

薄壁方管轴向压溃的相似性研究

常新哲¹, 徐 绯¹, 杨磊峰¹, 王 帅^{1,2}, 李肖成³, 惠旭龙³, 王计真^{3,4}

(1. 西北工业大学 航空学院计算力学与工程应用研究所, 西安 710072;

2. 中国工程物理研究院 总体工程研究所, 四川 绵阳 621999;

3. 中国飞机强度研究所结构冲击动力学航空科技重点实验室, 西安 710065; 4. 西安交通大学 机械工程学院, 西安 710049)

摘 要: 薄壁方管由于其几何特性导致相似性研究中,厚度无法与长度、宽度按照同一比例进行结构缩放,从而产生几何畸变,造成传统的相似律失效。为了解决这一问题,基于轴压冲击问题的响应方程、能量守恒方程,采用方程分析和量纲分析,推导了受轴压冲击作用下理想弹塑性薄壁方管几何畸变时动态响应的相似律。讨论了缩比模型与原型选取同种和不同种材料时的速度比例因子,并在理想弹塑性材料的基础上进一步修正了考虑应变率、应变硬化效应时的速度比例因子。建立有限元模型验证了畸变模型相似律的有效性。结果表明,缩比模型在采用提出的受轴压冲击薄壁方管的相似律进行缩放后,能够准确预测原型的载荷、能量等动态响应,相似性较好。

关键词: 薄壁方管; 相似律; 几何畸变; 几何-不同材料耦合畸变

中图分类号: V214.4; O303; O347.3

文献标志码: A

DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2023.11.034

Study on the similarity of axial crushing of thin-walled square tubes

CHANG Xinzhe¹, XU Fei¹, YANG Leifeng¹, WANG Shuai^{1,2}, LI Xiaocheng³

XI Xulong³, WANG Jizhen^{3,4}

(1. Institute for Computational Mechanics and Its Applications, School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Institute of Systems Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China;

3. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Structures Impact Dynamics, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China; 4. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Due to their geometric characteristics, in the similarity study of thin-walled square tubes, the thickness cannot be scaled in the same scaling factor as the length and width, resulting in geometric distortion and failure of the traditional similarity law. In order to solve this problem, firstly, based on the response equation and energy conservation equation of the axial pressure impact problem, the similarity law of dynamic response of ideal elastic-plastic thin-walled square tubes with geometric distortion under axial compression impact load was derived using equation analysis and dimensional analysis. Then, velocity scaling factors of the scaled model and the prototype was discussed when selecting the same and different materials, and velocity scale factors considering strain rate and strain hardening effect were further modified on the basis of the ideal elastoplastic material. Finally, finite element models were established to verify the validity of the similarity law of the distortion model. The results show that scaled models can accurately predict the dynamic response of the prototype, such as load and energy, after scaling with the proposed similarity law of thin-walled square tubes impacted by axial compression, and the similarity is good.

Key words: thin-walled square tube; similarity law; geometric distortion; geometry-different material coupling distortion

薄壁方管凭借其在轴向载荷作用下具有稳定的塑

性变形模式和良好的吸能特性,通常被用来制作缓冲吸能装置。与圆形等结构相比,矩形截面的薄壁方管结构简单,易于通过冲压、焊接等加工生产、易于与其他部件连接和装配,已经被广泛地应用于汽车、轨道交通、航空航天等领域^[1-4]。金属薄壁管类结构的轴向压缩是相对吸能量最多的方向,在轴向载荷下会发生渐

基金项目: 国家自然科学基金(11972309;12272320);高等学校学科创新引智计划(111 计划)(BP0719007)

收稿日期: 2022-05-04 修改稿收到日期: 2022-07-30

第一作者 常新哲 男,硕士生,1997 年生

通信作者 徐绯 女,博士,教授,1970 年生

进性屈曲变形模式,从而吸收冲击能量,因此金属薄壁方管的轴向压溃吸能特性是一个重要的研究课题^[5-7]。1983 年, Wierzbicki 等^[8]做了方管的轴向压溃试验,在试验观察到的屈曲模式的基础上分析了理想的破坏形式,即形成的折叠单元的总高度保持不变,并且方管发生对称变形,而后提出了方管在对称变形模式下的平均压溃载荷理论预测模型,得到了方管能量吸收的基本公式。之后, Abramowicz 等^[9]基于大量的动态冲击试验,研究了薄壁方管在轴向载荷作用下考虑材料应变率、应变硬化效应和有效压缩距离时的平均压溃载荷理论预测模型,并给出了方管应变率的估算公式。1989 年, Abrmaowicz 等^[10]在考虑薄壁方管的实际压缩情形下,改进了折叠单元完全平展的假设,引入折叠单元有限弯曲半径,得到了与试验结果更加吻合的平均压溃载荷计算公式。Sun 等^[11]为了提高薄壁方管结构的耐撞性,引入了功能梯度厚度(FGT)的薄壁方管结构,并采用多目标优化方法来寻找最佳梯度。结果表明,梯度参数对耐撞性分析和设计有显著影响,FGT 结构整体耐撞性优于等厚度方管,在耐撞应用中具有巨大的潜力。郑玉卿等^[12-13]在 Wierzbicki 等提出的薄壁方管理想塑性变形模式基础上,引入棱线与平板的屈服强度比,得到了棱线强化薄壁方管在准静态轴向压溃作用下的能量平衡方程,推导出平均压溃载荷计算公式。

针对结构冲击的研究,除了理论分析和数值模拟,试验研究也是不可或缺的部分。但由于大型结构试验费用高和难度大等原因,基于相似理论,设计出满足一定相似关系的小尺寸模型代替原型试验受到人们的青睐。2004 年, Oshiro 等^[14]使用一组新的无量纲数(即 VSG 无量纲数体系),并通过本构关系的相似修正速度比例因子,来解决由于应变率效应导致的不完全相似的问题。2014 年, Trimino 等^[15]基于 Oshiro 的研究成果,研究了在轴向冲击载荷作用下薄壁方管屈曲的相似试验纯几何模型设计方法,获得了良好的试验结果。2016 年, Mazzariol 等^[16]进一步完善了 VSG 无量纲数体系,通过修正冲击速度和冲击质量,从而实现缩比模型与原型采用密度不同的材料的缩放问题。2021 年, Wang 等^[17]定义了材料相似的无量纲数,进一步实现了材料应变率、应变硬化和温度效应耦合时不同材料的相似性。

实际结构工程中,薄壁方管的厚度远小于长度和宽度的尺寸,这使得对厚度尺寸按照几何比例缩放受到极大限制,必须考虑几何畸变问题。2012 年, Oshiro 等^[18]结合 VSG 量纲体系,提出了一个通过迭代测试的经验相似法修正冲击速度的技术以补偿几何畸变问题。最近, Wang 等^[19-20]针对几何畸变问题采用了一种

新的无量纲体系,即定向-密度-长度-速度(ODLV)体系。该体系的显著特点是其提出的有向量纲、无量纲数和物理量的比例因子均由空间方向的三个特征长度明确表示。然而国内外针对薄壁方管的几何畸变修正方法还有很多机理尚未揭示,薄壁方管的几何畸变问题没有得到很好的解决。

本文针对受到轴压冲击载荷作用的薄壁方管,基于方程分析法和量纲分析法,以载荷、位移和能量为关键设计要点,推导了薄壁方管的相似律,而后进一步发展至几何—不同材料耦合畸变的情况,并通过数值算例得以验证。

1 薄壁方管相似性分析

相似律的推导方法通常有三种:定理分析法、方程分析法和量纲分析法。采用量纲分析时,按照选取的基本量不同,在传统的结构冲击相似性研究中,通常分成三种常用的量纲体系,即 MLT^[21](以质量 M 、长度 L 、时间 T 为基本量)、VSG(以冲击速度 v 、屈服应力 σ_d 、冲击质量 G 为基本量)和 DLV(以密度 ρ 、长度 L 、速度 v 为基本量)。本文使用无量纲数比较简洁明确的 DLV 量纲体系推导结构纯几何缩放的比例因子,其比例因子如表 1 所示。

