

四旋翼飞行器姿态控制建模与仿真

张 萍

(江阴职业技术学院 电子信息工程系, 江苏 江阴 214400)

摘 要: 四旋翼飞行器是典型的欠驱动、非线性、强耦合系统。其姿态控制精度和抗干扰问题一直是研究热点之一。为了实现小型低成本四旋翼飞行器姿态准确控制,详细分析了四旋翼飞行器受力情况,利用牛顿-欧拉方程建立了四旋翼飞行器非线性动力学模型,针对四旋翼飞行器在实际飞行过程中经常会遇到阵风、气流等不确定外界干扰,设计了基于小扰动的PID控制器,并通过对俯仰通道、横滚通道、偏航通道 MATLAB/Simulink 仿真模型进行仿真测试和结果分析。结果表明:所设计控制算法能够满足四旋翼飞行器姿态控制要求,并具有较好的抗干扰性能。

关键词: 姿态控制; 牛顿-欧拉方程; 动力学模型; PID 控制器

中图分类号: V 249.122⁺.2 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2019)12-0070-05

Modeling and Simulation of Attitude Control of Quadrotor Aircraft

ZHANG Ping

(Department of Electronics and Information Engineering, Jiangyin Polytechnic College, Jiangyin 214400, China)

Abstract: Quadrotor aircraft was a typical under-actuated, nonlinear, and strongly coupled system. Its attitude control accuracy and anti-disturbance problem were always research hotspots. In order to realize the attitude control of small and low-cost quadrotor aircraft, the force of the quadrotor aircraft was analyzed in detail. The nonlinear dynamic model of the quadrotor was established by using the Newton-Eulerian equation. Aiming at the fact that the quadrotor aircraft often encountered uncertain external disturbances such as gusts and airflow during the actual flight, a PID controller based on small disturbances was designed. The simulation test and result analysis of the MATLAB/Simulink simulation models of pitch, roll and yaw channels show that the designed control algorithm can meet the attitude control requirements of quadrotor aircraft and has better anti-disturbance performance.

Key words: attitude control; Newton-Eulerian equation; dynamic model; PID controller

0 引 言

四旋翼飞行器由于具有可垂直起降、机动性强、操作方便等诸多优点,在军事和民用场合得到广泛应用,从而成为众多学者的研究热点。四旋翼飞行器是具有四输入、六输出的欠驱动、非线性、强耦合系统。其姿态控制精度和抗干扰问题一直是研究重点。目前国内较普遍的飞行器控制算法^[1]主要包括:反步法、自适应控制、 H_∞ 控制、滑模控制、自抗扰控制^[2]等,对实现四旋翼飞行器的姿态控制具有重要的理论和实践意义。文献[3-4]提出应用反步算法为飞行器上下、前后、左

右、偏航4个子系统配置控制律,实现了四旋翼飞行器对设定轨迹的精确跟踪。该算法在构造Lyapunov函数的过程中,是以其导数小于零为前提,因此应用受到局限。文献[5]针对传统的离散线性滑模应用于四旋翼飞行器控制具有跟踪误差大、响应速度慢、不能有限时间收敛等问题,提出了干扰观测器补偿的自适应离散终端滑模控制,使响应时间更快、跟踪效果更理想、鲁棒性更强。文献[6]利用线性扩张状态观测器对四旋翼飞行器内部不确定干扰和外部干扰进行实时估计,进而采取线性状态反馈控制对扰动的估计值进行在线补偿,以实现四旋翼飞行器的姿态控制。

作者简介: 张 萍(1975—),女,硕士,副教授,研究方向为电子与通信。

本文针对在实际飞行过程中,四旋翼飞行器经常会遇到阵风、气流等外界干扰,利用牛顿-欧拉方程建立了四旋翼动力学模型,设计了基于小扰动的 PID 控制器,并通过 MATLAB 仿真验证了 PID 控制器对四旋翼姿态稳定控制的有效性。

1 四旋翼飞行器动力学模型的建立

1.1 四旋翼飞行器受力分析

对于飞行器的每个旋翼,剖面呈非对称,一旦旋翼旋转,由于上表面空气流速比下表面快,故上表面受到的空气压力小于下表面,上下表面受到的压差形成升力,如图 1 所示。旋翼 1、3 逆时针旋转,旋翼 2、4 顺时针旋转^[7-9]。由叶素动量理论可知,每个旋翼产生的升力 F_i 与电机转速 ω_i 的平方成正比,即 $F_i = k_F \omega_i^2$ ($i = 1, 2, 3, 4$),其中 k_F 为升力系数。

