

教材5.15

找出下列表达式的最一般的合一代换：

(a) $(\text{pointer } (\alpha)) \times (\beta \rightarrow \gamma)$

(b) $\beta \times (\gamma \rightarrow \delta)$ 如果(b)的 δ 是 α 呢？

$s(\beta) = \text{pointer } (\alpha) \quad s(\gamma) = \text{pointer } (\alpha) \quad s(\delta) = \text{pointer } (\alpha)$

如果(b)的 δ 是 α ,

$(\text{pointer } (\alpha)) \times (\beta \rightarrow \gamma)$

$\beta \times (\gamma \rightarrow \alpha)$ 没有合一代换

若 $s(\beta) = \text{pointer } (\alpha)$, 则 $s(\gamma) = \text{pointer } (\alpha)$, 进而 $s(\alpha) = \text{pointer } (\alpha) \Rightarrow$ 矛盾

教材 5.17

效仿例5.5, 推导下面map的多态类型:

$\text{map} : \forall \alpha. \forall \beta. ((\alpha \rightarrow \beta) \times \text{list } (\alpha)) \rightarrow \text{list } (\beta)$

map的ML定义是

```
fun map (f, l) =  
  if null (l) then nil  
  else cons (f (hd (l)), map (f, tl (l)) );
```

在这个函数体中, 内部定义的标识符的类型是:

$\text{null} : \forall \alpha. \text{list } (\alpha) \rightarrow \text{boolean};$

$\text{nil} : \forall \alpha. \text{list } (\alpha);$

$\text{cons} : \forall \alpha. (\alpha \times \text{list } (\alpha)) \rightarrow \text{list } (\alpha);$

$\text{hd} : \forall \alpha. \text{list } (\alpha) \rightarrow \alpha;$

$\text{tl} : \forall \alpha. \text{list } (\alpha) \rightarrow \text{list } (\alpha);$

行	定型断言	代换	规则
(1)	$f : \alpha$		(Exp Id)
(2)	$l : \beta$		(Exp Id)
(3)	$\text{map} : \gamma$		(Exp Id)
(4)	$\text{map}(f, l) : \delta$	$\gamma = \alpha \times \beta \rightarrow \delta$	(Exp FunCall)
(5)	$l : \beta$		从(2)可得
(6)	$\text{null} : \text{list}(\alpha_{\text{nu}}) \rightarrow \text{boolean}$		(Exp Id Fresh)
(7)	$\text{null}(l) : \text{boolean}$	$\beta = \text{list}(\alpha_{\text{nu}})$	(Exp FunCall)
(8)	$\text{nil} : \text{list}(\alpha_{\text{ni}})$		(Exp Id)
(9)	$l : \text{list}(\alpha_{\text{nu}})$		从(2)可得
(10)	$\text{hd} : \text{list}(\alpha_{\text{h}}) \rightarrow \alpha_{\text{h}}$		(Exp Id Fresh)
(11)	$\text{hd}(l) : \alpha_{\text{nu}}$	$\alpha_{\text{nu}} = \alpha_{\text{h}}$	(Exp FunCall)
(12)	$f : \alpha$		从(1)可得
(13)	$f(\text{hd}(l)) : \alpha_{\text{f}}$	$\alpha = \alpha_{\text{h}} \rightarrow \alpha_{\text{f}}$	(Exp FunCall)
(14)	$l : \text{list}(\alpha_{\text{nu}})$		从(2)可得
(15)	$\text{tl} : \text{list}(\alpha_{\text{t}}) \rightarrow \text{list}(\alpha_{\text{t}})$		(Exp Id Fresh)
(16)	$\text{tl}(l) : \text{list}(\alpha_{\text{nu}})$	$\alpha_{\text{nu}} = \alpha_{\text{t}}$	(Exp FunCall)
(17)	$f : \alpha_{\text{h}} \rightarrow \alpha_{\text{f}}$		从(1)可得
(18)	$\text{map} : (\alpha_{\text{m}} \rightarrow \beta_{\text{m}}) \times \text{list}(\alpha_{\text{m}}) \rightarrow \delta$		(Exp Id Fresh)
(19)	$\text{map}(f, \text{tl}(l)) : \delta$	$\alpha_{\text{h}} = \alpha_{\text{m}} ; \beta_{\text{m}} = \alpha_{\text{f}} ; \alpha_{\text{nu}} = \alpha_{\text{m}}$	(Exp FunCall)
(20)	$\text{cons} : (\alpha_{\text{c}} \times \text{list}(\alpha_{\text{c}})) \rightarrow \text{list}(\alpha_{\text{c}})$		(Exp Id Fresh)
(21)	$\text{cons}(f(\text{hd}(l)), \text{map}(f, \text{tl}(l))) : \text{list}(\alpha_{\text{f}})$	$\alpha_{\text{c}} = \alpha_{\text{f}} ; \delta = \text{list}(\alpha_{\text{f}})$	(Exp FunCall)
(22)	$\text{if} : \text{boolean} \times \alpha_{\text{i}} \times \alpha_{\text{i}} \rightarrow \alpha_{\text{i}}$		(Exp Id Fresh)

行	定型断言	代换	规则
(23)	$\text{if}(\dots) : \text{list}(\alpha_{ni})$	$\alpha_i = \text{list}(\alpha_{ni}) ; \alpha_{ni} = \alpha_f$	(Exp FunCall)
(24)	$\text{match} : \alpha_{\text{mat}} \times \alpha_{\text{mat}} \rightarrow \alpha_{\text{mat}}$		(Exp Id Fresh)
(25)	$\text{match}(\dots) : \text{list}(\alpha_{ni})$	$\alpha_{\text{mat}} = \text{list}(\alpha_{ni})$	(Exp FunCall)

习题 5.21

使用例5.9的规则，确定下列哪些表达式有唯一类型（假定 z 是复数）：

(a) $1 * 2 * 3$

(b) $1 * (z * 2)$

(c) $(1 * z) * z$

(a) 没有唯一类型， $1*2$ 为整数时， $(1*2)*3$ 也为整数； $1*2$ 为复数时，由于复数乘以整数仍为复数，故 $(1*2)*3$ 为复数类型

(b) 有唯一类型，由于复数乘以整数仍为复数， $z*2$ 为复数类型， $1*(z*2)$ 仍为复数类型

(c) 有唯一类型，由于复数乘以整数仍为复数，故 $1*z$ 为复数类型， $(1*z)*z$ 仍为复数类型