，在变化电场作用下的极化强度随时间发生变化，是时间的函数。
- 真空极化是瞬时发生，不需要时间，极化强度的变化，也不需要时间，完全跟得上电场的变化。

一、电介质的极化过程

◆电介质的极化可分为：

瞬时极化：电子弹性位移极化和离子弹性位移极化达到稳态所需时间约10^{-16}-10^{-12} s，在远低于光频情况下可认为是即时的，因此弹性极化也称瞬时极化或无惯性极化。

一、电介质的极化过程

◆电介质的极化可分为：

弛豫极化：偶极子转向极化，在电场作用下要经过相当长时间（秒或更长）才能达其稳态，这类极化称弛豫极化或惯性极化，这个惯性就是物质移动和转动时的力学惯性。

一、电介质的极化过程

因此，电介质的极化强度可写成：

$$\vec{P} = \vec{P}_\infty + \vec{P}_r$$

其中

$\vec{P}_\infty$ 为瞬时极化强度，与时间无关。

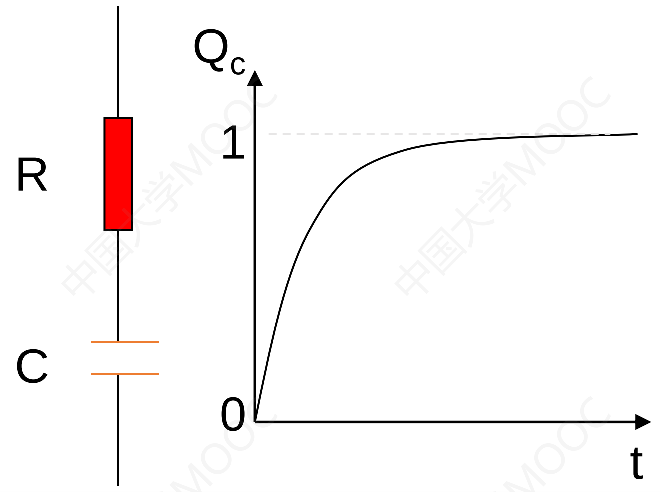
$\vec{P}_r$ 为弛豫极化强度，与时间关系复杂。

一、电介质的极化过程

当电介质只有一种形式的弛豫极化时，弛豫极化强度可近似表为：

$$\vec{P}_r = P_{rm}(1-e^{-t/\tau}),$$

其中τ为弛豫极化时间，t 加电场后经历的时间，P_{rm}为稳态（$t\to\infty$）弛豫极化强度。

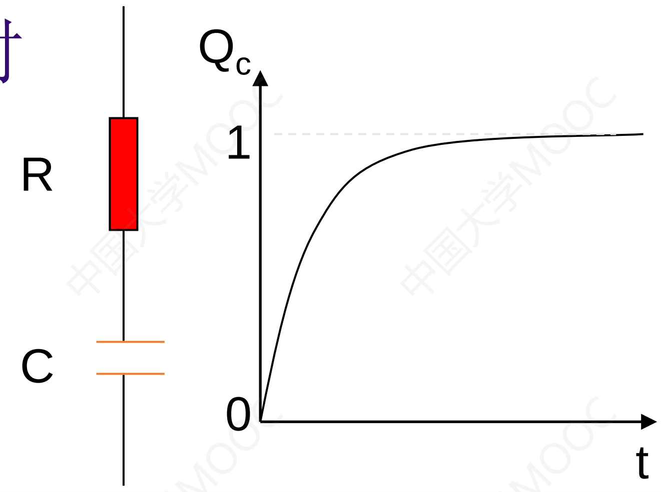


一、电介质的极化过程

当弛豫极化强度达稳态值后，移去电场，$\vec{P}_r$随 t 的增加而减小，经过相当长的时间后，$\vec{P}_r$降低到零。

当$t=\tau$， $P_r = P_{rm}/e = 0.36P_{rm}$，

τ定义为弛豫极化的弛豫时间。



一、电介质的极化过程

◆ 下面讨论介质因极化过程所引起的电流：

设一平板电容器，面积 S，间距 d，充满光频介电常数ε_∞和静介电常数ε_s的均匀电介质，故电容器静态电容 C 等于相应于位移极化强度的位移极化电容C_∞和相应于弛豫极化电容C_r之和：

$$C = C_\infty + C_r$$

$$C_\infty = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty S}{d} \qquad C_r = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) S}{d} \qquad C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s S}{d}$$

