

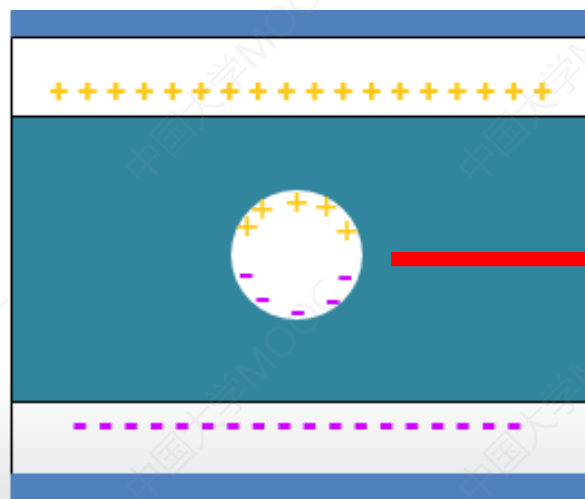
1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

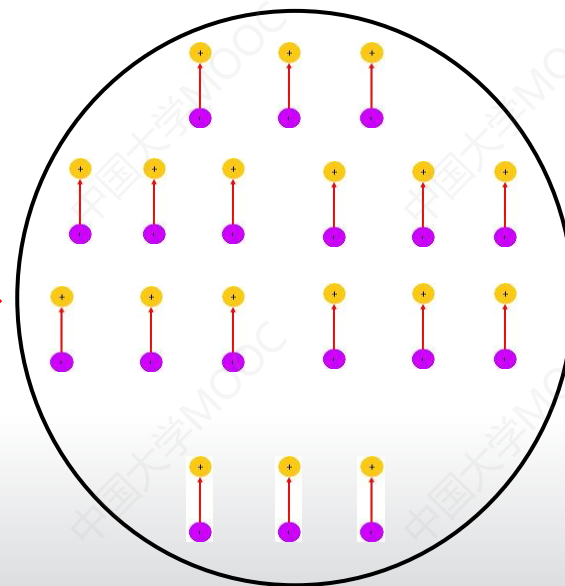
有效电场是作用于极化粒子上的局域电场。
历史上很多学者提出了不少计算有效场模型，
其中以Lorentz模型和Onsager模型著名。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场



假设电介质均匀极化



1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

$$\vec{E}_e = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



极板上自由电荷形成的电场 E_0 。

球外电介质连续均匀媒质产生的电场 E_1 。

球内电介质是不连续的极化粒子产生电场求和为 E_2 。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

求得 E_0



$$E_0 = \frac{q/A}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{D}{\epsilon_0}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

E1包括两部分:

- (1) 平板介质上的极化电荷
在真空中的场强 $\vec{E}_p = -\vec{P}/\epsilon_0$
- (2) Lorentz球表面极化电荷
在真空中产生的场强 \vec{E}'_p

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

假定球外仍保持均匀电场 $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$ 不变，
球表面上极化强度为 \vec{P} 。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

球面上极化面密度 $\sigma_p = \sigma_n = P \cos\theta$

把球面分成圆环，其面积 $ds' = 2\pi a^2 \sin\theta d\theta$

其电荷 $dq'_p = \sigma_p ds' = P 2\pi a^2 \sin\theta \cos\theta d\theta$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

平行于E方向的分量

$$dE'_{p\parallel} = \frac{dq'_p}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cos\theta = \frac{P \sin\theta \cos^2\theta d\theta}{2\epsilon_0}$$

$$E'_{p\parallel} = \int dE'_{p\parallel} = \frac{P}{2\epsilon_0} \int_0^\pi \sin\theta \cos^2\theta d\theta = \frac{P}{3\epsilon_0}$$

$$E'_P = E'_{p\parallel} = P/3\epsilon_0$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

求得 E_1



$$E_1 = E_p + E'_p = -\frac{P}{\epsilon_0} + \frac{P}{3\epsilon_0}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

