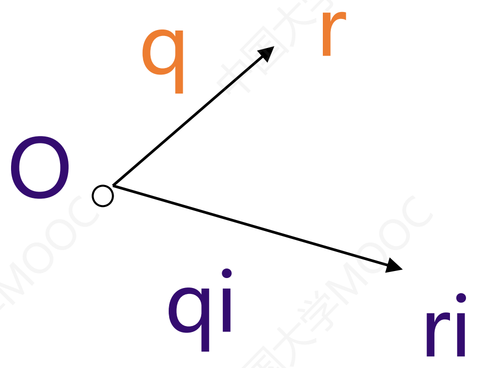
一、电矩和电偶极矩

点电荷q对某一定点O的电矩：



$$\vec{\mu} = q\vec{r}$$

（力矩　$\vec{\mu} = \vec{r} \times \vec{f}$ ）

$\vec{r}$ 是O点至q处的径向量。　$\vec{\mu} = \sum_i q_i \vec{r}_i$

一、电矩和电偶极矩

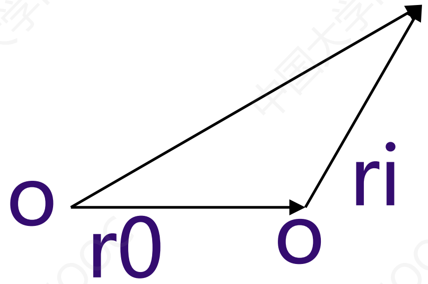
一般地，电荷系统的电矩与参考点o的位置有关。

若，$\sum_i q_i = 0$

则该电荷系统的电矩 与定点o的位置无关。

一、电矩和电偶极矩

当参考点移至，O' $\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}_i + \vec{r}_o$



系统电矩的变化量 $\Delta\vec{\mu} = \sum_i q_i(\vec{r}_i + \vec{r}_o) - \sum_i q_i\vec{r}_i = \sum_i q_i\vec{r}_o = \vec{r}_o\sum_i q_i = 0$

$\vec{\mu}$ 值不随 $\vec{r}_o$ 变化，为一恒定值 故与参考点O无关。

XJTU

一、电矩和电偶极矩

◆对于多电荷系统，引入正负电荷重心概念：

正电荷重心：$\sum_i q_{pi}\vec{r}_i = \vec{r}_p \sum_i q_{pi} = \vec{r}_p Q_p$

$\vec{r}_p = \sum_i q_{pi}\vec{r} / \sum q_{pi}$ 参考点O到正电荷重心的矢径

Q_p 为正电荷总量

一、电矩和电偶极矩

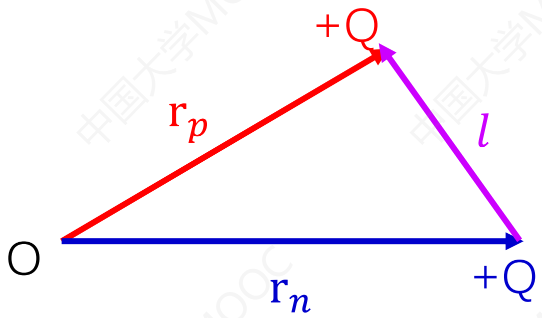
负电荷重心： $\sum_i q_{ni}\vec{r}_i = \vec{r}_n \sum_i q_{ni} = -\vec{r}_n Q_n$

$\vec{r}_n = \sum_i q_{ni}\vec{r}_i / \sum q_{ni}$ 参考点O到正电荷重心的矢径

Q_n 为负电荷总量

一、电矩和电偶极矩

正负电荷总量相等的系统：



$$Q_p = Q_n = Q$$

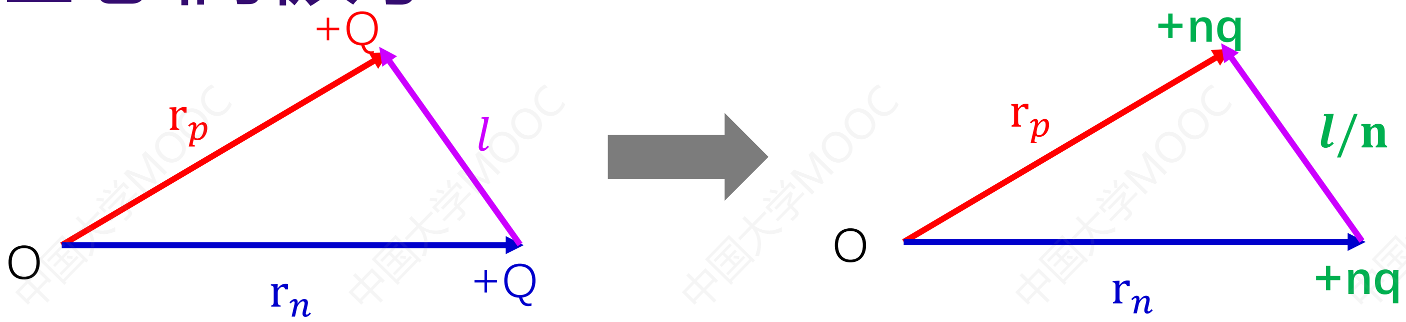
$$\vec{\mu} = Q(\vec{r}_p - \vec{r}_n) \Rightarrow \vec{\mu} = Q\vec{l}$$