表 1 纯几何相似性比例因子

Tab. 1 Pure geometric similarity scaling factors

物理变量	比例因子	物理变量	比例因子
长度 L	$\beta = L_m/L_p$	位移 δ	$\beta_\delta = \beta$
密度 ρ	$\beta_\rho = \rho_m/\rho_p$	应力 σ_d	$\beta_{\sigma_d} = \beta_\rho \beta_v^2$
速度 v	$\beta_v = v_m/v_p$	应变 ε	$\beta_\varepsilon = 1$
质量 M	$\beta_M = \beta_\rho \beta^3$	应变率 $\dot{\varepsilon}$	$\beta_{\dot{\varepsilon}} = \beta_v/\beta$
时间 t	$\beta_t = \beta/\beta_v$	载荷 P	$\beta_P = \beta_\rho \beta^2 \beta_v^2$
加速度 a	$\beta_a = \beta_v^2/\beta$	动能 E_K	$\beta_{E_K} = \beta_\rho \beta^3 \beta_v^2$

注:缩比模型和原型相关的物理量分别用下标 m 和 p 表示, $\beta_\lambda = \lambda_m/\lambda_p$ 表示缩比模型和原型相关物理量的比值,例如: $\beta_\rho = \rho_m/\rho_p$ 表示缩比模型和原型密度的比值,缩比模型和原型的几何比例因子 $\beta = L_m/L_p$ 。

目前,针对受轴压冲击载荷作用的薄壁方管的相似性研究大多是基于纯几何缩放的缩比模型,也就是说薄壁方管的长度 L 、宽度 C 和厚度 h 服从同一个几何比例因子(即 $\beta_L = \beta_C = \beta_h = \beta$),只有在这种缩放条件下表 1 的所有比例因子才能同时得到满足。

然而薄壁方管属于薄壁结构,即厚度远小于长度和宽度。在实际的缩比模型试验中常常遇到这样的问题,试验方案确定的比例因子对于长度和宽度来说很容易制造,但厚度尺寸受限于模型加工工艺而无法满足几何比例因子,从而发生几何畸变。在这种情况下,几何相似的基本前提条件 $\beta_L = \beta_C = \beta_h = \beta$ 遭到破坏,此时表 1 中的比例因子无法继续使用,因此我们需要重

新推导薄壁方管相似的比例因子。

1.1 受轴压冲击的薄壁方管塑性响应相似性分析

针对薄壁方管轴向压溃响应特性,在此以薄壁方管压溃过程中的平均压溃力、位移和能量这三个响应变量作为缩比模型与原型相似性设计分析的关键参数,影响薄壁方管压溃特性的独立物理量如下:

结构的特征尺寸:长度 L ,宽度 C ,厚度 h ,冲击速度 v_0 ,冲击质量 G ;材料参数:密度 ρ ,动态屈服应力 σ_d 。

根据薄壁方管理论,在推导过程中做出以下假设:

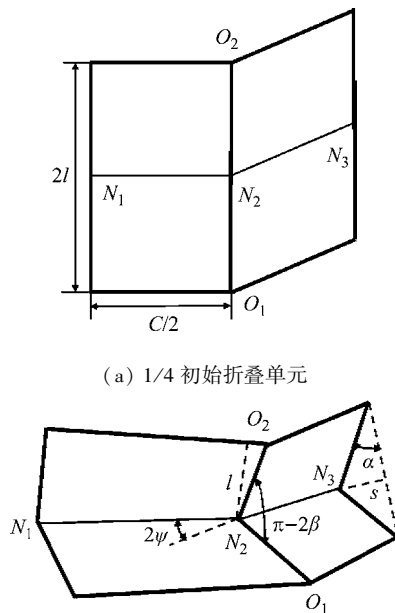
(1) 受轴压冲击载荷作用的薄壁方管的变形模式服从由 Wierzbicki 等^[8]所给出的塑性变形模式,图 1 为 1/4 方管的初始几何形状, l 为方管折叠单元的半高度;

(2) 薄壁方管壁厚与长度及宽度相比为小量,并且为了保证方管通过形成一系列连续的褶皱(紧凑压缩)获得相对高效的能量吸收机制,结构的厚宽比需要满足条件: $0.016 < h/C < 0.1$ ^[22];

(3) 与弹性变形相比,塑性变形占据主导地位,弹性变形可以忽略不计;

(4) 薄壁方管采用理想弹塑性材料,材料的动态屈服应力为一定值;

(5) 定义基本几何比例因子: $\beta = \beta_L = \beta_C$ 。



(a) 1/4 初始折叠单元

(b) 被挤压折叠单元

图 1 方管轴向压溃吸能分析模型

Fig. 1 Energy absorption analysis model for square tube subjected to axial crushing

当薄壁方管发生图 1(b) 中所示的压溃模式时, Abramowicz 等给出了该模式下的薄壁方管压溃过程中产生一个完整折叠单元平均压溃力 P 和折叠单元的半高度 l 分别为

$$\begin{cases} P = 13.06\sigma_d h^{5/3} C^{1/3} \\ l = 0.983 h^{1/3} C^{2/3} \end{cases} \quad (1)$$

式中, σ_d 为材料的动态屈服应力,对于理想弹塑性材料而言其恒定不变, v_0 为冲击物的初始速度。

薄壁方管的质量 M 为

$$M = 4\phi h C L \quad (2)$$

当薄壁方管受到轴压冲击载荷作用时,忽略摩擦等导致的能量损耗,整个压溃过程中薄壁方管的总体吸能 W_0 可等效为外力 P 在整个薄壁方管的压溃距离 δ 中所做的功。根据能量守恒定律,外力 P 所做的功 W_p 应等于薄壁方管所受到的冲击能量 E_K ^[23]

$$W_p = E_K \Leftrightarrow P\delta = \frac{1}{2} G v_0^2 \quad (3)$$

式中, G 为冲击物的质量。

将式(2)代入式(3),可得

$$P\delta = 2\phi h C L v_0^2 \frac{G}{M} \quad (4)$$

将式(1)代入式(4),则式(4)可进一步化为无量纲形式

$$\frac{\delta}{L} = 0.15 \frac{\rho v_0^2}{\sigma_d} \left(\frac{C}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{G}{M} \quad (5)$$

通过式(5)我们可以得到薄壁方管受轴压冲击载荷作用时的 3 个无量纲数,即无量纲位移、无量纲质量和无量纲动态屈服应力

$$\Pi_\delta = \frac{\delta}{L}, \Pi_M = \frac{G}{M}, \Pi_{\sigma_d} = \frac{\rho v_0^2}{\sigma_d} \left(\frac{C}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (6)$$

值得注意的是, $\Pi_{\sigma_d} = \frac{\rho v_0^2}{\sigma_d} \left(\frac{C}{h} \right)^{\frac{2}{3}}$ 类似于赵氏响应

数^[24]的扩展形式 $R_n = \frac{\rho v_0^2}{\sigma_d} \left(\frac{L_i}{h} \right)^n$, Wang 等研究表明,不同受冲击结构动态屈服应力的无量纲数对应不同的幂指数 n ,其中梁板受横向冲击时 $n=2$;球壳和圆柱壳受径向冲击时 $n=1$ 。在本文中,薄壁方管受到轴压冲击载荷作用时 $n=\frac{2}{3}$,进一步扩大了动态屈服应力的无量纲数的表达形式。

