

一、复介电常数与频率的关系

德拜弛豫关系： $\varepsilon_r^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + i\omega\tau}$

$$\varepsilon_r'(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) / (1 + \omega^2 \tau^2)$$

$$\varepsilon_r''(\omega) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega \tau / (1 + \omega^2 \tau^2)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \varepsilon_r'' / \varepsilon_r' = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega \tau / (\varepsilon_s + \varepsilon_\infty \omega^2 \tau^2)$$

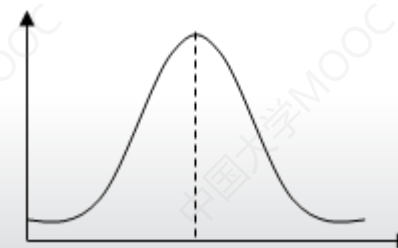
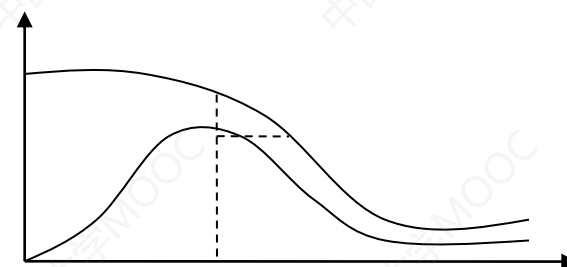
由上面的式子可见，在一定温度下：

当 $\omega = 0$ ， $\varepsilon_r' = \varepsilon_s$ ， $\varepsilon_r'' = 0$ 是恒定电场下的情况；

当 $\omega \rightarrow \infty$ ， $\varepsilon_r' = \varepsilon_\infty$ ， $\varepsilon_r'' = 0$ 是光频下的情况。

当 $\omega = 0 \sim \infty$ 之间， ε_r' 随频率下降，从静态介电常数降到光频介电常数；损耗因子则出现极大值，其条件为 $\frac{\partial \varepsilon_r''}{\partial \omega} = 0$ ，当 $\omega_m = \frac{1}{\tau}$ 取极值

$$\varepsilon_{r \max}'' = \frac{1}{2}(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \quad \varepsilon_r' = \frac{1}{2}(\varepsilon_s + \varepsilon_\infty) \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty}$$



一、复介电常数与频率的关系

由德拜方程可见：

当 $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ 时： $\epsilon_r' \sim \epsilon_s$ ， $\epsilon_r'' \sim (\epsilon_s - \epsilon_\infty)\omega\tau$ ， ϵ_r'' 大致正比于 ω ，并 $\epsilon_r'' \rightarrow 0$ ；

当 $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ 时： $\epsilon_r' \rightarrow \epsilon_\infty$ ， $\epsilon_r'' \sim \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{\omega\tau}$ ， ϵ_r'' 大致反比于 ω ， $\epsilon_r'' \rightarrow 0$ 。

在 $\omega_m = \frac{1}{\tau}$ 附近， ϵ_r' 和 ϵ_r'' 急剧变化， ϵ_r' 由 ϵ_s 过渡到 ϵ_∞ ，同时 ϵ_r'' 出现极大值
在这一频率范围内，介电常数发生剧烈变化，同时出现极化的能量耗散，
称为弥散现象，这一频率区域被称之为**弥散区域**。

一、复介电常数与频率的关系

$\tan \delta$ 与频率的关系类似于损耗因子与频率的关系, $\tan \delta$ 的极值条件为:

$$\frac{\partial \tan \delta}{\partial \omega} = 0$$

则可得: $\omega_m = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_\infty}} > \omega_m$

当 $\omega = \omega_m$ 时:

$$\epsilon_r' = \frac{2\epsilon_s \epsilon_\infty}{\epsilon_s + \epsilon_\infty} \quad \epsilon_r'' = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\epsilon_s + \epsilon_\infty} \sqrt{\epsilon_s \epsilon_\infty} \quad (\tan \delta)_{\max} = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{2\sqrt{\epsilon_s \epsilon_\infty}}$$

当 $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ 时, $\tan \delta \sim (\epsilon_s - \epsilon_\infty)\omega\tau$ 与 ω 成正比, $\tan \delta \rightarrow 0$

当 $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ 时, $\tan \delta \sim (\epsilon_s - \epsilon_\infty)/\omega\tau$ 与 ω 成反比, $\tan \delta \rightarrow 0$

当 $\omega = \omega_m$ 时, $\tan \delta$ 取极大值。

一、复介电常数与频率的关系

一定温度下介电频率特性:

①. 低频时, 电场缓慢变化, 变化的周期比弛豫时间要长得多, 极化完全来得及随电场变化, ϵ_r' 趋近静态介电常数 ϵ_s , 相应的介质损耗 ϵ_r'' 很小。

