

2026 考研数据结构代码题 强化 75 题必背版

来源：b 站：我头发还多还能学

微信：Rain-Splash 或 petrichoryin

注：有些强化题目比较复杂或者过于简单，因此没有编写核心思想描述，大家观看视频理解即可

408 版资料包含基础 63 题+强化 75 题+最终预测 15 题（25 年 10 月份出），每道题均有讲解视频，建议配套使用，有需要的同学可添加微信获取。资料题目的答案均已优化，相比王道更加准确且简洁。**本 pdf 加阴影的题目是重点题，务必可以理解并默写出来！**

本资料及配套视频已申请版权，未经本人允许传播或倒卖资料者，将依法追究其法律责任

5分/页



扫码打印 首单免费

强化篇目录

顺序表:

- 1、将 $(a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_n)$ 转换成 $(b_1, b_2, \dots, b_n, a_1, a_2, \dots, a_m)$ 【**逆置**】
- 2、将 n 个整数存放在数组 R 中，设计尽可能高效的算法，将 R 序列循环左移 p 个位置 $(0 < p < n)$ ，即将 R 中的数据由 $(X_0, X_1, \dots, X_{n-1})$ 变换为 $(X_p, X_{p+1}, \dots, X_{n-1}, X_0, X_1, \dots, X_{p-1})$ 【**2010 统考: 逆置**】
- 3、尽可能高效地从有序表中删除值重复元素，仅保留第一个 【**有序去重**】
- 4、顺序表中删除值重复的元素，仅保留第一个 【**无序去重**】
- 5、尽可能高效地从有序表中找出出现次数最多的元素及对应次数。若有多个出现次数最多的优先选取值最小（最大呢？）的元素 【**经典双指针**】
- 6、一个整数序列 $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ ，其中 $0 \leq a_i < n$ $(0 \leq i < n)$ 。若整数序列中有过半相同元素，则称其为主元素。例如 $A = (0, 5, 5, 3, 5, 7, 5, 5)$ ，则 5 为主元素；又如 $A = (0, 5, 5, 3, 5, 1, 5, 7)$ ，则 A 没有主元素。设计算法找出数组 A 中的主元素，若存在主元素则输出，否则输出 -1 【**2013 统考: 空换时**】
- 7、给定一个含 n 个整数的数组，设计时间上尽可能高效的算法，找出数组中未出现的最小正整数。如数组 $\{-5, 3, 2, 3\}$ 中未出现的最小正整数是 1；数组 $\{1, 2, 3\}$ 中未出现的最小正整数是 4 【**2018 统考: 空换时**】
- 8、两个递增有序表合并成一个递增有序表 【**有序表合并: 双指针**】
- 9、两个递增有序表合并成一个递减有序表 【**有序表合并: 双指针**】
- 10、三个序列 A, B, C 长度均为 n ，均为无重复元素的递增序列，设计一个尽可能高效的算法，输出三个序列中共同存在的所有元素 【**交集: 三指针**】
- 11、三元组 (a, b, c) 的距离 $D = |a - b| + |b - c| + |c - a|$ 。给定 3 个非空整数集合 S_1, S_2 和 S_3 ，按升序分别存储在 3 个数组中。设计一个尽可能高效的算法，计算所有可能的三元组 (a, b, c) 中的最小距离 【**2020 统考: 三指针**】

12、一个长度为 L 的升序序列 S ，处在第 $L/2$ (向上取整) 位置的数称为 S 的中位数。例 $S_1 = (11, 13, 15, 17, 19)$ ， S_1 的中位数为 15，两个序列的中位数是他们所有元素升序序列的中位数。例 $S_2 = (2, 4, 6, 8, 20)$ ，则 S_1 和 S_2 的中位数是 11。现有两个等长的升序序列 A 和 B ，设计一个尽可能高效的算法，找出两个序列 A 和 B 的中位数 【**2011 统考: 双指针合并**】

链表:

- 1、尽可能高效地删除递增链表重复的结点，仅保留第一个 【**有序去重**】
- 2、删除单链表中重复的结点，仅保留第一个 【**无序去重**】
- 3、用单链表保存 m 个整数，且 $|data| \leq n$ ，设计时间尽可能高效的算法，对于 $data$ 绝对值相等的点，仅保留第一次出现的点 【**2015 统考: 空换时**】
- 4、将一个带头结点的单链表 A 分解成两个带头结点的单链表 A 和 B ，使 A 中含奇数位置元素， B 中含偶数位置元素，且相对位置不变 【**链表拆分**】
- 5、将单链表 $\{a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n\}$ 拆分成 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 和 $\{b_n, b_{n-1}, \dots, b_1\}$ 【**链表拆分+头插**】
- 6、将一个单链表 A 分解成两个单链表 A 和 B ，使 A 中保留值 ≥ 0 的结点， B 中保留值 < 0 的结点。（拓展： A 中包含数字、英文字母和其他字符，将其拆分到 A, B, C 中，使每个链表只包含一类） 【**链表拆分**】
- 7、两个递增有序的单链表，将 B 合并到 A 后，仍非递减有序 【**链表合并**】
- 8、两个递增有序的单链表，将 B 合并到 A 中，保证非递增有序 【**链表合并+头插**】
- 9、 A, B 两个单链表递增有序，从 A, B 中找出公共元素产生单链表 C ，要求不破坏 A 和 B 结点（即不使用 A, B 原有结点空间） 【**链表合并+交集**】

- 10、A, B 两个单链表递增有序，从 A, B 中找出公共元素产生单链表 C。要利用 A 和 B 的原有结点空间【链表合并+交集】
- 11、A, B 两个单链表递增有序，从 A, B 中找出所有元素后再去重并存放于 A 链表中，且要求利用 A 和 B 的原有空间【链表合并+并集】
- 12、A, B 两个单链表递增有序，从 A, B 中找出 A 有但 B 没有的元素并存放于 A 链表中，且要求利用 A 的原有空间【链表合并+差集】
- 13、假定采用带头结点的单链表保存单词，当两个单词有相同的后缀时，可共享相同的后缀存储空间。设 str1 和 str2 分别指向两个单词所在链表的头结点，请设计一个时间上尽可能高效的算法，找出这两个链表的共同后缀的起始位置【2012 统考：链表比较】
- 14、查找单链表中倒数第 k 个结点，若查找成功，则输出该结点的 data，并返回 1，否则返回 0【2009 统考：双指针】
- 15、给定一个单链表 $L(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ ，将其重新排列为 $(a_1, a_n, a_2, a_{n-1}, \dots)$ 【2019 统考题：双指针+头插+合并】
- 16、两个递增有序的循环单链表，设计算法将 B 合并到 A 中，仍保证一个递增的循环单链表【对比第 7 题】
- 17、有两个循环单链表，链表头指针分别为 h1, h2，试编写函数将 h2 链表接到 h1 之后，要求链接后仍保持循环链表形式【链表拼接】
- 18、单链表有环，是指单链表的最后一个结点的指针指向了链表中的某个结点，编写算法判断单链表是否有环【双指针】

树

- 1、求树的度（树中结点度的最大值为树的度）
- 2、判断两个二叉树是否相似（拓展：相等呢）
- 3、 $(a-(b+c))*(d/e)$ 存储在二叉树，求四则运算后的结果

- 4、将给定的二叉树转化为等价的中缀表达式（2017 统考：中序遍历）
- 5、将二叉树的叶子结点从左向右连接成一个单链表（拓展：双链表呢）
- 6、输出根结点到每个叶子结点的路径（如果是根结点到值为 x 结点的路径呢？如果是根结点到所有结点的路径呢？均为祖先问题！）
- 7、使用递归方法输出根结点到叶子结点最长的一条路径
- 8、增加一个指向双亲结点的 parent 指针，输出所有结点到根结点的路径
- 9、找到 p 和 q 最近公共祖先结点 r（拓展：多种方法，多种存储结构）
- 10、试给出自下而上从右到左的层次遍历
- 11、层次遍历将二叉树所有结点的左右子树交换
- 12、层次遍历求二叉树中叶子结点个数、度为 1 的结点个数。
- 13、用层次遍历求解二叉树的高度
- 14、计算二叉树的带权路径长度（叶子结点）
- 15、求解二叉树的宽度
- 16、判断二叉树是否为完全二叉树
- 17、满二叉树先序序列存在于数组中，设计算法将其变成后序序列
- 18、先序与中序遍历分别存在两个一维数组 A, B 中，试建立二叉链表
- 19、二叉树以二叉链表表示，设计算法存储到一维数组中
拓展：二叉树以顺序方式存在于数组 A 的中，设计算法以二叉链表表示
- 20、二叉树采用顺序存储，统计该树中所有叶子结点的个数

图

- 1、已知无向连通图 G 由顶点集 V 和边集 E 组成, $|E|>0$, 当 G 中度为奇数的顶点个数为不大于 2 的偶数时, G 存在包含所有边且长度为 $|E|$ 的路径 (称为 EL 路径)。设图 G 采用邻接矩阵存储, 设计算法判断图中是否存在 EL 路径, 若存在返回 1, 否则返回 0。【2021 年统考题】
- 2、有向图 G 采用邻接矩阵存储, 将图中出度大于入度的顶点称为 K 顶点。要求输出 G 中所有的 K 顶点, 并返回 K 顶点的个数。【2023 年统考题】
- 3、有向图采用邻接表存储, 计算每个顶点的入度和出度
- 4、设计算法判断无向图是否是一棵树
- 5、输出有向图 V_i 顶点到 V_j 顶点所有简单路径。(拓展: 输出 V_i 到 V_j 之间长度为 k 的简单路径)
- 6、利用 BFS 求不带权的无/有向图中 v 顶点到其他顶点的的最短路径, 存储到 d 数组中。(拓展: 输出距离顶点 V 的最短路径长度为 k 的所有顶点)
- 7、Prim 算法求无向图的最小生成树
- 8、Kruskal 算法求无向图的最小生成树
- 9、Dijkstra 算法求有/无向图的最短路径
- 10、Floyed 求有/无向图的最短路径长度 (拓展: 最短路径与村庄问题!)
- 11、Floyed 求有/无向图的最短路径长度
- 12、拓扑排序判断有/无向图是否有环 (邻接矩阵)
- 13、判断邻接矩阵存储的有向图的拓扑排序是否唯一【2024 年统考题】

查找

- 1、查找二叉排序树中第 k 小的结点
- 2、输出二叉搜索树中所有值大于 key 的值
- 3、判断顺序存储的二叉树是否为二叉搜索树【2022 年统考题】
- 4、判断一个二叉排序树是否为平衡二叉树 (拓展: 顺序存储呢?)