根据白金汉 Π 定理,欲使缩比模型与原型相似,则须保证缩比模型和原型的每个无量纲数相等,即

$$\frac{(\Pi_\delta)_m}{(\Pi_\delta)_p} = \frac{\beta_\delta}{\beta} = 1 \rightarrow \beta_\delta = \beta \quad (7)$$

$$\frac{(\Pi_M)_m}{(\Pi_M)_p} = \frac{\beta_G}{\beta_M} = 1 \rightarrow \beta_G = \beta_M = \beta_p \beta^2 \beta_h \quad (8)$$

$$\frac{(\Pi_{\sigma_d})_m}{(\Pi_{\sigma_d})_p} = \frac{\beta_p \beta_{v_0}^2}{\beta_{\sigma_d}} \left(\frac{\beta}{\beta_h} \right)^{1/2} = 1 \rightarrow \beta_{v_0} = \sqrt{\frac{\beta_{\sigma_d}}{\beta_p} \left(\frac{\beta_h}{\beta} \right)^{2/3}} \quad (9)$$

对于遵循图 1 所示的压溃模式的薄壁方管来说,在冲击载荷作用下,薄壁方管的应变率很难计算出精确值。Abramowicz 等给出其估算公式为

$$\dot{\epsilon} = 0.33 \frac{v_0}{C} \quad (10)$$

进一步推导可得薄壁方管的应变为

$$\varepsilon = \dot{\varepsilon} t = 0.33 \frac{v_0 t}{C} \quad (11)$$

由(10)和式(11)可得应变和应变率的比例因子为

$$\begin{cases} \beta_\varepsilon = (\varepsilon)_m / (\varepsilon)_p = \frac{\beta_{v_0} \beta_t}{\beta} = 1 \\ \beta_{\dot{\varepsilon}} = (\dot{\varepsilon})_m / (\dot{\varepsilon})_p = \frac{\beta_{v_0}}{\beta} \end{cases} \quad (12)$$

综上所述,受轴压冲击载荷的薄壁方管的缩放比例因子如表 2 所示,当缩比模型与原型满足表 2 所示的比例因子时,缩比模型可以预测原型的动态响应。

表 2 受轴压冲击的薄壁方管比例因子

Tab. 2 Scaling factors of thin-walled square tube under axial impact loading

物理变量	比例因子	物理变量	比例因子
长度 L	$\beta_L = L_m / L_p$	位移 δ	$\beta_\delta = \beta$
密度 ρ	$\beta_\rho = \rho_m / \rho_p$	应力 σ_d	$\beta_{\sigma_d} = \beta_\rho \beta_\varepsilon^2 (\beta / \beta_h)^{2/3}$
速度 v	$\beta_v = v_{0m} / v_{0p}$	应变 ε	$\beta_\varepsilon = 1$
质量 M	$\beta_M = \beta_\rho \beta^2 \beta_h$	应变率 $\dot{\varepsilon}$	$\beta_{\dot{\varepsilon}} = \beta_v / \beta$
时间 t	$\beta_t = \beta / \beta_v$	载荷 P	$\beta_P = \beta_\rho \beta \beta_h \beta_\varepsilon^2$
加速度 a	$\beta_a = \beta_v^2 / \beta$	动能 E_K	$\beta_{E_K} = \beta_\rho \beta_h \beta^2 \beta_v^2$

1.2 几何—不同材料耦合畸变的相似性分析

实际上,由于材料生产加工工艺或者生产批次的不同,在很多情况下无法找到和原型材料属性完全相同的材料来加工制作缩比模型。另外,当原型的材料费用较贵或者较为稀有时,为了节约试验成本缩比模型考虑使用与原型不同的材料进行缩比试验。鉴于此,进一步推导薄壁方管缩比模型和原型采用不同材料的几何畸变冲击相似性方法。

1.2.1 理想弹塑性材料

对于理想弹塑性材料,其材料属性包括以下三个变量:密度 ρ 、弹性模量 E 、屈服应力 σ_d 。其“应力—应变”关系如图 2 所示。

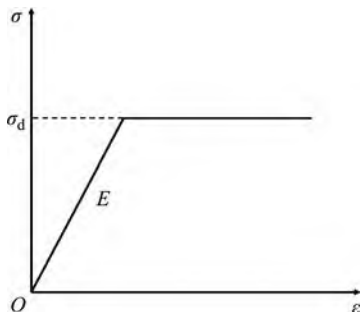


图 2 理想弹塑性材料应力—应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curve of ideal elastic-plastic material

当缩放模型和原型采用同一种理想弹塑性材料时,由材料属性可得:密度的比例因子 $\beta_\rho = 1$,材料屈服应力的比例因子 $\beta_{\sigma_d} = 1$ 。根据式(9)可以求出速度的

比例因子 $\beta_{v_0} = \sqrt{\left(\frac{\beta_h}{\beta}\right)^{2/3}}$,其余变量的比例因子也可以根据表 2 相应的求出。

当缩放模型和原型采用不同种理想弹塑性材料时,由材料参数可得:材料密度的比例因子 $\beta_\rho = \rho_m / \rho_p$,屈服应力的比例因子 $\beta_{\sigma_d} = (\sigma_d)_m / (\sigma_d)_p$ 。根据式(9)

就可以求出速度的比例因子 $\beta_{v_0} = \sqrt{\frac{\beta_{\sigma_d} (\beta_h)^{2/3}}{\beta_\rho}}$,其余变量的比例因子也可以根据表 2 相应的求出。

1.2.2 考虑应变率和应变硬化效应的一般材料

由于材料的动态力学行为与应变率效应和应变硬化效应的相关性,在缩比模型试验中,模型和原型的动态屈服应力是与应变率效应、应变硬化效应和比例因子密切相关的。工程中常用的同时考虑应变率和应变硬化的材料本构方程主要有 Johnson-Cook 本构方程^[25]。采用 Johnson-Cook 本构方程,则原型和缩比模型的动态屈服应力分别为

$$(\sigma_d)_p = (A_p + B_p \varepsilon_p^{n_p}) \left[1 + C_p \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{(\dot{\varepsilon}_0)_p} \right) \right] \quad (13)$$

$$(\sigma_d)_m = (A_m + B_m \varepsilon_m^{n_m}) \left[1 + C_m \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_m}{(\dot{\varepsilon}_0)_m} \right) \right] \quad (14)$$

当使用缩比模型的动态屈服应力去预测原型的动态屈服应力时,结合表 2 的比例因子可得动态屈服应力的预测值为

$$(\sigma_d)'_m = [A_m + B_m (\varepsilon_p \beta_\varepsilon)^{n_m}] \left[1 + C_m \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{(\dot{\varepsilon}_0)_m} \frac{\beta_v}{\beta} \right) \right] \frac{1}{\beta_\rho \beta_v^2} \left(\frac{\beta_h}{\beta} \right)^{2/3} \quad (15)$$

缩比模型要想准确地预测到原型的结构响应,那么 $(\sigma_d)'_m$ 与 $(\sigma_d)_p$ 在整个响应过程中应该完全重合。然而,由于材料应变率和应变硬化效应的影响,这是无法现实的,只能尽可能的将误差减到最小^[26]。为此,可在应变率区间 $[\dot{\varepsilon}_a, \dot{\varepsilon}_b]$ 和应变区间 $[\varepsilon_a, \varepsilon_b]$ 上,通过 $(\sigma_d)'_m$ 与 $(\sigma_d)_p$ 的误差优化来减小两者的误差,从而减小应变率和应变硬化效应导致的相似性误差。 $(\sigma_d)'_m$ 与 $(\sigma_d)_p$ 存在一个最小误差即: $\|(\sigma_d)'_m - (\sigma_d)_p\|_2 = \min_{\beta_\varepsilon \in R} \|(\sigma_d)'_m - (\sigma_d)_p\|_2$ 成立,即:

$$\begin{aligned} & \left\| [A_m + B_m (\varepsilon_p \beta_\varepsilon)^{n_m}] \left[1 + C_m \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{(\dot{\varepsilon}_0)_m} \frac{\beta_v}{\beta} \right) \right] \frac{1}{\beta_\rho \beta_v^2} \left(\frac{\beta_h}{\beta} \right)^{2/3} - (A_p + B_p \varepsilon_p^{n_p}) \left[1 + C_p \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{(\dot{\varepsilon}_0)_p} \right) \right] \right\|_2 = \\ & \min_{\beta_\varepsilon \in R} \left\| [A_m + B_m (\varepsilon_p \beta_\varepsilon)^{n_m}] \left[1 + C_m \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{(\dot{\varepsilon}_0)_m} \frac{\beta_v}{\beta} \right) \right] \frac{1}{\beta_\rho \beta_v^2} \left(\frac{\beta_h}{\beta} \right)^{2/3} - (A_p + B_p \varepsilon_p^{n_p}) \left[1 + C_p \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{(\dot{\varepsilon}_0)_p} \right) \right] \right\|_2 \end{aligned} \quad (16)$$