一、电介质的极化过程

位移电流密度：

$$j_D(t)=\frac{dD(t)}{dt}=\varepsilon_0\varepsilon_\infty\frac{dE}{dt}+\frac{dP_r}{dt}=j_\infty(t)+j_r(t)$$

$j_\infty(t)$瞬时响应的瞬时电流密度，

$j_r(t)$是弛豫极化建立和消失过程中产生的电流密度。

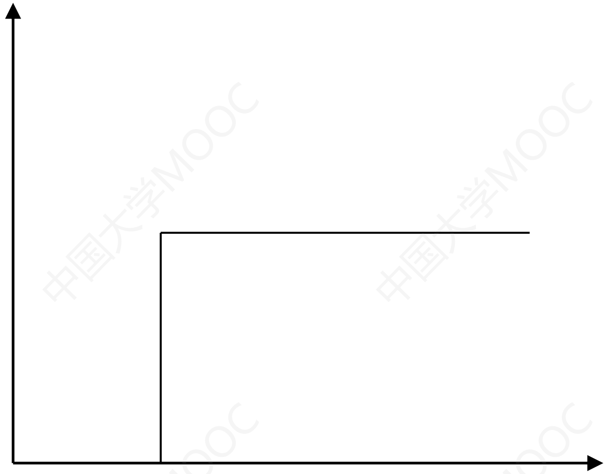
二、电介质极化的时域响应

◆ 1.在阶跃电场作用下的介质极化响应

对线性材料加上一阶跃电场：

$$E(t)=E_0S(t)$$

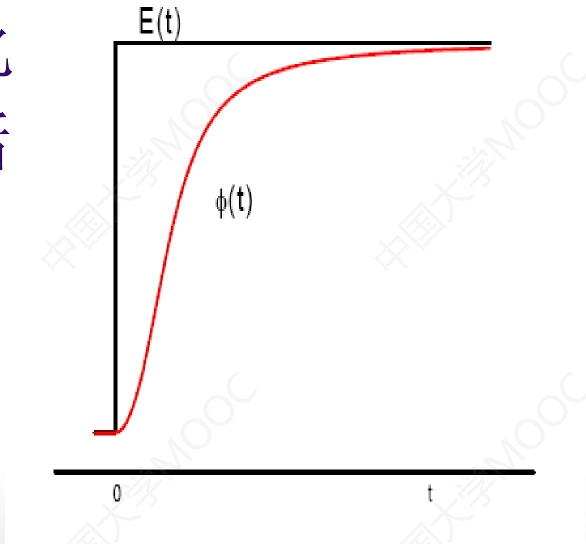
$$S(t)=\begin{cases}0 & t<x\\ 1 & t>x\end{cases}$$



二、电介质极化的时域响应

用函数 $\varphi(t-x)$ 表征弛豫极化的滞后程度，x 是电场作用于材料的时刻，t 是极化响应的时刻，故 $t-x$ 表电场作用以后的后效时间或滞后时间

$$\varphi(t-x)=\begin{cases}0 & t-x=0\\ 1 & t-x\to\infty\end{cases}$$



二、电介质极化的时域响应

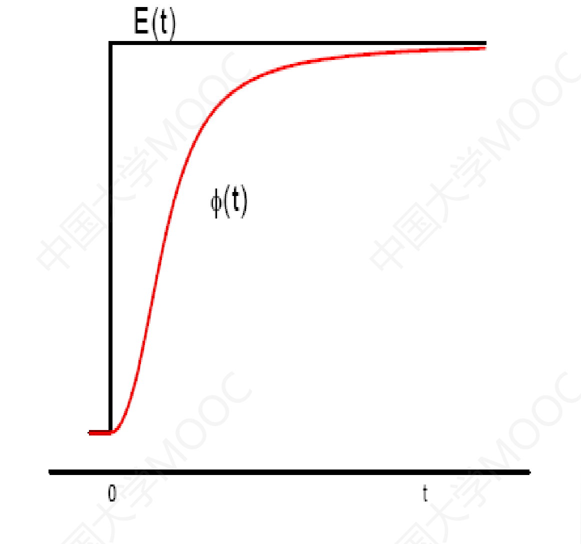
根据极化与电场的关系有：

$$P_r(t)=\varepsilon_0\chi_{re}E(t)\varphi(t-x)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E(t)\varphi(t-x)$$

$$\boldsymbol{P_\infty(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_\infty-1)E(t)}$$

故

$$P(t)=P_\infty(t)+P_r(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_\infty-1)E(t)+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E(t)\varphi(t-x)$$



