

\* 专题评述 \*

超导量子比特的物理实现<sup>\*</sup>董 宁 王轶文 于 扬<sup>\*\*</sup>

南京大学物理系 固体微结构国家实验室, 南京 210093

孙国柱 曹俊宇 丛山桦 陈 健 吴培亨

南京大学电子科学与工程系 超导电子学研究所, 南京 210093

**摘要** 量子信息和量子计算有可能给人类带来新的革命性发展. 超导量子比特作为实现量子计算的方案之一, 以其低耗散, 大设计加工自由度, 易规模化等优点而备受注目. 文中对超导量子比特的基本原理及发展前景作了简要综述, 并介绍了作者的研究进展.

**关键词** 超导量子比特 Josephson 效应 量子计算

## 1 量子计算简介

建立在半导体工业基础上的计算机和信息产业是当前世界经济发展的重要组成部分. 计算机和信息产业的发展要求信息存储容量不断增加, 计算速度不断提高. 半导体工业界有一个著名的 Moore 定律, 就是说每 18 个月计算机芯片的容量会增加一倍. Moore 定律的成立是通过缩小信息存储单元或比特(BIT)的尺寸来完成的, 目前信息存储单元已经快接近纳米尺度, 也就是原子和分子的尺度. 随着器件的尺寸不断缩小, 半导体工业的发展面临两个困难: 一个是器件的散热问题, 这是一个技术难题; 另一个是比特中的电子的量子行为比如量子隧穿等引起比特的失效, 这是基本物理问题. 这两个问题都会导致 Moore 定律的失效, 如果按现在的趋势不变, 2012 年左右半导体工业就到了极限, 计算机和信息产业的发展就会基本停滞.

因此, 如何保持计算机和信息产业的发展就成为科学家们要解决的问题. 人们提出了许多方案,

归纳起来有两大类: 一类是技术型方案, 就是提出新的器件设计, 使器件发热减少并且可以在量子效应存在的情况下工作, 这个方案的代表有单电子器件和自旋电子器件等; 另一类是革命性方案, 直接用量子特性来进行信息存储和处理, 这就是量子信息和量子计算<sup>[1]</sup>. 量子计算机利用了量子态的叠加性, 能够成指数倍地提高计算速度, 所以它能解决一些经典计算机无法解决的问题. 例如, 将一个大数分解成两个质数的乘积就是一个非常困难的问题, 使用经典计算机, 它所需要的时间是按着大数的位数的指数增加. 而它的逆问题则非常简单, 我们用计算器就能算出两个质数的乘积. 目前人们正是利用了这个问题的特性来进行密码的编译. 对于量子计算机, 大数分解所需的时间是按着大数的位数的幂函数形式增加的. 一个生动的例子是, 一台量子计算机能在数秒钟之内把一个 250 位的大数分解为两个质数的乘积, 而一台现在的大型计算机需要 800000 年! 所以如果做成了量子计算机, 就能够破译目前普遍使用的 RSA 密码体系.

2007-11-07 收稿, 2008-01-08 收修改稿

\* 国家自然科学基金(批准号: 10674062)、江苏省自然科学基金(批准号: BK2006118)和教育部博士类基金(批准号: 20060284022)资助项目

\*\* 通信作者, E-mail: yuyang@nju.edu.cn

如此说来, 岂不是量子计算机是唯一选择. 但是, 量子计算机是一个非常革命性而且高难度的课题, 怎样来构造和工作人们还没有一个清晰的蓝图, 只是根据目前经典计算机的工作原理, 拟定了一些基本条件: (1) 要有很好的定义的量子比特; (2) 要能够初始化量子比特, 也就是能输入; (3) 要能够操控量子比特, 也就是进行运算; (4) 要能够把至少两个量子比特耦合起来进行多比特操作; (5) 要能够测量量子比特, 就是要输出运算结果; (6) 要有足够长的量子相干时间; (7) 要能够规模化. 由于量子态是非常脆弱的, 它和环境相互作用就塌缩到经典态, 失去量子相干性, 因此我们日常生活都是经典世界的概念, 以上条件看似容易, 但是在量子世界却是互相矛盾的要求, 条件(2)–(5)要求量子比特和外界环境有较强的相互作用, 而条件(6)却要求量子比特和外界环境没有相互作用, 条件(7)在量子世界也是非常困难的. 因此, 尽管量子计算机非常美好, 人们也提出了一些量子系统来实现它, 但还需要较长时间的探索.