式中; β_v^* 为 $(\sigma_d)'_m$ 与 $(\sigma_d)_p$ 误差最小时的速度比例因子; $\|\cdot\|$ 为 2 范数; R 为实数集。

对于式(16)当 $[\varepsilon_a, \varepsilon_b]$ 、 $[\dot{\varepsilon}_a, \dot{\varepsilon}_b]$ 已知时,可以使用最优化方法进行数值求解,此时 β_v^* 是目标函数 $\min \|\cdot\|_2$ 唯一的设计量。其中应变区间 $[\varepsilon_a, \varepsilon_b]$ 与应变率区间 $[\dot{\varepsilon}_a, \dot{\varepsilon}_b]$ 可根据试验或者经验进行选取。

通过以上分析,进一步将受轴压冲击载荷作用的薄壁方管几何畸变相似律从理想弹塑性同种材料拓展到了不同材料的应用中,建立了几何—不同材料耦合畸变的相似律,并且考虑了应变率和应变硬化效应同时存在时对相似性的影响,通过误差优化,直接获得了修正后的冲击速度比例因子,提升了薄壁方管几何畸变相似律在工程领域的实用价值。

2 数值算例验证

2.1 有限元模型

2.1.1 几何畸变缩比模型

(1) 等厚方管

基于上述推导过程,在满足推导过程中的假设条件下,对受轴压冲击载荷作用的薄壁方管进行数值模拟,验证相似律的准确性。本文在 ABAQUS 软件中建立了如图 3 所示的薄壁方管模型进行验证分析,薄壁方管原型的长度 L 为 200 mm,中性面宽度 C 为 50 mm,壁厚 h 为 1.5 mm。薄壁方管材料选取工程中较为常见的 1006 steel,忽略应变率效应和应变硬化效应的影响,采用理想弹塑性本构模型进行仿真分析,材料参数如表 3^[27]。

薄壁方管采用 S4R 壳单元进行仿真模拟,冲击物和地面则使用刚体单元。薄壁方管自由放置于刚性地面上,顶部受到质量为 $G=100\text{ kg}$,速度为 $v_0=6\text{ m/s}$ 的冲击。方管和上下两个刚性面之间设置面面接触,摩擦因子为 0.2。方管的内外表面设置自接触形式,摩擦

因子为 0,所有接触都采用罚函数接触形式。

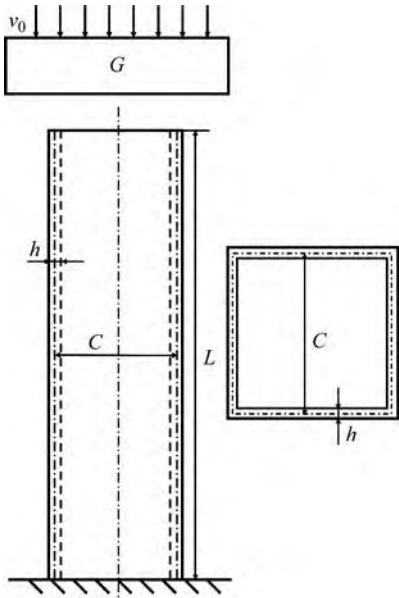


图 3 受轴压冲击的薄壁方管示意图

Fig. 3 Schematic diagram of thin-walled square tube under axial impact loading

表 3 1006 steel 材料参数

Tab.3 Material parameters of 1006 steel

	密度/ ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	弹性模量/ GPa	μ	屈服强度/ MPa
1006 steel	7.89	207	0.3	350

根据原型建立基本几何比例因子 $\beta=1/10$,在满足结构厚宽比的条件下,厚度方向的比例因子分别取为 $\beta_h=0.12, 0.15, 0.18$ 和 0.20 的缩比模型。并按照表 2 所给出的相似比例因子进一步获得速度修正比例因子。在此我们定义几何畸变度 $\chi=\beta_h/\beta$ 。理想弹塑性材料薄壁方管的几何畸变缩比模型的各动态变量比例因子如表 4 所示。

表 4 几何畸变缩比模型比例因子

Tab.4 Scaling factors of geometric distortion scaled models

缩比模型	β	β_h	β_C	β_{v_0}	β_t	β_p	β_δ
Scale1/10, $\chi=1.2$	0.1	0.12	0.001 2	1.062 7	0.094 1	0.013 6	0.1
Scale1/10, $\chi=1.5$	0.1	0.15	0.001 5	1.144 7	0.087 4	0.019 7	0.1
Scale1/10, $\chi=1.8$	0.1	0.18	0.001 8	1.216 4	0.082 2	0.026 6	0.1
Scale1/10, $\chi=2.0$	0.1	0.20	0.002 0	1.259 9	0.079 4	0.031 7	0.1

(2) 梯度管和异厚管

近年来,为了结构减轻自身质量,研究人员对薄壁方管结构进行优化,设计出质量更低新型变截面结构,其中梯度管和异厚管得到了广泛的关注。为了验证几何畸变相似律用于梯度管和异厚管这两种结构时的准确性,在满足结构厚宽比的条件下,以等厚薄壁方

管为基础,进一步设计了如图 4 所示的梯度管和异厚管。厚度梯度薄壁方管原型,总长度 L 为 200 mm,内壁宽度 C_1 为 50 mm,等分为 4 段,每段长度 50 mm,厚度依次为 1 mm,1.5 mm,2 mm,2.5 mm;异厚管原型的 $h_1=1\text{ mm}, h_2=2\text{ mm}$,其余尺寸与等厚管相同。

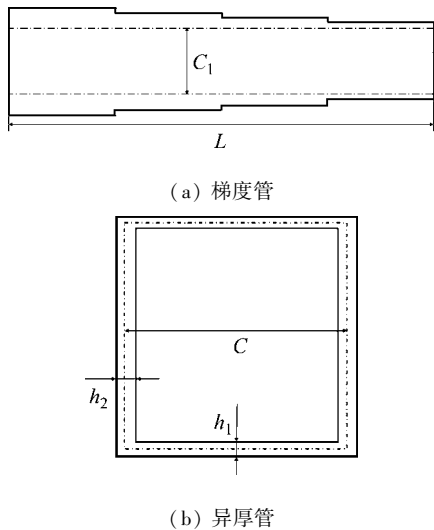


图 4 梯度管和异厚管

Fig. 4 Gradient tube and different thickness tube

选取厚度几何畸变度 $\chi = 2.0$,根据原型建立基本几何比例因子 $\beta = 1/10$ 的缩比模型。如果梯度管只有某几段发生压溃,则其余未发生压溃的方管段可近似视为刚性支撑不影响相似性分析,因此为了验证更加一般的情形,保证让每一段都发生压溃,梯度管原型受到质量为 $G = 100\text{ kg}$,速度为 $v_0 = 12\text{ m/s}$ 的冲击。按照

表 6 几何—不同材料耦合畸变缩比模型比例因子

Tab. 6 Scaling factors of geometric – different material coupling distortion scaled models

