

从麦克斯韦电磁理论的“4,3,2,1”到 爱因斯坦狭义相对论的“1,2,3,4”

——关于电磁学、电动力学课程基本知识结构与两书分界的讨论

刘金寿

大连大学物理科学与技术学院 辽宁省大连市开发区 大连大学 116622

摘要: 利用流程结构框图归纳、表述了电磁学、电动力学的基础知识框架, 明确了麦克斯韦方程即为两课的自然分界, 讨论了电磁学内容演绎的结果——麦克斯韦电磁理论的“4, 3, 2, 1”(四个方程、三个关系、两个假说、一个预言), 以及作为基础电动力学收尾的爱因斯坦狭义相对论的“1, 2, 3, 4”(一个变换、两个原理、三个效应、四维空间)。

关键词: 电磁学、电动力学、狭义相对论、教材建设

引言:

这是用简洁的元素表述“电磁、电动”两课基本内容内在结构和联系的尝试。更多内容可详见作者及其团队编著的《电磁学》^[1]、《基础电动力学》^[2]。

电磁学和电动力学是前后衔接、内容贯通的两门课程, 归类于电磁场理论体系。在电磁场理论的建立过程中, 库仑、安培、法拉第、麦克斯韦等人做出了卓越的贡献, 其中麦克斯韦(1831-1879)是集大成者, 他天才地运用了数学工具和科学假说, 把电场与磁场、静态场与变化场、电磁波与光波统一起来, 将安培、法拉第的成果推向极致, 建立了宏伟的经典电磁场理论大厦。在这一过程中, 虽然不乏其他科学家例如赫兹、诺伊曼等人的修改与完善, 但决定性、开拓性的贡献主要归功于麦克斯韦。

一、麦克斯韦对电磁场理论的主要贡献

麦克斯韦在物理学中有许多重要的建树, 就建立电磁场理论而言主要有下列贡献^[3]。

(1). 总结分析了库仑、安培、法拉第等人的电磁学成果, 继承发展了法拉第的“近距作用”思想, 修改电磁学公式中的“超距”语言为“近距”语言, 使式中出现了 q 、 $I d\vec{l}$ 、 r 等。

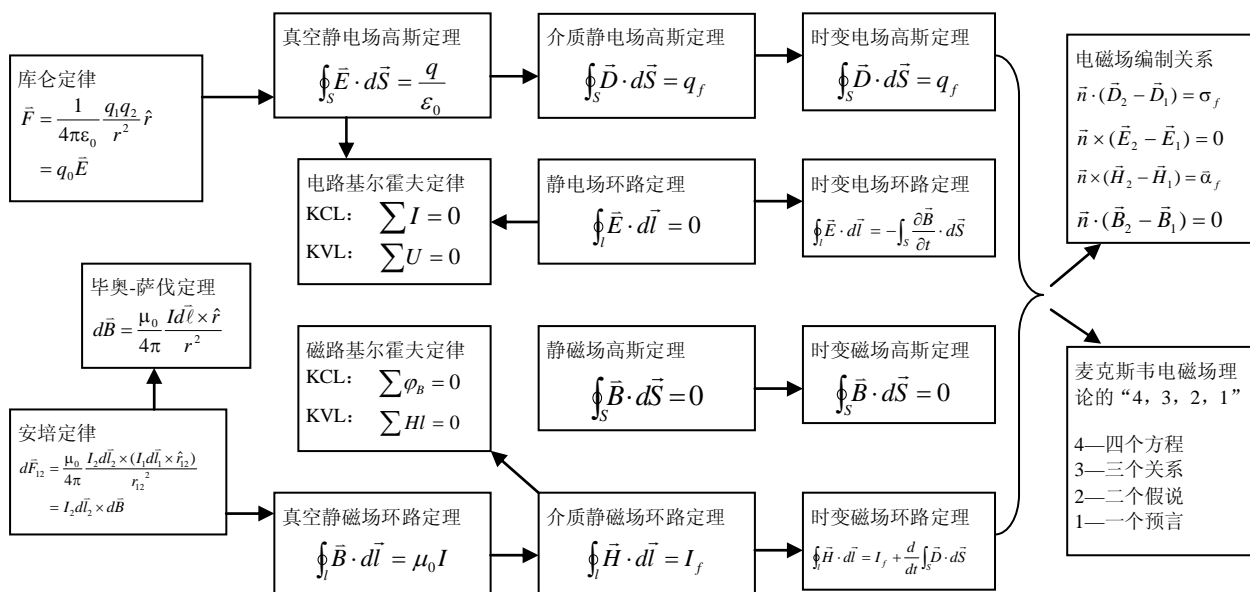
(2). 完善了电场、磁场的概念和数学表述, 提出了“电磁能量分布于场域空间”的观点。