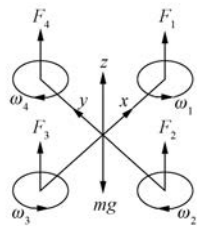


图 1 四旋翼飞行器受力分析图

当旋翼旋转时,空气阻力会阻碍其旋转。这种阻力形成施加在机体上的反扭转力矩,当 4 个旋翼转速相等时,旋翼产生的反扭矩作用相互抵消。四旋翼飞行器通过改变 2 对正反螺旋桨的转速实现对其运动控制。在 4 个旋翼转速相等的情况下,同时增加或者减少 4 个旋翼转速,可以实现飞行器上升或者下降。如果 4 个旋翼产生的升力之和等于机体重力,可以实现飞行器空中悬停。

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & \sin \varphi \cos \phi - \cos \varphi \sin \theta \sin \phi & \sin \varphi \sin \phi + \cos \varphi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi \cos \phi + \sin \varphi \sin \theta \sin \phi & \sin \varphi \sin \theta \cos \phi - \cos \varphi \sin \phi \\ \sin \theta & \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

在地理坐标系中,线位移用 x, y, z 表示,角位移用俯仰角 θ 、横滚角 ϕ 、偏航角 φ 表示,线速度用 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 表示,角速度用 $\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\varphi}$ 表示,在载体坐标系中线速度用 u, v, w 表示,角速度用 p, q, r 表示。将载体坐标系原点与地理坐标系原点重合,经过旋转,由式(2)可求得 p, q, r 与 $\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\varphi}$ 之间关系表示为

保持旋翼 2、4 的转速不变,改变旋翼 1 或者旋翼 3 的转速,飞行器在力矩 $l(F_3 - F_1)$ 或 $l(F_1 - F_3)$ 的作用下(其中 l 为电机轴线到飞行器中心距离),可实现俯仰运动。保持旋翼 1 和旋翼 3 的转速不变,改变旋翼 2 或者旋翼 4 的转速,飞行器在力矩 $l(F_4 - F_2)$ 或 $l(F_2 - F_4)$ 的作用下,可实现横滚运动。如果同时改变旋翼 1 和旋翼 3 的转速,或者同时改变旋翼 2 和旋翼 4 的转速,并保持飞行器总升力与机体重力相等,飞行器会在反扭矩的作用下实现偏航运动。由此可见,实现飞行器垂直运动的升力,以及实现俯仰、横滚、偏航运动的旋转力矩可以表示为

$$\begin{bmatrix} F \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_F \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \\ k_F l (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ k_F l (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ k_M (\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: F ——飞行器垂直运动的升力;

M_x, M_y, M_z ——四旋翼俯仰、横滚和偏航运动的旋转力矩;

k_F ——升力系数;

k_M ——旋转力矩系数。

1.2 动力学模型建立

为了描述飞行器的姿态和运动状态,需要引入地理坐标系 $n(X, Y, Z)$ 与载体坐标系 $b(x, y, z)$ 。地理坐标系又称为东北天坐标系,载体坐标系与飞行器固连,原点为飞行器中心。将地理坐标系与载体坐标系原点重合,并将地理坐标系分别绕 X, Y, Z 轴旋转 3 次之后可得到载体坐标系,地理坐标系到载体坐标系的转换矩阵可表示为^[10]

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\varphi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\varphi} \sin \phi \cos \theta \\ -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\varphi} \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

在低速飞行情况下,空气阻力可忽略不计,俯仰角 θ 、横滚角 ϕ 较小,可近似认为 $\sin \theta \approx \sin \phi \approx 0$, $\cos \theta \approx \cos \phi \approx 1$,因此式(3)可化简为