②. ω 升高, 电场周期变短, 短到可与极化的弛豫时间相比拟, $f \sim \tau$, $\omega \sim \frac{1}{\tau}$

极化逐渐跟不上电场的变化, 损耗逐渐增大, ϵ_r' 从 $\epsilon_s \rightarrow \frac{\epsilon_\infty + \epsilon_s}{2}$, ϵ_r'' 出现极值, 并以热的形式散发, 极值频率 $\omega_m \tau = 1$ 区域称弥散区域。 $0.01 < \omega \tau < 100$ 的区间称弥散区。

一、复介电常数与频率的关系

一定温度下介电频率特性:

③.高频下, 电场变化很快, 周期很短, 几乎比弛豫时间还短得多, 弛豫极化完全跟不上电场变化, 只有瞬时极化发生, $\epsilon_r' \rightarrow \epsilon_\infty$ 光频介电常数, $\epsilon_r'' \rightarrow 0$, 瞬时极化无损耗。

④.温度升高时, 弥散区域向高频方向移动, ϵ_r' 发生剧烈变化的区域向高频区移动, ϵ_r'' 和 $\tan \delta$ 的峰值向高频移动, 温度升高时, τ 减少, 可以和弛豫时间相比拟的电场周期变短, 弥散频率区域包括损耗极值频率 ω_m 和 ω_m' , $\omega_m \tau = 1$
 $\tau \downarrow, \omega_m \uparrow$ 。

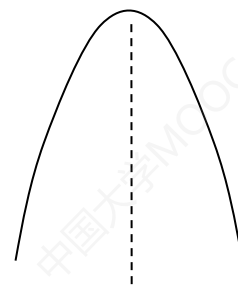
一、复介电常数与频率的关系

Cole—Cole 图

从德拜方程中消去 $\omega\tau$ ，有：
$$\left(\epsilon_r' - \frac{\epsilon_s + \epsilon_\infty}{2}\right)^2 + \epsilon_r'' = \left(\frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{2}\right)^2$$

这是一个半圆方程，圆心 $\left(\frac{\epsilon_s + \epsilon_\infty}{2}, 0\right)$ ，半径 $\frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{2}$ 。

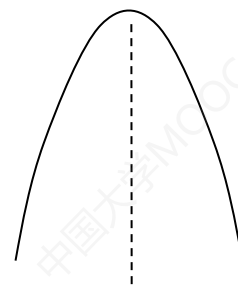
不同频率或不同温度下的 ϵ_r'' 和 ϵ_r' 间的关系图称 Cole—Cole 图。为区别起见，把德拜方程所得 $\epsilon_r'' \sim \epsilon_r'$ 半圆图称 Cole—Cole 图，一般 $\epsilon_r'' \sim \epsilon_r'$ 图称 Argand 图。



一、复介电常数与频率的关系

Cole—Cole 图的用途:

在不同频率下，测出复介电常数的实部和虚部，将测量点标在复平面上，若实验点组成一个半圆弧，则属于德拜型弛豫，可以推算弛豫时间 τ ，有些实部点对圆弧的偏离程度表明有许多电介质的介电弛豫并不属于德拜型，同时也表明了这些实验点的精确程度。



二、复介电常数与温度的关系

由于 τ 随温度变化剧烈，
因而复介电常数与温度密切相关。
所以复电常数与温度的关系，
我们可以粗略的看成 τ 变化条件下的频谱关系，
当然是倒置的。

二、复介电常数与温度的关系

弛豫时间 τ 与温度成指数关系 $\tau \sim Ae^{B/T}$ ，则对于复介电常数 ϵ_r^*

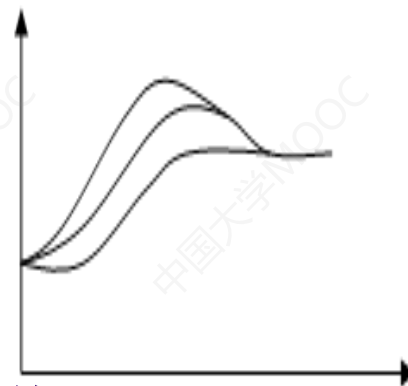
先讨论实部 $\epsilon_r'(\omega) = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty)/(1 + \omega^2 \tau^2)$

温度低， τ 很大， $\omega\tau \gg 1$ ， $\epsilon_r' \rightarrow \epsilon_\infty$ ， n_0 随温度升高略有降低；

温度高， τ 很小， $\omega\tau \ll 1$ ， $\epsilon_r' \rightarrow \epsilon_s$ ， ϵ_s 随温度升高呈反比下降，