(3). 提出了涡旋电场和位移电流两个假说, 从而把静电场环路定理和静磁场的安培环路定理推广到非稳恒的变化电、磁场的情况下, 建立了电磁场基本方程——麦克斯韦方程组。

(4). 预言了电磁波的存在及其传播方式和速度, 论证了光的电磁本性, 指出光是一种通常以速度 c 在以太中传播的电磁波。

(5). 完成了一次划时代的大统一, 将以往关于“电”和“磁”各自分立的学说统一起来, 将电磁波与光波的学说统一起来, 建立了统一的电磁场理论。

麦克斯韦的电磁场理论是以麦克斯韦方程为标志的, “框图一”集中体现了电磁学基本知识的结构、关系框架以及麦克斯韦方程的建立流程(更多应用性专题内容不收于图中)。



框图一 电磁学的基本知识结构与关系

但是, 只用 4 个方程表述麦克斯韦的电磁场理论是不够的, 全面地描述还需要给出介质中的场量关系, 导体中的电场、电流的关系, 以及麦克斯韦所做的假说和预言。将它们可以精要、简洁地归纳表述为麦克斯韦电磁理论的“4、3、2、1”。

二、麦克斯韦电磁场理论的“4、3、2、1”

1、四个方程——描述电场、磁场相互激发与转换的麦克斯韦方程

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_f, \quad \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}, \quad \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

麦克斯韦方程全面描述了电场与磁场的相互激发和转换关系, 将电场、磁场高度地统一起来。

2、三个关系——描述介质中 \vec{D} 与 \vec{E} 、 \vec{B} 与 \vec{H} 以及导体中 \vec{J} 与 \vec{E} 之间的关系式

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

这三个关系描述了介质对场量的影响以及导体的电导率对电场和电流的制约。

3、两个假说——将静场环路定理推广到变化场的奇思妙想

$$\text{涡旋电场 } \vec{E}_r \text{ 的假说: } \epsilon_{\text{感}} = \oint_l \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = \oint_l \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad \vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_r$$

$$\text{位移电流 } \vec{J}_d \text{ 的假说: } \vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad I_{\text{全}} = I_f + I_d = I_f + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

4、一个预言——由变化电流或变化电荷激发的电磁场将用波动的方式以光速向外传播

根据麦克斯韦方程, 加速运动的电荷激发的变化电场将进一步激发变化的磁场, 而变化磁场又激发变化的电场……; 反之, 变化电流激发的变化磁场也会进一步激发变化的电场, 变化的电场再激发变化的磁场……这样激发的变化电磁场将用波动的方式以光速向外传播。这个关于电磁波的著名预言, 其后被赫兹用实验证实, 从而为人类打开了信息和通讯时代的大门。

虽然麦克斯韦的理论也有不足之处, 例如“电磁波在充满以太空间传播”的说法, 但这并不影响他建立电磁场理论的伟大成就。这类瑕疵或不足经过后人的修正, 使得电磁场理论更加趋于完美。通过以上的框图和归纳不难看出, 电磁学是以总结、归纳出麦克斯韦电磁场理论的核心——麦克斯韦电磁场理论的“4, 3, 2, 1”为结局的。麦克斯韦电磁场理论的“4, 3, 2, 1”与电荷守恒定律、能量守恒定律一起, 又是形成经典电动力学的基本理论框架。可见推导、建立起的积分形式的麦克斯韦方程是电磁学的收尾, 而微分形式的麦克斯韦方程则是电动力学的开始。麦克斯韦方程正是电磁学和电动力学的自然、清晰的分界, 在编写教材、课堂教学以及课程建设中都应该尊重这一分界。

三、经典电动力学的框架

从麦克斯韦方程的微分形式出发, 电动力学分别给出了介质界面的电场、磁场的边值关系, 空间任意场点的由电荷、电流激发的静态、时变的电磁场的分布规律, 传播的和辐射的变化电磁场的波动规律。给定必要的边界条件和初始条件, 从麦克斯韦方程组就完全能够决定电磁场的分布、传播和辐射的规律。但是, 为了计算的可行性, 往往绕开场量而利用电势、磁势(标势及矢势)的波动方程作计算。有了势的微分方程, 于是就把麦克斯韦方程称为场方程。

“框图二”大体描述了目前流行版本^[4]的“经典电动力学”的基本知识结构与关系的框架(更多应用性专题内容, 包括“带电粒子和电磁场的相互作用”的章节不收于图中)。由于版面的原因, 图中删去了每个方框中的公式, 读者可以自行填充。