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (4)$$

在载体坐标系 b 中, 设飞行器在 x, y, z 轴方向所受旋翼升力分别为 F_x, F_y, F_z , 则飞行器所受旋翼升力向量为

$$\mathbf{F}_b = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由式(5)和式(2)可求得地理坐标系 n 中飞行器在 X, Y, Z 轴方向所受旋翼升力向量:

$$\mathbf{F}_n = \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \mathbf{F}_b = u_1 \begin{bmatrix} \sin \varphi \sin \phi + \cos \varphi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \varphi \sin \theta \cos \phi - \cos \varphi \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

地理坐标系 n 中, 在低速飞行情况下, 忽略空气阻力影响, 飞行器所受重力 $\mathbf{G}_n = [0 \ 0 \ -mg]^T$, 根据牛顿第二定律, 并结合式(6), 可得 X, Y, Z 轴线运动方程如下:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\sin \varphi \sin \phi + \cos \varphi \sin \theta \cos \phi) u_1 / m \\ \ddot{y} = (\sin \varphi \sin \theta \cos \phi - \cos \varphi \sin \phi) u_1 / m \\ \ddot{z} = \cos \theta \cos \phi (u_1 / m) - g \end{cases} \quad (7)$$

在载体坐标系中, 由牛顿-欧拉方程可得^[11]:

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}^b + \boldsymbol{\omega}^b \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega}^b) = \boldsymbol{\tau}^b \quad (8)$$

式中: \mathbf{I} ——转动惯量矩阵;

$\boldsymbol{\omega}^b$ ——载体坐标系下角速度, $\boldsymbol{\omega}^b = [p \ q \ r]^T$;

$\boldsymbol{\tau}^b$ ——力矩矩阵, $\boldsymbol{\tau}^b = [M_x \ M_y \ M_z]^T = [u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ 。

假设飞行器结构对称, 质量均匀, 则转动惯量矩阵 \mathbf{I} 可以认为是对角阵:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (9)$$

在低速飞行过程中, 角速度矢量较小, 式(8)中左边第二项可近似认为为零, 则式(8)可化简为

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

将式(10)转换可得:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_2 / I_{xx} \\ u_3 / I_{yy} \\ u_4 / I_{zz} \end{bmatrix} \quad (11)$$

由式(7)和式(11)可得四旋翼飞行器在低速飞行情况下的非线性动力学模型^[12-13]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\sin \varphi \sin \phi + \cos \varphi \sin \theta \cos \phi) u_1 / m \\ \ddot{y} = (\sin \varphi \sin \theta \cos \phi - \cos \varphi \sin \phi) u_1 / m \\ \ddot{z} = \cos \theta \cos \phi (u_1 / m) - g \\ \ddot{\phi} = u_2 / I_{xx} \\ \ddot{\theta} = u_3 / I_{yy} \\ \ddot{\varphi} = u_4 / I_{zz} \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可知, 四旋翼飞行器线运动不影响角运动, 但是角运动会影响线运动。以 u_1, u_2, u_3, u_4 为系统输入, 通过改变这 4 个输入变量的值, 可以改变飞行器的 3 个线位移和 3 个角位移, 从而实现对飞行器的运动控制。

2 四旋翼飞行器的控制系统构建与仿真

经典 PID 算法结构简单, 基于偏差设计反馈律, 不依赖受控对象的具体数学模型, 在很多过程控制中均有良好表现。尽管各种新的控制算法不断涌现, 但是并没有改变 PID 控制算法在工业控制中的主导地位。本文根据四旋翼在飞行过程中经常会遇到不确定外界干扰等情况, 设计了基于小扰动的 PID 控制器^[14], 如图 2 所示。

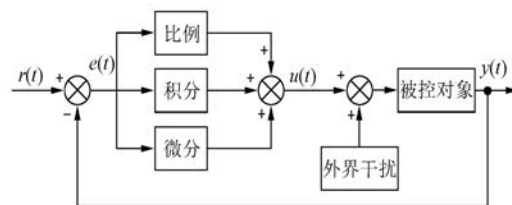


图2 PID控制器结构图

图2中, PID控制器的传递函数为 $G(s) = K_p +$

$\frac{K_i}{s} + K_d s$, 其参数根据被控对象的特性确定, 系统采用常用的工程整定法确定参数, 所得到的控制器参数如表 1 所示。

表 1 PID 控制器参数

控制通道	比例系数 K_p	积分系数 K_i	微分系数 K_d
俯仰	10	13.0	1.0
横滚	10	13.0	1.0
偏航	98	0.5	0.5

图 2 中外界干扰采用阶跃函数模拟, 以测试飞行器在平稳飞行过程中受到外界气流扰动(如阵风等)时姿态偏离预期的状态^[15]。

根据实验室所搭建的四旋翼, 经过试验测定并计算求得四旋翼飞行器的主要参数: $m =$

$1.05 \text{ kg}, l = 0.2 \text{ m}, I_{xx} = 2.215 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_{yy} = 2.215 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_{zz} = 5.156 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

