一、复介电常数

◆ 复介电常数

在讨论电介质极化弛豫特性时，需引入复介电常数 ε_r^* 的概念。

以一平行板电容器为例，真空电容为：

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

加交变电场

$$j_0 = \frac{dD_0}{dt} = i\omega\varepsilon_0 \dot{E} e^{i\omega t}$$

写成相量 为： $\dot{j}_0 = i\omega\varepsilon_0 \dot{E}$

它与电场相位差为 π/2，在电场方向上无电流，没有损耗。

一、复介电常数

◆ 复介电常数

若两极间填充理想电介质，它与真空的唯一区别为其相对介电常数ε_r，其相关物理量为真空的ε_r倍：

$$C=\varepsilon_r C_0$$

$$\dot{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\dot{E}$$

$$j=i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\dot{E}=\varepsilon_r j_0$$

$\dot{D}$ 与 $\dot{E}$ 同相位， j 与 j_0 相差 ε_r 倍，其与电场相位差仍为 $\frac{\pi}{2}$ 也是非损耗性无功的能位移电流密度，因为在电场方向上没有电流，故没有损耗，这是位移电流特点之一。

一、复介电常数

◆ 复介电常数

给电容器充以实际电介质（极性电介质或弱电导性的，或两者兼有）电介质内部产生热量，其内部有能量损耗，

电流与电场的位相不会恰是π/2，存在一个在电场方向的有功电流分量 $\gamma\dot{E}$ ， γ 为介质的等效电导率. 这种能量损耗是由电荷运动造成的。

一、复介电常数

◆ 复介电常数

给电容器充以实际电介质（极性电介质或弱电导性的，或两者兼有）电介质内部产生热量，其内部有能量损耗，

电流与电场的位相不会恰是 $\pi/2$，存在一个在电场方向的有功电流分量 $\gamma\dot{E}$，γ 为介质的等效电导率. 这种能量损耗是由电荷运动造成的。

一、复介电常数

◆ 其中包括自由电荷和束缚电荷，实际电介质并不是理想的绝缘体，其内部存在或多或少地自由电贺，自由电荷在电场作用下定向迁移，形成能导电电流—漏导电流，漏导电流与电场频率无关。

◆ 束缚电荷移动时，可能发生磨擦或非弹性碰撞，从而损耗能量，形成等效的有功电流分量，它与电场频率有关。

一、复介电常数

对比上面两个位移电流密度公式$\gamma^{*} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^{*}$

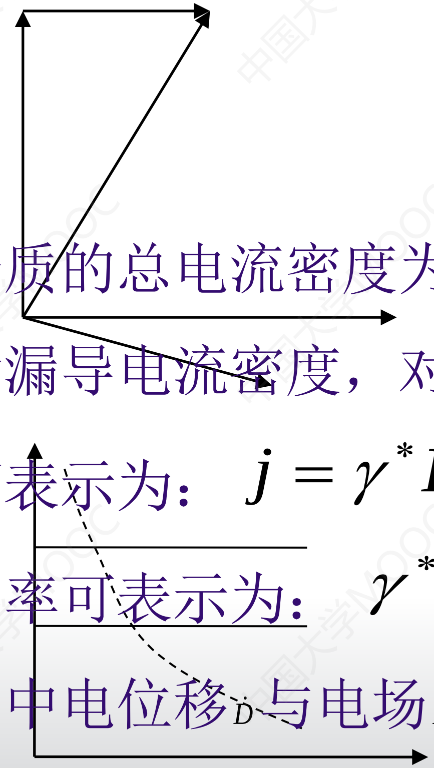
则复介电常数表示为： $\varepsilon_r^{*} = \varepsilon_r - \dfrac{i\gamma}{\omega\varepsilon_0} = \varepsilon_r^{'} - i\varepsilon_r^{''}$

实部 $\varepsilon_r^{'} = \varepsilon_r(\omega)$ 称电容项

虚部 $\varepsilon_r^{''} = \gamma / \omega\varepsilon_0$ 称损耗项

它们都依赖与频率，只有当$\omega \to 0$， $\varepsilon_r^{'}$才是静态介电常数。

全电流密度与位移电流密度之间形成 δ 角，称为介质损耗角。



实际电介质的总电流密度为： $\dot{j} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \dot{E}$