## 2 超导量子比特的的发展

超导量子比特的研究是从宏观量子现象的研究逐步开展起来的. 量子力学在宏观世界的规律是量子力学创立以来人们一直希望解决的基础理论问题, 由于没有实验验证而争论不休了近 60 年. 早在 1985 年, Nobel 物理学奖获得者 Leggett 就提出可以用超导 Josephson 器件来观测宏观量子现象, 随着实验条件和样品加工的进步, 人们在超导 Josephson 器件中陆续观测到量子隧穿、能级量子化、共振隧穿、量子态相干叠加、量子相干振荡等各种量子现象<sup>[2–5]</sup>, 特别是近几年来超导量子比特提出后, 发展非常迅猛.

超导量子比特由沉积在基片上的超导金属薄膜, 经过光刻等微加工工艺制备. 它的核心元件是超导 Josephson 结(图 1), Josephson 结上电流电压满足 Josephson 方程<sup>[6, 7]</sup>:

$$I_s = I_c \sin[2\pi \Phi(t)/\Phi_0] \quad (1)$$

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = V(t) \quad (2)$$

这里  $I_s$  是 Josephson 结中的超电流,  $I_c$  是最大超电流, 一般称为临界电流,  $\Phi_0 \equiv h/2e$  是磁通量子,  $\Phi(t) \equiv \alpha(t)\Phi_0/2\pi$  是以磁通量子为单位的两个超导体的位相差. 由  $LdI/dt = V$  及(1), (2)式得到

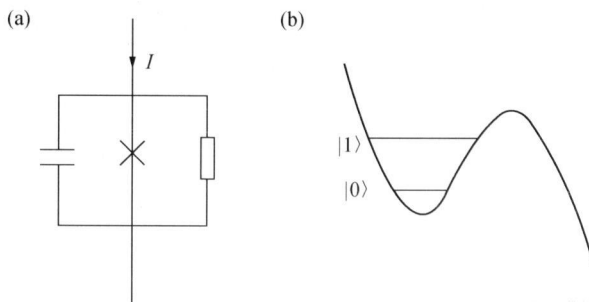


图 1 电流偏置的超导 Josephson 隧道结

(相位量子比特)(a)和它的势能(b)

在低温下能级是量子化的, 我们可以通过改变  $I$  来调节势阱深度, 从而得到量子比特需要的两个能级  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$

$$L_I = L_{J0}/\cos[2\pi \Phi(t)/\Phi_0] = L_{J0}/\sqrt{1 - (I_s/I_c)^2} \quad (3)$$

这里  $L_{J0} \equiv \Phi_0/2\pi I_c$ . 因此 Josephson 结等价于一个非线性电感, 它的电感量是偏置电流的函数. 简单地说,  $L_{J0}$  和 Josephson 结上的几何电容  $C_J$  构成一个非谐  $LC$  振荡电路, 它的振荡频率一般在几个 GHz, 在低温下, 环境温度提供的能量小于振荡频率也就是能级间隔, 非谐振子的量子特性显示出来, 就是一个很好的量子系统, 可以作为一个量子比特.

