《大学物理 BII》作业　　No.05 光的衍射

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 _______

******************************本章教学要求******************************

1、理解惠更斯-菲涅耳原理以及如何用该原理解释光的衍射现象。

2、理解夫琅禾费衍射和菲涅耳衍射的区别，掌握用半波带法分析单缝夫琅禾费衍射条纹的产生，能计算明暗纹位置、能大致画出单缝衍射条纹的光强分布曲线；能分析衍射条纹角宽度的影响因素。

3、理解用振幅矢量叠加法分析单缝衍射光强分布的原理。

4、掌握圆孔夫琅禾费衍射光强分布特征，理解瑞利判据以及光的衍射对光学仪器分辨率的影响。

5、掌握光栅衍射形成明纹的条件，掌握用光栅方程计算主极大位置；掌握光栅衍射条纹缺级条件，理解光栅光谱的形成以及光栅分辨本领的影响因素。

6、理解X射线衍射的原理以及布拉格公式的意义，会计算晶体的晶格常数或X射线的波长。

一、选择题(6 小题，每题 2 分，共 24 分）

1. 根据惠更斯－菲涅耳原理，若已知光在某时刻的波阵面为 S，则 S 的前方某点 P 的光强度决定于波阵面 S 上所有面积元发出的子波各自传到 P 点的［　　　］

(A) 振动振幅之和　　　　　(B) 光强之和

(C) 振动振幅之和的平方　　(D) 振动的相干叠加

答案：D

答案解析：根据惠更斯－菲涅尔原理，因各子波满足相干条件，故 P 点光强决定于所有子波传到 P 点的振动的相干叠加。

2. 下列属于光的衍射现象的是［　　　］

(A) 雨后天空中出现的绚丽的彩虹

(B) 阳光下肥皂膜上的彩色条纹

(C) 太阳光通过三棱镜产生的彩色条纹

(D) 眼睛眯成一条线看到的发光的电灯周围有彩色花纹

答案：D

答案解析：A、C 属于光的折射现象，B 属于薄膜干涉现象，D 才属于光的衍射现象。

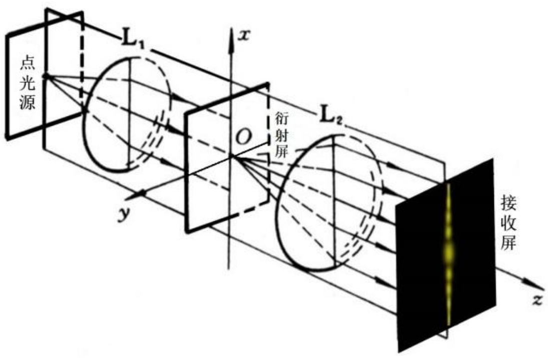
3. 实现光的夫琅禾费衍射的装置如图所示，根据接收屏上的衍射图样（衍射条纹沿 x 方向），可以判断［　　　］

(A) 衍射屏上的障碍物是 x 方向的狭缝

(B) 衍射屏上的障碍物是 y 方向的狭缝

(C) 衍射屏上的障碍物是矩形孔

(D) 衍射屏上的障碍物是圆孔



答案：B

答案解析：衍射条纹沿 x 方向，则狭缝宽度在 x 方向，长度就沿 y 方向，即障碍物狭缝方向。

4. 在如图所示的单缝夫琅禾费衍射装置中，将单缝宽度 a 稍稍变窄，同时使会聚透镜 L 沿 y 轴正方向作微小位移，则屏幕 E 上的中央衍射条纹将［　　］

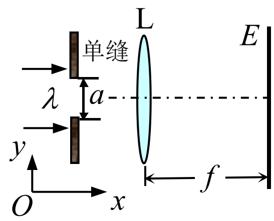
(A) 变宽，同时向上移动

(B) 变宽，同时向下移动

(C) 变宽，不移动

(D) 变窄，同时向上移动

(E) 变窄，不移动



答案：A

答案解析：因单缝夫琅禾费衍射中央明纹角宽度$\Delta\varphi_0 = 2\frac{\lambda}{a}$，故 a 变窄时，$\Delta\varphi_0$增大，屏上中央明纹将变宽。