缩比模型	β	β_p	β_G	β_{σ_d}	β_{v_0}	β_t	β_P	β_δ
$\chi = 1.5$, Ti-6Al-4 V	0.1	0.561 5	0.000 8	3.154 3	2.713 2	0.036 9	0.062 0	0.1
$\chi = 1.5$, AZ31B Magnesium	0.1	0.225 6	0.000 3	0.491 4	1.689 5	0.059 2	0.009 7	0.1
$\chi = 1.5$, Al 2024-T351	0.1	0.342 2	0.000 5	0.757 1	1.702 7	0.058 7	0.014 9	0.1

(2) 考虑应变率效应和应变硬化效应畸变模型

进一步为了验证本文对于考虑应变率和应变硬化效应的几何—不同材料耦合畸变的修正方法的有效性。在理想弹塑性畸变模型的基础上,以工程中典型的应变率敏感的钢和应变率不敏感的铝合金材料为例,具体材料参数如表 7^[27]所示,建立考虑应变率效应

表 2 所给出的相似比例因子进一步获得速度修正比例因子,梯度管和异厚管的几何畸变缩比模型的其余各动态变量比例因子如表 4 所示。

2.1.2 几何—不同材料耦合畸变缩比模型

(1) 理想弹塑性畸变模型

为了验证本文的相似律用于几何畸变缩比模型与原型采用不同材料耦合畸变时的有效性,在 ABAQUS 软件中建立与 2.1.1 节等厚管尺寸相同的原型,缩比模型任取几何畸变度 $\chi = 1.5$ 时对应的尺寸。其中畸变缩比模型采用 Ti-6Al-4 V、AZ31B Magnesium 和 Al 2024-T351 (材料参数如表 5 所示) 三种材料,原型采用 1006 steel,并按照 1.2 节所给出的方法获得不同材料缩比模型对应的速度比例因子,进一步通过表 2 获得缩比模型与原型各动态变量的比例因子如表 6 所示。

表 5 缩比模型材料参数

Tab. 5 Material parameters of scaled model

材料	密度/ ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	弹性模 量/GPa	μ	屈服强 度/MPa
Ti-6Al-4 V	4.43	114	0.3	1 104
AZ31B Magnesium	1.78	45	0.3	172
Al 2024-T351	2.70	72.4	0.3	265

和应变硬化效应后的薄壁方管几何畸变缩比模型,并按照式(16)所给出的方法获得应变率区间和应变硬化区间上的最佳速度比例因子,之后通过表 2 获得缩比模型与原型各动态变量的比例因子,如表 8 所示。其中,应变率区间和应变区间在大量数值模拟经验的基础上分别选取为 $[0, 700]$ 和 $[0, 0.7]$ 。

表 7 缩比模型材料参数

Tab. 7 Material parameters of scaled model

材料	密度/($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	弹性模量/GPa	μ	A/MPa	B/MPa	硬化指数	应变率强化参数	参考应变率/(s^{-1})
1006 steel	7.89	207	0.3	350	275	0.36	0.022	1
Al 2024-T351	2.70	72.4	0.3	265	426	0.34	0.015	1

表 8 几何 – 不同材料耦合畸变缩比模型比例因子

Tab. 8 Scaling factors of geometric-different material coupling distortion scaled models

缩比模型	β	β_p	β_G	β_{σ_d}	β_{v_0}	β_t	β_P	β_δ
$\chi = 1.5$, 1006 steel	0.1	1	0.001 5	1.176 4	1.241 6	0.080 5	0.023 1	0.1
$\chi = 1.5$, Al 2024-T351	0.1	0.342 2	0.000 5	1.218 1	2.159 7	0.046 3	0.023 9	0.1

2.2 结果分析

2.2.1 有限元模型可信性验证

为了验证薄壁方管仿真结果的正确性,将等厚薄

壁方管原型的有限元模型仿真结果的峰值位移与理论公式计算的压溃距离进行对比。由式(5)可求解出,薄壁方管的理论压溃距离,即峰值位移为 54.381 7 mm。

采用2.1.1节建立的等厚薄壁方管原型的有限元模型进行仿真计算,可以得到薄壁方管的峰值位移为51.719 2 mm。仿真结果与理论结果的相对误差为4.896%,可以发现仿真结果和理论结果比较接近,误差在可以接受的范围内,表明本文建立的薄壁方管有限元分析模型是可信的。进一步,利用该方法建立有限元模型对受轴压冲击作用的薄壁方管进行模拟和相似性验证是可行的。

2.2.2 几何畸变缩比模型结果分析

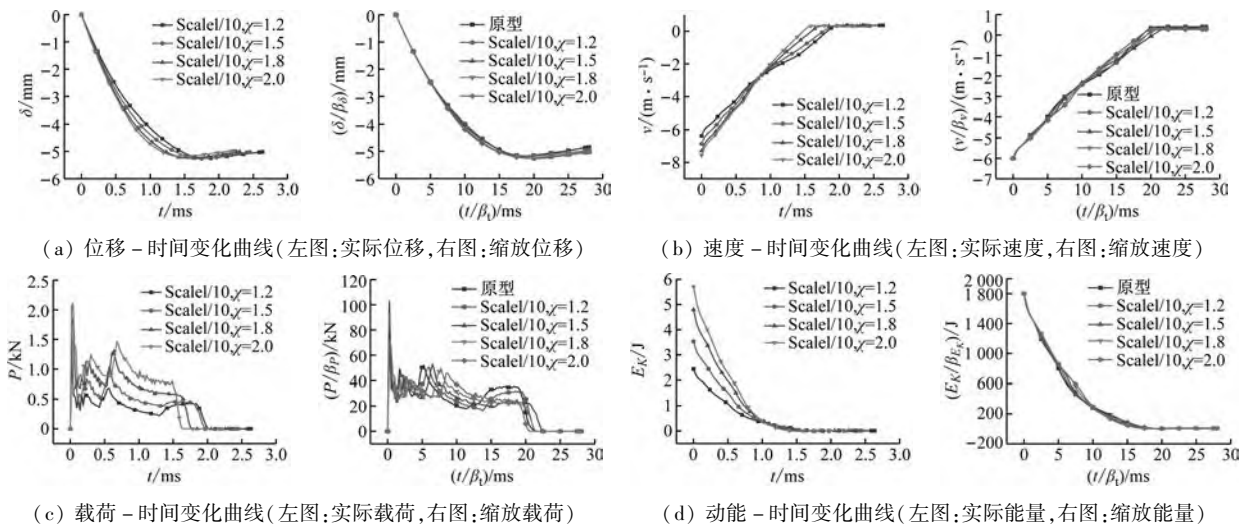


图5 原型与缩比模型的动态变量-时间响应曲线

Fig.5 Dynamic response variable-time curves of scaled models and the prototype

从图5可以看出,受轴压冲击薄壁方管不同几何畸变度的缩比模型结构响应各不相同。但是,当结构响应按照各自的响应比例因子缩放后,不同几何畸变度的缩比模型结构响应得到了统一,说明采用本文提出的相似律缩放后,缩比模型能够准确预测原型的结构响应。但是与其他动态响应变量的时间曲线相比,几何畸变缩比模型的载荷-时间曲线与原型重合度不高,在时间尺度存在一定误差。这是由于薄壁方管折叠单元的半高度 l 的比例因子 β_l 与位移 δ 的比例因子 β_δ 不相等,因此几何畸变缩比模型预测的半波长和折叠单元之间的距离存在误差,造成产生每个折叠单元的时刻存在误差,对应于与载荷-时间曲线上的每个波峰也就在时间尺度上出现了误差,不过相较缩放前其误差已经大大减小且其整体的时间趋势一致性比较好。进一步将缩比模型与原型的峰值位移和平均载荷的相对误差进行分析,从表9可以看到即使几何畸变度达到2,几何畸变缩比模型所预测的原型峰值位移相对误差不超过2%,平均载荷的相对误差亦不超过5%。