目前, 有 3 种比较常见的基于 Josephson 结的量子比特: 相位量子比特、磁通量子比特和电荷量子比特. Josephson 结的存在导致两种能量的竞争, 一种是 Josephson 耦合能  $E_J = I_c \Phi_0/2\pi$ , 另一个是电荷能  $E_C \equiv 2e^2/C_J$ , 以上 3 种超导量子比特的主要区别在于 Josephson 耦合能和电荷能的相对大小不同, 从而能很好定义的量子自由度不同. 相位量子比特和磁通量子比特<sup>[8, 9]</sup> Josephson 耦合能大于电荷能, 都以相位作为自由度, 不同的是相位量子比特 Josephson 耦合能更大, 它以同一个势阱中的两个能级作为量子比特的两个状态, 而磁通量子比特使用的是两个势阱中的最低能级. 相位和磁通量子比特用的是相位自由度, 受电荷噪声的影响小, 但是

对磁噪声比较敏感, 因此, 人们在此基础上又提出了三结磁通量子比特<sup>[10-12]</sup>, 用 Josephson 结的电感代替超导环路的电感, 缩小超导环路的面积, 可以减小外界磁场噪声对量子比特的影响. 电荷量子比特<sup>[13-15]</sup>的电荷能大于 Josephson 耦合能, 以电荷作为自由度, 所以电荷噪声对它的相干时间影响较大.

超导量子比特的系统能级间隔正好在微波频段, 超导量子比特可以和微波相互作用, 我们可以用微波对超导量子比特进行操控. 超导量子比特的尺寸在  $\mu\text{m}$  量级, 比一般的量子系统大 1000 倍. 对比量子计算机的要求, 超导量子比特基本上都满足, 而且超导量子比特可以像集成电路一样设计加工, 它最接近于目前的经典计算机.

但是, 前面说量子计算机的要求是矛盾的, 超导量子比特很好地满足了条件(2)–(5), 就一定不满足条件(6), 实际上超导量子比特的较大困难就是相干时间太短, 在 2000 年以前人们甚至于排除超导量子比特这种可能性. 然而, 我们 2001, 2002, 2004 年的工作把超导量子比特的相干时间提高了 3 个数量级, 使超导量子比特成为实现量子计算机的最佳候选人之一<sup>[16, 17]</sup>.

目前, 开展超导量子比特实验研究的有美国、欧洲、日本、中国的约 20 个小组, 几个领先的小组已经能够观测到两个耦合的超导量子比特的量子相干振荡, 可以实现两个超导量子比特的操作<sup>[18-21]</sup>. 单个超导量子比特量子相干时间达到  $10\mu\text{s}$  量级, 满足了量子计算机对相干时间的最起码要求. 量子初态制备和测量保真度可以超过 90%. 可以这么说, 超导量子比特已经逐步赶上并超过了其他量子比特的的发展.

### 3 近来国际国内研究进展

超导量子计算发展非常快, 最近人们相继在相位量子比特、磁通量子比特和电荷量子比特中观察到了两个量子比特的纠缠<sup>[14, 15, 18-22]</sup>, 并且研究了超导量子比特的可控耦合, 另外人们还提出并实验上验证了超导量子比特和光子的耦合<sup>[22-25]</sup>, 为实现超导量子计算开辟了新的途径.

由于受实验条件的影响, 国内对超导量子计算的研究较多的集中于理论方面, 实验方面这两年逐

步开展起来, 主要有中国科学院物理研究所和南京大学两个小组在从事实验方面的研究. 物理研究所的小组与美国 Kansas 大学合作, 在高温超导体 Josephson 本征结中首次观察到明确的宏观量子隧穿效应<sup>[26]</sup>. 另外, 清华大学也有小组准备在样品制备方面开展工作.

我们小组从 2005 年开始组建, 已经完成了复杂的低噪声测量系统的构建, 测量到超导量子比特信号, 近期主要研究超导磁通量子比特的微波调控以及噪声和退相干. 最近, 我们用共振隧穿现象和微波共振现象研究了超导磁通量子比特的能级结构. 实验用的样品是一个 RF SQUID 超导磁通量子比特, 其结构示意图如图 2, 中间的超导环路是一个超导磁通量子比特, 其中 Josephson 结的位置由一个包含双 Josephson 结的小超导环路代替, 这样做的好处是可以通过控制这个小环路中的磁通  $\Phi_b$  来调节等效 Josephson 临界电流及 Josephson 耦合能  $E_J$ . 系统的 Hamilton 量包括 Josephson 耦合能, 磁场能以及电荷能:

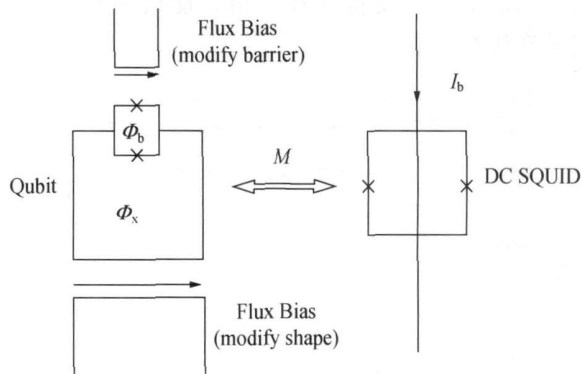


图 2 超导磁通量子比特及测量电路示意图

图中, Qubit 是一个可调  $I_c$  的 RF SQUID, 上下两个磁场电路用来调节双势阱的形状, 右侧的 DC SQUID 是磁通计, 用来测量 Qubit 中的超电流(磁通)状态

$$H = -E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) + \frac{(\Phi - \Phi_x)^2}{2L} + \frac{Q^2}{2C_J} \quad (4)$$

其中  $E_J$  是 Josephson 耦合能, 可以通过改变临界电流  $I_c$  来改变,  $L$  是环路的自感,  $C_J$  是结电容,  $\Phi_x$  是外加磁通. 从这个 Hamilton 量看出, 超导磁通量子比特的运动方程和一个质量为  $G$  的小球在一个双势阱中运动完全一致. 前两项是系统的势能,

是一个双势阱, 形状由  $\Phi_x$ ,  $E_J$ , 和  $L$  确定. 因此对一个已加工好的样品, 通过调节  $\Phi_x$  和  $E_J$  可以精确调节量子比特的 Hamilton 量, 所以, 超导磁通量子比特是一个非常理想的量子系统来进行量子调控的研究. 小球(也就是超导磁通量子比特)的经典状态有两种, 即处于左边势阱和右边势阱, 对应于 SQUID 上不同的超电流方向. 右侧的 DC SQUID 是一个磁场计, 通过与磁通量子比特之间的互感  $M$ , 可以检测到磁通量子比特中的超电流(磁通)变化, 从而测量到量子状态.

在 20 mK 的低温环境下, 磁通量子比特的能级表现出量子化特性. 它的能级结构可以用量子力学方法进行计算. 图 3 是我们实验用的磁通量子比特的理论计算能级图. 可以看出, 能级随着外加磁场  $\Phi_x$  的变化而变化. 能级的斜率可以分为正负两组, 分别对应于小球在左右势阱或正反方向的超导环流(超导环流  $I_p \propto \partial E / \partial \Phi_x$ ). 当系统能量高于双势阱中间的势垒时, 小球不再局域于某个势阱中, 它的能级就会像图 3 的最高一条能级显示的那样, 变得比较平滑, 能级的斜率以及超导环流趋于 0.

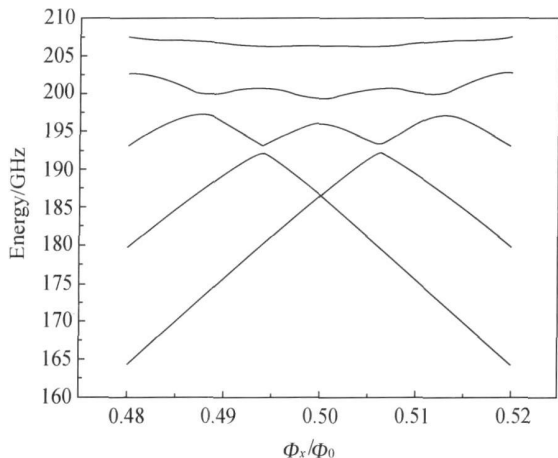


图 3 超导磁通量子比特的能级随外加磁场  $\Phi_x$  的变化

实验中, 温度很低, 经过足够长时间的弛豫后, 系统总是处于能量最低态, 所以当外加磁通小于  $0.5\Phi_0$  时, 小球在左边势阱, RF SQUID 中有正向超流, 这个超流在 DC SQUID 中形成一个小的磁通, 增大了 DC SQUID 的临界电流, 我们加一个固定的测量脉冲, 由于临界电流大于测量脉冲的幅度, 我们测量不到电压响应. 反之, 当外加磁通大

于  $0.5\Phi_0$  时, 我们可以测量到电压响应, 这样一来, 我们可以测量 RF SQUID 的状态(见图 4).