排序

- 1、二路归并排序
- 2、判断数组是否是小根堆
- 3、堆排序
- 4、已知由 $n(n \geq 2)$ 个正整数构成的集合 $A = \{a_k | 0 \leq a_k < n\}$, 将其划分为两个不相交的子集 A_1 和 A_2 , 元素个数分别是 n_1 和 n_2 。 A_1 和 A_2 中元素之和分别为 S_1 和 S_2 。设计一个尽可能高效的划分算法, 满足 $|n_1 - n_2|$ 最小且 $|S_1 - S_2|$ 最大。【2016 年统考题, 快排 的应用】

顺序表默认结构体:

```
#define maxsize 50
```

```
typedef struct{
    int data[maxsize];
    int length;
```

```
} SqList;
```

1、将序列 (a1,a2,⋯am,b1,b2,⋯bn) 转换成 (b1,b2,⋯bn,a1,a2,⋯am)

```
void Reverse(int R[], int start, int end){
    int i = start, j = end; //也可以写到 for 循环内
    for (; i < j; ++i, --j){
        int temp = R[i];
        R[i] = R[j];
        R[j] = temp;
    }
```

```
//对撞指针
```

```
void change(int R[], int m, int n){
    Reverse(R, 0, m + n - 1);
    Reverse(R, 0, n - 1);
    Reverse(R, n, m + n - 1);
```

```
//时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想:

1、对撞指针交换: 使用两个指针 i 和 j, 从数组的两端向中间靠拢, 交换元素, 完成数组的反转

2、整体反转: 先将整个数组 (包括两部分) 反转。数组的顺序就变成了 (bn, ..., b1, am, ..., a1)

3、局部反转: 再分别对前半部分和后半部分进行反转。前半部分变回原来的顺序, 后半部分也恢复到原来的顺序, 即将(bn, ..., b1, am, ..., a1) 转换成 (b1, b2, ..., bn, a1, a2, ..., am)

2、将 n 个整数存放在数组 R 中, 设计尽可能高效的算法, 将 R 序列循环左移 p 个位置(0<p<n), 即将 R 中的数据由 (X0,X1,...Xn-1) 变换为 (Xp,Xp+1,...Xn-1,X0,X1...Xp-1) (2010 年统考题)

```
void Reverse(int R[], int start, int end){
    int i = start, j = end; //也可以写到 for 循环内
    for (; i < j; ++i, --j){
        int temp = R[i];
        R[i] = R[j];
        R[j] = temp;
    }
}
```

//要清楚函数每个参数的意思

```
void change(int R[], int n, int p){
    Reverse(R, 0, n - 1);
    Reverse(R, 0, n - p - 1);
    Reverse(R, n - p, n - 1);
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想: 同第一题, 这里不过多介绍。

3、尽可能高效地从顺序表中删除所有值重复的元素, 仅保留第一个

```
void del(SqList *L){
    for (int i = 0; i < L->length; i++){
        int k = i + 1;
        for (int j = i + 1; j < L->length; j++){
            if (L->data[j] != L->data[i])
                L->data[k++] = L->data[j];
        }
    }
```

```
//时空复杂度分别为 O(N2)和 O(1)
```

核心思想:

1、逐个检查元素: 外层循环遍历顺序表中的每个元素, 假设当前元素是第一个出现的元素

2、去除重复元素: 内层循环从当前元素的下一个元素开始, 检查与当前元素相同的元素。如果找到了不同的元素, 就将其移动到当前检查位置 k。这样, 重复的元素被覆盖掉

3、更新表长: 在内层循环结束后, 更新顺序表的长度 为 k, 即新的元素个数。此时表中只有第一个出现的元素被保留, 重复的元素都被删除

4、尽可能高效地从有序表中删除所有值重复的元素，仅保留第一个

```
void del(Sqlist *L){
    int i = 0;
    int k = i + 1;
    for (int j = i + 1; j < L->length; j++)
        if (L->data[j] != L->data[i]){
            L->data[k++] = L->data[j];
            i++;
        }
    L->length = k;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想：

1、维护唯一元素位置：通过一个指针 i 指向当前已处理的唯一元素的最后位置。初始时， i 从 0 开始，表示第一个元素

2、遍历并判断元素是否重复：内层循环通过指针 j 遍历剩余的元素，若当前元素 $L->data[j]$ 与已处理的元素 $L->data[i]$ 不相同，说明是一个新的唯一元素。此时，将该元素放到位置 k ，并将 k 和 i 都加一，继续重复循环

3、更新顺序表长度：遍历完成后，更新顺序表的长度为 k ，重复的元素都被删除

5、尽可能高效的从有序表中找出出现次数最多的元素及对应次数。（若有多个出现次数最多的优先选取值最小的元素）

```
void find(Sqlist L) {
    int max_count = 1;
    int max_val, count = 1;
    int i = 0; // 初始化双指针
    for (; i < L.length - 1; i++)
        if (L.data[i] == L.data[i + 1])
            count++;
        else{
            if (count > max_count) {
                max_count = count;
                max_val = L.data[i];
            }
            count = 1;
        }
    if (count > max_count) {
        max_count = count;
        max_val = L.data[i];
    }
    printf("对应元素为: %d", max_val);
    printf("最大次数为: %d", max_count);
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

1、循环遍历：使用 i 遍历，检查当前元素与下一个元素是否相同。若相同，说明重复出现，count 计数增加；否则表示当前重复元素的序列结束

2、更新最大重复次数：每次序列结束时，比较当前重复次数和最大重复次数，若当前重复次数大于最大重复次数，则更新最大值和最大次数

3、处理末尾元素：遍历结束后，最后一个元素的重复次数可能是最大的，因此需要在循环外再次检查一次，确保最大值和最大次数的更新

6、已知整数序列 $A=\{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ 。其中 $0 \leq a_i < n$ ($0 \leq i < n$)。若一个整数序列中有过半相同元素，则称其为主元素。例如 $A=(0, 5, 5, 3, 5, 7, 5, 5)$ ，则 5 为主元素；又如 $A=(0, 5, 5, 3, 5, 1, 5, 7)$ ，则 A 没有主元素。设计尽可能高效的算法找出数组 A 中的主元素，若存在主元素则输出，否则输出 -1 (2013 年统考题)

```
int func(int A[], int n){
    int *B = (int *)malloc(sizeof(int) * n);
    for (int i = 0; i < n; i++)
        B[i] = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        B[A[i]]++;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        if (B[i] > n/2)
            return i;
    return -1;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

核心思想：

1、创建计数数组：创建一个大小为 n 的数组 $B[]$ 来记录数组 $A[]$ 中每个元素出现的次数

2、统计元素出现次数：遍历数组 $A[]$ ，每遇到一个元素 $A[i]$ ，就将 $B[A[i]]$ 加 1，记录该元素的出现次数

3、查找主元素：遍历计数数组 $B[]$ ，如果某个元素的计数大于 $n/2$ ，返回该元素作为主元素；如果没有，返回 -1

7、给定一个含 n 个整数的数组，设计一个时间上尽可能高效的算法，找出数组中未出现的最小正整数。例：数组{-5,3,2,3}中未出现的最小正整数是 1；数组{1,2,3}中未出现的最小正整数是 4。

(2018 年统考题)

```
int func(int A[], int n){
    int *B = (int *)malloc(sizeof(int)*(n+1));
    for (int i = 0; i < n+1; ++i)
        B[i] = 0;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        if (A[i] > 0 && A[i] <= n)
            B[A[i]]++;
    for (int i = 1; i < n+1; ++i)
        if (B[i] == 0)
            return i;
    return n+1;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

核心思想：

- 1、**创建计数数组**：创建一个大小为 $n+1$ 的辅助数组 $B[]$ ，用于记录数组 $A[]$ 中每个正整数 1 到 n 的出现次数
- 2、**统计出现次数**：遍历数组 $A[]$ ，将其中每个大于 0 且小于等于 n 元素对应位置的 $B[]$ 值加 1。
- 3、**查找最小未出现的正整数**：再次遍历 $B[]$ ，找到第一个值为 0 的索引，返回对应的正整数；如果没有，返回 $n+1$

8、两个递增有序表合并成一个递增有序表

```
void merge(Sqlist A, Sqlist B, Sqlist *C){
    int i = 0, j = 0, k = 0;
    while (i < A.length && j < B.length){
        if (A.data[i] < B.data[j])
            C->data[k++] = A.data[i++];
        else
            C->data[k++] = B.data[j++];
    }
    while (i < A.length)
        C->data[k++] = A.data[i++];
    while (j < B.length)
        C->data[k++] = B.data[j++];
    C->length = A.length + B.length;
} //时空复杂度分别为 O(M+N)和 O(1)
```

核心思想：

- 1、**双指针合并**：使用两个指针 i 和 j 分别遍历两个递增有序表 A 和 B ，比较每对元素，较小的元素放入结果数组 C 中，同时移动对应的指针
- 2、**处理剩余元素**：如果其中一个表已经遍历完，但另一个表仍有剩余元素，直接将剩余部分全部复制到 C 中
- 3、**更新结果长度**：合并完成后，更新 C 的长度为 $A.length + B.length$ ，即合并后的总长度

9、两个递增有序表合并成一个递减有序表

```
void merge(Sqlist A, Sqlist B, Sqlist *C){
    int i = A.length-1, j = B.length-1, k = 0;
    while (i >= 0 && j >= 0){
        if (A.data[i] > B.data[j])
            C->data[k++] = A.data[i--];
        else
            C->data[k++] = B.data[j--];
    }
    while (i >= 0)
        C->data[k++] = A.data[i--];
    while (j >= 0)
        C->data[k++] = B.data[j--];
    C->length = A.length + B.length;
} //时空复杂度分别为 O(M+N)和 O(1)
```

核心思想：

- 1、**双指针从后向前合并**：使用两个指针 i 和 j 从两个递增有序表 A 和 B 的末尾开始遍历，比较每对元素，较大的元素放入结果数组 C 中，并向前移动对应的指针
- 2、**处理剩余元素**：当一个表遍历完后，直接将剩余部分的元素（递增有序的）按照递减顺序复制到 C 中
- 3、**更新结果长度**：合并完成后，更新 C 的长度为 $A.length + B.length$ ，即合并后的总长度

10、三个序列 A, B, C 长度均为 n，且均为无重复元素的递增序列，设计一个尽可能高效的算法，输出三个序列中共同存在的所有元素（三指针）

```
int fmax(int a, int b, int c){
    if (a > b && a > c)
        return a;
    else if (b > a && b > c)
        return b;
    else
        return c;
}

void samekey(int A[], int B[], int C[], int n){
    int i = 0, j = 0, k = 0;
    while (i < n && j < n && k < n)
        if(A[i] == B[j] && A[i] == C[k]){
            printf("%d", A[i]);
            i++;
            j++;
            k++;
        }
        else{
            int max_num = fmax(A[i], B[j], C[k]);
            if (A[i] < max_num)
                i++;
            if (B[j] < max_num)
                j++;
            if (C[k] < max_num)
                k++;
        }
    } //if else 是个整体，while 循环不用加括号
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

第 10 题核心思想：

1、三指针遍历：通过三个指针 i, j, k 分别遍历三个递增有序数组 A[], B[], 和 C[], 并依次比较对应位置的元素

2、找共同元素：当 $A[i] == B[j] == C[k]$ 时，说明当前元素在三个序列中都存在，输出该元素，并同时移动三个指针。

3、跳过较小元素：若三个指针指向的元素不相等，找出最大的元素，通过比较当前三个元素，移动指向最小元素的指针，跳过较小的元素，保持比较的高效性

第 11 题最优解核心思想：

1、使用三指针遍历：利用三个指针 i, j, k 分别遍历三个升序有序集合 S1[], S2[]和 S3[], 并依次计算当前三元组 (a, b, c) 的距离

2、计算距离：对于每一个三元组 (S1[i], S2[j], S3[k])，计算其距离 $D = |a-b| + |b-c| + |c-a|$ ，并更新最小距离

3、移动指针：根据当前的三个元素，移动指向最小元素的指针，这样能更快速地找到可能更小的距离，减少无效的计算

11、三元组(a,b,c)的距离 $D=|a-b|+|b-c|+|c-a|$ 。给定 3 个非空整数集合 S1,S2 和 S3，按升序分别存储在 3 个数组中。设计一个尽可能高效的算法，计算所有可能的三元组(a,b,c)中的最小距离。如 $S1=\{-1,0,9\}$, $S2=\{-25,-10,10,11\}$, $S3=\{2,9,17,30,41\}$ ，则最小距离为 2，对应的三元组为(9,10,9)。
(2020 年统考题)