又中央明纹中心由透镜主光轴与屏幕的交点决定，当透镜向 y 轴正方向平移时，交点也向 y 轴正方向平移，中央明条纹和其他明纹也将向 y 轴正方向平移。

5. 一衍射光栅对某一定波长的垂直入射光，在屏幕上只能出现零级和一级主极大，欲使屏幕上出现更高级次的主极大，下列措施正确的是［　　］

(A) 换一个光栅常数较小的光栅

(B) 换一个光栅常数较大的光栅

(C) 将光栅向靠近屏幕的方向移动

(D) 将光栅向远离屏幕的方向移动

答案：B

答案解析：根据垂直入射光栅公式 $d\sin\varphi = k\lambda\,(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$，有$\varphi < \frac{\pi}{2}$，$k < \frac{d}{\lambda}$，λ 一定，只有光栅常数 d 增大时，屏幕上才能出现更高级次的主极大。

6. 在双缝衍射实验中，若保持双缝 S_1 和 S_2 的中心之间的距离 d 不变，而把两条缝的宽度 a 略微加宽，则 [　　　]

(A) 单缝衍射的中央明纹区变宽，其中所包含的主明纹数目变少

(B) 单缝衍射的中央明纹区变宽，其中所包含的主明纹数目变多

(C) 单缝衍射的中央明纹区变宽，其中所包含的主明纹数目不变

(D) 单缝衍射的中央明纹区变窄，其中所包含的主明纹数目变少

(E) 单缝衍射的中央明纹区变窄，其中所包含的主明纹数目变多

答案：D

答案解析：双缝 S_1 和 S_2 可看作有两缝的光栅。

单缝衍射的中央明纹宽度：由 $a\sin\varphi = \pm k'\lambda\ (k' = 1,2,\ldots)$，得

$\Delta X = 2f\mathrm{tg}\varphi \approx 2f\sin\varphi = \frac{2f\lambda}{a}$，$a$ 稍加宽，ΔX 减小，即中央明纹区变窄。

主明纹（主极大）宽度：由 $d\sin\varphi = \pm k\lambda\ (k = 0,1,2,\ldots)$，得$\Delta x = \frac{f\lambda}{d}$。

所以中央明纹区包含的主极大数目$\frac{\Delta X}{\Delta x} = \frac{\frac{2f\lambda}{a}}{\frac{f\lambda}{d}} = \frac{2d}{a}$。

可见 d 不变，a 增大，中央明纹区包含的主极大数目减少。

二、判断题（6 小题，每题 2 分，共 24 分）

1. 夫琅禾费衍射是菲涅耳衍射的一个特例，或者说是菲涅耳衍射的极限情形。[　　　]

答案：T

答案解析：菲涅耳衍射是指光源和观察屏（或二者之一）离开衍射屏的距离是有限的，夫琅禾费衍射的光源和观察屏都在离衍射屏无限远处。夫琅禾费衍射实际就是菲涅耳衍射的极限情形。

2. 惠更斯原理可解释波的衍射成因，并定量说明衍射场的强度分布。[　　　]

答案：F

答案解析：惠更斯原理可定性解释波的衍射成因，也可推导出反射、折射定律，但不能定量说明衍射场的强度分布，因该原理没说明子波源传到空间任一点的各定量值。

3. 对于显微镜，采用波长较长的光对提高其分辨率有利。[　　　]

答案：F

答案解析：从波动光学角度来看，即使没有任何像差的理想成像系统，其分辨本领也要受到衍射的限制，分辨率的大小与仪器的孔径 D 和光波波长λ有关，即（像）分辨本领 $R = \frac{D}{1.22\lambda}$。对于显微镜，采用极短波长的光对提高其分辨率有利。例如，利用紫光照射物体进行观察，或采用油浸式显微镜（在载物片与物镜之间滴上一滴油），甚至采用电子显微镜。

4. 一束白光垂直入射在一光栅上，在形成的同一级光栅光谱中，偏离中央明纹最远的是紫光。[　　　]

答案：F

答案解析：由垂直入射光栅衍射极大条件（光栅方程）$d\sin\varphi = k\lambda$可知：同一级光栅衍射光谱中，入射光波长越大，衍射角越小。白光中红光波长最大，故同一级光栅光谱中，偏离中央明纹最远的是红光。

5. 光栅的分辨本领与光栅总缝数 N 和谱线级次 k 有关，与光栅常数 d 无关。[　　　]

