一、复合电介质

◆复合电介质

复合电介质是一种非均匀介质，它是两种或两种以上不同组分和结构组成的介质。

一、复合电介质

计算其介电常数：

（1）理想复合电介质（电导率 $\gamma = 0$）

并联：

$$C = C_1 + C_2$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 A_1}{d} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 A_2}{d}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e (A_1 + A_2)}{d}$$

一、复合电介质

ε_e为复合电介质等效介电常数，有

$$\varepsilon_e(A_1+A_2)=\varepsilon_1 A_1+\varepsilon_2 A_2$$

$$\varepsilon_e=\varepsilon_1\frac{A_1}{A_1+A_2}+\varepsilon_2\frac{A_2}{A_1+A_2}=\varepsilon_1 y_{1P}+\varepsilon_2 y_{2P}$$

$$y_{1P}=\frac{A_1}{A_1+A_2} \qquad y_{2P}=\frac{A_2}{A_1+A_2} \qquad y_{1P}+y_{2P}=1$$

一、复合电介质

串联：

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}=\frac{1}{C_2} \qquad C=\varepsilon_0\varepsilon_e A/(d_1+d_2)$$

$$\frac{d_1+d_2}{\varepsilon_e}=\frac{1}{\varepsilon_1}d_1+\frac{1}{\varepsilon_2}d_2 \qquad \frac{1}{\varepsilon_e}=\frac{1}{\varepsilon_1}y_{1S}+\frac{1}{\varepsilon_2}y_{2S}$$

$$y_{1S}=\frac{d_1}{d_1+d_2} \qquad y_{2S}=\frac{d_2}{d_1+d_2}$$

$$y_{1S}+y_{2S}=1$$

一、复合电介质

两组分复合介质中的电场：

并联：$E = \dfrac{u}{d}$

串联：在双层介质界面上

$$D_1 = D_2 \quad \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 \qquad u = u_1 + u_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 u}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} \qquad E_2 = \frac{\varepsilon_1 u}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1}$$

一、复合电介质

对于m种介质并联 $\varepsilon_e = \sum_{i=1}^{m} y_{iP}\varepsilon_i$

对于m种介质串联 $\dfrac{1}{\varepsilon_e} = \sum_{i=1}^{m} \dfrac{1}{\varepsilon_i} y_{iS}$

实际复合介质是几种组分混乱分布或统计分布的混合物，这种统计混合物的介电常数值在并联和串联模型计算值之间。

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\varepsilon_i} y_{iS}} \le \varepsilon_e \le \sum_{i=1}^{m} y_{iP}\varepsilon_i$$

一、复合电介质

（2）实际双层电介质（电导率γ不等于零，存在一定数量的偶极子）

加上电压 u　　$\varepsilon_1 E_1(t) = \varepsilon_2 E_2(t)$

稳态时　　$j = \gamma_1 E_1(t) = \gamma_2 E_2(t)$

一、复合电介质

在达到稳态之前，双层介质的电场随时间发生变化，其传导电流密度随时间发生变化：

$$j_1(t) = \gamma_1 E_1(t) \qquad j_2(t) = \gamma_2 E_2(t) \qquad j_1(t) \neq j_2(t)$$

一、复合电介质

双层介质内传导电流密度不相等，必然在介质的分界面上形成自由电荷聚集。造成电介质中电荷的不均匀分布——空间电荷极化，称夹层极化，$j_1(t)-j_2(t)$ 就是单位时间内聚集在单位界面面积上的电荷。

一、复合电介质

尽管传导电流在界面上不连续，但全电流连续

$$j=\gamma_1 E_1(t)+\varepsilon_0\varepsilon_1\frac{dE_1}{dt}=\gamma_2 E_2(t)+\varepsilon_0\varepsilon_2\frac{dE_2}{dt}$$

传导电流　　　　位移电流

一、复合电介质

直流电场：
$$u = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

解得：
$$E_1(t) = \frac{\gamma_2}{d_1\gamma_2 + d_2\gamma_1}u + \left(\frac{\varepsilon_2}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} - \frac{\gamma_2}{d_1\gamma_2 + d_2\gamma_1}\right)ue^{-t/\tau}$$

$$E_2(t) = \frac{\gamma_1}{d_1\gamma_2 + d_2\gamma_1}u + \left(\frac{\varepsilon_1}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} - \frac{\gamma_1}{d_1\gamma_2 + d_2\gamma_1}\right)ue^{-t/\tau}$$

$$j = \frac{\gamma_1\gamma_2}{d_1\gamma_2 + d_2\gamma_1}u + \frac{(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)^2 d_1 d_2 ue^{-t/\tau}}{(d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1)^2(d_1\gamma_2 + d_2\gamma_1)}$$

$$\tau = \frac{d_1\varepsilon_0\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_0\varepsilon_1}{d_1\gamma_2 - d_2\gamma_1}$$

一、复合电介质

在全电流密度表达式中，第二项与时间有关，指数形式，最后趋于零，与界面上电荷的积聚有关，表明夹层极化的建立过程。

一、复合电介质

第一项为传导电流密度，设双层介质中平均电场为 $\bar{E}$ ， $u=(d_1+d_2)\bar{E}$

等效电导率 $\gamma=\dfrac{\gamma_1\gamma_2(d_1+d_2)}{d_1\gamma_2+d_2\gamma_1}$

$$\Delta j=j_1(t)-j_2(t)=\frac{\gamma_1\varepsilon_2-\gamma_2\varepsilon_1}{d_1\varepsilon_2+d_2\varepsilon_1}ue^{-t}$$

双层介质界面上自由电荷面密度

$$\int_0^\infty[j_1(t)-j_2(t)]dt=\frac{\varepsilon_0(\gamma_1\varepsilon_2-\gamma_2\varepsilon_1)}{d_2\gamma_1-d_1\gamma_2}u$$