二、电介质极化的时域响应

当 $t-x=0$ 时， $\varphi(0)=0$ 则：

$$P_r(x)=0$$

$$P(x)=\varepsilon_0(\varepsilon_\infty-1)E_0$$

$$D(x)=\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0$$

$$\varepsilon_r(0)=\varepsilon_\infty$$

即当 $t-x=0$ 时，在加上电场的瞬间，弛豫极化来不及响应，只有瞬时极化

当 $(t-x)\to\infty$ 时， $\varphi(\infty)=1$ 则：

$$P_r(\infty)=\varepsilon_0\chi_{re}E_0=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0$$

$$P(\infty)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-1)E_0$$

$$D(\infty)=\varepsilon_0\varepsilon_s E_0$$

$$\varepsilon_r(\infty)=\varepsilon_s$$

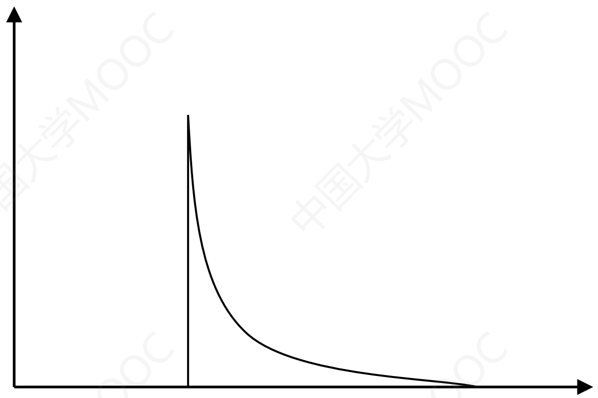
相当于静电场情形

二、电介质极化的时域响应

当 t 在 $x \sim \infty$ 范围内时：

$$P(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_\infty-1)E_0+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0\varphi(t-x)$$

$$D(t)=\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0\varphi(t-x)$$



对电位移求导则可得位移电流密度为：

$$j_D(t)=\frac{dD}{dt}=\varepsilon_0\varepsilon_\infty\frac{dE}{dt}+\frac{dP_r}{dt}=\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0\delta(t-x)+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0 f(t-x)=j_\infty(t)+j_r(t)$$

$j_\infty(t)=\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0\delta(t-x)$ 瞬时极化电流密度

$j_r(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0 f(t-x)$ 弛豫极化电流密度

其中 $f(t-x)=d\varphi(t-x)/dt$ 称弛豫函数。

二、电介质极化的时域响应

令 $y = t - x$

则 $f(y) = d\varphi(y)/dy$

$y < 0$ ， $f(y) \equiv 0$

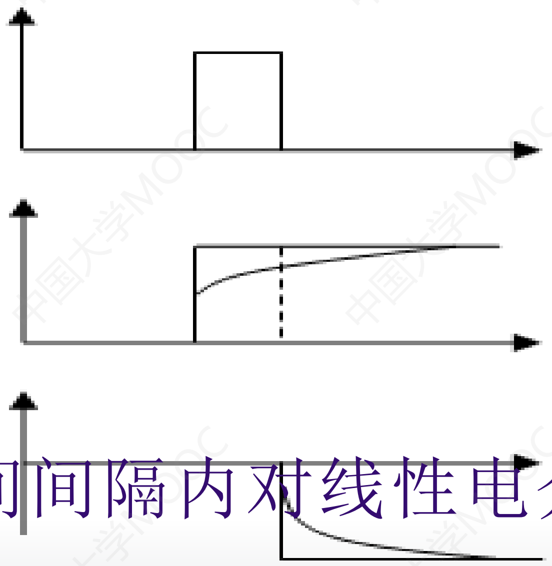
显然没有电场激励，也就没有弛豫极化响应。

$y \to \infty$， $f(y) = 0$ 即 $\lim_{y\to\infty} f(y) = 0$

可见弛豫函数 $f(y)$ 是衰减函数，它是由电介质的成分，结构以及温度等因素确定的函数，并且是归一化 $\int_0^\infty f(y)dy = 1$。 $f(y)$ 的具体形式还待根据电介质的具体情况而定。

二、电介质极化的时域响应

◆ 2.脉冲电场作用下的介质极化响应



弛豫极化强度 $P_r(t)$ 是由脉冲前沿 $E_0S(x)$ 所产生的 $P_{r1}(t)$ 和脉冲后沿 $E_0S(x+dx)$ 所产生的 $P_{r2}(t)$ 的和。