答案：T

答案解析：光栅的（色）分辨本领 $R = kN$，可见光栅的分辨本领与光栅总缝数 N 和谱线级次 k 成正比，与光栅常数 d 无关。

6. X 射线是电磁波，有干涉和衍射现象，可用普通光栅观察 X 射线的衍射现象。[　　　]

答案：F

答案解析：X 射线是波长很短的电磁波，波长在 0.01 nm 到 10 nm 之间，普通光栅的光栅常数太大，因此用普通光栅观察不到 X 射线的衍射现象，而且也无法用机械方法制造出适用于 X 射线的光栅。

三、填空题（6 小题，每空 2 分，共 24 分）

1. 单缝夫琅禾费衍射实验中，屏上第三级暗条纹所对应的单缝处波面可划分为______个半波带，若将缝宽缩小一半，原来第三级暗纹处将是第______级______纹。

答案：6；一；明

答案解析：由单缝衍射暗纹公式 $a\sin\varphi = 2k \times \frac{\lambda}{2}\ (k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$

当 $k = 3$ 时，$a\sin\varphi = 2 \times 3 \times \frac{\lambda}{2} = 6 \times \frac{\lambda}{2}$

即第三级暗条纹所对应的单缝处波面可划分为 6 个半波带。

若将缝宽缩小一半，有光程差$\Delta = \frac{a}{2}\sin\varphi = 3 \times \frac{\lambda}{2}$

即此时单缝处波面划分为 3 个半波带。

因 $2k + 1 = 3$，$k = 1$，满足单缝衍射明纹公式 $a\sin\varphi =$ （$2k + 1$）$\times \frac{\lambda}{2}\ (k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$

可知原来第三级暗纹处现在将是第一级明纹。

2. 在单缝夫琅禾费衍射实验中，平行光垂直入射单缝，所用光波长$\lambda = 400$ nm，透镜焦距 $f = 1.5$m，第三级暗纹离中央明纹中心 3×10^{-3} m，另一波长λ_0的光，它的第二级暗纹在屏的同一位置上，则单缝宽 a=_______m，波长λ_0=_________nm。

答案：6×10^{-4}；600

答案解析：由单缝衍射暗纹条件 $a\sin\varphi = 2k \times \frac{\lambda}{2}\ (k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$

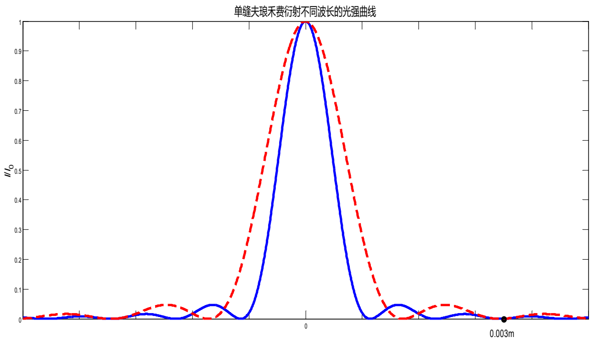
和近轴衍射结论 $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi = \frac{x}{f}$有

单缝宽 $a=\frac{kf\lambda}{x}=\frac{3\times400\times10^{-9}\times1.5}{3\times10^{-3}}=6\times10^{-4}\ \mathrm{m}$

因另一波长λ_0的光，它的第二级暗纹在屏的同一位置上，所以有 $a\sin\varphi=k\lambda=k^{'}\lambda_0$

波长$\lambda_0=\frac{k\lambda}{k^{'}}=\frac{3\times400\times10^{-9}}{2}=600\ \mathrm{nm}$

光强分布曲线示意图参考如下。



3. 在通常亮度下，人眼瞳孔直径为 3 mm，人眼的最小分辨角是________rad（答案保留 2 位小数）。远处两根细丝之间的距离为 2.0 mm，人在_______m 距离之外就不能分辨了（答案保留 1 位小数）。（已知：视觉最敏感的黄绿光波长$\lambda=550\ \mathrm{nm}$）

答案：2.24×10^{-4} rad；8.9 m

答案解析：由瑞利判据有

人眼的最小分辨角为：$\Delta\varphi=1.22\frac{\lambda}{D}=1.22\times\frac{550\times10^{-9}}{3\times10^{-3}}\approx2.24\times10^{-4}\ \mathrm{rad}$；

