

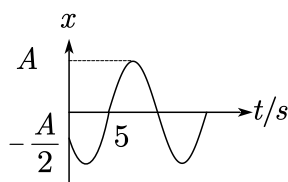
## 【知识点十二】

## 基础篇

12.1 (华科 2017) 一个谐振动的振动曲线如图所示, 此振动的周期为 ( )

A. 12s B. 10s C. 30s D. 11s

12.2 (华科 2013) 两个弹簧振子的周期都是 0.4s, 设开始时第一个振子从平衡位置向负方向运动, 经过 0.5s 后, 第二个振子才从正方向的端点开始运动, 则这两振动的相位差为\_\_\_\_\_。



习题12.1图

12.3 (北邮 2015) 一质点同时参与两个同方向的简谐振动, 其振动方程分别为  $x_1 = 5 \times 10^{-2} \cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right) (SI)$ ,

$x_2 = 3 \times 10^{-2} \sin\left(4t - \frac{\pi}{6}\right) (SI)$ , 则合振动的振动方程为 ( )

A.  $x = 2 \times 10^{-2} \cos\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$  B.  $x = 2 \times 10^{-2} \cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)$

C.  $x = 2 \times 10^{-2} \cos\left(4t - \frac{\pi}{3}\right)$  D.  $x = 2 \times 10^{-2} \cos\left(4t - \frac{\pi}{6}\right)$

12.4 (西交 2011) 将两个振动方向、振幅、周期都相同的简谐运动合成后, 若合振动的振幅和分振动的振幅相同, 则这两个分振动的位相差是 ( )

A.  $\frac{\pi}{6}$  B.  $\frac{\pi}{3}$  C.  $\frac{\pi}{2}$  D.  $\frac{2\pi}{3}$

12.5 (华科 2012) 下列几个方程表示振动的合成, 可以用来表示“拍”现象的是 ( )

A.  $y = A \cos(\omega t + \varphi_1) + B \cos(\omega t + \varphi_2)$  B.  $y = A \cos(200t) + B \cos(201t + \varphi)$

C.  $x_1 = A_1 \cos \omega t, y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi)$  D.  $x_1 = A_1 \cos \omega t, y_2 = A_2 \cos 2\omega t$

12.6 一平面简谐波在弹性媒质中传播, 在某一瞬间, 媒介中某质元正处于平衡位置, 此时它的能量是 ( )

A. 动能为零, 势能最大 B. 动能为零, 势能为零

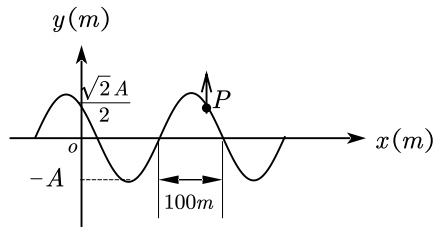
C. 动能最大, 势能最大 D. 动能最大, 势能为零

12.7 一列强度为  $I (J/sm^2)$  的平面简谐波通过一面积为  $S$  的平面, 波速与该平面的法线的夹角为  $\alpha$ , 则通过该平面的能流是\_\_\_\_\_ ( $J/s$ )。

12.8 (西交 2011) 如图所示为一平面简谐波在  $t=0$  时刻的波形图, 设此简谐波的频率为 250Hz, 且此时质点 P 的运动方向向上, 求:

(1) 该波的波动方程;

(2) 在距原点 O 为  $x=+50m$  处质点的振动方程与速度表达式。

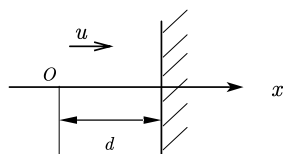


习题12.8图

12.9 (北邮 2015) 在坐标原点处有一波源, 其振动方程为  $y = A \cos 2\pi \nu t (SI)$ , 由波源发出的平面简谐波沿  $x$  轴正方向传播。在距离波源为  $d$  处有一平面将波反射 (反射时无半波损失), 如图所示, 则反射波的表达式为 ( )

$$\begin{aligned} \text{A. } y &= A \cos \left[ 2\pi \left( vt + \frac{x}{\lambda} \right) \right] & \text{B. } y &= A \cos \left[ 2\pi \left( vt - \frac{d-x}{\lambda} \right) \right] \\ \text{C. } y &= A \cos \left[ 2\pi \left( vt + \frac{d-x}{\lambda} \right) \right] & \text{D. } y &= A \cos \left[ 2\pi \left( vt - \frac{2d-x}{\lambda} \right) \right] \end{aligned}$$