根据四旋翼飞行器参数, 求得俯仰、模滚、偏航通道传递函数^[16]分别为:

$$G_1(s) = \frac{56s + 4\,330}{s^3 + 100s^2 + 898s + 3\,998} \tag{13}$$

$$G_2(s) = \frac{65s + 4\,605}{s^3 + 106s^2 + 998s + 3\,005} \tag{14}$$

$$G_3(s) = \frac{90}{s^2 + 402s} \tag{15}$$

在 MATLAB/Simulink 仿真平台中搭建各控制通道的仿真模型。俯仰通道 Simulink 仿真模型如图 3 所示。横滚和偏航控制通道模型与之类似。

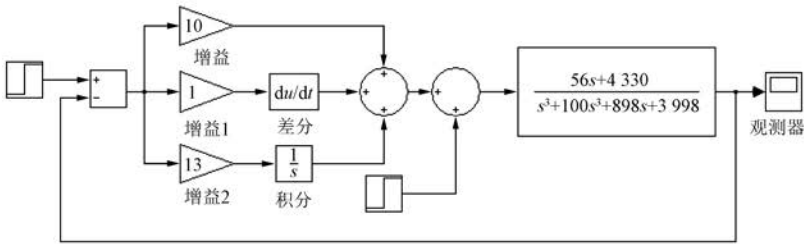


图 3 俯仰通道仿真模型

通过对各控制通道模型进行仿真, 得到小扰动情况下的俯仰角、横滚角、偏航角阶跃响应曲线, 如图 4~图 6 所示。

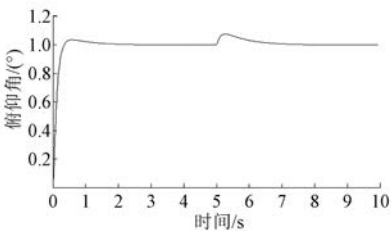


图 4 小扰动情况下俯仰角阶跃响应曲线

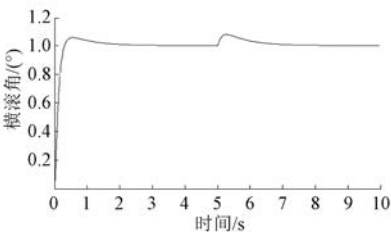


图 5 小扰动情况下横滚角阶跃响应曲线

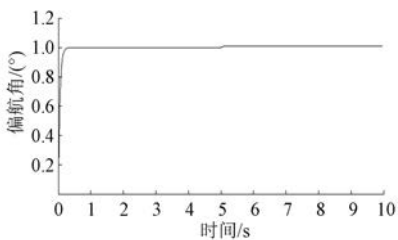


图 6 小扰动情况下偏航角阶跃响应曲线

从图 4~图 6 可以看出, 系统响应速度较快, 在约 1.0 s 跟踪到稳定状态, 基本没有稳态误差, 超调量较小, 偏航角阶跃响应超调量尤其小。为了测试系统在较小扰动情况下的稳定性, 在 5.0 s 时各控制通道分别加入了幅值为 1 的阶跃信号, 可以看出, 俯仰角和横滚角在 5.0 s 时出现一个较小的超调, 在经过 1.5 s 之后系统恢复稳态值, 偏航角则一直处于比较稳定的状态。由此表明, 系统设计的 PID 控制器具有一定的抗干扰能力。

3 结 语

本文在一定的误差允许范围内,对低速飞行情况下的四旋翼飞行器进行了线位移和角位移动力学建模,并建立了基于PID控制器的俯仰角、横滚角、偏航角 MATLAB/Simulink 仿真模型,进行抗干扰测试。仿真结果表明:所设计控制算法能够实现四旋翼飞行器姿态控制要求,具有较好的抗干扰性能。