E_2 是球内极化粒子作用于球心极化粒子上的电场，不能看作是连续介质，而作宏观处理，只能根据物质结构而定，但很难直接计算。
除 $E_2 \approx 0$ 或 $E_2 = 0$ 外，其它电介质的 E_2 难以计算。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

几种典型的 $E_2 = 0$ 的介质:

(1) 对于由相同原子组成的简立方晶体, 感应偶极矩取 z 轴方向, 所有原子可看成互相平行的点偶极子。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

一个点偶极子在球心产生的电势：

$$\varphi_i = \frac{\mu_i \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} = \frac{\mu_i z_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

偶极子 μ_i 在O点沿外电场 (z轴) 产生电场:

$$E_{zi} = -\frac{\partial \varphi_i}{\partial z_i} = \frac{3\mu_i z_i^2 - \mu_i r_i^2}{4\pi\epsilon_0 r_i^5}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

其它极化原子形成的电矩均沿外电场方向排列，在O点产生电场：

$$E_2 = \sum_i \frac{3\mu_i z_i^2 - \mu_i r_i^2}{4\pi\epsilon_0 r_i^5}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

同样原子组成的简立方晶体，在外场作用下，各原子感应电矩相等，由于立方晶体的对称性，在球内有这样的几何关系式：

$$\sum \frac{z_i^2}{r_i^5} = \sum \frac{y_i^2}{r_i^5} = \sum \frac{x_i^2}{r_i^5} \qquad 3 \sum \frac{z_i^2}{r_i^5} = \sum \frac{r_i^2}{r_i^5}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

对立方晶体: $E_2 = 0$ 。

对体心立方, 面立方, NaCl型, 金刚石型
(两个面心立方沿对角线位移1/4长度套构)
结构晶体, $E_2 = 0$ 。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

绝不能认为所有立方结构的晶体， E_2 都等于零。例如钙钛矿虽属立方结构，但其中氧周围并不是立方对称的，是氧八面体， E_2 不为零。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

(2) 气体：极性分子 (CO , H_2O 蒸汽) 和非极性分子 (CO_2 , N_2 , He) 组成的气体，密度小，分子间距大，在标准状况下，一个空气分子平均占据的空间，约为分子本身体积的 3×10^4 倍。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

分子内部各原子之间的作用，比分子间的相互作用强得多，可将每个分子视为一个近独立子系统，各分子无规则混乱分布相互作用可以忽略，可以认为 $E_2 = 0$ 。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

(3) 非极性液体（苯，四氯化碳），弱极性分子组成的液体（甲苯，二甲苯），在外电场作用下，感应偶极矩大小相等，均沿外电场排列。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

液体本身无一定形状，因而分子在Lorentz球内各处出现的几率相等，无规则混乱分布，可看作对称分布，故在Lorentz球内， $E_2 = 0$ 。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

对于极性液体 (H_2O) 和固体电介质, 由于偶极分子作用较强, E_2 不等于0。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

现设 $E_2 = 0$ ，则有效场为：

$$E_e = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} + \frac{P}{3\varepsilon_0} = E + \frac{P}{3\varepsilon_0}$$

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

求得:



$$\vec{E}_e = \frac{\epsilon_r + 2}{3} \vec{E}$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场也可以这样求得：

在均匀介质中，挖取了一个半径为 a 的球体，
在电介质中，留下了一个真空球腔，球腔内的
电场强度为 E_e 。

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场也可以这样求得：

将一个同样介质球体（其退极化电场 $E_p = -P/3\epsilon_0$ ）填充到这个球腔上，那么球心处的电场就是介质宏观平均电场 E 为：

$$E_e + E_p = E$$

1.5.1 洛伦兹 (Lorentz) 有效电场

◆ Lorentz有效电场

$$E_e = E - E_p = E + \frac{P}{3\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_r + 2}{3} E$$