假设分子是各向异性,具有一个对称轴, 有两个极化率分量:

 α_1 是平行于长轴的极化率

 α_2 是沿短轴方向的极化率

固有偶极矩 40平行于长轴,

各向异性极化率 $\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha_2$

平均极化率
$$\overline{\alpha} = \frac{1}{3}(\alpha_1 + 2\alpha_2)$$

这是偶极分子的电子位移极化,因此偶极 分子的极化包括电子位移极化和自由点偶 极子转向极化两部分。

在电场作用下,单个椭球偶极分子的偶极 矩在电场方向的分量 μ_E 及其在电场中的 势能 W_μ :

$$\mu_E = (\Delta \alpha \cos^2 \theta + \alpha_2)E + \mu_0 \cos \theta$$

$$W_{\mu} = -\frac{1}{2}(\Delta\alpha\cos^2\theta + \alpha_2)E^2 - \mu_0E\cos\theta$$

对于有很多分子组成的电介质,求 μ_E 的平均值

$$<\mu_{E}>=\mu_{0}<\cos\theta>+\Delta\alpha<\cos^{2}\theta>+\alpha_{2}E=\frac{\int_{0}^{\pi}\mu_{E}e^{-W_{\mu}/KT}2\pi\sin\theta d\theta}{\int_{0}^{\pi}\mu e^{-W_{\mu}/KT}2\pi\sin\theta d\theta}$$

$$\Rightarrow y = \cos \theta \qquad x = \frac{\mu_0 E}{KT} \qquad z = \frac{\Delta \alpha E^2}{2KT} \qquad \beta = \frac{2z}{x_2} = \frac{\Delta \alpha}{\mu_0^2} KT$$

$$<\cos\theta> = < y> = \int_{-1}^{1} y e^{xy+zy^2} dy / \int_{-1}^{1} e^{xy+zy^2} dy$$

$$\exp(yx + zy^2) = 1 + yx + (z + \frac{x^2}{2})y^2 + \dots$$

故
$$<\cos\theta>=< y>=\frac{x}{3}[1-(1-2\beta)\frac{x^2}{15}+.....]$$

 $<\cos^2\theta>=\frac{1}{3}+\frac{2}{45}(1+\beta)x^2+.....]$
则 $<\mu_E>=(\overline{\alpha}+\frac{\mu_0^2}{3KT})E-(1-4\beta-2\beta^2)\frac{\mu_0^4E^3}{45K^3T^3}+.....$
 $<\cos^2\theta>$ 的值从 $\frac{1}{3}$ 变到1, $\frac{1}{3}$ 是对应于随机取
向的分子,1对应于所有分子平行或反平行于
电场E的方向。

引入一个量S:
$$S = \frac{3}{2} < \cos^2 \theta > -\frac{1}{2}$$

当 $< \cos^2 \theta > = \frac{1}{3}$, $S = 0$, 随机取向;
当 $< \cos^2 \theta > = 1$, $S = 1$, 完全有序。

S从0变到1,它表示体系的取向度,称为序参数。

非球状极性分子偶极矩,在电场方向的平均值 $<\mu_E>$ 除线性项外,还有非线性项,三阶项的符号取决于 β 值。

如果 $\beta_0 = 0.224$, $1-4\beta-2\beta^2 = 0$ 在很宽的电场强度范围内, $<\mu_E>$ 随电场增大而线性地增大, 直到五阶项才开始起作用。

若 $\beta < 0.224 = \beta_0$ $, 1-4\beta-2\beta^2 > 0$ $, \beta$ 值小,固有偶极矩 μ_0 起主导作用,它对 $< \mu_E >$ 具有饱和效应,在高场或低温下,极化趋向饱和,直至偶极子趋向于电场平行为止。

若 $\beta > \beta_0 = 0.224$, $1-4\beta-2\beta^2 < 0$, β 值大,电子位移极化率各向异性, $\Delta \alpha$ 起主导作用,它对 $<\mu_E>$ 具增强效应 $<\mu_E>$ 随电场三次项非线性增加,不是线性增加,这是反饱和情况。

若
$$\beta \rightarrow \infty$$
 ($\mu_0 = 0$, 非极性分子)

$$<\mu_E>=\overline{\alpha}E+\frac{2(\Delta\alpha)^2}{45KT}E^3+....$$

随电场增加很快,这也是反饱和情况。

 $<\mu_E>$ 式中关于E的三阶项,如果它主要来源于固有偶极矩,则具有饱和效应,如果来源于各向异性极化率,则有一个增强效应(反饱和效应)。