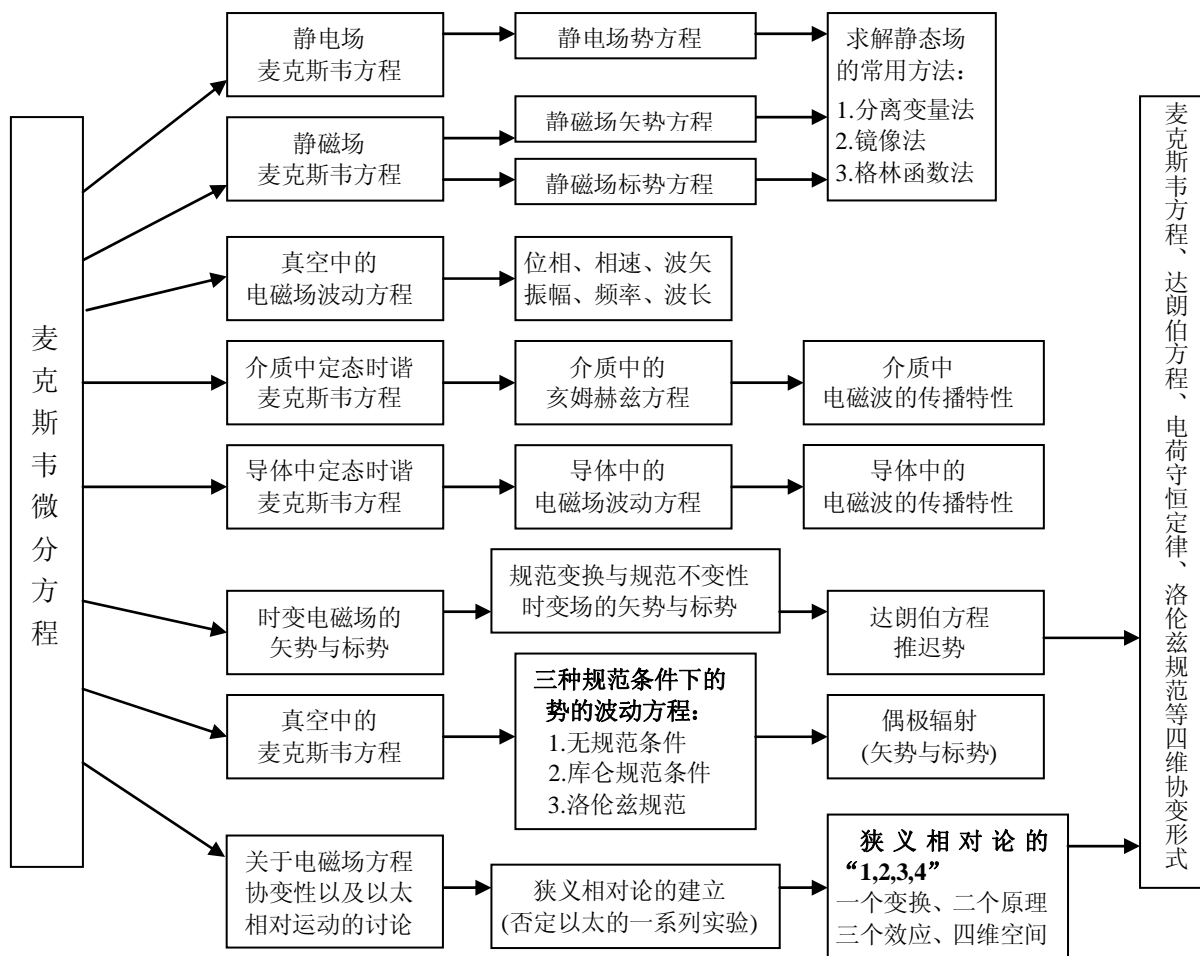
四、爱因斯坦狭义相对论的“1, 2, 3, 4”

框图二表明, 为分形式的麦克斯韦方程几乎是讨论、研究一切电动力学问题的核心和灵魂。从麦克斯韦方程出发, 可以进而求解“静电场、静磁场、时变电磁场、电磁场传播、电磁场辐射、带电粒子与电磁场的相互作用”等一系列电磁场理论问题, 只是求解时往往采用绕开对场的直接计算, 而去计算场之标势、矢势的分布或变化规律, 然后再利用场与势的关系确定场的矢量。