第二项为漏导电流密度，对应直流电导率

上式也可表示为： $\dot{j} = \gamma^{*}\dot{E}$

则复电导率可表示为： $\gamma^{*} = \gamma + i\omega\varepsilon_0\varepsilon$

实际介质中电位移$\dot{D}$与电场$\dot{E}$的关系为： $\dot{D}$

实际介质的位移电流密度为： $\dot{j} = \dfrac{d\dot{D}}{dt} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon$

一、复介电常数

从以上的讨论可见,$\dot{D}$ 与 $\dot{E}$ 不同相，位相相差 δ,这个相位角是由电介质中有功电流密度分量 $\gamma\dot{E}$ 引起的。

损耗角正切可表示为： $tg\delta=\dfrac{\gamma\dot{E}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^{'}\dot{E}}=\dfrac{\gamma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^{'}}=\varepsilon_r^{''}/\varepsilon_r^{'}$

在交变电场中的电介质，复介电常数的实部 $\varepsilon_r^{'}$ 随频率变化，这种现象在介质理论中称“弥散”现象，这种现象的本质，在于电极化的建立需要一个过程，由于极化的惯性或滞后性，在不同频率电场中，极化可能来不及响应或完全来不及响应电场的变化。

一、复介电常数

◆ 介质损耗

介质在直流电场中，单位体积单位时间所消耗的能量为：

$$W=\gamma_0 E^2$$

静电场中电介质单位体积中存储的能量为 $W_s=\frac{1}{2}\varepsilon_s E^2$，其中 γ_0 与 ε_s 是直流静电场的电介质特性参数。

在交变电场中，介质损耗功率，即单位时间单位体积中损失的能量可表示为：

$$W=\frac{1}{T}\int_0^T j\cdot E dt=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega}E\cdot\frac{\partial D}{\partial t}dt$$

一、复介电常数

◆ 介质损耗

则： $j = \frac{\partial D}{\partial t} = -\omega D_0 \sin\omega t \cos\delta + \omega D_0 \cos\omega t \sin\delta$

上式第一项与电场 E 的相位差是$\frac{\pi}{2}$，这部分不会引起介质中的能量损耗；第二项与电场E 同相位，会引起能量损耗：

$$W = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \omega D_0 \cos\omega t \sin\delta E_0 \cos\omega t dt = \frac{\omega}{2} D_0 E_0 \sin\delta$$

一、复介电常数

用复介电常数来表示介质损耗：

$$\varepsilon_r' = \frac{D_0}{\varepsilon_0 E_0}\cos\delta \qquad \varepsilon_r'' = \frac{D_0}{\varepsilon_0 E_0}\sin\delta$$

$$j = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^* E = (i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r' + \omega\varepsilon_0\varepsilon_r'')E$$

第一项与电场相差$\frac{\pi}{2}$相位，为无功分量。

第二项与电场同相位，为损耗分量或有功分量，

$\gamma = \omega\varepsilon_r''\varepsilon_0$为等效电导率，交变电场下，

介质单位时间单位体积内耗散的能量为： $W = \frac{\omega}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r'' E_0^2$

一、复介电常数

在交变电场下，介质消耗的能量与ε_r''成正比，ε_r''称损耗因子。

用$tg\delta$来表征交变电场中损耗特性，具有两个优点：

(1). $tg\delta$值可以和介电常数ε_r'同时直接测量，且一般只需来用通用的电桥法和振谐法测量；

(2). $tg\delta$值与测量试样大小与形状均无关，为电介质自身属性。

一、复介电常数

◆ 介质损耗的机制，主要有三种：

1．介质不是理想绝缘体，不可避免地存在漏电导，产生漏导损耗：

$$tg\delta=\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^{'}}=\frac{\gamma}{2\pi f\varepsilon_0\varepsilon_r^{'}}=1.8\times10^{10}\frac{\gamma}{f\varepsilon_r}$$

