# 【知识点十一】

## 基础篇

**11.1** 一柴油机气缸容积为$10^{-3}m^3$，压缩前其中空气的温度是$320K$，压强是$8.4\times10^4 Pa$。活塞快速运动，将空气的体积压缩到原来的$\frac{1}{17}$，压强增大到$4.2\times10^6 Pa$，求此时空气的温度。

**11.2**（上交 2014）自由度为$i$的一定量刚性分子理想气体，当其体积为$v$，压强为时$p$，其内能为________。

**11.3**（同济 2013）一氧气瓶的容积为 V，充入氧气后的压强为$P_1$，用了一段时间后压强降为$P_2$，则瓶中剩下的氧气的内能与未用前氧气的内能之比为__________.

**11.4**（吉大 2013）两种不同的理想气体，若它们的最概然速率相等，则它们的（　　　）

A.平均速率相等，方均根速率相等B.平均速率相等，方均根速率不相等

C.平均速率不相等，方均根速率相等D.平均速率不相等，方均根速率不相等

**11.5** 试说明下列各式的物理意义：

（1）$f(v)=\dfrac{dN}{Ndv}$；（2）$f(v)dv$；（3）$Nf(v)dv$；（4）$\int_{v_1}^{v_2}f(v)dv$；（5）$\int_{v_1}^{v_2}Nf(v)dv$

## 提高篇

**11.6**（华科 2011）一理想气体的压强为$P$，质量密度为$\rho$，则其方均根速率为（　　）。

A.$\sqrt{\dfrac{P}{3\rho}}$　　B.$\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}$　　C.$\sqrt{\dfrac{P}{2\rho}}$　　D.$\sqrt{\dfrac{2P}{\rho}}$

**11.7**（西交 2011）已知$f(v)$为麦克斯韦速率分布函数，$N$为总分子数，$v_p$为分子的最概然速率，则$0\sim v_p$速率区间内的分子数的表达式为__________；速率$v>v_p$的分子平均速率的表达式为__________。

**11.8** 一个容器中在装有质量为$0.140kg$压强为$2.0265\times10^6 Pa$温度为$127.0C$的氮气。因容器泄漏，经过一段时间后，压强降低为原来的$\frac{5}{14}$，温度降低到$27.0C$，问：

（1）容器的体积是多大？　　（2）漏掉氮气的质量是多少？

**11.9**（武大 2016）有$2\times10^{-3}m^3$刚性双原子分子理想气体，其内能为$6.75\times10^2 J$。

（1）试求气体的压强；

（2）设分子总数为$5.4\times10^{22}$个，求分子的平均平动动能及气体的温度。（玻尔兹曼常量$k=1.38\times10^{-23}J\bullet K^{-1}$）

**11.10** 由 N 个粒子构成的系统，其速度分布函数为$f(v)=\begin{cases}av/v_0 & (0\leqslant v\leqslant v_0)\\ a & (v_0\leqslant v\leqslant 2v_0)\\ 0 & (v>2v_0)\end{cases}$

（1）求常数 $a$；（2）分别求速率大于、小于$v_0$的粒子数；（3）求粒子的平均速率。

# 【知识点十一参考答案】

## 基础篇

**11.1**【正解】$961K$

【解析】由 $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$，已知$V_1=10^{-3}m^3$，$T_1=320K$，$p_1=8.4\times10^4Pa$，$\frac{V_1}{V_2}=17$，

$p_2=4.2\times10^6Pa$，则得$T_2=T_1\frac{p_2V_2}{p_1V_1}=\frac{320\times4.2\times10^6\times10^{-3}}{8.4\times10^4\times10^{-3}\times17}=941K$

**11.2**【正解】$\frac{i}{2}pV$

【解析】理想气体的内能为$\frac{i}{2}NkT$ ，又由状态方程 $pV=NkT$，所以根据题目条件得内能为$\frac{i}{2}pV$。

**11.3**【正解】$\frac{P_2}{P_1}$

【解析】$\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{i}{2}n_2RT}{\frac{i}{2}n_1RT}=\frac{P_2V}{P_1V}=\frac{P_2}{P_1}$

**11.4**【正解】$A$

【解析】由三个特征速率的计算公式

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_f}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\qquad \sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m_f}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}\qquad v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m_f}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

