

# 多旋翼飞行器动力学建模与控制系统设计

赵永亮, 周超英, 谢 鹏

(哈尔滨工业大学 深圳研究生院, 广东 深圳 518055)

**摘 要:** 考虑到多旋翼飞行器多变量、欠驱动以及承载能力小等特点, 设计了一种不增加旋翼尺寸, 而提高升力的多旋翼。对多旋翼飞行器进行动力学建模, 并对模型进行适当简化得出最终动力学模型。通过实验的方法测量出模型所需要的未知量。采用 PID 控制算法对模型进行 matlab 仿真实验, 并得出结论。

**关键词:** 多旋翼飞行器; 动力学建模; PID 控制; Matlab 仿真

**中图分类号:** TP391.8 **文献标识码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1002-6673.2015.04.038

## The Design of Multi Rotor Aircraft Dynamics Modeling and Control System

ZHAO Yong-Liang, ZHOU Chao-Ying, XIE Peng

(Shenzhen Graduate School of Harbin Institute of Technology, Shenzhen Guangdong 518055, China)

**Abstract:** Considering the multi rotor aircraft, multivariable underactuated characteristics, and the bearing capacity of small, a design does not increase the size of the rotor, the rotor lift up. Kinetic modeling of multi rotor aircraft, and the model is simplified to get the final kinetic model. Through the experimental methods to measure the unknown model needed. Using the PID control algorithm matlab simulation experiment of the model, and draw the conclusion.

**Key words:** multi rotor aircraft; dynamic modeling; PID control; matlab simulation

## 0 引言

多旋翼飞行器是微型飞行器的一种, 它相比于其他类型的飞行器有控制灵活, 结构简单, 能够垂直起降和悬停功能, 能够携带设备对地面进行跟踪拍摄和监测。在实际生活中有着广泛的应用。随着新技术的发展, 尤其是微机电 (MEMS) 技术不断取得突破, 使得多旋翼飞行器逐渐成为人们研究的热点<sup>[1-2]</sup>。

## 1 建立多旋翼飞行器动力学模型

多旋翼飞行器简单的可以看作是多个单旋翼的组合, 但是又不同于单旋翼的直升机。因为直升机是靠尾翼来抵消主旋翼的反扭力矩<sup>[3]</sup>, 而多旋翼是靠多个旋翼升力与扭矩的不同来提供升力改变飞行方向以及抵消反扭力矩, 结构上要比直升机简单很多。本文设计的多旋翼特点是在四旋翼的基础上增加旋翼数量, 但同时又不增四旋翼的轴距, 虽然旋翼数量为奇数, 但是由于单个旋翼产生的自旋扭力并不是很大, 同时也可以通过其他四

个旋翼的配合抵消自旋的影响。所以它的特点是, 在不增加四旋翼尺寸的基础上提高了旋翼的载重。多旋翼飞行器的控制系统是多输入多输出的欠输入系统<sup>[4]</sup>。

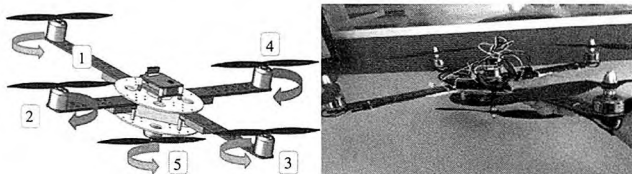


图 1 十字模式多旋翼飞行器模型

Fig.1 The model of multi rotor aircraft model

由图 1 可以得出, 旋翼 1 和 3 逆时针旋转产生顺时针的反扭力矩, 而旋翼 2 和 4 顺时针旋转产生逆时针的反扭力矩, 这样顺时针的反扭力矩和逆时针的反扭力矩相互抵消, 不需要额外的装置来抵消反扭力矩。旋翼 5 安装在飞行器的中心位置, 能够增加多旋翼的升力。根据十字模式电机位置, 可以得出多旋翼飞行器飞行状态控制率, 如表 1 所示。表中, “+”表示电机转速增加, “-”表示电机转速降低, “/”表示电机转速不做调整, “()”中表示与所给状态反方向调节控制。