从低温到高温， ϵ_r' 从 ϵ_∞ 升到 ϵ_s ， ϵ_r' 在温度曲线中出现一极大值

ϵ_s 随温度变化相对来说不太大，致使极大值不太尖锐。



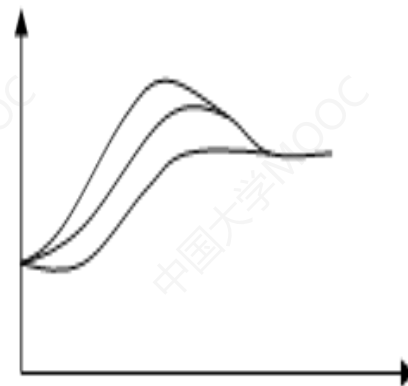
二、复介电常数与温度的关系

◆ 静态介电常数 ϵ_s 可表示为：

$$\epsilon_s = \epsilon_\infty + P_r / \epsilon_0 E$$

上式中 $P_r = n_0 \alpha_d E_e$ 为弛豫极化强度，其中
 α_d 为偶极子取向极化的弛豫极化率， $\alpha_d = a' / T$
与温度成反比，设 $E_e \approx E$ ，则：

$$\epsilon_s \approx \epsilon_\infty + \frac{a}{T}, a \equiv a' / \epsilon_0$$



二、复介电常数与温度的关系

而对于虚部 $\varepsilon_r''(\omega) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau / (1 + \omega^2 \tau^2)$

温度低, τ 大, $\omega\tau \gg 1$, $\varepsilon_r'' \sim \frac{1}{\omega\tau}$, 与 τ 成反比,

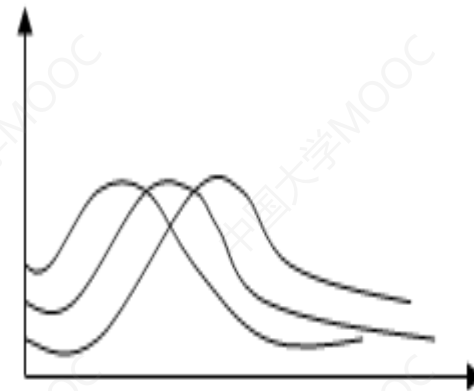
温度升高, τ 减小, ε_r'' 随温度增加而增加;

高温, τ 小, $\omega\tau \ll 1$, $\varepsilon_r'' \sim \omega\tau$, 与 τ 成正比,

ε_r'' 随温度增加而减少, $\omega\tau = 1$, 出现极大值,

ε_{rm}'' 的极值温度 T_m 。

$$\tau_m = Ae^{B/T_m} \quad T_m = \frac{B}{\ln(\frac{\tau_m}{A})} = \frac{B}{\ln \tau_m - \ln A}$$



二、复介电常数与温度的关系

$\operatorname{tg} \delta$ 的温度特性与损耗因子类似，但 $\operatorname{tg} \delta$ 的极值温度 $T_{m'}$ 比 ϵ_r'' 的极值温度 T_m 低。

当 $(\omega\tau)' = \sqrt{\epsilon_s / \epsilon_\infty}$ 时， $\operatorname{tg} \delta$ 到达极大值

$$\text{因此 } \tau_{m'} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_\infty}} > \tau_m$$

$$\text{由 } T_{m'} = \frac{B}{\ln \tau_{m'} - \ln A}$$

$$\text{可知 } T_{m'} < T_m$$

二、复介电常数与温度的关系

◆解释 ϵ_r' 和 ϵ_r'' 的温谱曲线：

温度很低，热运动很弱，热运动能量很小，极化粒子几乎处于“冻结”状态，与热运动有关的弛豫极化建立速度很慢，弛豫时间很长，完全来不及随外电场发生变化，弛豫极化难以建立，只有瞬时极化， ϵ_r' 趋于光频介电常数 ϵ_∞ ，介质损耗 ϵ_r'' ， $\tan\delta$ 很小。

二、复介电常数与温度的关系

◆解释 ϵ_r' 和 ϵ_r'' 的温谱曲线：

温度升高，极化粒子热运动能量增大，弛豫时间减少，可与外加电场变化周期相比拟，弛豫极化建立， ϵ_r' 相应增加，随着温度继续升高，弛豫时间很快降低， ϵ_r' 急剧增加，几乎趋近于静态介电常数 ϵ_s ，当 ϵ_r' 剧烈变化的同时，伴随能量损失，出现损耗极值， $\omega\tau=1$ 区域， ϵ_r'' 取极值。

二、复介电常数与温度的关系

◆解释 ϵ_r' 和 ϵ_r'' 的温谱曲线:

温度继续升高, 弛豫时间继续减少, 弛豫极化完全来得及建立 ϵ_r' , ϵ_r' 趋近于 ϵ_s , 损耗 ϵ_r'' , $\tan\delta$ 又恢复到很小。

当频率改变, ϵ_r'' , $\tan\delta$ 极值温度随频率增加向高温方向移动, 反之向低温移动, 频率升高, 电场周期变短, 弛豫时间 t 减小, T_m 升高, 出现弛豫极化温区, ϵ_r' 由 ϵ_∞ 增加至 ϵ_s 的温区, 也随之向高温方向移动, ϵ_r'' , $\tan\delta$ 峰值的温度也会相应升高。