$$\vec{l} = \vec{r}_p - \vec{r}_n$$

对于正负电荷总量相等的系统，其电矩被称为电偶极矩。

一、电矩和电偶极矩

◆理想偶极子

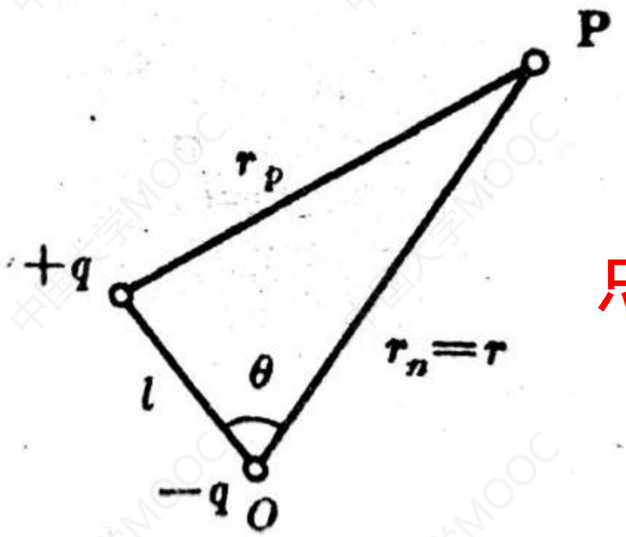


原始模型　　　　简化模型

$n\to\infty$时，偶极矩的极限仍保持 $\vec{\mu}=Q\vec{l}$

如此电荷配置，称为点偶极子或理想偶极子，其它称为实际/非理想偶极子。

二、偶极子电场



$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_n}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_n - r_p}{r_n r_p}$$

点偶极子 $\vec{l} \to 0$ $\quad r_p \approx r_n = r \quad r_n - r_p \sim l\cos\theta$

$$\varphi = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\vec{\mu}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

这种电场称偶极子电场，简称偶极电场。

二、偶极子电场

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[\vec{\mu}\cdot\vec{r}\nabla\frac{1}{r^3} + \frac{1}{r^3}\nabla(\vec{\mu}\cdot\vec{r})] \quad , \qquad \nabla\frac{1}{r^3} = -\frac{3\vec{r}}{r^5} \quad , \qquad \nabla(\vec{\mu}\cdot\vec{r}) = \vec{\mu}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{3\vec{\mu}\cdot\vec{r}\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\mu}}{r^3}]$$

点偶极子的电场强度由两分量，一个分量沿 $\vec{r}$ ，另一个方向沿 $\vec{\mu}$ 反方向。

二、偶极子电场

点偶极子产生的电势和电场随距离衰减比电荷要快。

这是相距很近的一对正负电荷相互抵消了一部分作用的结果。

二、偶极子电场

对于实际偶极子，与点偶极子比较，场点 P 很远，r 很大，$r_p \approx r_n = r$，$r >> l$，仍有 $r_n - r_p \sim l\cos\theta$

二、偶极子电场

相同：它们的电场与电势表达式一样

$$\varphi = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

不同：点偶极子除原点外，全部空间均合适，实际偶极子只有在 r >> l 远离原点的地方才适合，实际偶极子的远处场才是偶极场，才被看成点偶极子。

二、偶极子电场

在直角坐标中，$\vec{E}$ 分解为：

$$E_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3x^2-r^2}{r^5}\mu_x+\frac{3xy}{r^5}\mu_y+\frac{3xz}{r^5}\mu_z\right)\quad E_y=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3xy}{r^5}\mu_x+\frac{3y^2-r_2}{r^5}\mu_y+\frac{3yz}{r^5}\mu_z\right)$$

$$E_z=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3xz}{r^5}\mu_x+\frac{3yz}{r^5}\mu_y+\frac{3z^2-r^2}{r^5}\mu_z\right)$$

当 $\vec{\mu}$ 与 z 轴平行， $\mu_z=\mu$ ， $\mu_x=\mu_y=0$ 　 $E_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3xz}{r^5}\mu$ 　 $E_y=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3yz}{r^5}\mu$

$$E_z=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3z^2-r^2}{r^5}\mu\right)$$

三、多极子

◆ 多极子：由2n / 2个正负点电荷按某种结构组成的电荷系统。

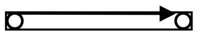
多极子有单极子，偶极子，四极子，八极子等一系列电荷系统。

三、多极子

单极子：一个电荷 –q

单极子

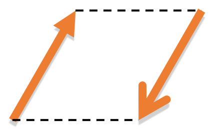
偶极子：两个电荷



偶极子

三、多极子

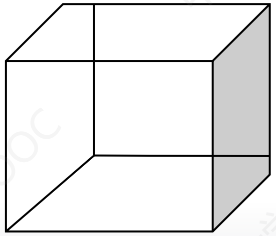
四极子：两个相同的反平行排列的偶极子，是一个平行四边形。



四极子

三、多极子

八极子：两个相同的反平行排列的四极子，是一个平行六面体。



八极子

三、多极子

2^0表示单极子，　　2^1表示偶极子，

2^2表示四极子，　　2^3表示八极子，

2^n表示2^n极子（通式2^n极子）。

三、多极子

◆多极矩张量

单极子的单极矩是电量Q,标量，0阶张量。

偶极子的偶极矩是矢量$\vec{\mu}$,一阶张量，在三维空间，有三个分量。

三、多极子

四极子的四极矩是二阶张量，有$3^2=9$个分量。

八极子的八极矩是三阶张量，有$3^3=27$个分量。

2^n极子的2^n极矩是n阶张量，有3^n个分量。

三、电势

◆ 多极子可用多极强度来衡量

多极强度是标量。

三、多极子

单极子的单极强度是电量q。

偶极子的偶极强度是偶极矩的模ql 。

三、多极子

四极子的四极强度是ql_1l_2，l_1和l_2 是四极子平行四边形的边长。

八极子的四极强度是$ql_1l_2l_3$，l_1，l_2 和 l_3是八极子平行六面体的三边长。