```
int abs(int a){
    if (a < 0)
        return -a;
    else
        return a;
} //abs 函数，c 语言需要调用<stdlib.h>

int f1(int S1[], int m, int S2[], int n, int S3[], int p){
    int i = 0, j = 0, k = 0, min_dis = 1e5;
    while (i < m && j < n && k < p) {
        int dis = abs(S1[i] - S2[j]) + abs(S1[i] - S3[k])
                + abs(S2[j] - S3[k]);
        if (dis < min_dis)
            min_dis = dis;
        if (S1[i] <= S2[j] && S1[i] <= S3[k])
            i++;
        else if (S2[j] <= S1[i] && S2[j] <= S3[k])
            j++;
        else
            k++;
    }
    return min_dis;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```


暴力解:

```
int f(int S1[], int m, int S2[], int n, int S3[], int p){
    int min_dis = 1e5;
    for (int i = 0; i < m; i++)
        for (int j = 0; j < n; j++)
            for (int k = 0; k < p; k++){
                int dis = abs(S1[i]-S2[j])+
                    abs(S2[j]-S3[k]) +
                    abs(S3[k]-S1[i]);
                if (dis < min_dis)
                    min_dis = dis;
            }
    return min_val;
} //时空复杂度分别为  $O(N^3)$  和  $O(1)$ 
```

核心思想:

- 1、**三重循环遍历所有可能三元组**: 使用三重循环遍历集合 $S1[]$, $S2[]$, 和 $S3[]$ 中的每一对元素, 计算所有可能的三元组 (a, b, c)
- 2、**计算三元组距离**: 对于每个三元组, 计算其距离 $D = |a-b| + |b-c| + |c-a|$, 并更新最小距离
- 3、**返回最小距离**: 在所有三元组中找到最小的距离并返回

12、一个长度为 L 的升序序列 S , 处在第 $L/2$ (向上取整) 个位置的数称为 S 的中位数。例如 $S1=(11,13,15,17,19)$, $S1$ 的中位数为 15, 两个序列的中位数是含他们所有元素升序序列的中位数。例如, 若 $S2=(2,4,6,8,20)$, 则 $S1$ 和 $S2$ 的中位数是 11。现在有两个等长的升序序列 A 和 B , 试设计一个在时间和空间都尽可能高效的算法, 找出两个序列 A 和 B 的中位数 (2011 年统考题)

```
int Find(SqList A, SqList B){
    SqList C;
    int i = 0, j = 0, k = 0;
    while (i < A.length && j < B.length)
        if (A.data[i] < B.data[j])
            C.data[k++] = A.data[i++];
        else
            C.data[k++] = B.data[j++];
    while (i < A.length)
        C.data[k++] = A.data[i++];
    while (j < B.length)
        C.data[k++] = B.data[j++];
    return C.data[k/2 - 1];
} //时空复杂度分别为  $O(N)$  和  $O(N)$ 
```

核心思想:

- 1、合并两个升序序列: 通过使用两个指针 i 和 j , 将两个升序序列合并成一个新的升序序列 C
- 2、直接返回其中位数, 直接返回 $C[k/2 - 1]$ 即可

13、将数组中所有负数移动到数组最前端, 所有非负数移动到数组的最后端

```
void func(int A[], int n){
    int left = 0, right = n - 1;
    while(left < right){
        while(A[left] < 0 && left < right)
            left++;
        while(A[right] >= 0 && left < right)
            right--;
        if (left < right){
            int temp = A[left];
            A[left] = A[right];
            A[right] = temp;
        }
    }
}
```

核心思想:

- 1、**双指针方法**: 使用两个指针 $left$ 和 $right$, $left$ 指向数组的开头, $right$ 指向数组的末尾
- 2、**左指针移动负数**: $left$ 指针向右移动, 跳过所有负数元素, 直到遇到非负数或者与 $right$ 指针重合
- 3、**右指针移动非负数**: $right$ 指针向左移动, 跳过所有非负数元素, 直到遇到负数或者与 $left$ 指针重合
- 4、**交换元素**: 当 $left$ 和 $right$ 指针指向的元素需要交换时, 交换它们的值, 继续向中间推进指针, 直到 $left$ 不再小于 $right$

1、尽可能高效地删除递增链表中重复的结点，仅保留第一个。

```
void del(LinkList L){
    LinkList p = L->next;
    while (p->next != NULL){
        LinkList q = p->next;
        if (p->data == q->data){
            p->next = q->next;
            free(q);
        }
        else
            p = p->next;
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想：

1、遍历链表：使用指针 p 遍历链表，从第二个节点开始，逐个比较相邻节点的数据

2、删除重复节点：当发现相邻的两个节点数据相同时，删除后一个节点，并将前一个节点的 next 指针指向下一个节点。这样，删除了重复节点，保留了第一个出现的节点

3、继续遍历：如果当前节点与下一个节点的数据不同，则移动指针 p 到下一个节点，继续比较

2、删除单链表中重复的结点，仅保留第一个

```
void del(LinkList L){
    LinkList p = L->next;
    while (p != NULL){
        LinkList r = p;
        while (r->next != NULL)
            if (r->next->data == p->data){
                LinkList q = r->next;
                r->next = q->next;
                free(q);
            }
            else
                r = r->next;
        p = p->next;
    }
} //时空复杂度分别为 O(N^2)和 O(1)
```

1、外层遍历：使用指针 p 遍历链表中的每个节点，从第二个节点开始，逐个检查是否存在与当前节点 p 相同数据的后续节点。

2、内层检查重复节点：用指针 r 从 p 的下一个节点开始，检查其后续节点是否与当前节点 p 数据相同。若相同，删除重复节点，将 r 的 next 指向下一个节点，并释放其内存

3、继续遍历：如果当前节点 p 和后续节点的数据不同，则继续检查下一个节点；外层指针 p 每次向后移动，直至遍历完整个链表

3、用单链表保存 m 个整数，且 $|data| \leq n$ ，设计时间上尽可能高效的算法，对于 data 绝对值相等的点，仅保留第一次出现的点（2015 统考题）

```
void del(LinkList L, int n){
    int *A = (int *)malloc( sizeof(int)* (n + 1) );
    for (int i = 0; i < n + 1; ++i)
        A[i] = 0;
    LinkList p = L;
    int m;
    while (p->next != NULL){
        if (p->next->data >= 0)
            m = p->next->data;
        else
            m = -p->next->data;
        if (A[m] == 0){
            A[m] = 1;   p = p->next;
        }
        else{
            LinkList r = p->next;
            p->next = r->next;
            free(r);
        }
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

1、初始化数组 A：创建数组 A，所有元素初始化为 0。A[i]用来标记值 i 是否已经出现过

2、遍历链表：使用指针 p 遍历链表，对于每个节点，取其值的绝对值 m，并检查 A[m]是否为 0（表示 m 未出现过）。如果为 0，则标记该值已出现，并移动 p 指针到下一个节点

3、删除重复节点：如果节点值 m 已经在数组 A 中标记过，说明该节点是重复节点，需要删除。通过调整指针将当前节点删除并释放内存

4、 将一个带头结点的单链表 A 分解成两个带头结点的单链表 A 和 B, 使 A 中保留值大于等于 0 的结点, B 中为小于 0 的结点。

```
LinkedList split(LinkedList A){
    LinkedList B = (LinkedList)malloc(sizeof(LNode));
    LinkedList p = A, rb = B;
    while (p->next != NULL){
        if (p->next->data >= 0)
            p = p->next;
        else{
            LinkedList r = p->next;
            p->next = r->next;
            rb->next = r;
            rb = r;
        }
    }
    rb->next = NULL;
    return B;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想:

- 1、初始化链表:** 创建一个新的链表 B, 初始化指针 p 遍历链表 A, 指针 rb 用于构建链表 B
- 2、遍历链表 A:** 遍历链表 A, 如果节点值小于 0, 将该节点从链表 A 删除并添加到链表 B, 否则保持在链表 A 中
- 3、返回链表 B:** 遍历结束后, 确保链表 B 末尾指针为 NULL, 返回链表 B

5、 将一个带头结点的单链表 A 分解成两个带头结点的单链表 A 和 B, 使 A 中含奇数位置元素, B 中含偶数位置元素, 且相对位置不变

```
LinkedList split(LinkedList A){
    LinkedList B = (LinkedList)malloc(sizeof(LNode));
    LinkedList rb = B, p = A;
    int pos = 1;
    while (p->next != NULL){
        if (pos % 2 == 1)
            p = p->next;
        else{
            LinkedList r = p->next;
            p->next = r->next;
            rb->next = r;
            rb = r;
        }
        pos++;
    }
    rb->next = NULL;
    return B;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

- 1. 遍历链表并判断位置:** 从头指针 A 开始遍历, 用 pos 记录当前位置编号, 每次循环判断当前是否为奇数位置, 是的话仅将指针 p 后移一位; 否则进入偶数位置处理逻辑
- 2. 偶数位置摘节点到 B 链表:** 当 pos 为偶数时, 将该节点从原链表中断开, 并接到链表 B 的尾部, 实现摘节点并挂到 B 上。
- 3. 循环结束处理收尾:** 最后将 B 链表尾节点空, 避免出现脏数据。函数返回新链表 B 的头指针

6、 将一个单链表{a1,b1,a2,b2……an,bn}拆分成 { a1,a2……an }和{ bn,bn-1,……b1 }

```
LinkedList split(LinkedList A){
    LinkedList B = (LinkedList)malloc(sizeof(LNode));
    B->next = NULL;
    LinkedList p = A;
    int pos = 1;
    while (p->next != NULL){
        if (pos % 2 == 1)
            p = p->next;
        else{
            LinkedList r = p->next;
            p->next = r->next;
            r->next = B->next;
            B->next = r;
        }
        pos++;
    }
    return B;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

- 1. 遍历链表按位置分类:** 从头指针 A 开始, 用 pos 记录当前位置, 奇数位置跳过, 偶数位置节点需要摘出处理
- 2. 偶数节点头插进 B 链表:** 将偶数位置节点从 A 中断开后, 使用头插法插入到 B 链表头部, 实现逆序构建 {bn, ..., b1}
- 3. 构建两个链表并返回:** 最终 A 保留奇数位置节点 {a1, ..., an}, B 为逆序的偶数位置节点, 函数返回 B 的头指针

7、两个递增有序的单链表，设计算法将 B 合并到 A 中，仍保证一个非递减有序的链表（双指针基础，很重要！）