在 $x \sim x+dx$ 时间间隔内对线性电介质施加矩形脉冲 $E(t)$，可以把这个脉冲场分解成两个阶跃电场 $E_0S(x)$ 和 $E_0S(x+dx)$ 的叠加：

$$E(t)=E_0\delta(x)dx=E_0[S(x)+S(x+dx)]$$

$$P_{r1}(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0\varphi(t-x)$$

$$P_{r2}(t)=-\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0\varphi[t-(x+dx)]$$

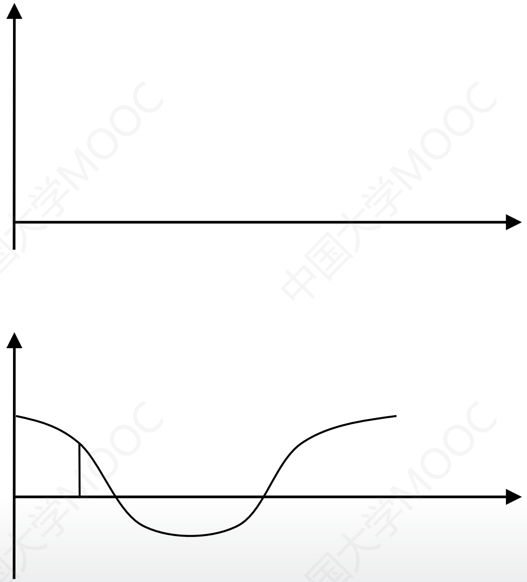
两者相加

$$P_r(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)E_0f(t-x)dx$$

二、电介质极化的时域响应

◆ 3.连续变化电场作用下的介质极化响应

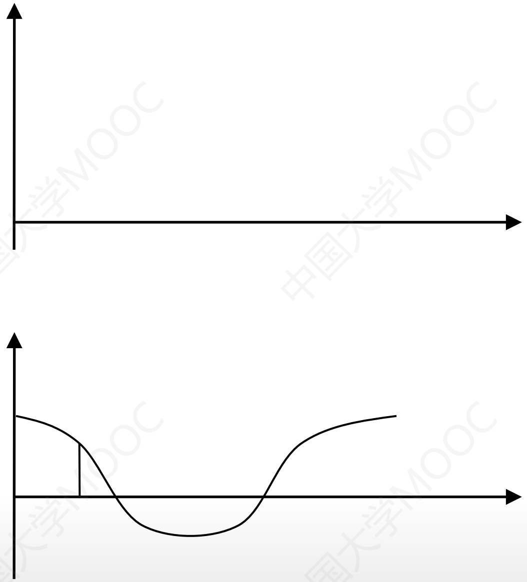
电场$E(x)$随时间 t 连续变化，可把$E(x)$分解成一系列脉冲电场响应的极化响应为$dP_r(t)$或$dD(t)$，通过积分求$P_r(t)$和$D(t)$。



二、电介质极化的时域响应

◆ 3.连续变化电场作用下的介质极化响应

对于连续变化电场$E(x)$的极化响应：



$$P_r(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_0^t f(t-x)E(x)dx$$

$$P(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_\infty-1)E(t)+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_0^t f(t-x)E(x)dx$$

$$D(t)=\varepsilon_0\varepsilon_\infty E(t)+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_0^t f(t-x)E(x)dx$$

二、电介质极化的时域响应

上述公式中，极化响应通过弛豫函数 $f(y)$ 对电场作用保持记忆还必须对过去电场作用的历史，即 $x<0$ 的情况给予考虑。

故：$$P_r(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_{-\infty}^{t} f(t-x)E(x)dx$$

改变积分变量 $y=t-x \qquad dy=-dx$

$$P_r(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_0^{\infty} f(y)E(t-y)dy$$

$$P(t)=\varepsilon_0(\varepsilon_\infty-1)E(t)+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_0^{\infty} f(y)E(t-y)dy$$

$$D(t)=\varepsilon_0\varepsilon_\infty E(t)+\varepsilon_0(\varepsilon_s-\varepsilon_\infty)\int_0^{\infty} f(y)E(t-y)dy$$

其中积分 $\int_0^{\infty} f(y)E(t-y)dy$ 是 $f(y)$ 和 $E(t)$ 的卷积，记为 $f(y)*E(t)$。

二、电介质极化的时域响应

用函数φ（t-x）表征弛豫极化的滞后程度，X是电场作用于材料的时刻，t是极化响应的时刻，故t-x代表电场作用以后的后效时间或滞后时间

$$\varphi(t-x)=\begin{cases}0 & t-x=0\\ 1 & t-x\to\infty\end{cases}$$