【知识点六】

6.1 一短跑选手以 10s 的时间跑完 100*m*.一飞船沿同一方向以速度$u=0.98c$飞行.问在飞船上的观察者看来,这位选手跑了多长时间和多长距离？

6.2 一艘飞船和一颗彗星相对于地面分别以 0.6c 和 0.8c 的速度相向运动,在地面上观测,再有 5*s* 两者就要相撞,试求从飞船上的钟看再过多少时间两者将相撞.

6.3 在以 0.50*c* 相对于地球飞行的宇宙飞船上进行某实验,实验时仪器向飞船的正前方发射电子束,同时又向飞船的正后方发射光子束.已知电子相对于飞船的速率为 0.70*c*.试求：

（1）电子相对于地球的速率；（2）光子相对于地球的速率；（3）从地球上看电子相对于飞船的速率；（4）从地球上看电子相对于光子的速率；（5）从地球上看光子相对于飞船的速率.

6.4 宇宙飞船以 0.8*c* 的速度离开地球,并先后发出两个光信号.若地球上的观测者接收到这两个光信号的时间间隔为 10*s*,试求宇航员以自己的时钟记时,发出这两个信号的时间间隔.

6.5 一把米尺沿其纵向相对于实验室运动时,测得的长度为 0.63*m*，求该尺的运动速率.

6.6 在 S'坐标系中有一根长度为l'的静止棒,它与 x' 轴的夹角为 θ'，S'系相对于 S 系以速度 v 沿 x 轴正向运动.

（1）从 S 系观测时，棒的长度 l 是多少？它与 x 轴的夹角 θ 是多少？（2）若$\theta'=30^0,\theta=45^0$,求两坐标系的相对速度的大小.

6.7 求火箭以 0.15*c* 和 0.85*c* 的速率运动时,其运动质量与静止质量之比.

6.8 在什么速度下粒子的动量等于非相对论动量的两倍？又在什么速度下粒子的动能等于非相对论动能的两倍.

6.9 要使电子的速率从1.2×10^8 m/s 增加到2.4×10^8 m/s,必须做多少功？

6.10 一个质子的静质量为$m_p=1.67265\times10^{-27}kg$,一个中子的静质量为$m_n=1.67495\times10^{-27}kg$,一个质子和一个中子结合成的氘核的静质量为$m_D=3.34365\times10^{-27}kg$.

（1）求结合过程中放出的能量是多少 Me*V*？这能量称为氘核的结合能,它是氘核静能量的百分之几？

（2）一个电子和一个质子结合成一个氢原子,结合能是 13.58*eV*,这一结合能是氢原子静能量的百分之几？

已知氢原子的静质量为$m_H=1.67323\times10^{-27}kg$.

6.11 假设有一静止质量为m_0,动能为$2m_0c^2$的粒子与一个静止质量为$2m_0$,处于静止状态的粒子相碰撞并结合在一起,试求碰撞后的复合粒子的静止质量.

6.12 一质子以 0.99*c* 的速度沿直线匀速飞行.求在其正前方、正后方、正左方距离都是$10^{-10}m$ 处的电场强度各多大？

【知识点六参考答案】

6.1【解析】据洛仑兹变换得

$$\Delta t'=\frac{\Delta t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{10-\frac{0.98c\times100}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{(0.98c)^2}{c^2}}}=50.25s$$

$$\Delta x'=\frac{\Delta x-v\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{100-0.98c\times10}{\sqrt{1-\frac{(0.98c)^2}{c^2}}}=-1.47\times10^9m$$

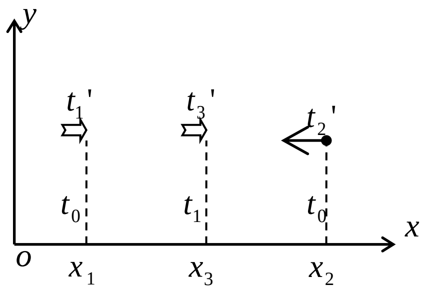
负号表示运动员沿 x' 轴负方向跑动。应注意运动员相对于飞船移动的距离和飞船上测得跑道的长度是不同概念，所以不能用 $\Delta x'=\frac{\Delta x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ 去求题中要求的距离。

6.2【解析】方法一：开始飞船经过地面上 x_1 位置和到达 x_3 位置（与彗星相撞处，如图所示），这两个事件在飞船上观察是在同一地点上发生的，它们的时间间隔 $\Delta t'$ 应是原时，由于在地面上看这两事件的时间间隔为 $\Delta t=5s$，所以 $\Delta t'=\Delta t\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=5\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}=4s$

方法二：如图所示，以飞船经过地面上 x_1 位置为事件 1，同时观测到彗星经过地面上 x_2 位置为事件 2，再设飞船和彗星在地面上 x_3 位置相撞为事件 3。从地面上看事件 1、2 是同时在 t_0 时刻发生的，而事件 3 发生在 t_1' 时刻。在飞船参考系看，则这三个事件发生时间分别为 t_1',t_2',t_3'。显然 $t_1'\neq t_2'$，而 t_1',t_3' 时刻可由飞船中同一时钟给出，其间隔 $\Delta t'$ 即为所求的时间。

$$\Delta t'=t_3'-t_1'=\frac{(t_1-t_0)-\frac{v}{c^2}(x_3-x_1)}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{(t_1-t_0)-\frac{v}{c^2}v(t_1-t_0)}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$=(t_1-t_0)\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=5\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}=4s$$



习题 6.2 图

6.3【解析】（1）由速度反变换得电子相对于地球的速率为

$$u_{电子}=\frac{u_{电子}'+v}{1+\frac{v}{c^2}u_{电子}'}=\frac{0.7c+0.5c}{1+0.7c\times0.5c/c^2}=\frac{1.2c}{1.35}=0.89c$$

