

一、电介质极化

◆概念辨析

a.均匀电介质:

电介质的性质不随空间坐标发生变化。

b.各向同性电介质:

电介质的参数不随场量方向发生变化。

c.线性电介质:

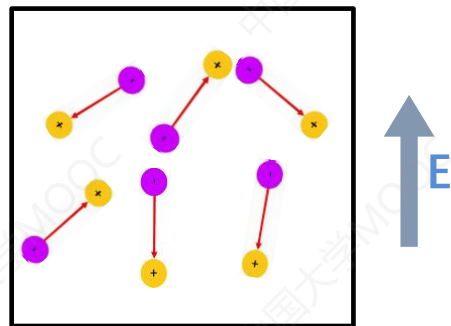
电介质的参数不随场量数值发生变化。

一、电介质极化



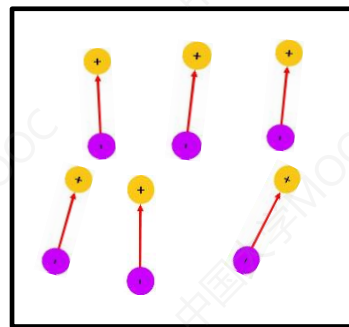
正负电荷中心分离，产生偶极矩。

一、电介质极化



电介质内分布偶极矩
在外加电场 E 下旋转。

一、电介质极化



电介质内部产生偶极矩
极化现象

一、电介质极化

用极化强度矢量 \vec{P} 来表示电极化强度

$$\vec{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{\mu}}{\Delta V}$$

\vec{P} 表示单位体积内的感生偶极矩

$\vec{\mu}$ 为极化粒子的感生偶极矩，单位：C/m²

二、极化电荷及其建立的电场

◆极化电荷及退极化电场

电介质极化产生的感应偶极矩作为场源，
在电介质外部空间和内部建立电场。

二、极化电荷及其建立的电场

设电介质体积为 V' ，在 V' 内 r' 处的体积元 dV' 中感应偶极矩 $\vec{P}(r) dr'$ ，在电介质以外的场点 r 处的电势：

$$d\phi_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{R}_0}{R^2} dV'$$

二、极化电荷及其建立的电场

V' 内全部感应偶极矩在场点 r 处的电势

$$\phi_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{R}_0}{R^2} dV'$$

二、极化电荷及其建立的电场

$$\nabla \frac{1}{R} = -\nabla' \frac{1}{R} = -\frac{\vec{R}_0}{R^2} \quad \phi_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \vec{P}(\vec{r}') \cdot \nabla' \frac{1}{R} dV'$$



$$\nabla' \left(\frac{1}{R} \vec{P}(\vec{r}') \right) = \frac{1}{R} \nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}') + \vec{P}(\vec{r}') \cdot \nabla' \frac{1}{R}$$

$$\phi_p(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \nabla' \cdot \left[\frac{1}{R} \vec{P}(\vec{r}') \right] dV' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{1}{R} [\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}')] dV'$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \nabla' \cdot \left[\frac{1}{R} \vec{P}(\vec{r}') \right] dV' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{s'} \frac{\vec{P}(\vec{r}')}{R} \cdot d\vec{S}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{s'} \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}_0}{R} \cdot d\vec{S}'$$

$$\sigma_p(\vec{r}') = \vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}_0 = P(r') \cos \theta = P_n(r') \quad \rho_p(\vec{r}') = -\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}')$$

二、极化电荷及其建立的电场

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \nabla' \cdot \left[\frac{1}{R} \vec{P}(\vec{r}') \right] dV' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{S'} \frac{\vec{P}(\vec{r}')}{R} \cdot d\vec{S}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{S'} \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}_0}{R} \cdot dS'$$
$$\sigma_p(\vec{r}') = \vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}_0 = P(r') \cos \theta = P_n(r')$$

为电介质表面某处 dS' 的束缚电荷面密度，
等于极化强度 $P(r')$ 在外表面法线方向 n_0 上的
分量 $P_n(r')$ 。

二、极化电荷及其建立的电场

$$\rho_p(\vec{r}') = -\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}')$$

为介质内部 r' 处极化电荷体密度，当极化强度 $P(r')$ 随空间位置发生变化时，电介质内部有极化电荷存在。

在均匀电介质中 $P(r')$ 是恒量，体内不存在极化电荷。 $\rho_p(\vec{r}') = 0$

二、极化电荷及其建立的电场

电介质极化既感生表面电荷，又感生体电荷。这两种极化电荷都是束缚电荷，感生极化电荷和感生偶极矩是电介质极化这同一物理事实的两种表现。

$$\phi_p(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{s'} \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}_0}{R} \cdot d\vec{S}' + \int_{V'} \frac{[-\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}')] }{R} dV' \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{s'} \frac{\sigma_p(\vec{r}') dS'}{R} + \int_{V'} \frac{\rho_p(\vec{r}')}{R} dV' \right]$$