可得，两种气体的最概然速率相同，那么它们的平均速率和方均根速率也相同。

**11.5**【正解】（1）表示分子速率在$v$附近单位速率范围内的分子数占总分子数的比率；

（2）表示分子速率在范围$v\sim v+dv$内的分子数占总分子数的比率；

（3）表示分子速率在范围$v\sim v+dv$内的分子数；

（4）表示分子速率在范围$v_1\sim v_2$内的分子数占总分子数的比率；

（5）表示分子速率在范围$v_1\sim v_2$内的分子数。

## 提高篇

**11.6**【正解】$B$

【解析】由气体动理论的压强公式$P=\frac{1}{3}nm_0v^2$,密度定义$\rho=m/V=n\cdot m_0$，可得：$P=\frac{1}{3}\rho v^2$。

**11.7**【正解】$\int_0^{v_p}f(v)Ndv$ $\qquad\frac{\int_{v_p}^{\infty}vf(v)dv}{\int_{v_p}^{\infty}f(v)dv}$

【解析】$f(v)$表示的是在速率 v 附近单位速率间隔内的分子数与总分子数的比率，结合函数的意义和题目要求不难得出答案。

**11.8**【正解】（1）$8.20\times10^{-3}m^3$；（2）$7.34\times10^{-2}kg$

【解析】（1）由理想气体状态方程$pV=\frac{m}{M}RT$，可求出容器的体积

$$V=\frac{mRT}{Mp}=\frac{0.140\times8.31\times(273+127)}{28\times10^{-3}\times2.0265\times10^{6}}m^3=8.20\times10^{-3}m^3$$

（2）设漏气后容器中剩下的氧气质量为$m_1$，由状态方程得

$$m_1=\frac{p_1VM}{RT_1}=\frac{4}{15}\frac{pVM}{RT_1}=\frac{5\times2.0265\times10^{6}\times8.2\times10^{-3}\times28\times10^{-3}}{14\times8.31\times(273+27)}kg=6.66\times10^{-2}kg$$

因此漏掉的氧气质量为

$$\Delta m=m-m_1=(0.14-6.66\times10^{-2})kg=7.34\times10^{-2}kg$$

**11.9**【正解】（1）$p=1.35\times10^5Pa$；（2）$T=362K$

【解析】（1）设分子数为$N$，由$E=\frac{i}{2}NkT$，及$p=\frac{NkT}{V}$，得$p=\frac{2E}{iV}=1.35\times10^5Pa$

（2）由$\frac{\overline{w}}{E}=\frac{\frac{3}{2}kT}{\frac{5}{2}NkT}$，得$\overline{w}=\frac{3E}{5N}=7.5\times10^{-21}J$，又$E=\frac{5}{2}NkT$，得$T=\frac{2E}{5Nk}=362K$

**11.10**【正解】（1）$a=\frac{2}{3v_0}$　（2）$\Delta N_{v>v_0}=\frac{2N}{3}$　$\Delta N_{v<v_0}=\frac{N}{3}$　（3）$\overline{v}=\frac{11v_0}{9}$

【解析】（1）由归一化条件得

$$\int_0^{\infty}f(v)dv=\int_0^{v_0}\frac{av}{v_0}dv+\int_{v_0}^{2v_0}adv=\frac{a}{v_0}\bullet\frac{v_0{}^2}{2}+a(2v-v_0)=1\text{，所以得到}a=\frac{2}{3v_0}$$

（2）$v>v_0$时，$\Delta N_{v>v_0}=\int_{v_0}^{\infty}dN=\int_{v_0}^{\infty}Nf(v)dv=\int_{v_0}^{2v_0}N\bullet adv=\frac{2N}{3}$

$v<v_0$时，$\Delta N_{v<v_0}=\int_0^{\infty}dN=\int_0^{v_0}N\bullet\frac{av}{v_0}dv=\frac{N}{3}$，或$\Delta N_{v<v_0}=N-\frac{2N}{3}=\frac{N}{3}$

（3）$\overline{v}=\int_0^{\infty}vf(v)dv=\int_0^{v_0}v\bullet\frac{av}{v_0}dv+\int_{v_0}^{2v_0}vadv=\frac{11v_0}{9}$