【参考文献】

- [1] 杨帆, 佃松宜, 王仑. 四旋翼飞行器的显式模型预测控制[J]. 控制工程, 2019, 26(2): 295.
- [2] 张小明, 于纪言, 王坤坤. 自抗扰 PID 四旋翼飞行器控制方法研究[J]. 电子技术应用, 2019, 45(3): 84.
- [3] 滕雄, 吴怀宇, 陈洋, 等. 基于反步法的四旋翼飞行器轨迹跟踪研究[J]. 计算机仿真, 2016, 33(5): 78.
- [4] 唐明军, 孙帅. 基于 Lyapunov 指数法的四旋翼飞行器运动稳定性分析[J]. 机械强度, 2019, 41(2): 407.
- [5] 何泉林, 佃松宜, 蒲明. 干扰观测器补偿的四旋翼飞行器自适应离散终端滑模控制[J]. 电光与控制, 2017, 24(9): 11.
- [6] 刘敏, 吉月辉, 李俊芳, 等. 四旋翼飞行器自抗扰姿态控制[J]. 计算机仿真, 2016, 33(3): 71.
- [7] 赵玉颖, 姜香菊, 曾幼涵. 基于 Anti-windup PID 的四旋翼飞行器姿态控制研究[J]. 计算机科学, 2016, 43(增刊2): 551.
- [8] 田红鹏, 范振可. 四旋翼飞行器不完全微分 PID 控制算法研究[J]. 计算机仿真, 2016, 33(12): 58.
- [9] 龙诗科, 孙山林, 赵海盟. 基于滑模和 ESO 的四旋翼飞行器遥感机动观测姿态控制[J]. 地球信息科学学报, 2019, 21(4): 532.
- [10] 陈航科, 张东升, 盛晓超, 等. 四旋翼飞行器悬停状态姿态控制建模与仿真[J]. 计算机仿真, 2013, 30(11): 41.
- [11] 薛佳乐, 程珩. 基于串级 PID 四旋翼飞行器控制系统研究[J]. 电子技术应用, 2017, 43(5): 134.
- [12] 刘云平, 黄希杰, 李先影, 等. 四旋翼飞行器的滑模 PID 轨迹跟踪控制[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(12): 1859.
- [13] 郑航, 陈滨, 方景龙. 基于风场作用下的四旋翼飞行器建模与控制研究[J]. 工业控制计算机, 2019, 32(3): 49.
- [14] 李建国, 孟瑞锋, 董明飞, 等. 四旋翼飞行器 PID 控制器的设计及仿真[J]. 南方农机, 2019, 50(7): 20.
- [15] 陈晓磊, 颜俊. 四旋翼飞行器姿态与位置的 DIC-PID 控制[J]. 电光与控制, 2017, 24(12): 67.
- [16] 江杰, 冯旭光, 苏建彬. 四旋翼无人机仿真控制系统设计[J]. 电光与控制, 2015, 22(2): 27.

收稿日期: 2019-09-02

【期刊简介】

《电机与控制应用》(原《中小型电机》)创刊于1959年,是经国家新闻出版总署批准注册,由上海电器科学研究所(集团)有限公司主办的具有专业权威的电工技术类科技期刊。

期刊定位于电机、控制和应用三大板块,以中小型电机为基础,拓展新型的高效节能和微特电机技术,以新能源技术和智能控制技术引领和提升传统的电机制造技术为方向,以电机系统节能为目标开拓电机相关应用,全面报道国内外的最新技术、产品研发、检测、标准及相关的行业信息。

本刊每月10日出版,国内外公开发行人,邮发

代号 4-199。在半个多世纪的岁月中,本刊为我国中小型电机行业的技术进步与发展做出了巨大的贡献,在中国电机及其应用领域享有很高的声誉。

依托集团公司雄厚的技术实力和广泛的行业资源,《电机与控制应用》正朝着专业化品牌媒体的方向不断开拓创新,在全国科技期刊界拥有广泛的知名度,是“中国学术期刊综合评价数据库来源期刊”、“中国科学引文数据库来源期刊”、“中国学术期刊(光盘版)全文收录期刊”,得到了业内人士的普遍认可,备受广大读者的推崇和信赖,多次被评为中文核心期刊、中国科技核心期刊、全国优秀科技期刊。