

四旋翼飞行器建模与 PID 控制器设计

江 杰, 邰伟楠

(内蒙古科技大学 信息工程学院, 内蒙古 包头 014010)

摘要: 为了实现对四旋翼飞行器的稳定飞行控制, 对四旋翼飞行器建立了动力学数学模型, 并采用准 LPV 法将非线性模型线性化, 在建立的动力学模型基础上, 对飞行器垂直速率、俯仰速率、横滚速率、偏航速率四个独立通道上分别设计了 PID 控制器。并通过 Matlab/Simulink 软件进行控制系统仿真, 并对仿真结果进行分析, 仿真结果验证了 PID 算法的有效性。

关键词: 四旋翼飞行器; LPV; 非线性建模; PID 控制

中图分类号: TN79

文献标识码: A

文章编号: 1674-6236(2013)23-0147-04

Modeling and PID control for a quadrotor

JIANG Jie, QI Wei-nan

(School of information Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China)

Abstract: In order to achieve the stability of quadrotor aircraft flight control, Characteristics of the quadrotor aircraft kinematics are analyzed, the linear mathematical model and LPV model were established, taking it as the control system of simulation model. the paper finally research control algorithm for the Quadrotor aircraft system simulation model in Matlab. Considering the nonlinear model of the system, PID control was used for pitch, roll, yaw and vertical speed, the simulation results of the system was analyzed, the control algorithm was verified of deffectiveness.

Key words: quadrotor; LPV; nonlinear model; PID control

近年来,随着新型材料、微机电(MEMS)、微惯导(MIMU)以及飞行控制等技术的迅速发展,小型四旋翼飞行器得到了进一步的发展,逐渐成为各国科技人员关注的焦点。小型四旋翼飞行器是一种具有 4 个螺旋桨,并且螺旋桨呈十字交叉结构的旋翼式飞行器,它通过调整 4 个电机的转速来实现俯仰、横滚、偏航等飞行动作,并具有可悬停、机动性好、结构简单等优点。

飞行控制一直是小型四旋翼飞行器的关键技术,国防科技大学的聂博文设计了基于反步法的控制器,哈尔滨工业大学的王树刚设计了基于 H_∞ 回路成形的控制器,东北大学的王丽新设计了基于滑动模态的滑模变结构控制器^[1-3]。目前有关于四旋翼飞行器控制算法的研究多集中在非线性控制方面,由于非线性控制对系统模型准确性有很高的要求,在模型误差存在的条件下, PID 控制更加有效。本文在四旋翼飞行器动力学建模的基础上设计了 PID 控制器。

1 四旋翼飞行器动力学模型的建立

恰当的坐标系选取有利于对四旋翼飞行器的运动过程进行分析,在描述四旋翼飞行器绕三坐标轴平动、转动的过程中,常选择载体坐标系。分析、定位飞行器在空间的位置时,则在导航坐标系中研究、分析较为方便。上述定义的两个

坐标系如图 1 所示。

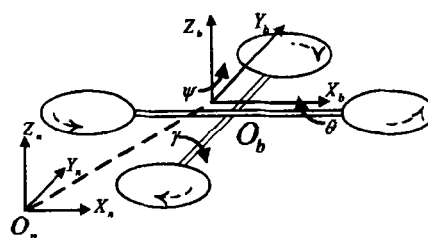


图 1 导航坐标系和载体坐标系

Fig. 1 Navigate and body coordinate system

选取导航坐标系为绝对坐标系,记为 n 。以原点 O_n 为水平面内一点, X_n 轴位于水平面内,指向正东方向,其 Y_n 轴位于水平面内并且与 X_n 轴垂直且指向正北方向, Z_n 轴与 X_n 轴和 Y_n 轴构成的平面垂直且方向为垂直向上,符合右手法则。

机体坐标系建立在飞行器机体上,记为 b 。其原点 O_b 在飞行器重心位置上, $O_b-X_bY_bZ_b$ 在小型四旋翼飞行器对称平面内, X_b 轴与 X_n 轴平行且指向右方, Y_b 轴与 Y_n 轴平行且指向前方, Z_b 轴与 Z_n 轴平行且指向上方。

机体坐标系 3 个轴旋转与导航坐标系所成的夹角分别称为俯仰角 θ 、横滚角 ϕ 、航向角 ψ 。姿态角定义如下:

俯仰角 θ : 为机体坐标系 X_b 轴和导航坐标系 $X_nO_nY_n$ 平面的夹角。

横滚角 ϕ : 为机体坐标系 Y_b 轴和导航坐标系 $X_nO_nY_n$ 平

收稿日期: 2013-04-25

稿件编号: 201304307

作者简介: 江 杰(1958—),男,内蒙古包头人,教授级高级工程师。研究方向:智能仪器仪表,智能机器人。

面的夹角。

航向角 ψ :为机体坐标系 X_b 轴在导航坐标系 $X_n O_n Y_n$ 中投影与 $O_n X_n$ 的夹角。

为在建立飞行器运动方程时考虑所有这些因素将是极其复杂的,因此我们采取抓主要矛盾、略去次要因素的方法进行研究。作如下假设:

- 1) 飞行器为刚体且质量是常数;
- 2) 地面坐标系为惯性坐标系;
- 3) 忽略地球曲率,即采用所谓的平板地球假设;
- 4) 重力加速度不随飞行高度而变化;
- 5) 对于面对称、轴对称布局的飞行器,其不仅几何外形对称,而且内部质量分布也对称^[9]。

在机体坐标系中,定义推力 $T(T \in \mathbb{R})$ 为飞行器4个旋翼产生升力总和,因此在机体坐标系中飞行器受到的拉力可以表示为如式(1)所示:

$$F_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

式(1)中 F_i 表示四旋翼飞行器第 $i(i=1,2,3,4)$ 个旋翼产生的升力,四旋翼飞行器在被看作为刚体的时候,其运动规律可用沿空间三个线坐标和三个角坐标的运动形式来表示,即飞行器的线运动(飞行速度的增减运动、升降运动和侧移运动),以及围绕飞行器机体中心轴转动的角运动(俯仰方向角运动、横滚方向角运动、偏航方向角运动)。

首先讨论小型四旋翼飞行器在导航坐标系下沿 X_b, X_b, Z_b 3个轴向的线位移运动方程,如式(2)所示:

$$\begin{cases} \ddot{x}_m = (F_m - k_1 \dot{x}_m)/m = \left(\sum_{i=1}^4 F_i (\sin\phi \sin\psi + \cos\phi \sin\theta \cos\psi - k_1 \dot{x}_m) \right)/m \\ \ddot{y}_m = (F_m - k_2 \dot{y}_m)/m = \left(\sum_{i=1}^4 F_i (-\sin\phi \cos\psi + \cos\phi \sin\theta \sin\psi - k_2 \dot{y}_m) \right)/m \\ \ddot{z}_m = (F_m - mg - k_3 \dot{z}_m)/m = \left(\sum_{i=1}^4 F_i (\cos\phi \cos\theta) - k_3 \dot{z}_m \right)/m - g \end{cases} \quad (2)$$

其中系数 $k_i (i=1,2,3)$ 表示飞行器在导航坐标系中 X_n, Y_n, Z_n 方向上的空气阻力系数,由于飞行器在实验阶段处于低速飞行状态,故该系数可以忽略不计。

飞行器绕质心的旋转的角运动包括俯仰角运动、横滚角运动、偏航角运动,根据力矩平衡原理,得到飞行器在导航坐标系下 X_n, Y_n, Z_n 的角位移方程,见式(3)所示:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = l(F_4 - F_2 - k_4 \dot{\theta})/I_x \\ \ddot{\phi} = l(F_3 - F_1 - k_5 \dot{\phi})/I_y \\ \ddot{\psi} = (M_1 - M_2 + M_3 - M_4 - k_6 \dot{\psi})/I_z \\ \quad = (F_1 - F_2 + F_3 - F_4 - k_6 \dot{\psi})/I_z \end{cases} \quad (3)$$

式中 l 为飞行器重心到每个螺旋桨的距离; M_i 为第 i 个螺旋桨产生的转动力矩; I 为对应轴的转动惯量, $I_i = I_x/I, K_i (i=4,5,6)$ 表示飞行器在角位移运动时的空气阻力系数,其中 $k=$

