

## 【知识点一】

## 基础篇

1.1 (天大 2010) 一运动质点在某瞬时位于矢径  $\vec{r}(x, y)$  的端点处, 则其速度大小为: ( )

- A.  $\frac{dr}{dt}$       B.  $\frac{d\vec{r}}{dt}$       C.  $\frac{d|\vec{r}|}{dt}$       D.  $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

1.2 (天大 2007) 质点作半径为  $R$  的变速圆周运动时的加速度为 ( $v$  表示任一时刻质点的速率): ( )

- A.  $\frac{dv}{dt}$       B.  $\frac{v^2}{R}$       C.  $\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{R}$       D.  $\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{v^4}{R^2}\right]^{\frac{1}{2}}$

1.3 (清华习题) 一质点沿  $x$  轴作直线运动, 其  $v-t$  曲线如图所示, 如  $t=0$  时,

质点位于坐标原点, 则  $t=4.5s$  时, 质点在  $x$  轴上的位置为: ( )

- A.  $5m$       B.  $2m$       C.  $0$       D.  $-2m$

1.4 (清华习题) 某质点作直线运动的运动学方程为

$$x = 3t - 5t^3 + 6 \quad (SI), \text{ 则该质点作: ( )}$$

- A. 匀加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴正方向  
B. 匀加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴负方向  
C. 变加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴正方向  
D. 变加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴负方向

1.5 (武大习题) 有一质点沿  $x$  轴作直线运动, 在  $t$  时刻的坐标位置为  $x = 4.5t^2 - 2t^3 (SI)$ , 则  $2s$  末的时候速率和第  $2s$  内的路程分别为: ( )

- A.  $6m/s, 2.25m$       B.  $6m/s, 2m$       C.  $2m/s, 2.25m$       D.  $2m/s, 2m$

1.6 (西交 2015) 一质点沿半径为  $1m$  的圆形轨道运动, 在某一时刻它的角速度为  $1rad/s$ , 角加速度为  $1rad/s^2$ , 则质点在该时刻的速度和加速度大小分别为: ( )

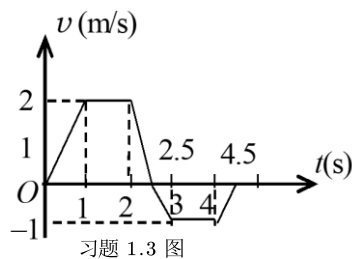
- A.  $1m/s, 1m/s^2$       B.  $1m/s, 2m/s^2$       C.  $1m/s, \sqrt{2}m/s^2$       D.  $2m/s, \sqrt{2}m/s^2$

1.7 (天大习题) 某人骑自行车以速率  $v$  向西行驶, 今有风以相同的速率从北偏东  $30^\circ$  方向吹来, 试问人感到风从哪个方向吹来? ( )

- A. 北偏东  $30^\circ$       B. 南偏东  $30^\circ$       C. 北偏西  $30^\circ$       D. 西偏南  $30^\circ$

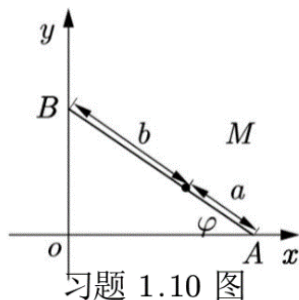
1.8 (川大习题) 在相对地面静止的坐标系内, A、B 二船都以  $3m/s$  的速率匀速行驶, A 船沿  $x$  轴正向, B 船沿  $y$  轴正向, 今在船 A 上设置与静止坐标系方向相同的坐标系 ( $x$ 、 $y$  方向的单位矢量用  $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$  表示), 那么在 A 船上的坐标系中, B 船的速度 (以  $m/s$  为) 为: ( )

- A.  $3\vec{i} + 3\vec{j}$       B.  $-3\vec{i} + 3\vec{j}$       C.  $-3\vec{i} - 3\vec{j}$       D.  $3\vec{i} - 3\vec{j}$



**1.9** (华科习题) 一架飞机在静止空气中的速率为  $v_1 = 135 \text{ km/h}$ 。在刮风天气, 飞机以  $v_2 = 135 \text{ km/h}$  的速率向正北飞行, 机头指向北偏东  $30^\circ$ 。请协助驾驶员判断风向和速度。

**1.10\*** 如图所示, 直杆 AB 两端可以分别在两固定而相互垂直的直线导槽上滑动, 已知杆的倾角  $\varphi$  按  $\varphi = \omega t$  随时间变化, 其中  $\omega$  为常量, 试求杆上任一点 M 的运动学方程和轨迹方程。