**12.10** 设入射波的表达式为  $y = A \cos 2\pi \left( vt + \frac{x}{\lambda} \right)$ , 波在  $x=0$  处发生反射, 反射点为自由端, 则反射波的表达式为 \_\_\_\_\_; 形成的驻波表达式为 \_\_\_\_\_。



习题12.9图

**12.11** (北邮 2016) 一列波长为  $\lambda$  的平面简谐波沿  $x$  轴正方向传播, 已知在  $x = \frac{\lambda}{2}$  处的振动表达式为  $y = A \cos \omega t$ , 求: (1) 该平面简谐波的波函数;

(2) 若在波线上  $L \left( L > \frac{\lambda}{2} \right)$  处放一个反射面, 反射面的密度和波速分别为  $\rho_1$ 、 $\mu_1$ , 原介质的密度和波速分别为  $\rho_2$ 、 $\mu_2$ 。  $\rho_1 \mu_1 > \rho_2 \mu_2$ , 且反射波的振幅为  $A'$ , 求反射波的波函数。

**12.12** 一列横波在绳索上传播, 其表达式为  $y_2 = 0.05 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{0.05} - \frac{x}{4} \right) \right]$

(1) 现有另一横波(振幅也是  $0.05m$ )与上述已知横波在绳索上形成驻波, 设这一横波在  $x=0$  处与已知横波同相位, 写出该波的方程;

(2) 写出绳索上的驻波方程, 写出各波节的位置表达式, 并写出离原点最近的四个波节的坐标数值。

**12.13** (西交 2008) 两列时速均为  $64.8km/h$  迎面对开的列车, 一辆列车的汽笛频率为  $600Hz$ , 则在另一列车上的乘客所听到的汽笛的频率(设空气中声速为  $340m/s$ )约为( )

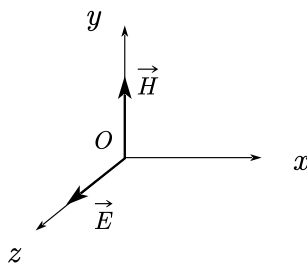
A.  $540Hz$  B.  $568Hz$  C.  $636Hz$  D.  $667Hz$

**12.14** 站在铁路附近的观察者听到迎面开来的火车笛声频率为  $420Hz$ , 当火车驶过后, 笛声频率将为  $380Hz$ , 设声音速度为  $340m/s$ , 则火车的速度为\_\_\_\_\_。

**12.15** (北邮 2018) 平面电磁波在自由空间中传播时, 电场强度和磁感应强度( )

A. 相互垂直且都垂直于传播方向 B. 朝相互垂直的两个方向传播

C. 在垂直于传播方向的同一条直线上 D. 有相位差  $\frac{\pi}{2}$



习题12.16图

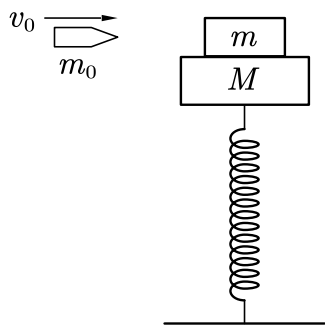
**12.16** 如图所示, 当一平面电磁波电场向  $z$  轴正方向振动时, 其磁场向  $y$  轴正方向振动时, 则该电磁波的传播方向为\_\_\_\_\_。

## 提高篇

**12.17** 如图所示, 有一劲度系数为  $k$  的轻质弹簧竖直放置, 一端固定在水平面上, 另一端连接一质量为  $M$  的光滑平板, 平板上又放置一质量为  $m$  的光滑小物块。今有一质量为  $m_0$  的子弹以速度  $v_0$  水平射入物块, 并与物块一起脱离平板。

(1) 证明物块脱离平板后, 平板将作谐振动;