狭义相对论也是在关于“电磁场方程是否具有伽利略协变性以及以太是否存在对于地球的相对运动”的讨论中诞生的, 因此它就和电磁场理论结下了不解之缘; 也正是狭义相对论对于时空统一的理论, 使得电磁场理论步入了闵可夫斯基四维空间的境界, 给出了以麦克斯韦方程为代表的一系列电磁场规律的更为简洁、深奥的四维协变形式。

与麦克斯韦电磁场理论的“4, 3, 2, 1 相对应, 可以用“1, 2, 3, 4”来简洁地描述狭义相对论的基本知

识语结构，而狭义相对论给出的电磁场理论的一系列四维协变的方程和结论，则正可看作是经典电动力学的收尾。下面给出爱因斯坦狭义相对论的“1, 2, 3, 4”的表述。



框图二 经典电动力学的基本知识结构及关系

1. 一个变换——洛伦兹变换

原本是洛伦兹用来解释“迈克尔逊-莫雷干涉实验”零结果，从而挽救以太危亡的变换式，被爱因斯坦正确地改造成了狭义相对论的相对性坐标变换式。常用的特殊（一维）洛伦兹变换如下

$$\text{正变换: } x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{这里略去反变换})$$

2. 两个原理——相对性原理、光速不变原理

(1) 相对性原理。

(2) 光速不变原理。其数学表征是“间隔不变性”—— $s'^2 = s^2$, $ds'^2 = ds^2$, $x'_\mu x'_\mu = x_\mu x_\mu$

3. 三个效应——钟慢尺缩效应、同时的相对性、质量增大效应

(1) 钟慢尺缩效应: $\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ (孪生子佯谬), $\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$

(2) 同时的相对性: $\therefore t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = -\frac{\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, $t_2 - t_1 = 0$ 而 $t'_2 - t'_1 \neq 0$

$$(3) \text{ 运动质量增大: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

4. 四维空间——闵可夫斯基四维空间及物理量与物理规律的四维形式

是一个赝欧几里德空间，在该空间的不同惯性坐标系里，一切物理学规律具有相同的形式（协变性）。将常见的电磁场理论以及力学的部分规律在闵可夫斯基四维空间的表达式排列在下面，作为文章的结束。

空间坐标： $x_1 = x$ ， $x_2 = y$ ， $x_3 = z$ ， $x_4 = ict$ ， 即 x_1, x_2, x_3, x_4 ， 它们可以表示为 x_μ

$$\text{四维力: } F_\mu = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v_{1,2,3}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{m_0 ic}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

$$\text{四维速度: } U_\mu = \left(\frac{v_{1,2,3}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

$$\text{四维动量: } P_\mu = m_0 U_\mu = m_0 \left(\frac{v_{1,2,3}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

$$\text{电流密度: } J_\mu = \rho_0 U_\mu$$

$$\text{电磁势: } A_\mu = (\bar{A}, i \frac{\Phi}{c}); A_4 = i \frac{\Phi}{c}$$

$$\text{洛伦兹变换: } x'_\mu = \alpha_{\mu\nu} x_\nu$$

$$\text{洛伦兹规范: } \nabla \cdot \bar{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu} = 0$$

$$\text{电荷守恒律: } \nabla \cdot \bar{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial J_\mu}{\partial x_\mu} = 0$$

$$\text{达朗伯方程: } \begin{cases} \nabla^2 \bar{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \bar{J} \\ \nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \end{cases} \rightarrow \square A_\mu = -\mu_0 J_\mu$$

$$\text{麦克斯韦方程: } \begin{cases} \nabla \cdot \bar{D} = \rho \\ \nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \bar{H} = \bar{J}_f + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \bar{B} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \mu_0 J_\mu \\ \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} = 0 \end{cases}$$

不难看出，在闵可夫斯基四维空间的数学框架下， x_μ 将空间与时间统一起来； F_μ 将力与动量统一起来； P_μ 将动量与能量统一起来； J_μ 将电流密度与电荷密度统一起来； A_μ 将标势与矢势统一起来。这样一来，就有了表述简洁、内涵深奥、协变统一、高度概括的“麦克斯韦方程、电荷守恒定律、洛伦兹规范条件、达朗伯方程、间隔不变性、洛伦兹变换”等四维表达形式。

参考文献:

1. 刘金寿、徐鹏、仲海洋、季长青：《电磁学》吉林人民出版社，2005 年 8 月，长春。
2. 刘金寿、郑泰玉、仲海洋：《基础电动力学》吉林人民出版社，2005 年 8 月，长春。
3. 郭奕玲、审慧君：《物理学史》清华大学出版社，1997 年 7 月出版，2004 年 10 月第 16 次印刷，北京。
4. 郭硕鸿著：《电动力学》高等教育出版社，2003 年 6 月，北京。