（2）光子相对于地球的速率 $u_{光子}=\frac{u_{光子}'+v}{1+\frac{v}{c^2}u_{光子}'}=\frac{-c+0.5c}{1-\frac{c\times0.5c}{c^2}}=-1.0c$

（3）从地球上看电子相对于飞船的速度 $u_{电子}-v=0.89c-0.5c=0.39c$

（4）从地球上看电子相对于光子的速率 $u_{电子}-u_{光子}=0.89c-(-1.0c)=1.89c$

（5）从地球上看光子相对于飞船的速率 $v-u_{光子}=0.5c-(-1.0c)=1.5c$

6.4【解析】取地面为 s 系，宇宙飞船为 s' 系，发出两信号的时间间隔在 s' 系是固有时 $\Delta\tau$，据时钟延缓效应得在 s 系中发出这两信号的时间间隔为 $\Delta t=\frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

然而发出这两信号在地球系 s 中观测，飞船到地球的距离差为 $\Delta x=v\Delta t$，所以有

$$10=\frac{\Delta x}{c}+\Delta t=\frac{v\Delta t}{c}+\Delta t=(1+0.8)\frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-0.8^2}}=3\Delta\tau$$

由此得宇航员所测得发出这两个信号的时间间隔为 $\Delta\tau=\frac{10}{3}s$

6.5【解析】由尺度缩短效应公式得$0.63=\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$，由此解得该尺的运动速率为$v=\sqrt{1-0.63^2}\,c=0.78c$

6.6【解析】（1）$l_x'=l'\cos\theta'$　　$l_\perp'=l'\sin\theta'$

由尺缩效应公式得　$l_x=l_x'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=l'\cos\theta'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$，$l_\perp=l_\perp'=l'\sin\theta'$

由此得　　$l=\sqrt{l_x^2+l_y^2}=l'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}\cos^2\theta'}$

尺与 x 轴的夹角正切值为$\tan\theta=\frac{l_\perp}{l_x}=\frac{l'\sin\theta'}{l'\cos\theta'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{\tan\theta'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

（2）将$\theta'=30°$，　$\theta=45°$ 代入上式得

$\tan45°=\frac{\tan30°}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$，由此解得：$v=\sqrt{1-\tan^2 30°}\,c=\sqrt{\frac{2}{3}}\,c$

6.7【解析】当$v=0.15c$时，$\frac{m}{m_0}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0.15^2}}=1.01$

当$v=0.85c$时，$\frac{m}{m_0}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0.85^2}}=1.90$

6.8【解析】（1）$\frac{m_0v}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=2m_0v$，由此得运动速度$v=0.866c$

（2）$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}-m_0c^2=2\times\frac{1}{2}m_0v^2$ ，由此解得$v=0.786c$

6.9【解析】据功能原理可得

$$A=E_2-E_1=\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v_2}{c}\right)^2}}-\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2}}$$

$$=9.1\times10^{-31}\times(3\times10^8)^2\times\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2.4\times10^8}{3\times10^8}\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1.2\times10^8}{3\times10^8}\right)^2}}\right)$$

$$=4.7\times10^{-14}J=2.95\times10^5eV$$

6.10【解析】（1）在结合过程中的质量亏损为

$\Delta M=(m_p+m_n)-m_D=(1.67265+1.67495-3.34365)\times10^{-27}kg=0.00395\times10^{-27}kg$

相对应的结合能$\Delta E=\Delta Mc^2=0.00395\times10^{-27}\times(3\times10^8)^2=3.555\times10^{-13}J=2.22MeV$

氘核的结合能所占氘核静能量的$\frac{\Delta E}{E_D}=\frac{\Delta Mc^2}{M_Dc^2}=\frac{\Delta M}{M_D}=\frac{0.00395\times10^{-27}}{3.34365\times10^{-27}}=0.12\%$

（2）对于氢原子，$\frac{\Delta E}{E_H}=\frac{\Delta E}{M_Hc^2}=\frac{13.58\times1.6\times10^{-19}}{1.67323\times10^{-27}\times(3\times10^8)^2}=1.44\times10^{-6}\%$

6.11【解析】动能$E_k=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}-m_0c^2=2m_0c^2$，由此得$v=\frac{2\sqrt{2}}{3}c$

设碰撞后复合粒子的速度和质量分别为v' 和M_0.则由动量和动能守恒可得

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}+0=\frac{M_0 v'}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}};\qquad \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}+2m_0c^2=\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}$$

将$v=\frac{2\sqrt{2}}{3}c$代入上两式得 $2\sqrt{2}\,m_0c=\frac{M_0 v'}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}$ （1）

$$5m_0=\frac{M_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}\quad（2）$$

（1）式除以（2）式得$v'=\frac{2\sqrt{2}}{5}c$并将其代回（2）式得

$$5m_0=\frac{M_0}{\sqrt{1-\left(\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^2}}=\frac{5}{\sqrt{17}}M_0，\text{由此得}M_0=\frac{\sqrt{17}}{5}\times 5m_0=\sqrt{17}\,m_0$$

6.12【解析】对于匀速飞行质子的正前方，正后方$\theta=0°$，$180°$，$\sin^2\theta=0$则

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\sin^2\theta\right]^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2}\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right)$$

$$=9\times10^9\times\frac{1.6\times10^{-19}}{(10^{-10})^2}(1-0.99^2)=2.9\times10^9 V/m$$

对于正左方$\sin^2\theta=1$则

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\sin^2\theta\right]^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2}\frac{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=9\times10^9\times\frac{1.6\times10^{-19}}{(10^{-10})^2}\frac{1}{\sqrt{1-0.99^2}}=1\times10^{12} V/m$$