(2) 根据平板所处的初始条件, 写出平板的谐振位移表达式。



习题12.17

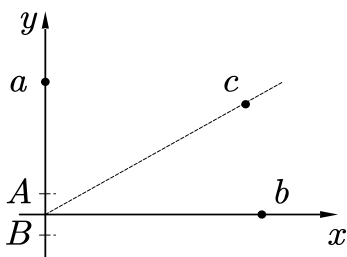
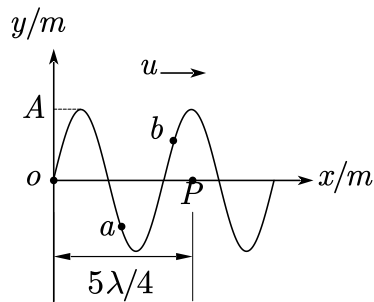


图12.18



习题12.19图

**12.18** (华科 2012) 如图所示, A、B 是两个相干波源, 振幅相同, 位相相反, 相距为  $\frac{\lambda}{2}$ , 设两波源单独振动时, 在足够远处 (场点距离远大于两波源的间距) 引起的波强度为  $I_0$ , 求在足够远处的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  各点合成波的强度  $I_a$ 、

$I_b$ 、 $I_c$ 。(注:  $a$  点在 BA 的延长线上,  $b$  点在 AB 的中垂线上,  $c$  点在偏高中垂线  $30^\circ$  的方向上)

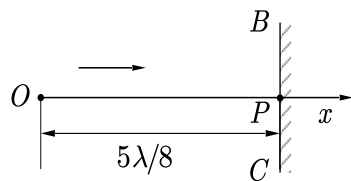
**12.19** (武大 2015) 有一机械波, 在  $t=0$  时刻的波形如右图所示。已知振幅为  $A$ , 波速为  $u$ , 波长为  $\lambda$ , 且向  $x$  轴正方向传播, 试求:

(1) 画出图中  $o$ 、 $a$ 、 $b$  三点的振动方向;

(2) 此波的波动表达式;

(3) 若  $OP = \frac{5\lambda}{4}$ , 求  $P$  点的振动表达式。

**12.20** (华科 2017) 如图所示, 波长为  $\lambda$  的平面简谐波沿  $x$  轴正向传播,  $BC$  为波密媒质反射面, 波由  $P$  点反射,  $\overline{OP} = \frac{5}{8}\lambda$ 。在  $t=0$  时,  $O$  处质点的合振动是经过平衡位置向位移负方向运动。设坐标原点在波源  $O$  处, 入射波和反射波的振幅均为  $A$ , 频率为  $\nu$ 。求:



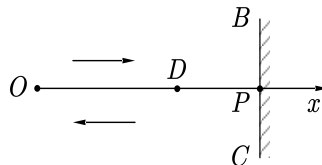
习题12.20图

(1) 波源  $O$  的初相位;

(2)  $OP$  间入射波和反射波合成驻波的函数;

(3)  $OP$  间波节的位置。

**12.21** 如图所示, 一平面简谐波沿  $x$  轴正向传播,  $BC$  为波密媒质的反射面。波由  $P$  点反射,  $OP = \frac{3\lambda}{4}$ ,  $DP = \frac{\lambda}{6}$ 。在  $t=0$  时,  $O$  处质点的合振动经过平衡位置向负方向运动 (设坐标原点在波源  $O$  处, 入射波和反射波的振幅均为  $A$ , 频率为  $\nu$ )。求:



习题12.21图

(1) 波源处的初相位;

(2) 入射波与反射波在  $D$  点因干涉而产生的合振动的表达式。

**12.22** 一平面电磁波的波长为  $3\text{m}$ , 在自由空间沿  $x$  方向传播, 电场  $E$  沿  $y$  方向, 振幅为  $300\text{V/m}$ 。试求:

(1) 电磁波的频率  $\nu$ 、角频率  $\omega$  及波数  $k$ ;

(2) 磁场  $B$  的方向和振幅  $B_m$ ;

(3) 电磁波的能量密度及其对时间周期  $T$  的平均值。

## 【知识点十二参考答案】

## 基础篇

## 12.1 【正解】A

【解析】0~5s内, 相位变化 $\frac{5\pi}{6}$ , 所以周期为 $T = 5 \times \frac{12}{5} s = 12s$ 。

12.2 【正解】 $\pi$ 

【解析】卡因为周期是0.4s, 所以经过0.5s就相当于经过了0.1s, 这时候相当于走了 $\frac{1}{4}$ 个周期, 在最左边, 而第二个振子从正方向开始, 在最右边, 所以相位差为 $\pi$ 。

## 12.3 【正解】B

【解析】 $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2$ ,  $\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \sqrt{3}$