如图6所示为使用本文所提出的受轴压冲击薄壁方管几何畸变修正方法,对新型变截面薄壁方管结构几何畸变缩比模型所预测的原型的动态响应变量进行

图5为使用本文所提出的受轴压冲击薄壁方管几何畸变修正方法,对几何畸变缩比模型所预测的原型的动态响应变量进行修正前和修正后的响应曲线。如图5所示,四幅子图(a)、(b)分别为锤头的位移和速度-时间响应曲线,(c)为薄壁方管的载荷-时间响应曲线,(d)为锤头的能量-时间响应曲线。表9为修正后的薄壁方管几何畸变模型所预测原型的峰值位移、平均载荷和原型的响应之间的相对误差。

修正后的响应曲线。图6中的四幅子图(a)、(c)和(d)分别为锤头的位移、速度和能量-时间响应曲线,(b)为薄壁方管的载荷-时间响应曲线。表10为修正后的梯度管和异厚管几何畸变模型所预测原型的峰值位移、平均载荷和原型的响应之间的相对误差。

表9 几何畸变缩比模型的峰值位移与平均载荷相对误差
Tab.9 The relative error of peak displacement and average force of geometric distortion scaled models

模型	$(\delta/\beta_\delta)/$ mm	相对 误差/%	$(P/\beta_p)/$ kN	相对 误差/%
原型	51.719 2	—	22.604	—
Scale/10, $\chi=1.2$	52.538 3	1.584	21.972	2.796
Scale/10, $\chi=1.5$	52.590 2	1.684	21.588	4.495
Scale/10, $\chi=1.8$	52.559 0	1.642	21.531	4.747
Scale/10, $\chi=2.0$	52.012 4	0.567	21.674	4.114

从图6可以看出,薄壁方管每一段都发生压溃,并且在几何畸变度达到2的这种大畸变度情况下,当梯度管和异厚管的结构响应按照各自的响应比例因子缩

放后,缩比模型结构响应依然能够准确预测原型结构响应。进一步将缩比模型与原型的峰值位移和平均载荷的相对误差进行分析,从表 10 可以看出,梯度管和异厚管的几何畸变缩比模型所预测的原型峰值位移相对误差不超过 4%,平均载荷的相对误差亦不超过 4%。

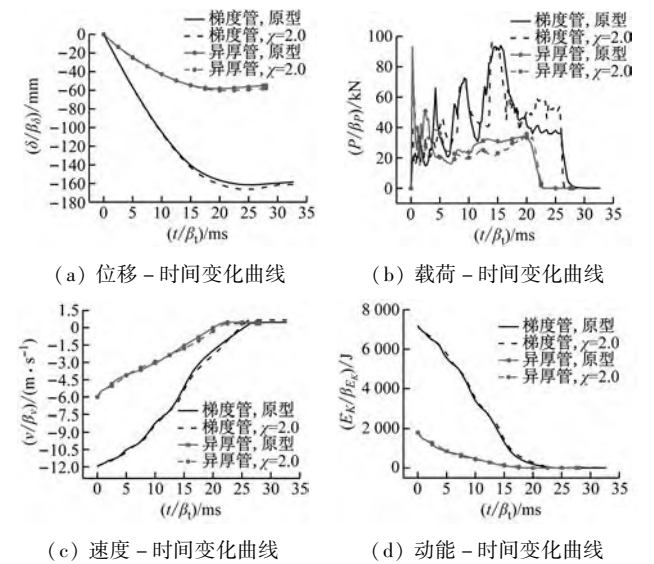


图 6 原型与缩比模型的动态响应变量-时间曲线
Fig.6 Dynamic response variable-time curves of scaled models and the prototype

综上所述,应用本文所推导出的相似律对理想弹性原始和新型变截面薄壁方管几何畸变缩比模型的

动态响应进行缩放后,均可以准确地预测原型的动态响应。

表 10 梯度管和异厚管几何畸变缩比模型的峰值位移与平均载荷相对误差
Tab.10 The relative error of peak displacement and average force of geometric distortion scaled modelsof gradient tube and different thickness tube

方管类型	模型	$(\delta/\beta_p)/\text{mm}$	相对误差/%	$(P/\beta_p)/\text{kN}$	相对误差/%
梯度管	原型	161.466 1	—	37.468	—
	$\chi=2.0$	166.095 1	2.867	38.106	1.703
异厚管	原型	60.408 1	—	21.983	—
	$\chi=2.0$	58.222 3	3.618	22.837	3.885

2.2.3 几何-不同材料耦合畸变缩比模型结果分析
(1) 理想弹塑性畸变模型结果分析

如图 7 所示,为使用本文所提出的受轴压冲击薄壁方管几何畸变修正方法,对几何-不同材料耦合畸变缩比模型所预测的原型的动态响应变量进行修正前和修正后的响应曲线。图 7 中的四幅子图(a)、(b)分别为锤头的位移和速度-时间响应曲线,(c)为薄壁方管的载荷-时间响应曲线,(d)为锤头的能量-时间响应曲线。表 11 为修正后的薄壁方管几何-不同材料耦合畸变缩比模型所预测原型的峰值位移、平均载荷和原型的响应之间的相对误差。

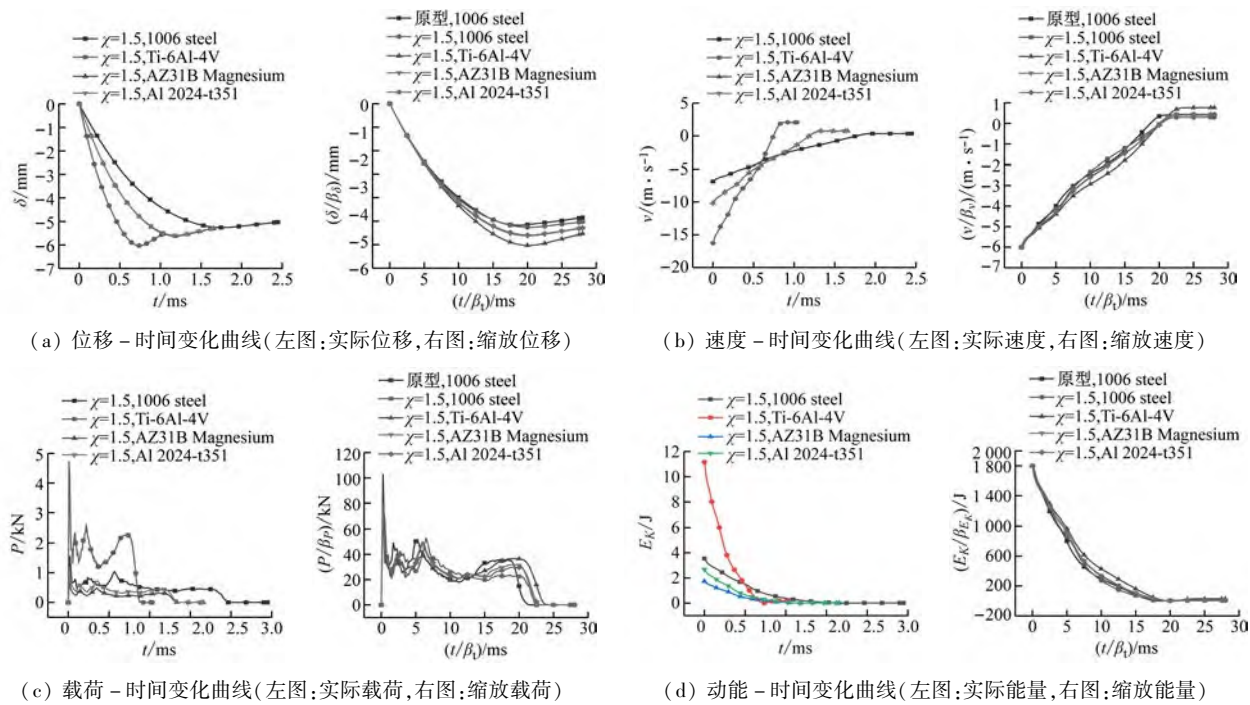


图 7 原型与缩比模型的动态响应变量-时间曲线
Fig.7 Dynamic response variable-time curves of scaled models and the prototype