四旋翼飞行器有 6 个自由度, 分别为沿三个坐标轴的平动以及绕三个坐标轴的转动。我们采用 ZYX 顺序

修稿日期: 2015-04-27

作者简介: 赵永亮 (1988-), 男, 黑龙江虎林人, 硕士。研究方向: 微小型飞行器。

表 1 多旋翼飞行器飞行状态控制率  
Tab.1 Multi rotor aircraft flight control rate

	旋翼 1	旋翼 2	旋翼 3	旋翼 4	旋翼 5
升降	+ (-)	+ (-)	+ (-)	+ (-)	+ (-)
俯仰	+ (-)	/	- (+)	/	/
横滚	/	+ (-)	/	- (+)	/
偏航	+ (-)	- (+)	+ (-)	- (+)	/

进行姿态变换, 先绕 Z 轴旋转得到偏航角  $\psi$ , 接着绕 Y 轴旋转得到俯仰角  $\theta$ , 最后, 绕 X 轴旋转得到横滚角  $\varphi$ 。经过以上三次的旋转就可以得到新的载体坐标。因为初始状态旧的载体坐标系与参考坐标系重合, 那么  $C_{\varphi\theta\psi}$  为参考坐标系到新载体坐标系的转换矩阵,  $(C_{\varphi\theta\psi})^T$  为新载体坐标系到参考坐标系的转换矩阵<sup>[5]</sup>。

$$C_{\varphi\theta\psi} = C_{\varphi} C_{\theta} C_{\psi} = \begin{bmatrix} C_{\theta} C_{\psi} & C_{\theta} S_{\psi} & -S_{\theta} \\ -C_{\varphi} S_{\psi} + S_{\varphi} S_{\theta} S_{\psi} & C_{\varphi} C_{\psi} + S_{\varphi} S_{\theta} S_{\psi} & S_{\varphi} C_{\theta} \\ S_{\varphi} S_{\psi} + C_{\varphi} S_{\theta} S_{\psi} & -S_{\varphi} C_{\psi} + C_{\varphi} S_{\theta} S_{\psi} & C_{\varphi} C_{\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

同时, 我们定义绕 X、Y、Z 轴的转矩分别为  $M_{\varphi}$ 、 $M_{\theta}$ 、 $M_{\psi}$ , 那么对应的转动惯量分别为  $I_{\varphi}$ 、 $I_{\theta}$ 、 $I_{\psi}$ 。为了将非线性耦合模型控制量分解成为四个独立的控制量, 我们做如下定义:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 \\ F_2 - F_4 \\ F_1 - F_3 \\ F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + F_5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $U_1$  代表飞行器的垂直升降控制量,  $U_2$  代表飞行器的横滚控制量,  $U_3$  代表飞行器的俯仰控制量,  $U_4$  代表飞行器的偏航控制量。最终根据以上推导, 我们可以求出多旋翼飞行器的简化动力学模型:

$$\ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1(\cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi)/m \\ U_1(\cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi)/m \\ U_1\cos\varphi\sin\theta/m - g \\ U_2/L_{\varphi} \\ U_3/L_{\theta} \\ U_4K/L_{\psi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $L$ —电机到飞行器重心的距离,  $K = K_M/K_F$ ,  $K_F = \frac{1}{2}\rho AC_F R^2$ 、 $K_M = \frac{1}{2}\rho AC_M R^2$  都为常数<sup>[6]</sup>。

## 2 多旋翼模型参数的实验测定

由上文可知, 动力学模型中有一些参数需要确定, 我们通过实验的方法来完善动力学模型。同时为了使飞行器的效率更高, 经测定 9 寸桨在相同电机情况下进行实验效率最高。将实验结果输入 Matlab 可以得到 9 寸桨叶的效率系数  $K_F$ , 升力系数如图 2 和图 3 所示。

同时还需要通过实验测量扭矩系数  $K_M$ , 考虑到扭矩测量仪的成本比较高, 所以重新设计改装了测量装

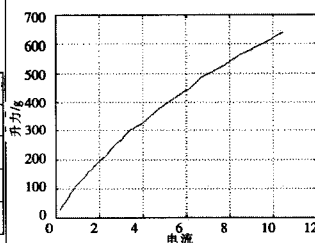


图 2 9 寸桨叶的效率系数  
Fig.2 The efficiency coefficient of 9 inch blade

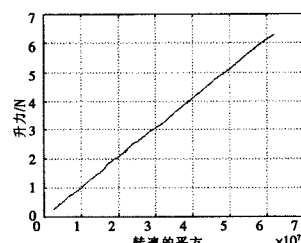


图 3 9 寸桨叶的升力系数  
Fig.3 9 inch blade lift coefficient

置, 通过测量对应的拉或压力, 然后通过公式  $M = F \times L$  转换为对应的扭矩, 实验结果如图 4 所示。最终, 经过测试与计算可以得到多旋翼飞行器所需要的一些重要参数, 如表 2 所示。