## 12.4 【正解】D

【解析】根据振幅的合成公式 $A = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A \cdot A \cos\Delta\varphi}$ , 解得:  $\cos\varphi = -\frac{1}{2}$ , 所以 $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ 。

## 12.5 【正解】B

【解析】图两个行波的频率要相差不大, 且振动方向要相同。

## 12.6 【正解】C

【解析】波动能量不同于振动, 波动的能量是不守恒的, 在平衡位置处, 动能和势能都是最大。

12.7 【正解】 $IS\cos\alpha$ 

【解析】从能流=平均能流密度(强度)乘面积, 因为波速和面积法向量有一定的夹角, 所以要乘 $\cos\alpha$ 。

12.8 【正解】(1)  $y = A\cos\left(500\pi t + \frac{\pi x}{100} - \frac{\pi}{4}\right)$ ; (2)  $y = A\cos\left(500\pi t + \frac{\pi}{4}\right), v = -500\pi A\sin\left(500\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ 。

【解析】(1) 设方程为 $y = A\cos(500\pi t + \varphi)$ ,  $t=0$ 时,  $y = \frac{1}{\sqrt{2}}A = A\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , 又因为P速度

且向上, 所以 $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ , 波沿x轴正向传播, 由图可得 $\lambda = 200m$ , 所以波动方程为

$$y = A\cos\left[500\pi\left(t + \frac{x}{u}\right) - \frac{\pi}{4}\right] = A\cos\left(500\pi t + \frac{\pi x}{100} - \frac{\pi}{4}\right)$$

(2) 代入数据得到答案:  $y = A\cos\left(500\pi t + \frac{\pi}{4}\right), v = -500\pi A\sin\left(500\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

## 12.9 【正解】D

【解析】反射处的振动方程 $y = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda}\right)\right]$ , 因为没有半波损失, 所以, 反射波的表达式为

$$y = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda} + \frac{x}{\lambda} - \frac{d}{\lambda}\right)\right] = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{2d-x}{\lambda}\right)\right]。$$

**12.10【正解】**  $y = A \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$ ,  $y = 2A \cos 2\pi \nu t \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$

【解析】自由端没有相位的改变, 方向发生反转; 两者相加, 根据驻波合成公式即可得出结果。

**12.11【正解】** (1)  $y = A \cos \left( \omega t + \pi - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$ ; (2)  $y = A' \cos \left( \omega t - \frac{4\pi L}{\lambda} + \frac{2\pi x}{\lambda} \right) (x \leq L)$ 。

【解析】(1) 根据波动的标准公式可得, 入射波的波函数为:

$$y = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x - \frac{\lambda}{2}}{u} \right) \right] = A \cos \left( \omega t - \frac{\omega \lambda}{u} + \frac{\omega \lambda}{2u} \right) = A \cos \left( \omega t + \pi - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

(2) 因为  $\rho_1 \mu_1 > \rho_2 \mu_2$ , 所以有半波损失, 反射波的波函数为

$$y = A' \cos \left[ \omega t + \pi - 2\pi \frac{L}{\lambda} - \pi - \frac{2\pi}{\lambda} (L - x) \right]$$

化简得:  $y = A' \cos \left( \omega t - \frac{4\pi L}{\lambda} + \frac{2\pi x}{\lambda} \right) (x \leq L)$

**12.12【正解】** (1)  $y_2' = 0.05 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{0.05} + \frac{x}{4} \right) \right]$ ; (2)  $y = 0.1 \cos 40\pi t \cos \frac{\pi x}{2}$ ;  $x = 2k + 1, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;

离原点最近的四个波节坐标为:  $\pm 1m, \pm 3m$ 。

【解析】(1) 根据题中条件可得:  $y_2' = 0.05 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{0.05} + \frac{x}{4} \right) \right]$

(2) 驻波方程为  $y = y_2 + y_2' = 0.1 \cos 40\pi t \cos \frac{\pi x}{2}$ , 在波节处, 有  $\cos \frac{\pi x}{2} = 0$ , 所以  $x = 2k + 1, k = 0,$

$\pm 1, \pm 2, \dots$ , 其中离原点最近的四个波节坐标为:  $\pm 1m, \pm 3m$ 。

**12.13【正解】D**

【解析】根据波长在不同参考系下不变  $\lambda = \frac{f_0}{v_s} = \frac{f}{2v + v_s}$ ,  $f = \frac{600}{340} (2 \times 18 + 340) = 663.529 Hz$ 。