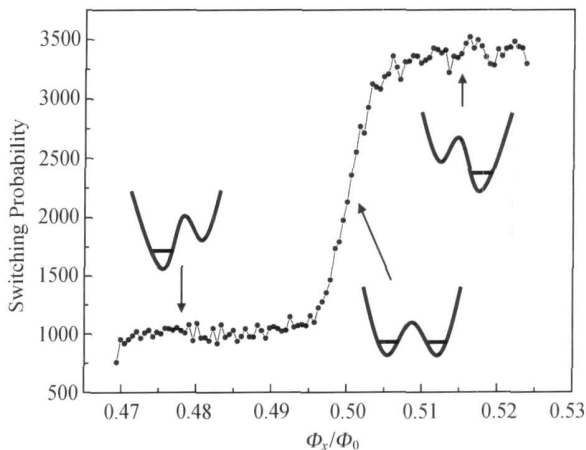


图 4 DC SQUID 跳变概率与外加磁场的关系

由图可见, 跳变概率低, 粒子处于左势阱中; 跳变概率高, 粒子处于右势阱中. 中间的位置是量子比特中的磁通为  $0.5\Phi_0$  的情况, 双势阱是对称的, 粒子处于两个势阱的概率相等, 则跳变概率为  $1/2$

如果我们把系统初始化到基态(左边势阱中的最低能级), 快速扫描外加磁场, 左边势阱中的能量升高, 右边势阱中的能量降低, 当扫描至  $0.5\Phi_0$  时, 两个势阱中的最低能级高度相等, 由量子力学理论可以算出这时小球从左边势阱隧穿至右边势阱的几率有一个极大值, 称为共振隧穿. 又因为磁通量子比特是宏观量子系统, 这种隧穿被称为宏观共振隧穿(macroscopic resonant tunneling). 共振隧穿并不只是在外加磁场为  $0.5\Phi_0$  的时候出现, 随着我们不断抬高左势阱, 小球会遇到右边势阱中的第二个、第三个、甚至更高的能级, 同样, 小球从左边势阱隧穿至右边势阱的几率在这些磁场下也是极大值. 用 DC SQUID 去测量系统的状态, 我们可以看到磁通量子比特宏观共振隧穿导致的一个个峰(如图 5).

前面我们已经说过, 磁通量子比特可以和微波相互作用, 当微波的频率等于两个势阱中的能级的能量差的时候, 磁通量子比特会吸收微波光子, 从而跃迁到激发态, 被称为 Microwave Induced Transition (MIT). 由于磁通量子比特的能级随外加磁场  $\Phi_x$  变化, 因此, 对应不同的外加磁场, 需要不同频率的微波来激发跃迁(图 6). 这样, 我们不断

改变微波频率, 就可以测量出测量磁通量子比特的能谱.