```
void merge(LinkList A, LinkList B){
    LinkList ra = A, p = A->next, q = B->next;
    while (p != NULL && q != NULL){
        if (p->data <= q->data){
            ra->next = p;
            ra = p;
            p = p->next;
        }
        else{
            ra->next = q;
            ra = q;
            q = q->next;
        }
    }
    if (p != NULL)
        ra->next = p;
    if (q != NULL)
        ra->next = q;
}
```

//时空复杂度分别为 $O(M+N)$ 和 $O(1)$

1、双指针比较合并：用指针 p 和 q 同时遍历 A 和 B，比较当前节点值，将较小节点接到结果链表后，保持非递减顺序

2、尾指针维护链表：用 ra 记录合并链表的最后一个节点，实现原地合并，无需新建节点

3、拼接剩余部分：当一个链表遍历完后，直接将另一个链表剩余部分连接到结果链表末尾，确保完整合并

8、两个递增有序的单链表，设计算法将 B 合并到 A 中，保证一个非递增有序的链表

```
void merge(LinkList A, LinkList B){
    LinkList p = A->next, q = B->next, r;
    A->next = NULL;
    B->next = NULL;
    while (p != NULL && q != NULL){
        if (p->data <= q->data){
            r = p; //我的 r 在第一行定义了哦
            p = p->next;
        }
        else{
            r = q;
            q = q->next;
        }
        r->next = A->next;
        A->next = r;
    }
    while (p != NULL){
        r = p; p = p->next;
        r->next = A->next;
        A->next = r;
    }
    while (q != NULL){
        r = q; q = q->next;
        r->next = A->next;
        A->next = r;
    }
}
```

//时空复杂度分别为 $O(M+N)$ 和 $O(1)$

核心思想：

1、头插法逆序构建链表：在合并过程中始终将较小的节点用头插法插入到 A 的表头，逐步构建一个非递增链表

2、遍历比较并插入：用指针 p 和 q 分别遍历 A 和 B，依次比较当前节点，将较小节点插入到 A 的头部，实现从大到小排序

3、处理剩余节点：当某一链表先遍历完后，继续将另一链表剩下的节点依次头插到 A 中，完成所有节点的合并

9、A, B 两个单链表递增有序，从 A, B 中找出公共元素产生单链表 C，要求：不破坏 A 和 B 结点（交集）

```

LinkedList common(LinkedList A, LinkedList B){
    LinkedList C = (LinkedList)malloc(sizeof(LNode));
    LinkedList p = A->next, q = B->next, rc = C;
    while (p != NULL && q != NULL){
        if (p->data > q->data)
            q = q->next;
        else if (p->data < q->data)
            p = p->next;
        else{ //下面这行位置不够所以没对齐 hh
            LinkedList r = (LinkedList)malloc(sizeof(LNode));
            r->data = p->data;
            rc->next = r;
            rc = r;
            p = p->next;
            q = q->next;
        }
    }
    rc->next = NULL;
    return C;
}

```

//时空复杂度分别为 $O(M+N)$ 和 $O(1)$

核心思想:

1、双指针同步遍历: 用 p 和 q 同时遍历 A 和 B , 通过比较 $data$ 值跳过不相等的节点, 只处理相等的公共元素

2、只复制不破坏原链表: 当找到相同元素时, 动态创建新节点加入结果链表 C , 不修改 A 、 B 中任何节点, 满足“不破坏原链表”的要求

3、保持有序、构造新链表: 利用 rc 指针始终指向 C 的尾部, 依次接入新节点, 保证 C 也是递增有序链表

10、A、B 两个单链表递增有序, 从 A、B 中找出公共元素存放到 A 链表中。要利用 A 链表的原有结点空间 (交集)

```

void common(LinkedList A, LinkedList B){
    LinkedList p = A, q = B->next;
    while (p->next != NULL && q != NULL){
        if (p->next->data > q->data)
            q = q->next;
        else if (p->next->data < q->data){
            LinkedList r = p->next;
            p->next = r->next;
            free(r);
        }
        else{
            p = p->next;
            q = q->next;
        }
    }
    if (p->next != NULL)
        p->next = NULL;
}

```

//时空复杂度分别为 $O(M+N)$ 和 $O(1)$

核心思想:

1、双指针对比遍历: 用 $p->next$ 和 q 比较 A 和 B 的元素值, 逐步同步推进, 寻找公共元素

2、就地保留交集元素: 当 A 中元素不属于交集时, 直接删除 $p->next$ 结点, 复用原链表空间, 避免创建新节点

3、截断多余尾部: 当 B 遍历结束而 A 还有剩余节点时, 将其直接截断, 确保 A 中只保留公共元素, 构成交集链表

11、A、B 两个单链表递增有序, 从 A、B 中找出 A 有但 B 没有的元素并存放于 A 链表中, 且要求利用 A 的原有空间 (差集 A-B)

```

void Diff(LinkedList A, LinkedList B){
    LinkedList p = A, q = B->next;
    while (p->next != NULL && q != NULL)
        if (p->next->data > q->data){
            q = q->next;
        }
        else if (p->next->data < q->data){
            p = p->next;
        }
        else{
            LinkedList r = p->next;
            p->next = r->next;
            free(r);
            q = q->next;
        }
}

```

//时空复杂度分别为 $O(M+N)$ 和 $O(1)$

核心思想:

1、双指针同步遍历: 用 $p->next$ 和 q 比较 A 、 B 的元素值, 依序查找 A 中独有的元素

2、删除公共节点: 当遇到 A 和 B 中相同的元素时, 从 A 中删除该节点, 实现差集效果 (只保留 A 有但 B 没有的)

3、原地操作节省空间: 复用 A 链表原有节点空间, 边遍历边修改, 不创建新节点, 空间复杂度为 $O(1)$

12、A, B 两个单链表递增有序，从 A, B 中找出所有元素后再去重并存放于 A 链表中，且要求利用 A 和 B 的原有空间（并集）

```
void Union(LinkList A, LinkList B){
    LinkList ra = A, p = A->next, q = B->next;
    B->next = NULL;
    while (p != NULL && q != NULL){
        if (p->data < q->data){
            ra->next = p;
            ra = p; p = p->next;
        }
        else if (p->data > q->data){
            ra->next = q;
            ra = q; q = q->next;
        }
        else{
            ra->next = p;
            ra = p;
            p = p->next;
            LinkList r = q;
            q = q->next;
            r->next = NULL;
            free(r);
        }
    }
    if(p != NULL)
        ra->next = p;
    if(q != NULL)
        ra->next = q;
} //时空复杂度分别为 O(M+N)和 O(1)
```

第 12 题核心思想：

- 1、双指针归并去重：**用 p 和 q 同步遍历 A 和 B，比较当前节点值，较小者接入结果链表，相等则保留一个并释放另一个，去除重复
- 2、原地合并复用空间：**通过尾指针 ra 构建新链表，优先复用 A、B 原有节点，不新建节点，满足空间复用要求
- 3、处理剩余节点：**当其中一个链表遍历完后，将另一链表剩余部分直接链接到结果链表末尾，完成并集合并

第 13 题核心思想：

- 1、先求链表长度：**分别遍历两个链表，统计长度 len1 和 len2，用于后续对齐操作
- 2、对齐两个链表：**将较长链表先走差值步，使两个指针从“末尾等距”的位置同时出发，为比较后缀做准备
- 3、同步查找公共尾：**同时遍历两个链表，若某一节点地址相同（即 $p == q$ ），说明找到公共后缀的起始位置。若无，则返回 NULL

13、假定采用带头节点的单链表保存单词，当两个单词有相同的后缀时，可共享相同的后缀存储空间。设 str1 和 str2 分别指向两个单词所在链表的头结点，请设计一个时间上尽可能高效的算法，找出这两个链表的共同后缀的起始位置。

(2012 年统考题)

```
LinkList find(LinkList str1, LinkList str2){
    LinkList p = str1->next, q = str2->next;
    int len1 = 0, len2 = 0;
    while (p != NULL){
        p = p->next;
        len1++;
    }
    while (q != NULL){
        q = q->next;
        len2++;
    }
    for (p = str1->next; len1 > len2; len2++)
        p = p->next;
    for (q = str2->next; len2 > len1; len1++)
        q = q->next;
    while(p != NULL && q != NULL){
        if (p == q)
            return p;
        p = p->next;
        q = q->next;
    }
    return NULL;
} //时空复杂度分别为 O(max(M,N))和 O(1)
```

14. 查找单链表中倒数第 k 个结点, 若查找成功, 则输出该结点的 data, 并返回 1, 否则返回 0 (2009 年统考题)

//法一最优解 (双指针思想)

```
int find(LinkList L, int k){
```

```
    LinkList p = L, q = L;
```

```
    int i = 0;
```

```
    while (q != NULL){
```

```
        q = q->next;
```

```
        i++;
```

```
        if (i > k)
```

```
            p = p->next;
```

```
    }
```

```
    if (p == L || k <= 0)
```

```
        return 0;
```

```
    else{
```

```
        printf("%d", p->data);
```

```
        return 1;
```

```
    }
```

```
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想:

1、双指针拉开间距: 使用两个指针 p 和 q, 先让 q 向前走 k 步, 建立 p 和 q 间距。

2、同步前进找位置: 当 q 继续向前走时, p 也同步移动, 直到 q 为 NULL, 此时 p 指向倒数第 k 个结点。

3、合理性判断与输出: 若 k 非法或链表长度不足 k, 返回 0, 否则输出 p->data 并返回 1。

//法二暴力解

```
int len(LinkList L){
```

```
    LinkList p = L->next;
```

```
    int n = 0;
```

```
    while (p != NULL){
```

```
        p = p->next;
```

```
        n++;
```

```
    }
```

```
    return n;
```

```
} //先统计单链表长度
```

```
int find(LinkList L, int k){
```

```
    if (k > len(L) || k <= 0)
```

```
        return 0;
```

```
    int m = len(L) - k + 1;
```

```
    int i = 1;
```

```
    LinkList p = L->next;
```

```
    while (i < m) {
```

```
        p = p->next;
```

```
        i++;
```

```
    }
```

```
    printf("%d", p->data);
```

```
    return 1;
```

```
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

第 14 题暴力解核心思想:

1、先计算链表长度: 用 len 函数遍历链表, 统计节点总数

2、计算目标位置: 根据倒数第 k 个节点转换成正数第 $m = \text{len} - k + 1$ 个节点

3、遍历到目标节点输出: 从头遍历链表到第 m 个节点, 打印数据并返回成功, 否则返回失败

第 15 题核心思想:

1、快慢指针找中点: 利用快慢指针将链表分成前后两段, slow 最终指向中点, 实现链表对半划分

2、逆置后半部分: 将后半段链表逆序插入到 slow 后, 实现后半段原地逆置, 方便后续交叉合并

3、交替合并两段: 将前半段和逆置后的后半段节点依次穿插链接, 形成 a1, an, a2, an-1... 的排列顺序

15、 给定一个单链表 $L(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, 将其重新排列为 $(a_1, a_n, a_2, a_{n-1}, \dots)$ (2019 统考题)