漏导引起的介质损耗 $tg\delta$ 与频率 f 成反比，高频下电介质不会出现发热严重。极化强度 P 与介电常数 $\varepsilon_r^{'}$ 与频率无关，在频率不太高时，介质中微弱导电产生的漏电电流在损耗中占主要地位。

一、复介电常数

◆ 介质损耗的机制，主要有三种：

2．当电场变化频率超过一定限度时，电介质中的慢极化（约$10^{-4}\sim10^{-9}s$）来不及建立而产生极化滞后现象，介质的极化强度 P 滞后于电场 E，将消耗一部分能量，形成介质损耗。

这部分由慢极化产生的介质损耗是电介质在交变电场中产生的介质损耗的主要部分。$tg\delta$ 在一频率下当频率增加时而增大，出现最大值，这种现象称“反常分散”，这是由于慢极化、弛豫极化所致

一、复介电常数

◆ 3.原子、离子或电子的振动所产生的共振效应

在红外到紫外的光频范围内，光在介质中传播的相速及介质折射率 n 依赖于频率变化，称之色散现象。

根据电磁场理论，色散的存在同时伴随着能量的耗散

色散总是同时存在吸收。

内层电子具有$10^{19}\,Hz$的临界频率（x 射线范围），高于$10^{19}\,Hz$，材料不出现极化效应，此时$\varepsilon_r=\varepsilon_0$，频率低于内层电子的共振频率，电子受电磁场中的电分量作用，使材料极化$\varepsilon_r>1$。

若电磁场的频率低于价电子的共振频

从紫外（$0.1\mu m$）到达红外（$1\mu m$）的

参与电介质的极化。

同一类型的“共振”过程在分子内和

如果频率低于原子共振频率（$10^{12}\sim10^{13}\,Hz$）则出现一种新型

即恢复力不是弹性具有粘滞性特点，这一特点

有关。

XJTU

一、复介电常数

- 用理想电路元件组成的各种等效电路在交变电场作用下的频率响应与实际电介质在交变电场作用下的频率响应一致，可通过等效电路来描述电介质内部物理过程。
- **理想电路元件**：电容 C，电导 G，电阻 R 和电感 L 的值不随频率变化的元件。

简单等效电路

◆ C_0-R并联电路

C_0-R_0并联电路如右图所示。在交变电压U（ω）作用下，其电流可表示为：$I(\omega)=I_R+I_C=(\frac{1}{R}+i\omega C^{'})u(\omega)=y(\omega)u(\omega)$

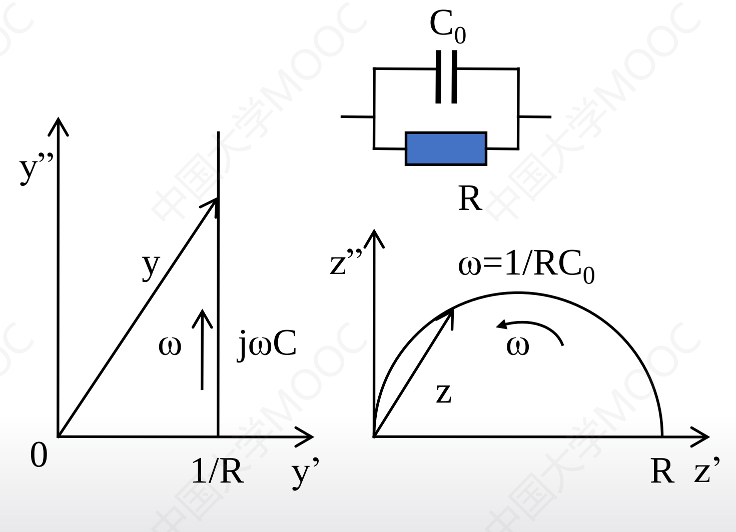
则导纳可表示为：

$$y^*(\omega)=\frac{1}{R}+i\omega C^{'}=y^{'}+iy^{"}=i\omega(\varepsilon_r^{'}-\frac{i}{R\omega C_0})$$

$$y^{'}=\frac{1}{R},\quad y^{"}=\omega C^{'}=\omega\varepsilon_r^{'}C_0$$

复电容可表示为：

$$C^*=(\varepsilon_r^{'}-\frac{i}{R\omega C_0})C_0=\varepsilon_r^*C_0=C^{'}-iC^{"}$$



