

Homework 3

1. 混同均衡:

进入者: 进入 | 弱进入者, 进入 | 强进入者

在位者: 合作

信念: $\text{Prob}(\text{强进入者} | \text{进入}) = 0.2$

这个混同均衡可以成立, 因为对于在位者来说, 如果有新进入者, 他选择合作的支付期望为 50, 选择斗争支付期望为 $60 \times 0.8 + 0 \times 0.2 = 48$, 所以在位者会选择合作。因而进入者也会选择进入。

2. 博士录取消极推测下混同均衡:

学生: 不申请 | 喜欢经济学; 不申请 | 讨厌经济学

学校: 不录取

信念: $\text{Prob}(\text{讨厌经济学} | \text{申请}) = 0.9$ (消极推测)

学生预期大学一定会拒绝, 而申请支付为 -1, 因而学生选择不申请。大学认为所有申请者讨厌经济学概率为 90%, 录取的支付为负, 因而大学选择不录取。

$$\sum \max_{\bar{w}(e)} V(q(e^*) - \bar{w}(e^*)) \quad (1)$$

$$e^* = \arg \max_e V(e, \bar{w}(e))$$

$$V(e^*, \bar{w}(e^*)) = \bar{V} \quad (2)$$

$$\left| \frac{\partial V}{\partial \bar{w}} \right| \left| \frac{\partial q}{\partial e} \right| = - \left| \frac{\partial V}{\partial e} \right| \quad (3)$$

$$q(e) = 100e - e^2 \quad \bar{V} = 1000 \quad V(e, w) = w - c^1 \quad \pi_P = q(e) - w(e)$$

$$(2): W_2(e) - e^2 = 1000 \Rightarrow W_I(e) = e^2 + 1000$$

$$(3): 1 \cdot (100 - 2e) = 2e \Rightarrow e^* = 25$$

$$w^* = 1625 \quad q^* = 1875 \quad \pi_A = 1000 \quad \pi_P = 250$$

在 e^* 处, w_2 的导数为 $2e^* = 50$, 最优线性合同: $w = 50e + 375$

4. $\pi_I = \begin{cases} U(w(q) + 50) & \text{诚实} \\ U(w(q)) & \text{说谎} \end{cases}$ $\pi_I = q - w(q)$

$U(w) = 100w - 0.1w^2$ $\bar{U} = U(100)$

q	-100	100	500
诚实	0.7	0.2	0.1
说谎	0.1	0.7	0.2

$\pi(\text{不/说谎}) = 0.1 U(w(-100)) + 0.7 U(w(100)) + 0.2 U(w(500))$

$\pi(\text{说谎}) = 0.7 U(w(-100) + 50) + 0.2 U(w(100) + 50) + 0.1 U(w(500) + 50)$

∴ 1) $0.1 U(w(-100)) + 0.7 U(w(100)) + 0.2 U(w(500))$

$\geq 0.7 U(w(-100) + 50) + 0.2 U(w(100) + 50) + 0.1 U(w(500) + 50)$

2) $0.1 U(w(-100)) + 0.7 U(w(100)) + 0.2 U(w(500)) \geq U(100)$

$w(q) = \begin{cases} 26.2 & q = -100 \\ 108.1 & q = 100 \\ 112.6 & q = 500 \end{cases}$

这里虽然 Honest 状态下生产的能力被削弱了 (相比 20% 100 20% 500), 然而最优合同中对于 $q = 100, 500$ 的工资却进行了上调。能力更弱的人反而在合同中拿到了更多支付。

这可能是由于较弱的能力使得人们更趋向于选择说谎以获得更大支付。为了减少说谎对公司造成的影响, 最优合同对工资进行上调。