```
void func(LinkList L){
    LinkList slow = L, fast = L;
    while (fast != NULL && fast->next != NULL){
        slow = slow->next;
        fast = fast->next->next;
    }
    LinkList p = slow->next;
    slow->next = NULL;
    while (p != NULL){
        LinkList r = p->next;
        p->next = slow->next;
        slow->next = p;
        p = r;
    } //逆置
    LinkList mid = slow->next;
    slow->next = NULL;
    LinkList beg = L->next;
    while (mid != NULL){
        LinkList r = mid->next;
        mid->next = beg->next;
        beg->next = mid;
        beg = mid->next;
        mid = r;
    }
} //时空复杂度分别为  $O(N)$  和  $O(1)$ 
```

16、 两个递增有序的循环单链表, 设计算法将 B 合并到 A 中, 仍保证一个非递减的循环单链表

```
void merge(LinkList A, LinkList B){
    LinkList ra = A, p = A->next, q = B->next;
    B->next = NULL;
    while (p != A && q != B){
        if (p->data <= q->data){
            ra->next = p;
            ra = p;
            p = p->next;
        }
        else{
            ra->next = q;
            ra = q;
            q = q->next;
        }
    }
    if (p != A)
        ra->next = p;
    if (q != B){
        ra->next = q;
        while (q->next != B)
            q = q->next;
        q->next = A;
    }
} //时空复杂度分别为  $O(M+N)$  和  $O(1)$ 
```

第 16 题核心思想:

1、打破循环便于合并: 先将循环链表 B 的尾指针断开, 临时变为普通单链表, 便于按顺序合并
2、归并连接两表: 使用三个指针 p、q、ra, 按递增顺序将 A、B 中结点逐一连接到 A 中, 类似归并排序

3、恢复循环结构: 若 B 仍有剩余结点, 接到 A 后, 并遍历 B 找到尾结点, 将其 next 指向 A, 恢复循环链表结构

17、 有两个循环单链表, 链表头指针分别为 h1, h2, 试编写函数将 h2 链表接到 h1 之后, 要求链接后仍保持循环链表形式 (保留 h1 头结点, 剔除 h2)

```
void link(LinkList h1, LinkList h2){
    LinkList p, q;
    p = h1, q = h2;
    while (p->next != h1)
        p = p->next;
    while (q->next != h2)
        q = q->next;
    p->next = h2->next;
    q->next = h1;
} //时空复杂度分别为  $O(\max(M, N))$  和  $O(1)$ 
```

1、找到两个链表的尾节点: 遍历 h1 和 h2, 分别找到以 h1、h2 为头循环链表的尾节点 p 和 q

2、连接链表内容部分: 将 h1 的尾节点 p 指向 h2 的第一个有效结点 (即 h2->next), 完成链表内容拼接

3、恢复循环并剔除 h2: 将 h2 的尾节点 q 的 next 指向 h1, 构成新的循环链表, 原 h2 的头结点被剔除

18、单链表有环，是指单链表的最后一个结点的指针指向了链表中的某个结点，编写算法判断单链表是否有环

```
bool findloop(LinkList L){
    LinkList fast = L, slow = L;
    while (fast != NULL && fast->next != NULL){
        slow = slow->next;
        fast = fast->next->next;
        if (slow == fast)
            return true;//有环
    }
    return false;//无环
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(1)
```

核心思想：

1、设置快慢指针：使用两个指针 slow 和 fast，初始都指向链表头，slow 每次走一步，fast 每次走两步

2、判断是否相遇：如果链表中存在环，fast 会在环中追上 slow，出现 slow == fast，说明链表有环

3、遍历终止无环：若 fast 或 fast->next 为 NULL，说明遍历到链表尾部，没有环

树的结构体：（二叉链表形式）

```
typedef struct BTNode{
    char data;
    struct BTNode *lchild, *rchild;
} BTNode, *BiTree;
```

1、求树的度（树中结点度取最大值为树的度）

```
void func(BiTree p, int *max_degree){
    if (p != NULL){
        int degree;
        if (p->lchild && p->rchild)
            degree = 2;
        else if (p->lchild || p->rchild)
            degree = 1;
        else
            degree = 0;
        if (degree > *max_degree)
            *max_degree = degree;
        func(p->lchild, max_degree);
        func(p->rchild, max_degree);
    }
} //操作型
//时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

树的递归这部分的核心思想不展开描述，直接看视频，操作型和计算型两种都要掌握！

```
int func(BiTree p){
    if (p == NULL || (!p->lchild && !p->rchild))
        return 0;
    if (p->lchild && p->rchild)
        return 2;
    if (p->lchild || p->rchild){
        int A = func(p->lchild);
        int B = func(p->rchild);
        int max_degree = A > B ? A : B;
        return max_degree > 1 ? max_degree : 1;
    }
} //计算型
```

2、判断两个二叉树是否相似

```
int func(BiTree T1, BiTree T2){
    if (T1 == NULL && T2 == NULL)
        return 1;
    if (T1 == NULL || T2 == NULL)
        return 0;
    if (T1->data != T2->data)
        return 0; //本语句在判断两树相等时再加
    int left = func(T1->lchild, T2->lchild);
    int right = func(T1->rchild, T2->rchild);
    return left && right;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

3、将给定的二叉树转化为等价的中缀表达式(具体细节图在视频中会提到) (2017 年统考题)

```
void func(BiTree p, int *deep){
    if (p != NULL){
        ++(*deep);
        if ((p->lchild && p->rchild) && *deep>1)
            printf("(");
        func(p->lchild, deep);
        printf("%c", p->data);
        func(p->rchild, deep);
        if ((p->lchild && p->rchild) && *deep>1)
            printf(")");
        --(*deep);
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

4、 $(a-(b+c))*(d/e)$ 存储在二叉树(图在视频里出现), 求四则运算后的结果

```
int func(BiTree p){
    if (p == NULL)
        return 0;
    if (!p->lchild && !p->rchild)
        return p->data - '0';
    if (p->lchild && p->rchild){
        int A = func(p->lchild);
        int B = func(p->rchild);
        if (p->data == '+')
            return A + B;
        else if (p->data == '-')
            return A - B;
        else if (p->data == '*')
            return A * B;
        else if (p->data == '/')
            return A / B;
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

5、将一个二叉树的叶子结点从左向右连接成一个单链表(head 指向第一个, tail 指向最后一个)

```
void link(BiTree p, BiTree *head, BiTree *tail){
    if (p != NULL){
        if (!p->lchild && !p->rchild)
            if (*head == NULL){
                *head = p; *tail = p;
            }else{
                (*tail)->rchild = p;
                *tail = p;
            }
        link(p->lchild, head, tail);
        link(p->rchild, head, tail);
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

```
void link(BiTree p, BiTree *head, BiTree *tail){
    if (p != NULL){
        link(p->lchild, head, tail);
        link(p->rchild, head, tail);
        if (!p->lchild && !p->rchild)
            if (*head == NULL){
                *head = p; *tail = p;
            }else{
                (*tail)->rchild = p;
                p->lchild = *tail;
                *tail = p;
            }
    }
}
```

6、输出根结点到每个叶子结点的路径

```
void allpath(BiTree p, char st[], int *top){
    if (p != NULL){
        st[++(*top)] = p->data;
        if (!p->lchild && !p->rchild){
            for (int i = 0; i <= *top; i++)
                printf("%c", st[i]);
        }
        allpath(p->lchild, st, top);
        allpath(p->rchild, st, top);
        --(*top);
    }
}

//根结点到每个叶子点的顺序
//时空复杂度分别为  $O(N)$ 和  $O(N)$ 

void allpath(BiTree p, char st[], int* top){
    if (p != NULL){
        st[++(*top)] = p->data;
        if (!p->lchild && !p->rchild){
            for (int i = *top; i >= 0; i--)
                printf("%c", st[i]);
        }
        allpath(p->lchild, st, top);
        allpath(p->rchild, st, top);
        (*top)--;
    }
}

//每个叶子到根结点的顺序
如果是根结点到值为 x 结点的路径呢？根结点到所有结点的路径呢？均为祖先问题，直接秒杀！
```

7、使用递归方法输出根结点到叶子结点最长的一条路径。

```
void allpath(BiTree p, char st[], int *top, int *max,
char res[]) {
    if (p != NULL){
        st[++(*top)] = p->data;
        if (!p->lchild && !p->rchild) {
            if (*top > *max) {
                *max = *top;
                for (int i = 0; i <= *top; i++)
                    res[i] = st[i];
            }
        }
        allpath(p->lchild, st, top, max, res);
        allpath(p->rchild, st, top, max, res);
        (*top)--;
    }
}

//时空复杂度分别为  $O(N)$ 和  $O(N)$ 
```

8、增加一个指向双亲结点的 parent 指针，输出所有结点到根结点的路径

```
typedef struct BTreeNode{
    char data;
    struct BTreeNode *lchild, *rchild, *parent;
} BTreeNode, *BiTree;

void fun(BiTree p, BiTree q){
    if (p != NULL){
        p->parent = q;
        q = p;
        fun(p->lchild, q);
        fun(p->rchild, q);
    }
}

void allpath(BiTree p){
    if (p != NULL){
        BiTree q = p;
        while (q != NULL){
            printf("%c ", q->data);
            q = q->parent;
        }
        allpath(p->lchild);
        allpath(p->rchild);
    }
}

//时空复杂度分别为  $O(N)$ 和  $O(N)$ 
```

9、找到 p 和 q 最近公共祖先结点 r

```
BiTree find_LCA(BiTree root, BiTree p, BiTree q) {
    if (root==NULL || root == p || root == q)
        return root;
    BiTree left = find_LCA(root->lchild, p, q);
    BiTree right = find_LCA(root->rchild, p, q);
    if (left == NULL && right == NULL)
        return NULL;
    if (left != NULL && right != NULL)
        return root;
    return left != NULL ? left : right;
}
```

//递归思想

//时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

如果二叉树顺序存储呢? (408 必会)

```
BiTree find_LCA(BiTree aa[], int i, int j){
    while (i != j){
        if (j > i)
            j = (j - 1) / 2;
        else
            i = (i - 1) / 2;
    }
    return aa[i];
}
```

//时空复杂度分别为 $O(\log N)$ 和 $O(1)$

10、试给出自下而上从右到左的层次遍历

```
void level(BiTree bt){
    BiTree que[maxsize], st[maxsize];
    int front = 0, rear = 0, top = -1;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear){
            bt = que[++front];
            st[++top] = bt;
            if (bt->lchild != NULL)
                que[++rear] = bt->lchild;
            if (bt->rchild != NULL)
                que[++rear] = bt->rchild;
        }
    }
    while (top != -1)
        printf("%c", st[top--]->data);
}
```

//时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

核心思想:

1、正序层序遍历入队入栈: 使用队列按正常层序遍历顺序(从上到下、从左到右)访问结点,并依次压入栈中

2、利用栈实现反序输出: 出栈的顺序即为从下到上、从右到左,达到所需遍历顺序

3、借助两个辅助结构: 分别用队列进行层次遍历,用栈反转访问顺序,实现自下而上的从右到左层序遍历

11、层次遍历将二叉树所有结点的左右子树交换

```
void level(BiTree bt) {
    BiTree que[maxsize];
    int front = 0, rear = 0;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear){
            bt = que[++front];
            BiTree temp = bt->lchild;
            bt->lchild = bt->rchild;
            bt->rchild = temp;
            if (bt->lchild != NULL)
                que[++rear] = bt->lchild;
            if (bt->rchild != NULL)
                que[++rear] = bt->rchild;
        }
    }
}
```

//时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

核心思想:

1、层序遍历整棵树: 使用队列进行标准的层序遍历,依次访问树中每个结点

2、每个结点交换左右子树: 在访问到每个结点时,交换它的左右孩子,实现整棵树的镜像翻转

12、层次遍历求二叉树中叶子结点个数

```
void level(BiTree bt, int *n) {
    BiTree que[maxsize];
    int front = 0, rear = 0;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear) {
            bt = que[++front];
            if (!bt->lchild && !bt->rchild)
                ++(*n);
            if (bt->lchild != NULL)
                que[++rear] = bt->lchild;
            if (bt->rchild != NULL)
                que[++rear] = bt->rchild;
        }
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

核心思想:

1、层序遍历整棵树: 利用队列从根节点开始按层访问所有结点。

2、判断并统计叶子结点: 如果当前结点没有左、右孩子, 则将叶子结点数量 *n 加一

3、通过参数指针返回结果: 使用整型指针 *n 将叶子结点的总数返回给调用者

13、层次遍历求解二叉树的高度

```
int level(BiTree bt){
    BiTree que[maxsize];
    int front = 0, rear = 0, last = 1, level = 0;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear){
            bt = que[++front];
            if (bt->lchild != NULL)
                que[++rear] = bt->lchild;
            if (bt->rchild != NULL)
                que[++rear] = bt->rchild;
            if (front == last){
                level++;
                last = rear;
            }
        }
        return level;
    }
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

核心思想:

1、层序遍历整个树: 使用队列从根节点逐层遍历所有结点。

2、用 last 记录当前层的最后一个结点索引: 当 front == last 时说明该层访问结束, 层数加一, 更新 last

3、最终返回遍历的层数: 即二叉树的高度。整个过程不依赖递归, 适合非递归实现。

14、计算二叉树的带权路径长度 (叶子结点)

```
int func(BiTree bt){
    BiTree que[maxsize];
    int front=0, rear=0, wpl=0, last = 1, level = 0;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear){
            bt = que[++front];
            if (!bt->lchild && !bt->rchild)
                wpl += level * (bt->data);
            if (bt->lchild != NULL)
                que[++rear] = bt->lchild;
            if (bt->rchild != NULL)
                que[++rear] = bt->rchild;
            if (front == last){
                level++;
                last = rear;
            }
        }
    }
    return wpl;
} //法一, 层次遍历思想
```

核心思想:

1、按层序遍历整棵树: 使用队列进行广度优先搜索, 同时用 level 记录当前层数

2、只计算叶子结点权值: 对于没有左右孩子的结点 (即叶子), 将其权值乘以所在层数并累加到 wpl 中

3、最终返回总权重路径长度: 所有叶子结点的权值 × 深度 的累加值即为树的 WPL

```
void func(BiTree bt, int *deep, int *wpl){
    if (bt != NULL){
        ++(*deep);
        if (!bt->lchild && !bt->rchild)
            *wpl += (bt->data) * (*deep - 1);
        func(bt->lchild, deep, wpl);
        func(bt->rchild, deep, wpl);
        --(*deep);
    }
} //法二，递归遍历思想
```

需要讲义对应讲解视频，可加下方微信获取



15、求解二叉树的宽度

```
int level(BiTree bt){
    BiTree que[maxsize];
    int front=0, rear=0, res=0, last=1, width=0;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear){
            bt = que[++front];
            res++;
            if (bt->lchild != NULL)
                que[++rear] = bt->lchild;
            if (bt->rchild != NULL)
                que[++rear] = bt->rchild;
            if (front == last){
                if (res > width)
                    width = res;
                res=0;
                last = rear;
            }
        }
        return width;
    }
} //法一，层次遍历思想
```

核心思想：

1、层序遍历整个树

2、**res** 计数每层结点数：每遇到一个结点就加一，等当前层结束后（front == last）更新最大宽度 width

3、更新最大值：比较当前层结点数与最大值并更新，然后重置 res 为 0，同时更新 last

```
void func(BiTree bt, int A[], int *L){
    if (bt != NULL){
        ++(*L);
        A[(*L)]++;
        func(bt->lchild, A, L);
        func(bt->rchild, A, L);
        --(*L);
    }
}

int max_width(BiTree bt){
    int A[maxsize] = {0};
    int L = 0;
    func(bt, A, &L);
    int width = 0;
    for (int i = 1; i < maxsize; i++)
        if (A[i] > width)
            width = A[i];
    return width;
} //法二，递归遍历思想
```

16、判断二叉树是否为完全二叉树

```
bool fun(BiTree bt){
    BiTree que[maxsize];
    int front = 0, rear = 0;
    if (bt != NULL){
        que[++rear] = bt;
        while (front != rear){
            bt = que[++front];
            if (bt != NULL){
                que[++rear] = bt->lchild;
                que[++rear] = bt->rchild;
            }
        }
        else{
            while (front != rear)
                if (que[++front] != NULL)
                    return false;
        }
    }
    return true;
}
```

} //时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

核心思想:

- 1、层序遍历判断结构完整性: 使用队列逐层遍历所有节点
- 2、遇到空节点后检查后续: 一旦出现 NULL, 则之后所有节点都必须为 NULL, 否则不是完全二叉树
- 3、满足条件返回 true, 否则 false 若遍历中违反完全二叉树结构, 立即返回 false, 否则最后返回 true

拓展: 判断二叉树是否为满二叉树

```
void func(BiTree p, int *n, int *L, int *max_L){
    if (p != NULL){
        ++(*L);
        if ((*L) >= (*max_L))
            *max_L = *L;
        ++(*n);
        func(p->lchild, n, L, max_L);
        func(p->rchild, n, L, max_L);
        --(*L);
    }
}

bool Is_True(BiTree p){
    int n=0, L=0, max_L = 0;
    func(p, &n, &L, &max_L);
    if (pow(2, max_L) - 1 == n)
        return true;
    else
        return false;
}
```

核心思想:

- 1、递归遍历统计节点数和最大深度: 利用递归更新当前深度和最大深度, 并累加节点数。
- 2、判断节点数是否满足满二叉树节点公式: 满二叉树节点数为 $2^{\text{高度}} - 1$ 。
- 3、返回判断结果: 满足节点数公式则返回 true, 否则返回 false。

19、二叉树以二叉链表表示, 设计算法存储到一维数组中

```
void create(BiTree p, char A[], int i){
    if (p != NULL){
        A[i] = p->data;
        create(p->lchild, A, 2 * i + 1);
        create(p->rchild, A, 2 * i + 2);
    }
}
```

}注意这是第 19 题, 先看完 17 和 18 再看这个
//时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

17、满二叉树先序序列存在于数组中，设计算法将其变成后序序列

```
void preTopost(char pre[], int L1, int R1, char post[], int L2, int R2){
    if (L1 <= R1){
        post[R2] = pre[L1];
        preTopost(pre, L1 + 1, (L1 + R1 + 1)/2, post, L2, (L2 + R2 - 1)/2);
        preTopost(pre, (L1 + R1 + 1)/2 + 1, R1, post, (L2 + R2 - 1)/2 + 1, R2 - 1);
    }
}
```

}//先序转后序

```
void postTopre(char post[], int L1, int R1, char pre[], int L2, int R2){
    if (L1 <= R1){
        pre[L2] = post[R1];
        if (L1 == R1)
            return; //防止 L1 和 R1 均为 0 时陷入无穷递归
        postTopre(post, L1, (L1 + R1 - 1)/2, pre, L2 + 1, (L2 + R2 + 1)/2);
        postTopre(post, (L1 + R1 - 1)/2 + 1, R1 - 1, pre, (L2 + R2 + 1)/2 + 1, R2);
    }
}
```

}//后序转先序!

//时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

18、先序与中序遍历分别存在两个一维数组 A, B 中，试建立二叉链表

```
BiTree func(char pre[], char mid[], int L1, int R1, int L2, int R2){
    BiTree root = (BiTree)malloc(sizeof(BTNode));
    root->data = pre[L1];
    int i = L2;
    for (; mid[i] != pre[L1]; i++); //注意 for 循环内无内容
    if (i > L2)
```

```
        root->lchild = func(pre, mid, L1 + 1, L1 + i - L2, L2, i - 1);
```

```
    else
```

```
        root->lchild = NULL;
```

```
    if (i < R2)
```

```
        root->rchild = func(pre, mid, L1 + i - L2 + 1, R1, i + 1, R2);
```

```
    else
```

```
        root->rchild = NULL;
```

```
    return root;
```

}//先序和中序构建二叉链表

```
BiTree func(char post[], char mid[], int L1, int R1, int L2, int R2){
```

```
    BiTree root = (BiTree)malloc(sizeof(BTNode));
```

```
    root->data = post[R1];
```

```
    int i = L2;
```

```
    for (; mid[i] != post[R1]; i++); //注意 for 循环内无内容
```

```
    if (i > L2)
```

```
        root->lchild = func(post, mid, L1, i - L2 + L1 - 1, L2, i - 1);
```

```
    else
```

```
        root->lchild = NULL;
```

```
    if (i < R2)
```

```
        root->rchild = func(post, mid, i - L2 + L1, R1 - 1, i + 1, R2);
```

```
    else
```

```
        root->rchild = NULL;
```

```
    return root;
```

}//后序和中序构建二叉链表 //时空复杂度分别为 $O(N)$ 和 $O(N)$

19 题拓展：二叉树以顺序方式存在于数组 **A** 的中，设计算法以二叉链表表示

```
BiTree create(char A[], int i, int n){
    if (i < n && A[i] != '#'){
        BiTree t = (BiTree)malloc(sizeof(BTNode));
        t->data = A[i];
        t->lchild = create(A, 2 * i + 1, n);
        t->rchild = create(A, 2 * i + 2, n);
        return t;
    }
    return NULL;
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

20、已知二叉树采用顺序存储结构，编写算法统计该树中所有叶子结点个数。

```
int count(char A[], int i, int N) {
    if (i >= N || A[i] == '#')
        return 0;
    if ((2 * i + 1 >= N || A[2 * i + 1] == '#') &&
        (2 * i + 2 >= N || A[2 * i + 2] == '#'))
        return 1;
    int n1 = count(A, 2 * i + 1, N);
    int n2 = count(A, 2 * i + 2, N);
    return n1 + n2;
}
```

//时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)

//408 近几年爱考顺序存储的树和图,务必掌握!!

图的结构体

邻接表存储:

```
typedef struct ANode{
    int adjvex; //边所指向结点的位置
    struct ANode *nextarc;
} ANode, *Node; //边结点结构体
```

