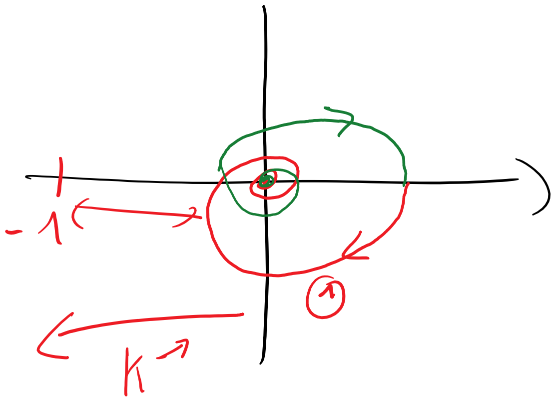
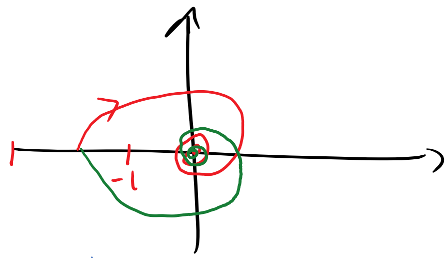
2020.09.24 TD 2

jeudi 24 septembre 2020 08:28

Nyquist avec $C(p) = -1$



Nyquist avec $C(p) = 1$
(Symétrie centrale)



oui mathématiquement si le gain st petit ...
mais on ne fait pas de contrôle ...

Réglage PID :

$$C_{PID} = \frac{K_p}{T_i p}\left(1 + T_i T_d p^2 + T_i p\right)$$

=> il faut apporter de la phase en $\omega_0 = 8{,}3\ 10^{-3}$

-> Actuellement : $\phi \simeq -133$ deg en ω_0

-> on doit rajouter $\simeq 30°$

Avec $T_i = 4 T_d$

$$C_{PID} = \underbrace{\frac{K_p}{T_i p}}_{-90}\underbrace{\left(1 + 2 T_d p\right)^2}$$

Phase du PID :

$$-90 + 2\,\mathrm{Arctan}(2T_d\,\omega)\Big|_{\omega=\omega_0} = 30$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{Arctan}(2T_d\,\omega_0) = 60$$

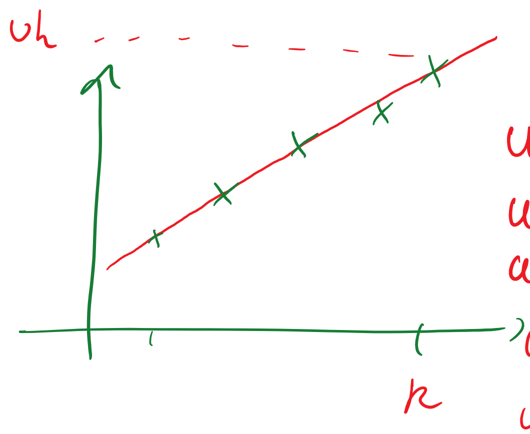
$$\Leftrightarrow \boxed{T_d = \frac{\tan(60)}{2\omega_0}}$$

Transposition : $\Rightarrow$ idée : remplacer "p" par une expression en z.

→ Euler : $p \Rightarrow \dfrac{1-z^{-1}}{T_e}$

→ Tustin : $p \Rightarrow \dfrac{2}{T_e}\,\dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

→ poly : Approx 4 points. $p \Rightarrow$ à ne pas connaître par cœur !



$u_k = a$

$u_{k-1} = a - bT$

$u_{k-2} = a - 2bT$

$u_{k-3} = a - 3bT$

$u_{k-4} = a - 4bT$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -T \\ 1 & -2T \\ 1 & -3T \\ 1 & -4T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k-1} \\ u_{k-2} \\ u_{k-3} \\ u_{k-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ z^{-2} \\ z^{-3} \\ z^{-4} \end{bmatrix} u_k$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2T \\ 1 & -3T \\ 1 & -4T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_{k-3} \\ u_{k-4} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} z^{-3} \\ z^{-4} \end{bmatrix}$$

$$X \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = Y$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T Y}$$

4 points : $p \Rightarrow \dfrac{1}{10 Te} \left(2 + z^{-1} - z^{-3} - 2 z^{-4} \right)$

Application:

$$C_{PID} = \frac{k}{Ti\,p} \left(1 + 2 Td\, p \right)^2$$

Ex: Euler

$$C_{PID_{euler}}(z) = \frac{k}{Ti \left(\frac{1 - z^{-1}}{Te} \right)} \left(1 + 2 Td \frac{1 - z^{-1}}{Te} \right)^2$$

$$= \ldots$$

Implémentation.

$$C(p) \xrightarrow{\text{Transposition}} \tilde{C}(z^{-1}) = \frac{1 - z^{-1} + 4 z^{-2}}{1 + 2 z^{-1} + 3 z^{-2}} \quad (\text{exemple})$$

$$\tilde{C} = \frac{U}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon(z) \left(1 + 2 z^{-1} + 3 z^{-2} \right) = U(z) \left(1 - z^{-1} + 4 z^{-2} \right)$$

z^{-1}

$$\varepsilon(k) + 2\varepsilon(k-1) + 3\varepsilon(k-2) = u(k) - u(k-1) + 4u(k-2)$$

$$\hookrightarrow \quad \varepsilon(k) + 2\,\varepsilon(k-1) + 3\,\varepsilon(k-2) = u(k) - u(k-1) + 4u(k-2)$$

$$\Rightarrow \boxed{u(k) = \varepsilon(k) + 2\,\varepsilon(k-1) + 3\,\varepsilon(k-2) + u(k-1) - 4u(k-2)}$$

Traitement spécifique :

$$\frac{U}{\varepsilon} = C_{PID}(p) = k\left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d\, p\right)$$

$$U = k\,\varepsilon + \frac{k}{T_i}\frac{1}{p}\varepsilon + k\,T_d\, p\,\varepsilon$$

$\hookrightarrow$ Transposition :

$$U(z) = k\,\varepsilon(z) + \frac{k}{T_i}\,\frac{T_e}{1-z^{-1}}\,\varepsilon(z) + k\,T_d\,\frac{1-z^{-1}}{T_e}\,\varepsilon(k)$$