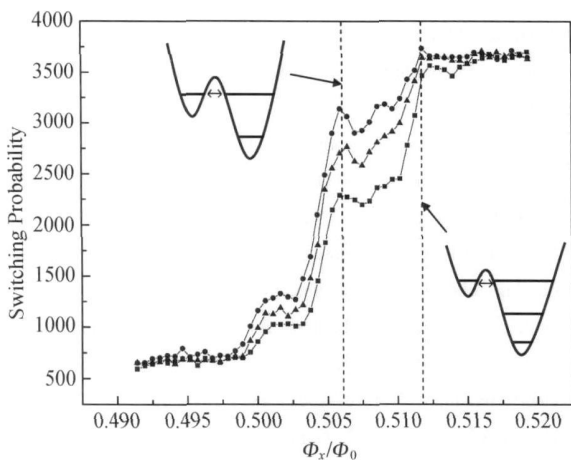


图 5 跳变概率与穿过磁通量子比特的磁通  $\Phi_x$  关系  
0.5 $\Phi_0$  右边的两条虚线的位置为发生共振隧穿的位置, 分别对应于左边能级遇到右边第二个能级和左边能级遇到右边第三个能级的情况, 此时, 小球从左边势阱隧穿至右边势阱的几率增大, 因此跳变概率曲线上出现极大值(峰). 两个能级交叉的位置和图 3 的计算吻合很好

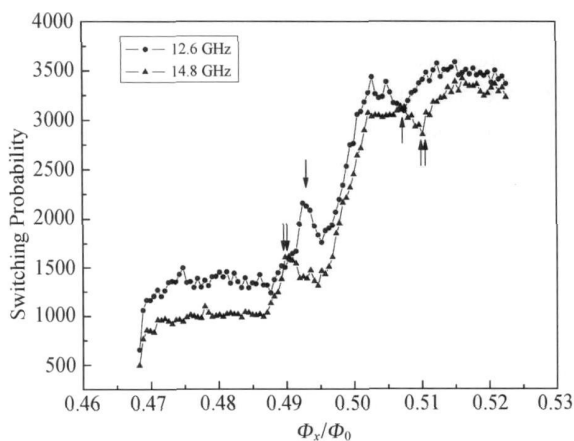


图 6 跳变概率与穿过磁通量子比特的磁通  $\Phi_x$  关系  
箭头所指的峰或者谷是吸收光子发生跃迁的位置. 这里的跃迁是由微波共振引起的. 可以看到, 随着微波频率的增加, 共振峰位置向大的磁通偏置移动, 和图 3 一致

通过这些测量, 我们已经完全独立地得到磁通量子比特的参数和 Hamilton 量, 为今后进一步的相干调控做好了基础.

#### 4 超导量子比特的前景与展望

当前, 超导量子比特的研究主要进行两个方面

的突破, 一是相干时间的进一步延长. 现在的相干时间只不过达到了量子计算的最低要求, 要进行量子纠错编码和大规模多比特的计算, 相干时间会随比特的增加下降, 因此, 相干时间还有待提高, 退相干机制也需要进一步澄清. 人们正在从量子比特的设计、材料、加工等方面力争把相干时间提高到 ms 或 s 的量级. 另外一个具体实现, 虽然超导量子比特用了集成电路工艺, 比其他量子比特容易规模化, 但量子计算机和经典计算机概念完全不同, 如何实现超导量子比特的规模化仍然需要艰苦的探索. 例如, 量子计算要求两个量子比特在某一时刻相互耦合作用, 然后退出耦合自由演化, 或是其中一个比特再和别的量子比特耦合, 因此, 我们需要可控制的耦合, 而这样的量子开关元件还有待于进一步研究. 这两个问题的解决将会使量子计算的实现变得非常有希望.

同时, 目前国际上已经有另一个发展趋势, 就是超导绝热量子计算<sup>[27, 28]</sup>. 其基本思想近似于经典的单片机, 就是各种电路预先设计固定只能完成一种特定的计算. 这样一来会减少外部控制, 也就能减少退相干, 量子比特之间的耦合也可以是固定的, 这是很有希望近期实现的一种量子计算.