从图 7 可以看出,对于受到轴压冲击载荷作用的薄壁方管,不同材料的缩比模型结构位移、载荷、速度

和能量响应各不相同。但是当结构响应按照各自的响应比例因子缩放后,几何-不同材料耦合畸变的缩比

模型结构响应得到了统一,能够在一定误差范围内预测原型结构响应。不同材料缩比模型预测误差不同,采用 Ti-6Al-4 V 的缩比模型相较于采用其他材料的缩比模型动态响应预测误差最大。这主要是因为,在推导过程中忽略了弹性变形的影响,即不考虑不同材料之间的相似性比例因子 β_E 这项,但是对于大部分材料,一般很难保证缩比模型和原型使用不同材料时满足 $\frac{\beta_{\sigma_d}}{\beta_E} = 1$ 这一条件,并且相对误差越大,缩比模型预测的动态响应误差越大。从图 8 不同材料应力—应变曲线可以看出,采用 Ti-6Al-4 V 的缩比模型 $\frac{\beta_{\sigma_d}}{\beta_E} = 5.8$,采用 AZ31B Magnesium 和 Al 2024-T351 的缩比模型 $\frac{\beta_{\sigma_d}}{\beta_E} = 2.3$,采用 Ti-6Al-4 V 的缩比模型 $\frac{\beta_{\sigma_d}}{\beta_E}$ 的相对误差最大,所以预测的动态响应误差最大。

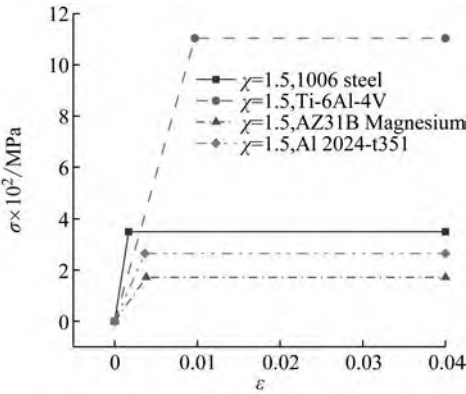


图 8 不同材料应力—应变曲线

Fig. 8 Stress-strain curves of different materials

进一步将缩比模型与原型的峰值位移和平均载荷的相对误差进行分析,从表 11 可以看到缩比模型所预测的原型峰值位移相对误差不超过 17%,平均载荷的相对误差不超过 6%。鉴于此,在实际应用中可通过选择 $\frac{\beta_{\sigma_d}}{\beta_E}$ 在 0.4 至 2.3 范围内的材料,将缩比模型预测的结构响应误差控制在 10% 以内。

(2) 考虑应变率效应和应变硬化效应畸变模型结果分析

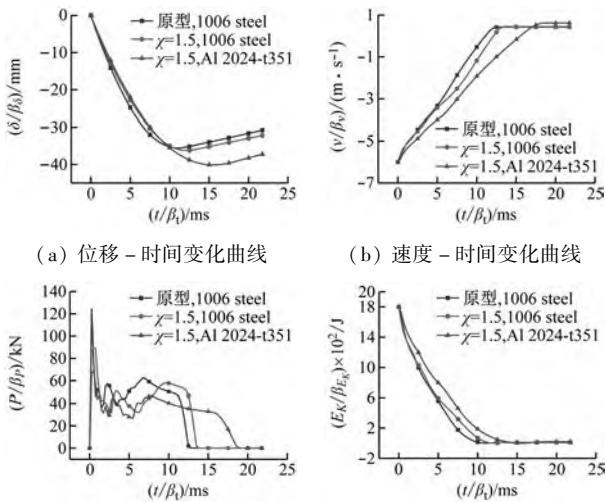
图 9 为使用本文所提出的受轴压冲击薄壁方管几何畸变修正方法,对同时考虑应变率效应和应变硬化效应的几何—不同材料耦合畸变缩比模型所预测的原型动态响应变量进行修正后的响应曲线。图 9 中的四幅子图(a)、(b)分别为锤头的位移—时间响应曲线,(c)为薄壁方管的载荷—时间响应曲线,(d)为锤头的能量—时间响应曲线。表 12 为修正后的薄壁方管几何—不同材料耦合畸变缩比模型所预测原型的

峰值位移、平均载荷和原型的响应之间的相对误差。

表 11 几何—不同材料耦合畸变缩比模型峰值位移与平均载荷相对误差

Tab. 11 The relative error of peak displacement and average force of geometric-different material coupling distortion scaled models

模型	$(\delta/\beta_\delta)/$ mm	相对 误差/%	$(P/\beta_p)/$ kN	相对 误差/%
原型, 1006 steel	51.719 2	—	22.604	—
$\chi = 1.5$, 1006 steel	52.590 2	1.684	21.588	4.495
$\chi = 1.5$, Ti-6Al-4 V	60.294 5	16.580	23.870	5.601
$\chi = 1.5$, AZ31B Magnesium	56.227 1	8.716	22.588	0.071
$\chi = 1.5$, Al 2024-T351	55.940 8	8.163	22.480	0.549



(a) 位移—时间变化曲线 (b) 速度—时间变化曲线

(c) 载荷—时间变化曲线 (d) 动能—时间变化曲线

图 9 原型与缩比模型的动态响应变量—时间曲线

Fig. 9 Dynamic response variable-time curves of scaled models

and the prototype

从图 9 可以看出,当结构响应按照各自的比例因子缩放后,畸变缩比模型结构响应得到了统一,即使考虑材料应变率和应变硬化效应对相似性的影响,并且无论缩比模型与原型是否选取同种材料,均能够在一定误差范围内预测原型的结构响应。进一步将缩比模型与原型的峰值位移和平均载荷的相对误差进行分析,从表 12 可以看到缩比模型所预测的原型峰值位移相对误差不超过 13%,平均载荷的相对误差不超过 5%。

综上所述,采用本文所推导出的薄壁方管相似律,对几何—不同材料耦合畸变缩比模型的动态响应进行缩放后,无论是理想弹塑性材料,还是考虑应变率效应和应变硬化效应的一般材料,都可以预测原型的动态

响应,尤其是作为缓冲吸能结构重点关注的载荷、能量响应的相似效果较好。

表 12 几何 - 不同材料耦合畸变缩比模型峰值位移与平均载荷相对误差

Tab.12 The relative error of peak displacement and average force of geometric-different material coupling distortion scaled models

模型	$(\delta/\beta_\delta)/$ mm	相对 误差/%	$(P/\beta_p)/$ kN	相对 误差/%
原型, 1006 steel	35.550 0	—	28.627	—
$\chi = 1.5$, 1006 steel	36.221 0	1.887	28.808	0.632
$\chi = 1.5$, Al 2024-T351	40.113 4	12.837	30.001	4.800

3 结 论

本文以受轴压冲击载荷作用的薄壁方管结构为研究对象,基于方程分析和量纲分析法,从平均压溃力响应方程、能量守恒方程出发,推导得到了薄壁方管的位移、质量和应力的无量纲数,然后以此为基础,推导出受轴压冲击载荷的理想弹塑性材料薄壁方管的缩放相似律,最后建立数值算例验证了本文给出的相似律的有效性。数值算例分析表明:

(1) 对于几何畸变问题,本文给出的受轴压冲击的薄壁方管缩放相似律能够较好地用于预测原型的动态响应,解决了薄壁方管的壁厚 h 发生几何畸变时的相似性问题。

(2) 本文给出的相似律同样适用于梯度管和异厚管这些新型变截面薄壁方管几何畸变的情况,能够应用于薄壁方管结构轻量化研究领域。

(3) 对于几何 - 不同材料耦合畸变问题,应用本文给出的相似律可以显著降低缩比模型预测响应与原型实际响应的误差,特别是轴压冲击问题备受关注的载荷和能量,并且扩展到了考虑应变率效应和应变硬化效应的一般材料,能够更好的应用于工程实践中。

参 考 文 献

[1] 张秧聪, 许平, 彭勇, 等. 高速列车前端多胞吸能结构的耐撞性优化[J]. 振动与冲击, 2017, 36(12): 31 - 36.
ZHANG Yangcong, XU Ping, PENG Yong, et al. Crashworthiness optimization of high-speed train front multi-cell energy-absorbing structures[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(12): 31 - 36.