两细丝对人眼的张角$\theta=\frac{\Delta s}{L}$，$\Delta s$ 是两细丝间距离，L 是人与细丝间的距离。依题意人眼恰能分辨，则应有$\theta=\Delta\varphi$，所以人眼能分辨的最远距离为：$L=\frac{\Delta s}{\Delta\varphi}=\frac{2.0\times10^{-3}}{2.24\times10^{-4}}\approx8.9\ \mathrm{m}$。

4. 在双缝垂直入射衍射实验中，若每条缝宽 $a=0.030\ \mathrm{mm}$，两缝中心间距 $d=0.15\ \mathrm{mm}$，则在单缝衍射的两个第一极小条纹之间出现的干涉明条纹数为________条。

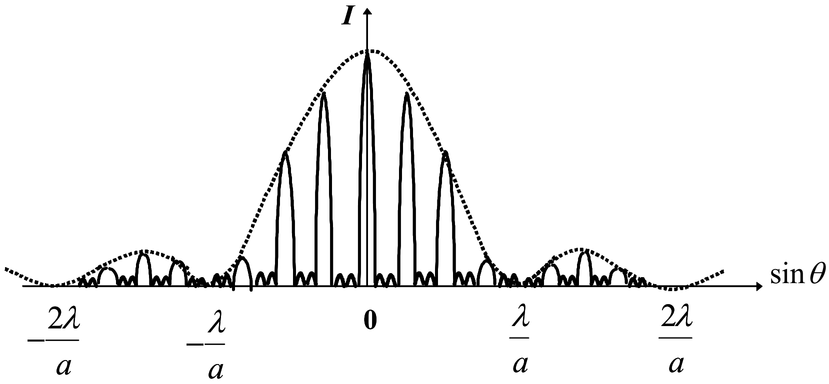
答案：9

答案解析：由光栅衍射垂直入射缺级条件

$$d\sin\varphi=k\lambda\quad(k=0,\pm1,\pm2,\ldots)$$
$$a\sin\varphi=k^{'}\lambda\quad(k^{'}=\pm1,\pm2,\ldots)$$

可知第一极小条纹出现的干涉明条纹级次为：$k=\frac{d}{a}k^{'}=\frac{0.15}{0.030}\times1=5$，即干涉明条纹第一次缺级出现在级次 $k=\pm5$，根据垂直入射衍射条纹分布的对称性，有在单缝衍射的两个第一极小条纹之间出现的干涉明条纹级次分别为：$k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm4$，即共有 9 条。

5.如图所示为一光栅衍射的光强分布曲线图，该光栅透光缝宽 $a=2\times10^{-3}\ \mathrm{cm}$。问：该光栅的总缝数 $N=$________，缺级主明纹的级次为$k=$________，光栅常数为$d=$________cm。



答案：4；　$\pm 4, \pm 8, \pm 12, \ldots$；　8×10^{-3}

答案解析：由题图知，光栅衍射的两主极大之间有 2 个次极大，光栅中一个单缝衍射的第一级暗纹出现在光栅衍射的第四级主极大处。

则由“总缝数 N=光栅衍射两主极大之间次极大数+2”，有：

总缝数 N=2+2= 4；

由缺级条件$\frac{a+b}{a} = \frac{k}{k'}$，有：

$k = 4k'$，即缺级主明纹的级次为：$k = \pm 4, \pm 8, \pm 12, \ldots$；

故光栅常数为：$d = \frac{k}{k'}a = \frac{4}{1} \times 2 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-3}$ cm。

6. 伦琴射线投射在岩盐（其晶格常数 $d = 2.814 \times 10^{-10}$ m ）晶体上发生反射加强时，测得射线与晶体表面的最小掠射角为 $10°50'$，根据晶格衍射的布拉格公式，伦琴射线的波长为________m。（答案保留 2 位小数）

答案：1.06×10^{-10}

答案解析：由晶格衍射的布拉格公式：$2d\sin\theta = k\lambda$，有

最小掠射角对应级次 $k = 1$，所以该伦琴射线的波长为：

$$\lambda = \frac{2d\sin\theta}{k} = \frac{2 \times 2.814 \times 10^{-10} \times \sin 10°50'}{1} \approx 1.06 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