**12.14【正解】17m/s**

【解析】设源频率为  $\nu$ , 则迎面开来时:  $\nu_1 = \left( 1 + \frac{v}{340} \right) \nu = 420 Hz$ ; 远离时:  $\nu_2 = \left( 1 - \frac{v}{340} \right) \nu = 380 Hz$ ;

两式相除得:  $\frac{1 + \frac{v}{340}}{1 - \frac{v}{340}} = \frac{420}{380} = \frac{21}{19}$ , 解得:  $v = 17 m/s$ 。

**12.15【正解】A**

【解析】电磁波的电场和磁场是相互垂直的, 且传播方向满足  $\mathbf{u} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 。

**12.16【正解】x轴负方向**

【解析】电磁波传播方向满足  $\mathbf{u} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$

## 提高篇

**12.17 【正解】** (1) 证明过程见解析; (2)  $x = \frac{mg}{k} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \pi\right)$

**【解析】** (1) 取只有 M 时, 它静止时所在处为坐标原点 O, x 轴向上为正。此时设弹簧被压缩 l, 则  $l = \frac{Mg}{k}$ ,

当 m 脱离后, M 在任意位置 x 时, 弹簧压缩  $l - x$ , 有  $F_{\text{合}} = -Mg + k(l - x) = -kx$

即  $M \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$ , 平板作谐振动, 角频率  $\omega = \sqrt{k/M}$

(2) 设 m 在 M2 静止时, 弹簧压缩  $l'$ , 则  $l' = \frac{M+m}{k}g$

取 m 脱离后, M 开始振动的时刻  $t=0$ , 此时 M 位于平衡位置 O 点下方,

$$\Delta l = l' - l = \frac{M+m}{k}g - \frac{M}{k}g = \frac{mg}{k}$$

即  $x_0 = -\frac{mg}{k}$ 。又因为  $v_0 = 0$ , 所以  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \frac{mg}{k}$

谐振动表达式为  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ 。

而  $t=0$  时,  $x = -A = A \cos \varphi$ , 得  $\varphi = \pi$ , 所以  $x = \frac{mg}{k} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \pi\right)$

**12.18 【正解】** 见解析

**【解析】** 合振动的强度:  $I = 2I_0 + 2I_0 \cos \Delta\varphi = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$ ,  $\Delta\varphi = (\varphi_B - \varphi_A) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_B - r_A)$

对 a 点,  $r_B - r_A = \frac{\lambda}{2}$ ,  $\Delta\varphi_a = 0$ ,  $I_a = 4I_0$ ;

对 b 点,  $r_B - r_A = 0$ ,  $\Delta\varphi_b = \pi$ ,  $I_b = 0$ ;

对 c 点,  $r_B - r_A = \frac{\lambda}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{4}\lambda$ ,  $\Delta\varphi_c = \frac{\pi}{2}$ ,  $I_c = 2I_0$

**12.19 【正解】** (1)  $o \downarrow$ ,  $a \uparrow$ ,  $b \downarrow$ ; (2)  $y = A \cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2}\right)$ ; (3)  $y = A \cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t\right)$ 。

**【解析】** (2) 沿 x 轴正向传播的波动表达式为:  $y(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$

由图可知在  $x=0$  处,  $t=0$  时刻  $y(0, 0) = A \cos \varphi_0 = 0$

且  $v(0, 0) = -A\omega \sin \varphi_0 < 0$

所以  $\varphi = \frac{\pi}{2}$

又  $T = \frac{\lambda}{u}$ ,  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi u}{\lambda}$

由此得波动表达式为  $y = A \cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2}\right)$

(3) 将  $x = \frac{5}{4}\lambda$  代入上式, 可得 P 点处的振动表达式为

$$y = A \cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{5}{4}\lambda + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t - 2\pi\right) = A \cos\left(\frac{2\pi u}{\lambda}t\right)$$

**12.20 【正解】** (1)  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ; (2)  $y = A \cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \left(0 < x < \frac{5}{8}\lambda\right)$ ; (3) 波节位置为  $x = \frac{\lambda}{8}$ 、

$$x = \frac{5}{8}\lambda$$

**【解析】** (1) 根据旋转矢量法, O 点的合振动初相位为  $\frac{\pi}{2}$

设入射波在 O 点振动方程  $y = A \cos(\omega t + \varphi)$ , 则入射波函数  $y = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