[2] WANG S, PENG Y, WANG T, et al. Collision performance and multi-objective robust optimization of a combined multi-cell thin-walled structure for high speed train [J]. Thin-Walled Structures, 2019, 135: 341 - 355.

[3] 马聪承, 兰凤崇, 陈吉清. 泡沫铝复合结构改善汽车侧撞安全的仿真研究[J]. 汽车工程, 2017, 39(4): 432 -

439.

MA Congcheng, LAN Fengchong, CHEN Jiqing. Simulation study on the improvement of vehicle side impact safety by aluminum foam composite structure [J]. Automotive Engineering, 2017, 39(4): 432 - 439.

[4] BAROUTAJI A, SAJJIA M, OLABI A G. On the crashworthiness performance of thin-walled energy absorbers: recent advances and future developments [J]. Thin-Walled Structures, 2017, 118: 137 - 1633.

[5] 伊召锋, 于尧, 高广军, 等. 轴向冲击下薄壁方管屈曲模式及初始峰值力控制研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(7): 1841 - 1848.

YI Zhaofeng, YU Yao, GAO Guangjun, et al. On buckling mode and initial peak force control of thin-walled square tube under axial impact [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17(7): 1841 - 1848.

[6] 冯晓琳, 杨旭东, 安涛. 泡沫铝原位填充薄壁管的力学及吸能性能[J]. 热加工工艺, 2022(16): 49 - 53.

FENG Xiaolin, YANG Xudong, AN Tao. Mechanics and energy absorption properties of in-situ aluminum foam-filled thin-walled Tubes [J]. Hot Working Technology, 2022(16): 49 - 53.

[7] 姚如洋, 赵振宇, 尹冠生, 等. 薄壁开孔圆管在轴向荷载作用下的理论研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39(2): 141 - 147.

YAO Ruyang, ZHAO Zhenyu, YIN Guansheng, et al. Theoretical analysis on thin-walled holed circular tubes under axial loading [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(2): 141 - 147.

[8] WIERZBICKI T, ARAMOWICZ W. On the crushing mechanics of thin-walled structures [J]. Journal of Applied Mechanics, 1983, 50(4): 727 - 734.

[9] ABRAMOWICZ W, JONES N. Dynamic progressive buckling of circular and square tubes [J]. International Journal of Impact Engineering, 1986, 4(4): 243 - 270.

[10] ABRAMOWICZ W, WIEZRBICKI T. Axial crushing of multiconner sheet metal columns [J]. Journal of Applied Mechanics, 1989, 56(1): 113 - 120.

[11] SUN G Y, XU F X, LI G Y, et al. Crashing analysis and multiobjective optimization for thin-walled structures with functionally graded thickness [J]. International Journal of Impact Engineering, 2014, 64 (64): 62 - 74.

[12] 郑玉卿, 朱西产. 棱边强化薄壁方管轴向压溃吸能特性 [J]. 汽车工程, 2017, 39(11): 1252 - 1260.

ZHENG Yuqing, ZHU Xichan. Energy absorption characteristics of ridgeline strengthened thin-walled square tube in axial crushing [J]. Automotive Engineering, 2017, 39(11): 1252 - 1260.

[13] 郑玉卿, 朱西产, 马志雄. 棱边强化薄壁方管静态轴压理论和仿真研究 [J]. 汽车工程, 2019, 41(4): 468 - 474.

ZHENG Yuqing, ZHU Xichan, MA Zhixiong. Theoretical and simulation study on the static and dynamic axial crushing of ridgeline strengthened thin-walled square tubes [J]. Automotive Engineering, 2019, 41(4): 468 - 474.

[14] OSHIRO R E, ALVES M. Scaling impacted structures [J]. Archive of Applied Mechanics, 2004, 74(1/2): 130 - 145.

[15] TRIMINO L F, CRONIN D S. Non-direct similitude technique applied to the dynamic axial impact of bonded crush

- tubes[J]. International Journal of Impact Engineering, 2014, 64:39–52.
- [16] MAZZARIOL L M, OSHIRO R E, ALVES M. A method to represent impacted structures using scaled models made of different materials [J]. International Journal of Impact Engineering, 2016,90:81–94.
- [17] WANG S, XU F, ZHANG X, et al. Material similarity of scaled models [J]. International Journal of Impact Engineering, 2021, 156: 103951.
- [18] OSHIRO R E, ALVES M. Predicting the behaviour of structures under impact loads using geometrically distorted scaled models[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 2012, 60(7):1330–1349.
- [19] WANG S, XU F, ZHANG X Y, et al. A directional framework of similarity laws for geometrically distorted structures subjected to impact loads[J]. International Journal of Impact Engineering, 2022, 161: 104092.
- [20] WANG S, XU F, DAI Z. Suggestion of the DLV dimensionless number system to represent the scaled behavior of structures under impact loads [J]. Archive of Applied Mechanics, 2019, 90(4): 701–719.
- [21] JONES N. Structural impact [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [22] REID S R, REDDY T Y, GRAY M D. Static and dynamic axial crushing of foam-filled sheet metal tubes [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1986,28(5): 295–322.
- [23] 余同希, 卢国兴, 张雄. 能量吸收: 结构与材料的力学行为和塑性分析[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
- [24] ZHAO Y P. Similarity consideration of structural bifurcation buckling[J]. Engineering Research, 1999, 65: 107–112.
- [25] JOHNSON G R, COOK W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1983, 21: 541–548.
- [26] 王帅, 徐绯, 代震, 等. 结构冲击畸变问题的直接相似方法研究[J]. 力学学报, 2020,52(3):774–786.
- WANG Shuai, XU Fei, DAI Zhen, et al. A direct scaling method for the distortion problems of structural impact[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(3):774–786.
- [27] SADEGHI H, DAVEY K, DARVIZEH R, et al. Scaled models for failure under impact loading [J]. International Journal of Impact Engineering, 2019, 129: 36–56.

(上接第 261 页)

- YIN Hong, DONG Kangli, PENG Zhenrui. Structural modal parameter identification based on VMD-SSI [J] Journal of Vibration and Shock, 2020,39 (10):81–91.
- [18] GANG Y, YU M, XU C. Synchroextracting Transform [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64 (10): 8042–8054.
- [19] DAUBECHIES I, LU J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2): 243–261.
- [20] YU G. An underdetermined blind source separation method with application to modal identification [J]. Shock and Vibration, 2019, 2019(7): 1–15.
- [21] YU K, KAI Y, BAI Y. Estimation of modal parameters using the sparse component analysis based underdetermined blind source separation [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2014, 45(2): 302–316.

(上接第 270 页)

- [10] 胡健雄, 汤奕, 李峰, 等. 电力系统中数据-物理融合模型的并联模式性能分析[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(1): 15–24.
- HU Jianxiong, TANG Yi, LI Feng, et al. Performance analysis on parallel mode of data-physical fusion model in power system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(1): 15–24.
- [11] 任利惠, 季元进, 薛蔚. 单轴轮胎走行部 APM 车辆的动力学性能[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2015, 43(2): 280–285.
- REN Lihui, JI Yuanjin, XUE Wei. Dynamics of automatic passenger mover vehicle with single-axle tire running gear [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2015, 43(2): 280–285.
- [12] 刘豹, 唐万生. 现代控制理论[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2006.