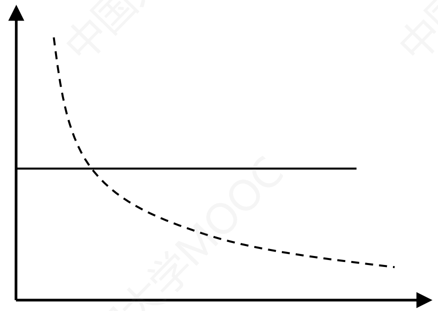
C-R并联电路及其导纳、阻抗图

简单等效电路

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' - i\varepsilon_r'' = \varepsilon_r' - \frac{i}{R\omega C_0}$$

$$\varepsilon_r' = \varepsilon_r' \qquad \varepsilon_r'' = \frac{1}{R\omega C_0}$$

$$C' = \varepsilon_r' C_0 \qquad C'' = \frac{1}{R\omega} = \varepsilon_r'' C_0$$



相当于C_0—R并联电路，复介电常数ε_r^*的实部与介电常数相同，其虚部相当于再电容器上并联了一个等效电阻R，R小，ε_r''越大，γ大，在同样交流电压下，旁路引起的损耗就大，虚部标志了电介质损耗，这种损耗描述了电介质漏电电流引起的损耗，电介质微小电导作用就好象电容器并联了一个电阻。

简单等效电路

电路的阻抗可表示为：

$$Z^*(\omega)=\frac{1}{y(\omega)}=\frac{1}{\frac{1}{R}+i\omega C'}=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R^2}+\omega^2C'^2}-i\frac{\omega C'}{\frac{1}{R^2}+\omega^2C'^2}=Z'(\omega)-iZ''$$

$$Z'(\omega)=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R^2}+\omega^2C'^2},\qquad Z''(\omega)=\frac{\omega C'}{\frac{1}{R^2}+\omega^2C'^2}$$

由上式可见：

$\omega=0$ $\quad Z'(0)=R$ $\quad Z''(0)=0$

$\omega\to\infty$ $\quad Z'(\infty)=0$ $\quad Z''(\infty)=0$

由 $dZ''/d\omega=0$ 可得

当 $\omega=\frac{1}{RC}$ 时 有 $Z''_{\max}=\frac{R}{2}$ $\quad \tau=RC'$

复阻抗还可表为： $Z^*(\omega)=R\frac{1-i\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2},(\tau=RC')$

简单等效电路

对复阻抗的实部和虚部消去ωC′，则:

$$(Z' - \frac{R}{2})^2 + Z''^2 = (\frac{R}{2})^2$$

这是一个半圆方程，在阻抗复平面中:

圆心坐标为:（R/2,0）

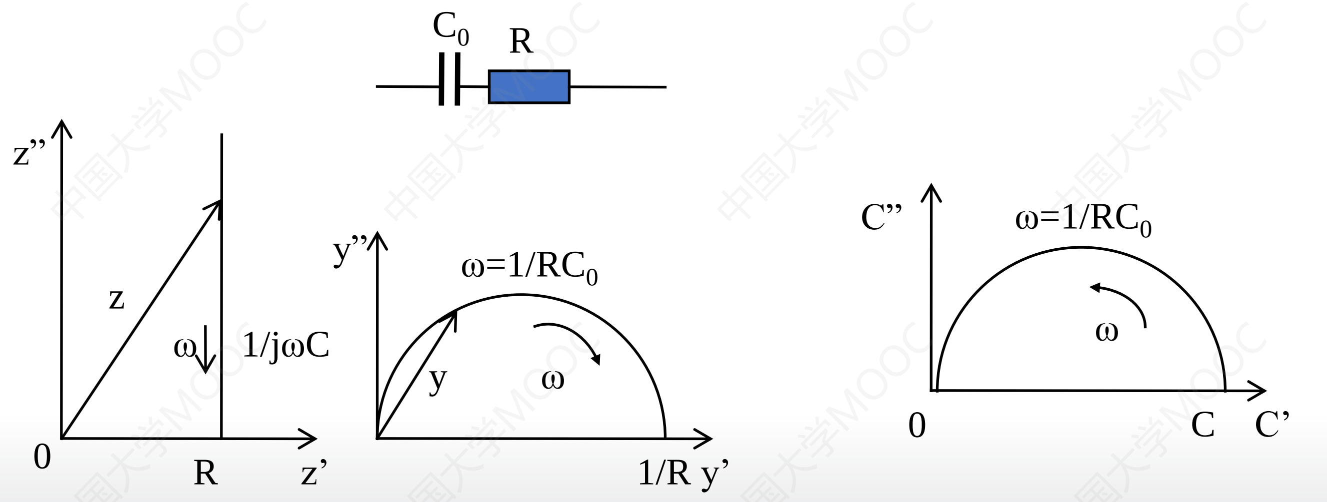
半径为：R/2

漏导较大的电介质，在交变场下的响应与并联等效电路的频率响应类似。

简单等效电路

◆ C_0—R 串联电路

C_0—R串联等效电路如下图所示：



C-R串联电路及其导纳、阻抗图

C-R串联电路的复电容量

简单等效电路

$$I_R(\omega)=\frac{u_R(\omega)}{R}=I_{C'}=i\omega C'u_{C'}(\omega)=I(\omega)$$

$$u(\omega)=u_R+u_{C'}=I_R(\omega)R+\frac{1}{i\omega C'}I_{C'}=(R-\frac{i}{\omega C'})I(\omega)$$

$$I(\omega)=\frac{1}{R-\dfrac{i}{\omega C'}}u(\omega)=y(\omega)u(\omega)$$

导纳为：

$$y^*(\omega)=\frac{1}{R-\dfrac{i}{\omega C'}}=\frac{R\omega^2C'^2+i\omega C'}{1+R^2\omega^2C'^2}=\frac{R^2\omega^2C'^2}{1+R^2\omega^2C'^2}+\frac{\omega C'^2}{1+R^2\omega^2C'^2}=y'(\omega)+iy''(\omega)$$

$$y'(\omega)=\frac{R^2\omega^2C'^2}{1+R^2\omega^2C'^2},\quad y''(\omega)=\frac{\omega C'^2}{1+R^2\omega^2C'^2}$$

简单等效电路

串联等效电路描述了电介质在交变电压下极化所产生的损耗，好象极化过程存在某种摩擦力，它所涉及的是与电导无关的纯粹介电响应问题，ε_r' 和 ε_r'' 与频率的关系是典型的弛豫型关系，

复电容可表示为

$$C^* = \varepsilon_r^* C_0 = \frac{\varepsilon_r (1 - i\omega\tau)}{1+\omega^2\tau^2} C_0 = C' - iC''$$

实 部：

$$\varepsilon_r' = \frac{\varepsilon_r}{1+\omega^2\tau^2} \qquad C' = \frac{\varepsilon_r C_0}{1+\omega^2\tau^2}$$

虚 部：

$$\varepsilon_r'' = \frac{\omega\tau\varepsilon_r}{1+\omega^2\tau^2} \qquad C'' = \frac{\omega\tau\varepsilon_r C_0}{1+\omega^2\tau^2}$$

消去 $\omega\tau$，

得

$$\left(C' - \frac{\varepsilon_r C_0}{2}\right)^2 + C''^2 = \left(\frac{\varepsilon_r C_0}{2}\right)^2$$

当

$$\omega = 0 \qquad C'(0) = \varepsilon_r C_0 \qquad C''(0) = 0$$

$$\omega \to \infty \qquad C'(\infty) = 0 \qquad C''(\infty) = 0$$

阻抗：

$$Z^*(\omega) = R - \frac{i}{\omega C'} = Z' - iZ''$$