习题 1.10 图

### 提高篇

**1.11** (天大 2011) 某物体的运动规律为  $\frac{dv}{dt} = -kv^2t$ , 式中  $k$  为大于 0 的常量, 当  $t=0$  时, 初速为  $v_0$ , 则速度  $v$  与时间  $t$  的函数关系是: ( )

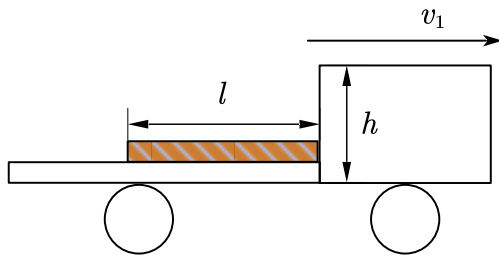
A.  $v = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$       B.  $v = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$       C.  $\frac{1}{v} = \frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$       D.  $\frac{1}{v} = -\frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$

**1.12** (华科 2015) 某质点的运动方程为  $x = 4t + 2$ ,  $y = 3t^2 - 6t + 5$ , 则质点速度大小取最小值时, 质点的位置坐标为: ( )

A.  $x = 6, y = 1$       B.  $x = 5, y = 6$       C.  $x = 6, y = 2$       D.  $x = 2, y = 6$

**1.13** (川大习题) 一质点沿  $x$  轴运动, 其加速度  $a$  与位置坐标的关系为  $a = 3 + 6x^2 (SI)$ , 如果质点在原点处的速度为 0, 则其在任意位置处的速度为\_\_\_\_\_。

**1.14** (川大习题) 如图所示为一高为  $h$  的汽车在雨中直线行驶, 其速率为  $v_1$ , 下落雨滴的速度方向偏于竖直并朝向车前进方向, 偏向角为  $\theta$ , 速率为  $v_2$ , 车后有一长为  $l$  的物体, 则当车速  $v_1 =$  \_\_\_\_\_ 时, 此物体正好不会被雨淋湿。



习题 1.14 图

**1.15** (华科习题) 有两艘海船 A 和 B, A 船以速度  $10 \text{ km/h}$  向北偏西  $30^\circ$  航行, B 船以速度  $20 \text{ km/h}$  向正西方向航行, 在某时刻 B 船位于 A 船的北偏东  $60^\circ$  方向。问两船与要采取措施避免相碰吗?

## 【知识点一参考答案】

## 基础篇

## 1.1 【正解】D

【解析】根据速度的定义可知:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{x}}{dt} + \frac{d\vec{y}}{dt}$ , 所以  $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\vec{y}}{dt}\right)^2}$ 。

## 1.2 【正解】D

【解析】注意圆周运动不仅有切向加速度而且的法向加速度,  $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ , 其中,  $a_n = \frac{v^2}{r}, a_t = \frac{dv}{dt}$ , 且两者垂直, 矢量合成可得答案为 D。

## 1.3 【正解】B

【解析】 $v-t$  图像中, 曲线与坐标轴所围成的面积就是位移, 其中在坐标轴下方的图像与坐标轴围成的面积是负的。

## 1.4 【正解】D

【解析】根据题意,  $v = 3 - 15t^2, a = -30t$ , 显然是个变加速运动, 且加速度方向为负方向。

## 1.5 【正解】A

【解析】根据题意  $v = 9t - 6t^2$ , 所以,  $2s$  末速度为  $-6 m/s$ , 大小为  $6 m/s$ , 求路程时候, 要注意在第  $2s$  内是否发生了速度的符号变化。显然在  $t=1.5s$  时候, 速度为  $0$ , 所以要分别求  $1.0-1.5s$ ,  $1.5-2.0s$  的路程,  $x_1 = |4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3 - (4.5 - 2)| = 0.875$ ,  $x_2 = |4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3 - (4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3)| = 1.375$ , 所以  $x = x_1 + x_2 = 2.25 m$ 。

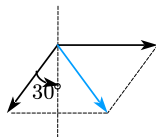
## 1.6 【正解】C

【解析】根据角量和线量之间的关系可知:  $v = \omega r = 1 m/s, a_t = ar = 1 m/s^2, a_n = \frac{v^2}{r} = 1 m/s^2$ , 合成得  $a = \sqrt{2} m/s^2$ 。

## 1.7 【正解】C

【解析】相对于人, 风的方向要加一个向东的  $v$ , 作矢量图如图:

显然, 最终的速度方向是北偏西  $30^\circ$ 。



习题1.7图

## 1.8 【正解】B

【解析】相对 A 船, B 船的速度要矢量加一个 A 船速度的反方向的速度, 所以答案是 B。

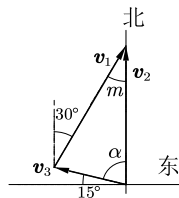
## 1.9 【解析】如图所示, 根据余弦定理:

$$v_{\text{牵连}} = \sqrt{v_{\text{绝对}}^2 + v_{\text{牵连}}^2 - 2v_{\text{绝对}} \cdot v_{\text{牵连}} \cos 30^\circ}$$

$$= \sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot 135 \text{ km/h} = 69.9 \text{ km/h}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

即风向为东风偏北  $15^\circ$ , 风吹方向为北偏西  $75^\circ$ 。



习题1.9图

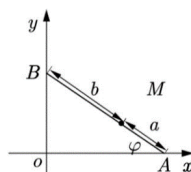
## 1.10\* 【解析】如图所示, 根据图中几何关系可以知道, M 的坐标是:

$$x = b \cos \varphi = b \cos \omega t$$

$$y = a \sin \varphi = a \sin \omega t$$

为了求轨迹方程, 消去运动方程中的参数  $t$  得:  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

即 M 点的轨迹是一个椭圆。



习题 1.10 图

## 提高篇

## 1.11 【正解】C

【解析】已知速度和时间的微分方程, 直接解微分方程并结合初始条件可得:

$$\frac{1}{v^2} dv = -ktdt \Rightarrow -\frac{1}{v} = -\frac{1}{2}kt^2 - \frac{1}{v_0}, \text{ 所以答案是 C.}$$

## 1.12 【正解】C

【解析】根据速度的定义:  $|v| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{4^2 + (6t-6)^2}$ , 显然,  $t=1$  时, 速度取最小值, 此时  $x=6, y=2$ , 所以答案是 C。

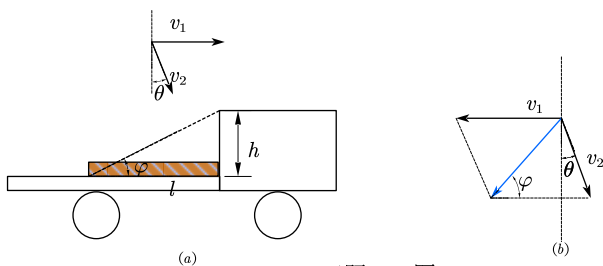
1.13 【正解】 $v = \sqrt{6x + 4x^3}$ 

【解析】根据题意  $\frac{dv}{dt} = 3 + 6x^2 = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v \Rightarrow (3 + 6x^2) dx = v dv$ ,

所以解微分方程并结合初始条件可得:  $3x + 2x^3 = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{6x + 4x^3}$ 。

1.14 【正解】 $v_2 \left( \frac{l}{h} \cos \theta + \sin \theta \right)$ 

【解析】根据题意, 作速度关系图:



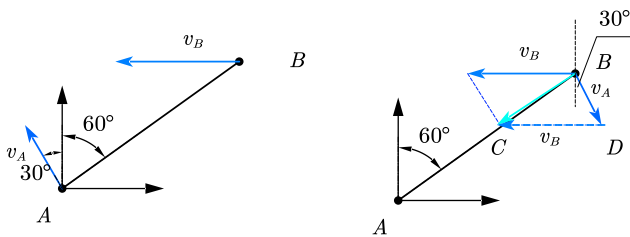
习题1.14图

要想让物体不被淋湿, 必须让雨相对车的速度的方向与水平线的夹角恰好等于  $\varphi$ , 其中  $\tan \varphi = \frac{h}{l}$ ,

速度合成图如右上图所示。根据正弦定理:  $\frac{v_1}{\sin \left( \theta + \frac{\pi}{2} - \varphi \right)} = \frac{v_2}{\sin \varphi}$ ,

所以  $v_1 = \frac{v_2}{\sin \varphi} \cos (\theta - \varphi) = v_2 \left( \frac{\cos \theta}{\tan \varphi} + \sin \theta \right) = v_2 \left( \frac{l}{h} \cos \theta + \sin \theta \right)$ 。

## 1.15 【解析】根据题意, 作如下图:



习题1.15图

要判断两个船是否会相撞, 此时, 以 A 为参照系, B 的速度合成后如右上图, 在  $\triangle BCD$  中根据正

弦定理:  $\frac{v_B}{\sin B} = \frac{v_A}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{\sin (30^\circ + 90^\circ - C)}{\sin C} = \frac{\sin 120^\circ}{\tan C} - \cos 120^\circ = 2$

所以  $\tan C = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow C = 30^\circ$ , 所以此时以 A 为参考系, B 的速度正好指向 A, 所以要采取措施避免相撞。