#### 参 考 文 献

- 1 Nielsen M A, Chuang IL. Quantum Computation and Quantum Information. Ed. 1. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000
- 2 Martinis JM, Devoret MH, Clarke J. Energy-Level Quantization in the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. Phys Rev Lett, 1985, 55: 1543—1547
- 3 Voss RF, Webb RA. Macroscopic quantum tunneling in  $H^m$  Nb Josephson junctions. Phys Rev Lett, 1981, 47: 265—268
- 4 Martinis JM, Devoret MH, Clarke J. Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom; The phase difference across a Josephson junction. Phys Rev B, 1987, 35: 4682—4698
- 5 Rouse R, Han S, Lukens JE. Observation of resonant tunneling between macroscopically distinct quantum levels. Phys Rev Lett, 1995, 75: 1614—1617
- 6 Tinkham M. Introduction to Superconductivity. New York: McGraw-Hill, 1996
- 7 Barone A, Paterno G. Physics and Applications of the Josephson Effect. New York: John Wiley and Sons, 1982
- 8 Makhlin Y, Schön G, Shnirman A. Quantum-state engineering with Josephson junction devices. Rev Mod Phys, 2001, 73:

- 357—400
- 9 Friedman JR, Patel V, Chen W, et al. Quantum superposition of distinct macroscopic states. *Nature*, 2000, 406: 43—46
- 10 Orlando TP, Mooij JE, Tian L, et al. Superconducting persistent-current qubit. *Phys Rev B*, 1999, 60: 15398—15413
- 11 van der Wal CH, ter Haar ACJ, Wilhelm FK, et al. Quantum superposition of macroscopic persistent-current states. *Science*, 2000, 290: 773—777
- 12 Chiorescu I, Nakamura Y, Harmans CJPM, et al. Coherent quantum dynamics of a superconducting flux qubit. *Science*, 2003, 299: 1869—1871
- 13 Nakamura Y, Pushkin YA, Tsai JS. Coherent control of macroscopic quantum states in a single cooper-pair box. *Nature*, 1999, 398: 786—788
- 14 Pashkin YA, Yamamoto T, Astafiev O, et al. Quantum oscillations in two coupled charge qubits. *Nature*, 2003, 421: 823—829
- 15 Yamamoto T, Pashkin YA, Astafiev O, et al. Demonstration of conditional gate operation using superconducting charge qubits. *Nature*, 2003, 425: 941—944
- 16 Yu Y, Han SY, Chu X, et al. Coherent temporal oscillations of macroscopic quantum states in a Josephson junction. *Science*, 2002, 296: 889—892
- 17 Yu Y, Nakada D, Lee JC, et al. Energy relaxation time between macroscopic quantum levels in a superconducting persistent-current qubit. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 117904
- 18 McDermott R, Simmonds RW, Steffen M, et al. Simultaneous state measurement of coupled Josephson phase qubits. *Science*, 2005, 307: 1299—1302
- 19 Steffen M, Ansmann M, Bialczak RC, et al. Measurement of the entanglement of two superconducting qubits via state tomography. *Science*, 2006, 313: 1423—1425
- 20 Niskanen AO, Harrabi K, Yoshihara F, et al. Quantum coherent tunable coupling of superconducting qubits. *Science*, 2007, 316: 723—726
- 21 Plantenberg JH, de Groot PC, Harmans CJPM, et al. Demonstration of controlled-NOT quantum gates on a pair of superconducting quantum bits. *Nature*, 2007, 447: 836—839
- 22 Mayer J, Chow JM, Gambetta JM, et al. Coupling superconducting qubits via a cavity bus. *Nature*, 2007, 449: 443—447
- 23 Wallraff A, Schuster DI, Biais A, et al. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics. *Nature*, 2004, 431: 162—167
- 24 Houck AA, Schuster DI, Gambetta JM, et al. Generating single microwave photons in a circuit. *Nature*, 2007, 449: 328—331
- 25 Sillanpaa MA, Park JJ, Simmonds RW. Coherent quantum state storage and transfer between two phase qubits via a resonant cavity. *Nature*, 2007, 449: 438—442
- 26 Li SX, Qiu W, Han SU, et al. Observation of macroscopic quantum tunneling in a single  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  surface intrinsic Josephson junction. *Phys Rev Lett*, 2007 99: 037002
- 27 Faoro L, Siewert J, Fazio R. Non-Abelian holonomies, charge pumping, and quantum computation with Josephson junction. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 028301
- 28 Liu YX, You JQ, Wei LF, et al. Optical selection rules and phase-dependent Adiabatic state control in a superconducting quantum circuit. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 087001