$k_6 l$,选取式(4)作为四旋翼飞行器控制系统控制输入量:

$$\begin{cases} u_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ u_2 = F_4 - F_2 \\ u_3 = F_3 - F_1 \\ u_4 = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中 u_1, u_2, u_3, u_4 分别为飞行器的升力、横滚力、俯仰力、偏航力。把四旋翼飞行器垂直、俯仰、横滚、偏航通道的4个输入力用矩阵的形式表示为 $U = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ 。把四旋翼控制系统模型分解为飞行器在上述4个独立的运动控制通道,把式(4)带入到式(2)、(3)中,在忽略与速度平方成比例的空气阻力系数 k_i 的条件下^[5-9],系统数学模型可以简化为如式(5)所示:

$$\begin{cases} \ddot{x}_m = u_1 (\sin\phi \sin\psi + \cos\phi \sin\theta \cos\psi)/m \\ \ddot{y}_m = u_1 (-\sin\phi \cos\psi + \cos\phi \sin\theta \sin\psi)/m \\ \ddot{z}_m = (u_1 \cos\phi \cos\theta - mg)/m \\ \ddot{\theta} = lu_2/I_x \\ \ddot{\phi} = lu_3/I_y \\ \ddot{\psi} = lu_4/I_z \end{cases} \quad (5)$$

2 PID 控制器设计

上述模型是非线性的,而设计控制器和仿真分析中用到的模型往往是线性的,因此需要对该非线性模型进行线性化。当四旋翼飞行器处于稳定悬停时,其在导航坐标系下沿三坐标轴方向上运动的线速度 $\dot{x}=0, \dot{y}=0, \dot{z}=0$,围绕三坐标轴旋转运动的角速度 $\dot{\theta}=0, \dot{\phi}=0, \dot{\psi}=0$ 。在此条件下,由式(2)、(3)、(4)分析计算可以得到在飞行器稳定悬停的条件下,四旋翼飞行器控制系统各控制量的稳态值: $u_1=mg, u_2=u_3=u_4=0$,每一个旋翼的升力为 $F_1=F_2=F_3=F_4=\frac{mg}{4}$ 。

采用准 LPV 法对四旋翼飞行器控制系统建立线性空间模型,使用了近似方法并忽略了四旋翼飞行器力和力矩之间弱耦合^[7]。建立四旋翼飞行器系统的一个状态空间实现,其中设定飞行器垂直方向速率 \dot{z} 、俯仰方向角速率 $\dot{\theta}$ 、横滚方向角速率 $\dot{\phi}$ 和偏航方向角速率 $\dot{\psi}$ 为4个输出变量; x 轴方向线速率, y 轴方向线速率, z 方向线速率 z ,俯仰方向角加速度 $\ddot{\theta}$,滚动方向角加速度 $\ddot{\phi}$,偏航方向角加速度 $\ddot{\psi}$,重力加速度 g ,俯仰角 θ ,横滚角 ϕ 和偏航角 ψ 为状态变量;输入为 u_1, u_2, u_3, u_4 所构成的矩阵,进一步根据准 LPV 法可以得到四旋翼飞行器系统状态空间如式(6)所示:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (6)$$

$$X = [\dot{x}_m \ \dot{y}_m \ \dot{z}_m \ \theta \ \phi \ \psi \ g \ \theta \ \phi \ \psi]^T \quad (7)$$

$$Y = [\dot{z}_m \ \ddot{\theta} \ \ddot{\phi} \ \ddot{\psi}]^T \quad (8)$$

$$U=[u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \quad (9)$$

通过求解相关系数矩阵,带入飞行器实际模型参数,并在小角度范围下有 $\cos\theta=1, \cos\varphi=1$, 得到在状态空间形式下的传递函数,如式(10)所示:

$$G_1(s)=\begin{bmatrix} \frac{\cos\phi\cos\theta/m}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_x}{s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_y}{s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_z}{s^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

四旋翼飞行器在实验过程中机体处于小角度范围进行变化进行,故可以有 $\cos\theta=1, \cos\varphi=1$, 式(10)简化为:

$$G_1(s)=C(sI-A)^{-1}B+D=\begin{bmatrix} \frac{1/m}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_x}{s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_y}{s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_z}{s^2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

系统最终的线性模型由飞行器机体模型和无刷电机模型共同组成,无刷直流电机被描述为一个一阶惯性环节,电机调速器控制信号和旋翼产生升力之间的传递函数为:

$$G_2(s)=\frac{d}{0.1s+1} \quad (13)$$

d 为电机电子调速器控制信号与电机升力之间的比例系数,比例系数的选取一般是通过实验测量得到的 d 值的大小对系统仿真影响较小,因此在四旋翼飞行器控制器设计中取 $d=1$ 来进行系统仿真,并设旋翼升力 F 和 U_d 之间的关系为 $G_2(s), G_2(s)$ 如式(14)所示:

$$G_2(s)=\begin{bmatrix} \frac{1}{0.1s+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.1s+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0.1s+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.1s+1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