```
typedef struct{
    int data;
    ANode *firstarc;
} Vnode; //顶点结构体
```

```
typedef struct{
    Vnode adjlist[maxsize];
    int numver, numedg;
} Graph;
```

邻接矩阵存储:

```
typedef struct{
    char verticle[maxsize];
    int Edge[maxsize][maxsize];
    int numver, numedg;
} mGraph;
```

1、已知无向连通图 **G** 由顶点集 **V** 和边集 **E** 组成, $|E|>0$,当 **G** 中度为奇数的顶点个数为不大于 2 的偶数时, **G** 存在包含所有边且长度为 $|E|$ 的路径(称为 **EL** 路径)。设图 **G** 采用邻接矩阵存储,设计算法判断图中是否存在 **EL** 路径, 若存在返回 1, 否则返回 0。 (2021 年统考题)

```
int IsExistEL(MGraph G){
    int count = 0;
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        int degree = 0;
        for (int j = 0; j < G.numver; j++){
            degree += G.Edge[i][j];
            if (degree % 2 != 0)
                count++;
        }
        if (count == 0 || count == 2)
            return 1;
        else
            return 0;
    }
}
```

//时空复杂度分别为 $O(V^2)$ 和 $O(1)$

//408 注意, 结构体要和题目给出的保持一致

核心思想:

1、统计每个顶点的度: 遍历邻接矩阵每一行, 累加每个顶点的度数

2、统计奇度顶点个数: 统计图中度为奇数的顶点数量

3、判断是否满足欧拉路径条件: 若奇度顶点个数为 0 或 2, 则存在 EL 路径, 返回 1; 否则返回 0

2、有向图 G 采用邻接矩阵存储，将图中出度大于入度的顶点称为 K 顶点。要求输出 G 中所有的 K 顶点，并返回 K 顶点的个数。（2023 年统考题）

```
int func(MGraph G){
    int count = 0;
    for(int i = 0; i < G.numver; i++){
        int indegree = 0, outdegree = 0;
        for (int j = 0; j < G.numver; j++){
            outdegree += G.Edge[i][j];
            indegree += G.Edge[j][i];
        }
        if (outdegree > indegree){
            printf("%c", G.verticle[i]);
            count++;
        }
    }
    return count;
} //时空复杂度分别为  $O(V^2)$  和  $O(1)$ 
```

核心思想：

- 1、分别统计每个顶点的出度和入度：**通过遍历邻接矩阵的行和列，计算每个顶点的出度和入度
- 2、判断出度是否大于入度：**若某个顶点的出度大于入度，则将其输出，并计数
- 3、返回出度大于入度的顶点个数：**遍历结束后返回符合条件的顶点总数

3、有向图采用邻接表存储，计算每个顶点的入度和出度，将其存储到两个数组中

```
void func(Graph G, int inres[], int outres[]){
    for(int i = 0; i < G.numver; i++){
        inres[i] = 0;
        outres[i] = 0;
    }
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        Node p = G.adjlist[i].firstarc;
        for(; p != NULL; p = p->nextarc){
            outres[i]++;
            inres[p->adjvex]++;
        }
    }
} //时空复杂度分别为  $O(V+E)$  和  $O(V)$ 
```

核心思想：

- 1、初始化度数数组：**将所有顶点的入度和出度数组清零，为后续统计做准备
- 2、遍历邻接表访问所有边：**依次扫描每个顶点的边表，获取边的起点和终点信息
- 3、分别更新入度和出度：**对起点的出度加 1，对终点的入度加 1，完成度数统计

4、设计算法判断无向图是否是一棵树

```
void DFS(Graph G, int v, int visit[], int *vn){
    visit[v] = 1;
    ++(*vn);
    Node p = G.adjlist[v].firstarc;
    for(; p != NULL; p = p->nextarc){
        if (visit[p->adjvex] == 0)
            func(G, p->adjvex, visit, vn);
    }
} //时空复杂度分别为  $O(V+E)$  和  $O(V)$ 

bool IsTree(Graph G){
    int v = 0, vn = 0;
    int visit[maxsize] = {0};
    DFS(G, v, visit, &vn);
    if (vn == G.numver && (G.numver-G.numedg) == 1)
        return true;
    else
        return false;
}
```

核心思想：

- 1、深度优先遍历图的连通部分：**从顶点 0 开始 DFS，统计访问过的顶点数 vn，确保连通性
- 2、判断顶点数和边数关系：**树的性质是顶点数减去边数等于 1，即 $|V| - |E| = 1$
- 3、综合连通性和边数判断：**若遍历访问所有顶点且满足边数关系，则图为树，否则不是

5、输出有向图 V_i 顶点到 V_j 顶点所有简单路径。

```
void DFS(Graph G, int i, int j, int visit[], int path[],
int *top){
    visit[i] = 1;
    path[++(*top)] = i;
    if (i == j){
        for(int k = 0; k <= *top; k++){
            printf("%d ", path[k]);
        }
        Node p = G.adjlist[i].firstarc;
        for( ; p != NULL; p = p->nextarc)
            if (visit[p->adjvex] == 0)
                DFS(G, p->adjvex, j, visit, path, top);
        --(*top);
        visit[i] = 0;
    } //时空复杂度分别为  $O(V+E)$ 和  $O(V)$ 
```

核心思想：

1、路径记录与回溯机制：利用 path 数组和 top 指针记录当前路径，递归过程中路径动态更新，回溯时恢复状态

2、遍历所有可能路径：从起点 i 开始，对未访问的邻接点递归调用 DFS，探索所有通往终点 j 的路径

3、到达目标时输出路径：当递归到达终点 j 时，打印当前完整路径，实现所有路径的枚举

6、求不带权的无/有向图中 v 顶点到其他顶点的的最短路径(长度)，存储到 dist 数组中。

```
void BFS(Graph G, int v, int dist[]){
    int visit[maxsize]={0};
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        dist[i] = INT16_MAX;
    }
    int que[maxsize];
    int front = 0, rear = 0;
    visit[v] = 1;
    dist[v] = 0;
    que[++rear] = v;
    while (front != rear){
        v = que[++front];
        Node p = G.adjlist[v].firstarc;
        for( ; p != NULL; p = p->nextarc)
            if (visit[p->adjvex] == 0){
                visit[p->adjvex] = 1;
                que[++rear] = p->adjvex;
                dist[p->adjvex] = dist[v] + 1;
            }
    }
} //时空复杂度分别为  $O(V+E)$ 和  $O(V)$ 
```

1、初始化距离与访问状态：所有顶点距离初始化为极大值，起点距离设为 0，访问标记清零。

2、层序遍历：通过队列维护待访问顶点，按层依次访问，保证先访问距离近的顶点

3、更新距离并标记访问：访问邻接顶点时更新其距离（当前顶点距离+1），并标记已访问防止重复入队

7、Prim 算法求无向图的最小生成树

```
void prim(MGraph G, int v) {
    int visit[maxsize] = {0};
    int lowcost[G.numver], parent[G.numver];
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        lowcost[i] = INT16_MAX;
        parent[i] = -1;
    }
    lowcost[v] = 0;
    for (int i = 0; i < G.numver - 1; i++) {
        int pos, min_val = INT16_MAX;
        for (int j = 0; j < G.numver; j++)
            if (lowcost[j] < min_val && visit[j] == 0){
                pos = j;
                min_val = lowcost[j];
            }
        visit[pos] = 1;
        for (int j = 0; j < G.numver; j++)
            if (lowcost[j] > G.Edge[pos][j] && !visit[j]){
                lowcost[j] = G.Edge[pos][j];
                parent[j] = pos;
            }
    }
    for (int i = 0; i < G.numver; i++)
        printf("%d_%d:%d", i, parent[i], lowcost[i]);
} //时空复杂度分别为  $O(V^2)$ 和  $O(V)$ 
```

8、Kruskal 算法求无向图的最小生成树

```
int find(int v, int parent[]) {
    while (parent[v] != v)
        v = parent[v];
    return v;
}

void Kruskal(EGraph G){
    int parent[G.numver];
    for (int i = 0; i < G.numver; i++)
        parent[i] = i;
    for (int i = 2; i <= G.numedg; i++) {
        G.A[0] = G.A[i];
        int j = i - 1;
        for( ; G.A[0].weight < G.A[j].weight; j--)
            G.A[j + 1] = G.A[j];
        G.A[j + 1] = G.A[0];
    } //直接插入排序
    for (int i = 1; i <= G.numedg; i++) {
        if (find(G.A[i].start, parent) != find(G.A[i].end, parent)){
            printf("%d-%d:%d", G.A[i].start, G.A[i].end, G.A[i].weight);
            parent[find(G.A[i].start, parent)] = parent[find(G.A[i].end, parent)];
        }
    }
} //时空复杂度分别为  $O(E^2)$ 和  $O(V)$ 
```

9、Dijkstra 算法求有/无向图的最短路径

```
void Dijkstra(MGraph G, int v) {
    int visit[maxsize] = {0};    int lowcost[G.numver], parent[G.numver];
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        lowcost[i] = INT16_MAX;    parent[i] = -1; //考试尽量两句话写到两行
    }
    lowcost[v] = 0;
    for (int i = 0; i < G.numver - 1; i++) {
        int pos, min_val = INT16_MAX;
        for (int j = 0; j < G.numver; j++)
            if (lowcost[j] < min_val && visit[j] == 0){
                pos = j;    min_val = lowcost[j];
            }
        visit[pos] = 1;
        for (int j = 0; j < G.numver; j++)
            if (lowcost[j] > G.edge[pos][j] + lowcost[pos] && visit[j] == 0){
                lowcost[j] = G.edge[pos][j] + lowcost[pos];    parent[j] = pos;
            }
    }
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        int st[G.numver], top = -1, j = i;
        while(parent[j] != -1){
            st[++top] = j;    j = parent[j];
        }
        printf("%d ", v);
        while (top != -1)    printf("%d ", st[top--]);
        printf("%d ", lowcost[i]);
    }
} //时空复杂度分别为  $O(V^2)$ 和  $O(V)$ 
```

10、Floyed 求有/无向图的最短路径长度

```
void floyed(MGraph G,int dist[][maxsize],
int path[][maxsize]) {
    for (int i = 0; i < G.numver; i++)
        for (int j = 0; j < G.numver; j++){
            dist[i][j] = G.Edge[i][j];
            path[i][j] = -1;
        }
    for (int m = 0; m < G.numver; m++)
        for (int s = 0; s < G.numver; s++)
            for (int e = 0; e < G.numver; e++){
                if (dist[s][m] + dist[m][e] < dist[s][e]){
                    dist[s][e] = dist[s][m] + dist[m][e];
                    path[s][e] = m;
                }
            }
} //时空复杂度分别为  $O(V^3)$ 和  $O(V^2)$ 
```

```
void printPath(int u, int v, int path[][maxsize]){
    if (path[u][v] == -1){
        printf("%d ", u);
        return;
    }
    printPath(u, path[u][v], path);
    printPath(path[u][v], v, path);
}
```

11、拓扑排序判断有/无向图是否有环（邻接表）