P 点的入射方程  $y = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{5\pi}{4}\right)$ , 反射后  $y = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{4}\right)$

反射波函数  $y = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{\frac{5}{8}\lambda - x}{u}\right) + \varphi - \frac{\pi}{4}\right] = A \cos\left(\omega t - \frac{3}{2}\pi + \varphi + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

反射在 O 点的振动方程  $y = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{3\pi}{2}\right)$

因为合振动初相位为  $\frac{\pi}{2}$ , 所以  $\varphi = \frac{\pi}{4}$

(2) 将入射波函数和反射波函数相加得 OP 间驻波函数

$$y = A \cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \left(0 < x < \frac{5}{8}\lambda\right)$$

(3) 令  $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0$ , 可得波节位置为  $x = \frac{\lambda}{8}$ 、 $x = \frac{5}{8}\lambda$

**12.21 【正解】** (1)  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ; (2)  $y_{D\text{合}} = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{7}{12}\lambda\right) \cos\left(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}A \sin 2\pi\nu t$

**【解析】** 设入射波为  $y_{\lambda} = A \cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$

则 O 点处的振动方程为  $y_0 = A \cos(2\pi\nu t + \varphi)$

反射波在坐标处 x 引起的振动可以视为是从点 O 传到 P 点再经反射传播过来的, 需要的时间为  $\Delta t$ ,

且考虑到在反射点 P 处有半波损失, 则  $y_{\text{反}} = A \cos[2\pi\nu(t - \Delta t) + \varphi + \pi]$ , 其中  $\left(\Delta t = \frac{2\overline{OP} - x}{u}\right)$

于是反射波  $y_{\text{反}} = A \cos\left[2\pi\nu\left(t - \frac{2\overline{OP} - x}{u}\right) + \varphi + \pi\right] = A \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$

故, 反射波在 O 点引起的振动为  $y_0' = A \cos(2\pi\nu t + \varphi)$

O 点的合振动可写为  $y_{0\text{合}} = y_0 + y_0' = 2A \cos(2\pi\nu t + \varphi)$

t=0 时, 由 O 点的旋转矢量图可知,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 。

于是, 入射波、反射波分别为  $y_{\lambda} = A \cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y_{\text{反}} = A \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$

坐标  $x$  处质点的合振动为

$$y_{\text{合}} = y_{\lambda} + y_{\text{反}} = A \cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) + A \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \cos\left(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2}\right)$$

对于  $D$  点,  $x = \overline{OP} - \overline{DP} = \frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{7}{12}\lambda$ , 故  $D$  点的合振动为

$$y_{D\text{合}} = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{7}{12}\lambda\right) \cos\left(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}A \sin 2\pi\nu t$$

**12.22 【正解】** (1)  $\nu = 10^8 \text{ Hz}$ ,  $\omega = 2\pi \times 10^8 \text{ rad/s}$ ,  $k = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/m}$ ; (2)  $B_m = 10^{-6} \text{ T}$ ;

(3)  $\mathbf{S} = 239 \cos^2(\omega t - kx) \mathbf{i}$ ,  $\bar{S} = 120 \text{ W/m}^2$ 。

**【解析】** (1) 频率  $\nu$  为  $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{3} \text{ Hz} = 10^8 \text{ Hz}$

角频率为  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \times 10^8 \text{ rad/s}$

波数为  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/m}$

(2)  $\mathbf{B}$  的方向为沿  $z$  轴方向。振幅为  $B_m = E/c = \frac{300}{3 \times 10^8} \text{ T} = 10^{-6} \text{ T}$

(3) 由题意得  $\mathbf{E} = 300 \cos(\omega t - kx) \mathbf{j}$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{B_m}{\mu_0} \cos(\omega t - kx) \mathbf{k}$$

能流密度为  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{300 \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7}} \cos^2(\omega t - kx) \mathbf{i} = 239 \cos^2(\omega t - kx) \mathbf{i}$

平均能流密度为  $\bar{S} = \frac{1}{T} \int_0^T 239 \cos^2(\omega t - kx) dt = \frac{1}{2} \times 239 \text{ W/m}^2 = 120 \text{ W/m}^2$