故系统最终的线性模型为:

$$G(s)=G_1(s)G_2(s)=$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1.174}{0.1s^2+s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8.387}{0.1s^3+s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{8.387}{0.1s^3+s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4.194}{0.1s^2+s} \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据如式(15)所示传递函数对飞行器4个通道设计控制器,其中在垂直速率方向($k_p=15, k_i=0.01$),偏航角速率方向($k_p=3, k_i=0.01$)使用PI控制算法,在俯仰角速率方向($k_p=3.8, k_d=1.1$)、横滚角速率方向上($k_p=3.8, k_d=1.1$)设计PD控制器。当 $t=3$ s 时各通道分别加入脉宽为3 s 的方波信号,仿真结果如图2、图3、图4、图5所示。

3 结论

通过观测系统在方波信号下的响应曲线图2、图3、图4、

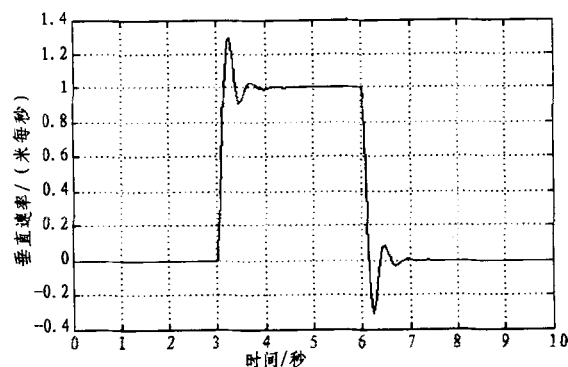


图2 垂直速率通道方波响应

Fig. 2 Vertical speed of square response

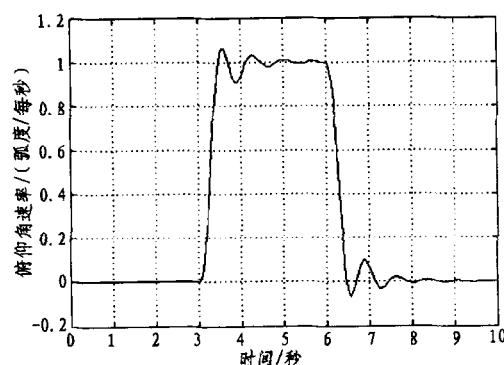


图3 俯仰角速率通道方波响应

Fig. 3 Pitch speed of square response

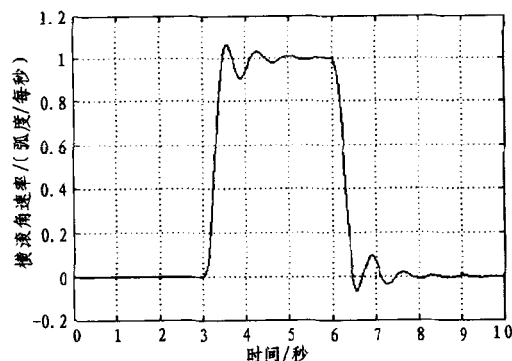


图4 横滚角速率通道方波响应

Fig. 4 Roll speed of square response

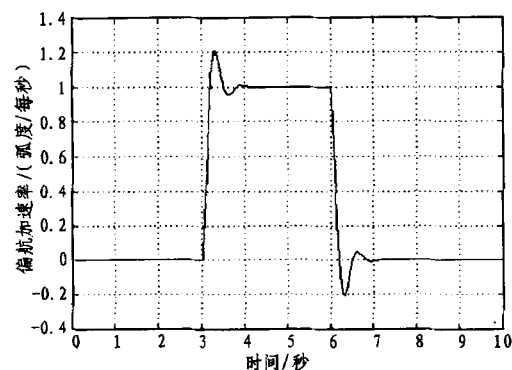


图5 偏航角速率通道方波响应

Fig. 5 Yaw speed of square response

在系统动态性能指标中,上升时间 <0.5 秒,调节时间 <1 秒,超调量 $<20\%$,设计的控制器在垂直速率、俯仰速率、横滚速率、偏航速率通道上满足系统控制要求。

参考文献:

- [1] 王树刚. 四旋翼直升机控制问题研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2006.
- [2] 聂博文. 微小型四旋翼无人直升机建模及控制方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2006.
- [3] 王丽新. 基于滑模理论的四旋翼直升机的姿态控制研究[D]. 沈阳:东北大学,2009.
- [4] 吴森堂,费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2005:46-47.
- [5] Castillo P,Dzul A,Lozano R. Real-time stabilization and

tracking of a four-rotor miniRotorcraft[H]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2004,12(4): 510-516.