```
bool tpsort (Graph G){
    int inres[maxsize]={0};
    int st[maxsize], top = -1, n = 0;
    for (int i = 0; i < G.numver; i++){
        Node p = G.adjlist[i].firstarc;
        for (; p != NULL; p = p->nextarc)
            inres[p->adjvex]++;
    }
    for (int i = 0; i < G.numver; i++)
        if (inres[i] == 0)//无向图为 1
            st[++top] = i;
    while (top != -1){
        int v = st[top--];
        n++;
        Node p = G.adjlist[v].firstarc;
        for (; p != NULL; p = p->nextarc)
            if (--inres[p->adjvex] == 0) //无向图为 1
                st[++top] = p->adjvex;
    }
    if (n == G.numver)
        return false; //无环
    else
        return true; //有环
} //时空复杂度分别为  $O(V+E)$ 和  $O(V)$ 
```

1、统计每个顶点的入度：遍历邻接表，计算所有顶点的入度值。

2、将入度为 0 的顶点入栈准备遍历：将所有入度为 0 的顶点入栈，作为拓扑排序的起点。

3、模拟拓扑排序过程并检测环：依次弹栈访问顶点，减少其邻接点入度，若过程中顶点访问数不等于总顶点数，说明存在环。

12、拓扑判断有/无向图是否有环（邻接矩阵）

```
bool tpsort(MGraph G) {
    int inres[maxsize] = {0};
    int st[G.numver], top = -1, n = 0;
    for (int i = 0; i < G.numver; i++)
        for (int j = 0; j < G.numver; j++)
            if (G.Edge[j][i] != 0)
                inres[i]++;
    for (int i = 0; i < G.numver; ++i)
        if (inres[i] == 0)
            st[++top] = i;
    while (top != -1) {
        int v = st[top--];
        n++;
        for (int i = 0; i < G.numver; i++)
            if (G.Edge[v][i] != 0 && (--inres[i] == 0))
                st[++top] = i;
    }
    if (n == G.numver)
        return false; //无环
    else
        return true; //有环
} //时空复杂度分别为  $O(V^2)$ 和  $O(V)$ 
```

13、判断邻接矩阵存储的有向图的拓扑排序是否唯一 (2024 年统考题)

```
bool tpsort(MGraph G) {
    int inres[G.numver] = {0};
    int st[G.numver], top = -1, n = 0;
    for (int i = 0; i < G.numver; i++)
        for (int j = 0; j < G.numver; j++)
            if (G.Edge[j][i] != 0)
                inres[i]++;
    for (int i = 0; i < G.numver; ++i)
        if (inres[i] == 0)
            st[++top] = i;
    if (top > 0)
        return false;
    while (top != -1) {
        int v = st[top--];
        n++;
        for (int i = 0; i < G.numver; i++)
            if (G.Edge[v][i] != 0 && (--inres[i] == 0))
                st[++top] = i;
        if (top > 0)
            return false;
    }
    if (n == G.numver)
        return true; //无环且唯一
    else
        return false; //有环
} //时空复杂度分别为  $O(V^2)$  和  $O(V)$ 
```

第 13 题核心思想:

- 1、统计每个顶点的入度: 遍历邻接矩阵统计每个顶点的入度值
- 2、初始化入度为 0 的顶点栈, 并判断唯一性: 将所有入度为 0 的顶点入栈, 若某时刻栈中顶点数超过 1, 说明有多种拓扑序列, 返回无唯一
- 3、执行拓扑排序并判断图的性质: 依次出栈访问顶点, 更新邻接点入度, 最后判断是否遍历所有顶点, 确认无环且唯一拓扑序列

1、查找二叉排序树中第 k 小的结点

```
void find(BiTree bt, int k, int *count, BiTree *p){
    if (bt != NULL){
        find(bt->lchild, k, count, p);
        (*count)++;
        if ((*count) == k)
            *p = bt;
        find(bt->rchild, k, count, p);
    }
} //时空复杂度分别为  $O(N)$  和  $O(N)$ 
```

2、输出二叉搜索树中所有值大于 key 的值

```
void func(BiTree bt, char key){
    if (bt != NULL){
        func(bt->lchild, key);
        if (bt->data > key)
            printf("%d ", bt->data);
        func(bt->rchild, key);
    }
} //时空复杂度分别为  $O(N)$  和  $O(N)$ 
```

3、判断顺序存储的二叉树是否为二叉搜索树

```
bool func(SqBiTree T, int i, Elemtype low, Elemtype high){
    if (i >= T.ElemNum || T.Node[i] == -1)
        return true;
    if (T.Node[i] <= low || T.Node[i] >= high)
        return false;
    bool left = func(T, 2 * i + 1, low, T.Node[i]);
    bool right = func(T, 2 * i + 2, T.Node[i], high);
    return left && right;
} //时空复杂度分别为  $O(N)$  和  $O(N)$ 
```

核心思想:

- 1、利用递归遍历顺序存储的二叉树: 通过索引关系 (左子节点为 $2*i+1$, 右子节点为 $2*i+2$) 递归访问所有节点
- 2、维护上下界判断节点值合法性: 每个节点的值必须严格在 low 和 high 之间, 保证二叉搜索树的性质
- 3、递归检查左右子树的合法性: 分别递归检查左子树的值范围是 [low, 当前节点值), 右子树的值范围是 (当前节点值, high], 确保全树满足二叉搜索树条件

4、判断一个二叉排序树是否为平衡二叉树

```
int height(BiTree T) {
    if (T == NULL)
        return 0;
    int A = height(T->lchild);
    int B = height(T->rchild);
    return (A > B ? A : B) + 1;
} //计算高度

bool istrue(BiTree T) {
    if (T == NULL)
        return true;
    int left = height(T->lchild);
    int right = height(T->rchild);
    if (abs(left - right) > 1)
        return false;
    return istrue(T->lchild) && istrue(T->rchild);
} //时空复杂度分别为 O(N)和 O(N)
```

核心思想:

- 1、递归计算每个子树的高度: 通过 height() 函数递归地求出当前节点左右子树的高度, 以便于平衡性判断
- 2、判断每个节点的左右子树是否平衡: 在 istrue() 函数中, 通过判断 $\text{abs}(\text{左高} - \text{右高}) \leq 1$, 确定当前节点是否满足平衡二叉树的条件
- 3、逐层递归检查整棵树是否平衡: 继续递归检查左右子树是否也都平衡, 最终确定整棵树是否为平衡二叉树 (AVL 树的弱化定义)

1、二路归并排序

```
void merge(int A[], int low, int mid, int high) {
    int *B = (int*)malloc((high + 1) * sizeof(int));
    for (int i = low; i <= high; i++)
        B[i] = A[i];
    int i = low, j = mid + 1, k = low;
    while (i <= mid && j <= high)
        if (B[i] <= B[j])
            A[k++] = B[i++];
        else
            A[k++] = B[j++];
    while (i <= mid)
        A[k++] = B[i++];
    while (j <= high)
        A[k++] = B[j++];
}

void mergeSort(int A[], int low, int high) {
    if (low < high) {
        int mid = (low + high) / 2;
        mergeSort(A, low, mid);
        mergeSort(A, mid + 1, high);
        merge(A, low, mid, high);
    }
} //时空复杂度分别为 O(NlogN)和 O(N)
```

二路归并排序核心思想:

- 1、递归拆分数组: 通过递归不断将数组从中间分成两半, 直到子数组长度为 1, 实现分治思想的“分”阶段
- 2、合并有序子数组: 利用辅助数组, 将拆分后的两个有序子数组按顺序合并成一个有序数组, 完成“治”的过程
- 3、借助辅助数组实现稳定合并: 使用临时数组复制当前区间元素, 保证合并时不会破坏原数组数据, 实现稳定排序

堆排序核心思想:

- 1、构建初始大顶堆: 从最后一个非叶子节点开始, 依次向上调用 sift, 将整个数组调整为一个最大堆, 使得堆顶是当前未排序部分的最大值。
- 2、依次将堆顶元素交换到末尾: 每轮将堆顶元素与当前未排序部分的最后一个元素交换, 相当于把当前最大值固定到最终位置。
- 3、交换后重新调整剩余堆结构: 交换后对堆顶调用 sift, 继续保持剩余未排序部分为大顶堆, 直到整个数组有序为止。

3、堆排序

```
void sift(int A[], int low, int high){
    int i = low, j = 2 * i + 1;
    int temp = A[i];
    while (j <= high){
        if (j < high && A[j] < A[j + 1])
            ++j;
        if (temp < A[j]){
            A[i] = A[j];
            i = j;
            j = 2 * i + 1;
        }
        else
            break;
    }
    A[i] = temp;
} //堆调整的时空复杂度分别为  $O(\log N)$  和  $O(1)$ 

void heapSort(int A[], int n){
    for (int i = n / 2 - 1; i >= 0; --i)
        sift(A, i, n - 1);
    for (int i = n - 1; i > 0; --i){
        int temp = A[0];
        A[0] = A[i];
        A[i] = temp;
        sift(A, 0, i - 1);
    }
} //堆排序时空复杂度分别为  $O(N \log N)$  和  $O(1)$ 
```

2、判断数组是否是小根堆

```
bool isMinHeap(int A[], int n) {
    for (int i = 0; i <= (n - 2) / 2; i++) {
        if (A[i] > A[2 * i + 1])
            return false;
        if (2 * i + 2 < n && A[i] > A[2 * i + 2])
            return false;
    }
    return true;
} //时空复杂度分别为  $O(N)$  和  $O(1)$ 
```

核心思想：

1、遍历所有非叶子节点：通过循环遍历索引范围在 $[0, (n-2)/2]$ 内的节点，确保所有父节点都检查一遍。

2、比较父节点与左右子节点：判断每个父节点是否小于或等于其左子节点 $2i+1$ 和右子节点 $2i+2$ （存在时），确保最小堆性质。

3、一旦发现违反堆性立即返回：只要发现一个父节点大于任一子节点，立即返回 false，避免不必要的检查，提升效率。

4、已知由 $n(n \geq 2)$ 个正整数构成的集合 $A = \{a_k | 0 \leq k < n\}$ ，将其划分为两个不相交的子集 A_1 和 A_2 ，元素个数分别是 n_1 和 n_2 。 A_1 和 A_2 中元素之和分别为 S_1 和 S_2 。设计一个尽可能高效的划分算法，满足 $|n_1 - n_2|$ 最小且 $|S_1 - S_2|$ 最大。
(2016 年统考题)

```
void func(int A[], int A1[], int A2[], int n){
    Quicksort(A, 0, n-1); //考试时快排代码要写
    for (int i = 0; i < n/2; ++i)
        A1[i] = A[i];
    for (int i = n/2; i < n; ++i)
        A2[i-n/2] = A[i];
} //时空复杂度分别为  $O(N \log N)$  和  $O(\log N)$ 
最优解有一定难度，听不懂就暴力吧
```

核心思想：

1、先对数组整体排序：调用快速排序将原数组按升序排序，为后续均分做准备

2、将排序后数组一分为二：将前半一半元素赋值给 A_1 ，后半一半赋值给 A_2 ，确保两个子数组有序且元素平均分布

3、借助额外数组实现划分：通过额外数组 A_1 和 A_2 存储结果，逻辑清晰但需额外空间支持



|

|