二、极化电荷及其建立的电场

极化电场强度

$$\vec{E}_p(\vec{r}) = -\nabla\phi_p(\vec{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{S'} \frac{\sigma_p(\vec{r}')\vec{R}_0 dS'}{R^2} + \int_{V'} \frac{\rho_p(\vec{r}')\vec{R}^0}{R^2} dV' \right]$$

以上是极化电介质外部的电位和电场强度。

二、极化电荷及其建立的电场

把 $\vec{r} \rightarrow \vec{r}''$, 就得到电介质的极化电荷在其内部的电势 $\varphi_p(\vec{r}'')$ 和场强 $\vec{E}_p(\vec{r}'')$ 。

二、极化电荷及其建立的电场

把 $\varphi_p(\vec{r})$, $\vec{E}_p(\vec{r})$, $\varphi_p(\vec{r}'')$, $\vec{E}_p(\vec{r}'')$ 称为退极化电场:

极化电荷在电介质内外真空中建立的电场 E_p 。

二、极化电荷及其建立的电场

退极化电场的特点：

其大小与电介质样品的几何形状有关。

例如：平行板电容器，极间充以各向同性线性均匀电介质，电介质均匀极化，其极化强度 P 处处相等。

二、极化电荷及其建立的电场

$$\rho_p = -\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}') = 0$$

$$S_{pr} = P \cos q = P$$

$$\sigma_{pl} = \vec{P} \cdot \vec{n} = P \cos \pi = -P$$

二、极化电荷及其建立的电场

在介质体内无束缚电荷，在介质表面，极化电荷面密度等于极化强度 P ，与极板上自由电荷符号相反，极化电荷削弱自由电荷建立的电场，故称退极化电场 E_p ，与极化强度成正比，但方向相反。

$$E_p = |s_p|/e_0 = -P/e_0$$

二、极化电荷及其建立的电场

对各种形状的各向同性线性均匀电介质，其退极化电场强度

$$E_p = -N P / \epsilon_0$$

↓
N称退化因子，
 $N \leq 1$

二、极化电荷及其建立的电场

当电介质平行于电场方向的尺度愈大，
或垂直于电场方向的尺度愈小，
退化因子 N 越小，退极化场越弱。

二、极化电荷及其建立的电场

当电介质平行于电场方向的尺度愈小，
或垂直于电场方向的尺度愈大，
退化因子 N 越大，退极化场越强。

二、极化电荷及其建立的电场

例：平行板电容器中电介质极化强度最强，在极化电场 E_p ，垂直方向上的电介质， N 大，退极化电场大。

二、极化电荷及其建立的电场

◆宏观平均电场E

电介质中存在的电场，是自由电荷和极化电荷在真空中共同建立的电场，这个场称宏观平均电场——即外电场E：

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$$

二、极化电荷及其建立的电场

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$$

E_0 是自由电荷在真空中建立的电场,

E_p 是所有极化粒子形成的偶极矩在真空中某点的场强,

E 恒小于 E_0 。

二、极化电荷及其建立的电场

◆局域电场

电介质内部充满着极化粒子（在电场 E_0 作用下），考虑作用在某一极化粒子上的电场，

该电场应是自由电荷以及除该极化粒子以外其它极化粒子形成的偶极矩共同在该点形成的场强，这种电场称局域电场 E_l (local field) 。

二、极化电荷及其建立的电场

E 是宏观平均电场，它考虑了所有自由电荷以及电介质中所有极化粒子共同建立的电场。

二、极化电荷及其建立的电场

一般地，局域场 E_l 不同于宏观电场 E ，也不同于退极化场 E_p （宏观量）， E_l 是微观量，局域场 E_l 的空间平均值 $\langle E_l \rangle$ 等于极化电荷建立的退极化场 E_p 。（当 E_0 不存在时）

二、极化电荷及其建立的电场

退极化场 E_p 是具有平均意义的宏观物理量。

$$\mathbf{E}_p = \langle \mathbf{E}_l \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int \vec{E}_l dV = \frac{1}{\rho \Delta V} \int \vec{E}_l \rho dV$$

其中 $\rho \Delta V$ 为体积 ΔV 内的极化粒子数。

二、极化电荷及其建立的电场

$$\mathbf{E}_p = \langle \mathbf{E}_l \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int \vec{E}_l dV = \frac{1}{\rho \Delta V} \int \vec{E}_l \rho dV$$

ΔV 在微观上应足够大，以包含足够多的极化粒子数，使平均值在相邻体积中不致发生涨落。

二、极化电荷及其建立的电场

$$\mathbf{E}_p = \langle \mathbf{E}_l \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int \vec{E}_l dV = \frac{1}{\rho \Delta V} \int \vec{E}_l \rho dV$$

在宏观上，要足够小使平均值能表征电场中空间特征，即平均值仍应是场点空间坐标 \vec{r} 的函数。