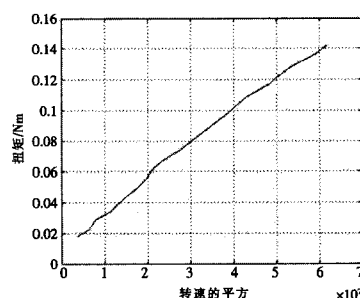


图 4 扭矩测量数据  
Fig.4 Torque measurement data

表 2 多旋翼飞行器重要参数

Tab.2 The important parameters of multi rotor aircraft

符号	数值/单位	符号意义
m	0.84kg	多旋翼飞行器质量
g	9.79m/s <sup>2</sup>	当地重力加速度
L	0.23m	几何中心到安装电机中心距离
$K_F$	$1.03 \times 10^{-7} \text{N/S}^2$	升力系数
$K_M$	$2.67 \times 10^{-9} \text{Nm/S}^2$	扭矩系数
K	$2.59 \times 10^{-2}$	$K_M/K_F$ 的比例系数
$I_{\varphi}$	$6.77 \times 10^{-3} \text{kg/m}^2$	绕 X 轴转动惯量
$I_{\theta}$	$6.77 \times 10^{-3} \text{kg/m}^2$	绕 Y 轴转动惯量
$I_{\psi}$	$1.69 \times 10^{-2} \text{kg/m}^2$	绕 Z 轴转动惯量

## 3 PID 控制器设计

我们采用 LPV 建立整体数学模型的方法来对模型进行求解<sup>[7]</sup>, 假设系统的状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $A$  为系数矩阵;  $X = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \varphi, \theta, \psi, g)^T$  为状态矢量;  $B$  为输入矩阵;  $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)^T$  为输入矢量;  $Y = (z, \varphi, \theta, \psi)^T$  为输出量;  $C$  为输出矩阵;  $D$  为直接传递矩阵。对公式进行拉普拉斯变换, 可以得到飞行器的传递函数矩阵:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(SI - A)^{-1}B + D \quad (5)$$

在垂直起降以及低速飞行、悬停状态下, 俯仰角  $\theta$  和横滚角  $\varphi$  变化很小, 为了简化模型, 那么可以认为



$\theta=\varphi\approx 0$ , 同时将实验测得数据代入公式最终可得各个通道的传递函数:

$$G(s)=\begin{bmatrix} \frac{0.80}{0.1s^3+s^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{22.76}{0.1s^3+s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{22.76}{0.1s^3+s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1.03}{0.1s^3+s^2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

按照控制系统流程图搭建 Simulink 仿真并得到 PID 参数如表 3 所示; PID 控制器阶跃响应曲线如图 5 所示。

表 3 PID 参数

Tab.3 PID Parameters

$K_{p1}$	$K_{p2}$	$K_{p3}$	$K_{p4}$
1	0.04	0.04	1.3
$K_{i1}$	$K_{i2}$	$K_{i3}$	$K_{i4}$
0.1	0.001	0.001	0.04
$K_{d1}$	$K_{d2}$	$K_{d3}$	$K_{d4}$
10	0.35	0.35	8

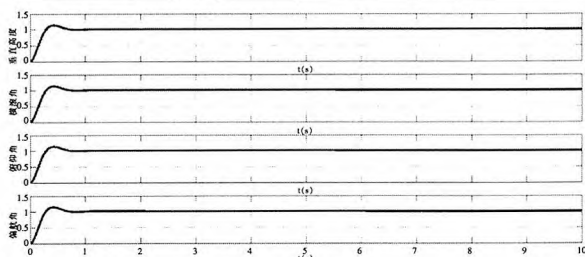


图 5 各个通道阶跃响应曲线

Fig.5 Each channel of the step response curve

(上接第 98 页) 该种类信息发送至对应路径规划模块。

## 2.6 分类路径规划

路径规划模块根据目前机械手位置以及所夹持瓶罐对应种类的分类板位置规划机械手的分类路径,并发送至对应运动控制模块,控制各向驱动气缸运动,在将夹持瓶罐的末端执行器运动至对应分类箱的分类板时,夹持气缸驱动夹爪松开,瓶罐在自身重力作用下,由分类板滑至分类箱,此时完成一瓶罐从旅游垃圾中的夹持及分类。