四、计算题（2 小题，共 22 分）

1.（共 12 分）(1) 在单缝夫琅和费衍射实验中，垂直入射的光有两种波长：$\lambda_1 = 4000Å$，$\lambda_2 = 7600Å$。已知单缝宽度 $a = 2 \times 10^{-2}$cm，透镜焦距 $f = 50$ cm。求两种光第一级衍射明条纹中心之间的距离。

(2) 若用光栅常数 $d = 1.0 \times 10^{-3}$ cm 的光栅替代单缝，其他条件和上一问相同，求两种光衍射第一级主级大值之间的距离，并与（1）的结果进行比较。

（要求：答案保留 2 位小数）

答案：

（1）由单缝衍射明纹公式：$a\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}\ (k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$ 2 分

取 $k = 1$，有两波长第一级衍射明条纹中心角位置分别满足：

$$a\sin\varphi_1 = \frac{3}{2}\lambda_1 \qquad \sin\varphi_1 = \frac{3\lambda_1}{2a}$$

$$a\sin\varphi_2 = \frac{3}{2}\lambda_2 \qquad \sin\varphi_2 = \frac{3\lambda_2}{2a}$$ 2 分

两种光第一级明纹在屏上的线位置分别为（考虑近轴衍射结论 $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi$）：

$$x_1 = f \cdot \mathrm{tg}\varphi_1 \approx f \cdot \sin\varphi_1$$

$$x_2 = f \cdot \mathrm{tg}\varphi_2 \approx f \cdot \sin\varphi_2$$ 2 分

故两明纹中心之间的距离为：$\triangle x = x_2 - x_1 = f(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) = f \times \frac{3}{2a}(\lambda_2 - \lambda_1)$

$$= 50 \times 10^{-2} \times \frac{3}{2 \times 1.0 \times 10^{-4}} \times (7600 \times 10^{-10} - 4000 \times 10^{-10})$$

$$= 0.27 \times 10^{-2}\mathrm{m}$$ 1 分

（2）由垂直入射的光栅公式：$d\sin\varphi = k\lambda\ (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ 2 分

取 $k = 1$，有两波长第一级衍射主极大中心角位置分别满足：

$$d\sin\varphi_1 = \lambda_1，\ \sin\varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d}, \quad x_1 \approx f \cdot \sin\varphi_1$$

$$d\sin\varphi_2 = \lambda_2，\ \sin\varphi_2 = \frac{\lambda_2}{d}, \quad x_2 \approx f \cdot \sin\varphi_2$$ 2 分

两种光第一级主级大值之间的距离为：$\triangle x = x_2 - x_1 = f(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) = \frac{f}{d}(\lambda_2 - \lambda_1)$

$$= \frac{50 \times 10^{-2}}{1.0 \times 10^{-3} \times 10^{-2}} \times (7600 \times 10^{-10} - 4000 \times 10^{-10})$$

$$= 1.80 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

1 分

比较（1）、（2）结论，表明：使用光栅能使谱线位置分离更远。

2.（共 10 分）波长$\lambda = 6000$Å的单色光垂直入射到一光栅上，现测得第三级主级大的衍射角为 30º，且第四级是第一次缺级。

(1) 光栅常数(a＋b)等于多少？

(2) 透光缝可能的最小宽度 a 等于多少？

(3) 在选定了上述(a＋b)和 a 之后，求在屏幕上可能呈现的全部主极大的级次。

答案：

(1) 由垂直入射时光栅衍射主极大条件（光栅公式）：$d\sin\varphi = k\lambda$和题意 $k = 3$，

得该光栅常数为： $d=a+b=\frac{3\lambda}{sin30^{\circ}}=\frac{3\times6\times10^{-7}}{0.5}=3.6\times10^{-6}\mathrm{m}$ 2 分

(2) 因第四级是第一次缺级，故单缝衍射第一级暗纹与光栅衍射第四级主极大重合，则由缺级条件：

$$\sin\varphi=k\lambda\ (k=0,\pm1,\pm2,\ldots)$$

$$a\sin\varphi=k'\lambda\left(k'=\pm1,\pm2,\ldots\right)$$ 2 分

有 $\frac{a+b}{a}=\frac{k}{k'}=4$ 1 分

得透光缝可能的最小宽度为：$a=\frac{d}{4}=\frac{1}{4}\times3.6\times10^{-6}=0.9\times10^{-6}\mathrm{m}$ 1 分