- [6] Bouabdallah S,Noth A,Siegwart R. PI vs LQG control techniques applied to an indoor micro quadrotor[J]. IEEE Trans on Intelligent Robots and Systems,2004(3):2451-2456.
- [7] Papageorgiou G,Glover K. Taking robust LPV control into flight on the VACC harrier [C]. Proceedings of the 39th IEEE conference. on Decision and Control,2000:4558-4564.
- [8] 吴中华,贾秋玲. 四旋翼几种控制方法研究[J]. 现代电子技术,2013(15):88-90,94.
WU Zhong-hua,JIA Qiu-ling. Several control methods research of quadrotor[J]. Modern Electronics Technique,2013 (15):88-90,94.

(上接第143页)

method for fault components extraction and fault phases selection[J]. Automation of electric power systems,2003,27 (16):58-61,66.

- [4] 王亚强,焦彦军,张延东,等. (超)高压输电线路故障选相现状及其发展[J]. 继电器,2004,32(24):72-77,85.
WANG Ya-qiang,JIAO Yan-jun,ZHANG Yan-dong,et al. Current status and development of fault phase Selection of (E)HV transmission lines[J]. Relay,2004,32(24):72-77,85.
- [5] 李晓晨,李天云,陈昌雷,等. 基于固有模态能量熵和支持向量机的输电线路故障选相新方法[J]. 电力自动化设备,2009,29(5):104-108.
LI Xiao-chen,LI Tian-yun,CHEN Chang-lei,et al. Faulty phase selection of transmission lines based on intrinsic mode

energy entropy and SVM[J]. Electric Power Automation Equipment,2009,29(5):104-108.

- [6] 崔楠,梅柏杉,吕贵龙,等. 输电线路接地故障选相判据改进[J]. 电气自动化,2013,35(1):61-63,81.
CUI Tao,MEI Bai-shan,LU Gui-long,et al. Improved criteria of transmission lines grounding fault phase selection [J]. Power System & Automation,2013,35(1):61-63,81.
- [7] 朱晓峰. 基于改进灰色关联度及尺度-小波能量谱的输电线路故障选相[J]. 广西电力,2011,34(6):74-77.
ZHU Xiao-feng. Fault phase selection of transmission line based on modified grey relational grade and scale wavelet energy spectrum[J]. Guangxi Electric Power,2011,34(6):74-77.

(上接第146页)

- [4] 李震,洪添胜,陈海生,等. 基于LabVIEW测试音频功率放大器[J]. 微计算机信息,2006,22(4-2):206-208.
LI Zhen,HONG Tian-sheng,CHEN Hai-sheng,et la. Audio frequency amplifier measurement based on LabVIEW [J]. Control and Automation,2006,22(4-2): 206-208.
- [5] ZHOU Wang,Bovik A C,Sheikh H R,et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. IEEE Transactions on Image Processing,2004,13(4):600-612.
- [6] 杨春玲,旷开智,陈冠豪. 基于梯度的结构相似度的图像质量评价方法[J]. 华南理工大学学报,2006,34(9):22-25.

YANG Chun-ling,KUANG Kai-zhi,CHEN Guan-hao,et la. Gradient-based structural similarity for image quality assessment[J]. Journal of South China University of Technology,2006,34(9):22-25.

- [7] 卫建华,贺新华. 基于HQV Vida处理器的HDTV图像质量改善[J]. 现代电子技术,2010(9):197-198,201.
WEI Jian-hua,HE Xin-hua. Improvement of HDTV image quality based on HQV Vida processor[J]. Modern Electronics Technique,2010(9):197-198,201.

欢迎订阅 2014 年度《电子设计工程》(半月刊)

国内邮发代号:52-142

国际发行代号:M2996

订价:15.00 元/期 360.00 元/年