重复步骤(2.3~2.6):机械手在上一瓶罐的松开时位姿信息为下一瓶罐夹持时起始位姿信息,机械手 a 和 b 分别从坐标序列的两端开始瓶罐的夹持与分类,重复步骤(2.3~2.6),直至将工作区域中传送带 2 上的瓶罐全部分类完毕。重复步骤(2.1~2.7):传送带 2 向前移动一定距离,重复步骤(2.1~2.7)。

## 3 总结

本文机械手系统中设置两个结构相同的机械手同时工作,每个机械手在三个方向上的移送均采用气缸驱动,并加入了一转动自由度,机械手的末端执行器采用

仿真结果表明系统超调量较小,响应速度快,1 秒钟内系统均能达到稳定状态,验证了 PID 控制的有效性。

## 4 结论

本文通过对多旋翼飞行器进行改进,同时进行动力学建模,并对模型参数进行了实验测定。将实验测得的参数带入模型经过计算求出多旋翼飞行器垂直高度、俯仰、横滚、偏航各个通道的传递函数,运用 PID 控制算法对模型进行了仿真实验,实验结果表明 PID 控制器对模型控制的有效性,同时也说明改进后对多旋翼飞行器是有利的。

## 参考文献:

- [1] 杨明志,王敏.四旋翼微型飞行器控制系统设计[J].计算机测量与控制,2008,4.
- [2] Chee K Y, Zhong Z W. Control, navigation and collision avoidance for an unmanned aerial vehicle. Sensors and Actuators A: Physical.2013.
- [3] Bouabdal lah S, Murrieri P, Siegwart P. Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor[J].IEEE, 2005.
- [4] 岳基隆,张庆杰,朱华勇.微小型四旋翼无人机研究进展及关键技术浅析[J].电光与控制,2010,10.
- [5] 张天光.捷联惯性导航技术[M].北京:国防工业出版社,2007.
- [6] Raymond W. Prouty. Helicopter Performance, Stability, and Control. [M].PWS Engineering Boston,1986.
- [7] Papageorgiou G, Glover K. Taking robust LPV control into flight on the VACC harrier[C]. Proceedings of the 39th IEEE conference on Decision and Control,2000:.

三根交错布置的夹爪。智能控制系统中加入模糊控制,并通过红外传感器快速识别夹持瓶罐的种类。本机械手系统结构简单,响应快,便于控制,提高了夹持的有效性。采用上述智能控制系统,使机械手能够准确到达目标瓶罐,并实现自动分类。本文提出的垃圾处理机械手系统及其智能控制方法解决了旅游垃圾中瓶罐分拣及分类的问题,为旅游业的健康发展提供了技术支撑。

## 参考文献:

- [1] 周奎.一种新颖的智能型废品回收机的开发与设计[J].机电设备,2009,3.
- [2] 黄宗杰,王富东,杨春晖,马红卫.一款分拣搬运机器人的设计[J].苏州大学学报(工科版),2010,2.
- [3] 颜伊庆,潘丽萍.基于PLC的自动分拣系统[J].机电工程,2011,11.
- [4] 黄崇莉,刘菊蓉.分拣机械手设计[J].液压与气动,2010,12.
- [5] 吴清潇,欧锦军,都颖明,朱枫.基于视觉的炼铁物料自动识别分类系统[J].仪器仪表学报,2011,6.
- [6] 庞明.基于智能机械手的食品分拣系统运动规划研究[J].物流技术,2011,5.
- [7] 方勇纯.机器人视觉伺服研究综述[J].智能系统学报,2008,2.
- [8] 孙洪淋,孙炜,石玉秋,廖继旺.基于参数自校正模糊控制器的机器人视觉伺服系统[J].微计算机信息,2007,9-2.