(3) 垂直入射时，屏幕上衍射主极大的最大级次满足条件：

$$\sin\varphi<1$$

$$k_{max}<\frac{d}{\lambda}=\frac{3.6\times10^{-6}}{6\times10^{-7}}=6，即\ k_{max}=5$$ 2 分

又题意第四级是第一次缺级，由于垂直入射时衍射条纹分布的对称性，所以在选定了上述 $(a+b)$和 a 之后屏上可能呈现的全部主极大的级次为：

$k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5$，共 9 个主极大。 2 分

五、问答或者证明题（6 分）

1.画出下列三种情况的夫琅禾费衍射强度曲线，并比较它们的特点：

（1）宽度为 a 的单缝；

（2）宽度为 $2a$ 的单缝；

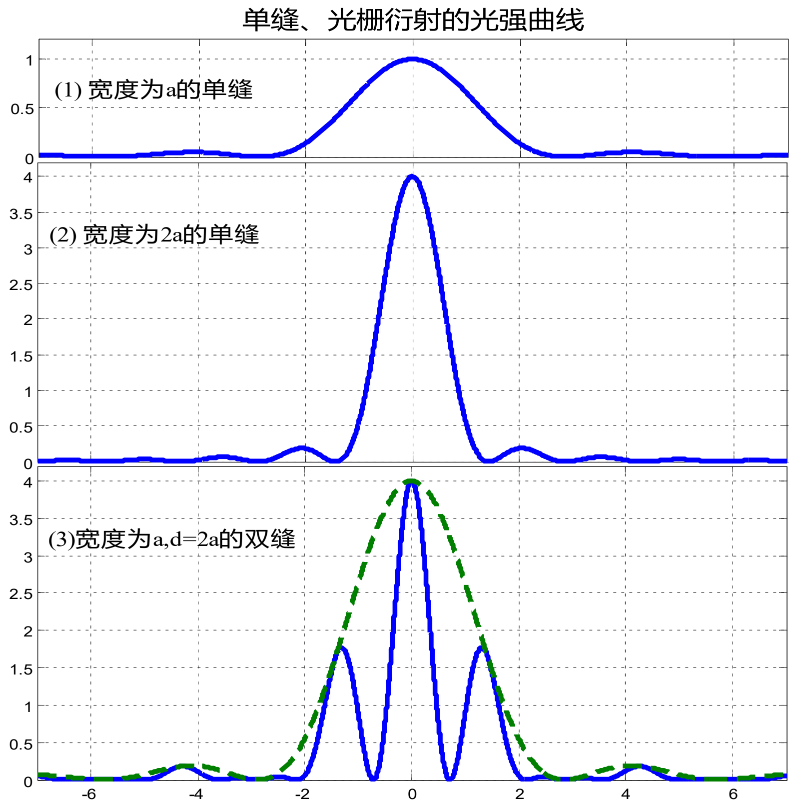
（3）宽度为 a、间距（即光栅常数）$d=2a$ 的双缝；

（4）思考：N 个缝的衍射装置中，入射光能流比单缝大 N 倍，而主极大却大N^2倍，这违反能量守恒定律吗？

提示： ①可徒手画，也可用 Matlab、Mathematica 等软件绘制。

②建议缝宽与波长的比值取 8~24，缝宽取$\sim10^{-5}\mathrm{m}$，波长取$\sim5\times10^{-7}\mathrm{m}$，角位置最大值取$\sim(5^{\circ}-7^{\circ})$.

答案：三种情况的夫琅禾费衍射强度曲线如图所示。



比较：

①（2）与（1）相比单缝的宽度大了一倍，故振幅大了一倍，强度大 4 倍，而条纹的角宽度减到一半。

②（3）与（1）单缝宽度一样，故单缝衍射因子角宽度一样。

③（3）与（2）缝的总宽度一样，故主极大的强度一样，皆为情形（1）的 4 倍。

总结：缝数 N 愈大，主极大的锐度愈大，即能量的方向性愈强。虽然主极大的峰值强度增加为单缝的N^2倍，而其半角宽度与 N 成反比，仍使输出的总能流为单缝的 N 倍。N 增大使能流更加在方向上集中罢了，并不违反能量守恒定律。从情形（1）与（3）的比较可看出。