普通物理I PHYS1181.02

彭鹏

Office: 物质学院8号楼301室
Email: pengpeng@shanghaitech.edu.cn

研究方向: 超快光谱、X射线阿秒脉冲产生、阿秒瞬态吸收光谱、
强场激光物理、飞秒激光成丝。
https://spst.shanghaitech.edu.cn/2021/0115/c2349a59066/page.htm

第一定律

上海科技大学 ShanghaiTech University

任何物体都保持静止或作匀速直线运动状态，
直到其它物体的作用迫使它改变这种状态为止。

- 牛顿运动定律中的物体指的是质点或作平动的物体。

- 牛顿第一定律提出了两个重要概念。

  - 惯性 —— 物体的固有属性（惯性定律）

  - 力 —— 使物体改变运动状态的原因

力，刑之所以奋也。 墨翟《墨经》

刑 —— 物体

奋 —— 由静而动 或 由慢而快

力 —— 物体的“奋”因

质点处于静止或匀速直线运动状态时：

$$\sum \vec{F}_i = 0$$ —— 静力学基本方程

第二定律

运动的改变和所加的力成正比;并且发生在这力所沿的直线的方向上。

实验表明：力满足矢量的平行四边形叠加定则。
质点所受的合力为所有作用在质点上的力的矢量和：

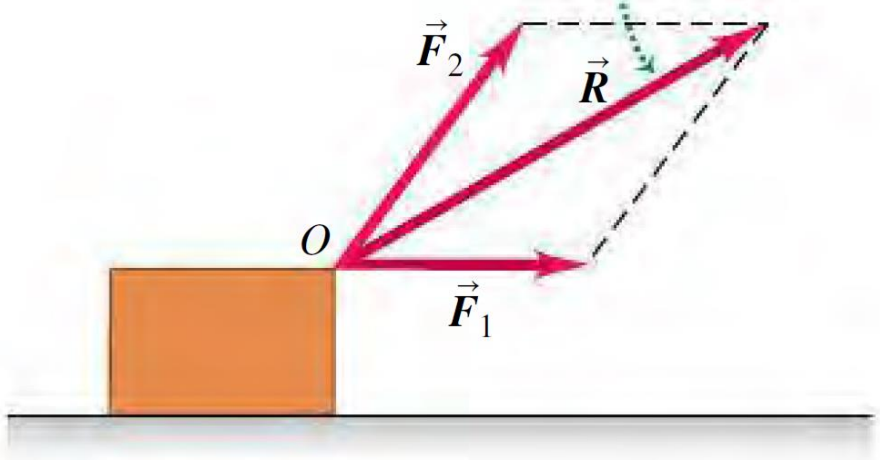
$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

在合力作用下，质点的加速度： $\vec{a}$

（1）加速度方向与合力方向相同

（2） $\vec{a} \propto \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}$

Two forces $\vec{F}_1$ and $\vec{F}_2$ acting on a body at point O have the same effect as a single force $\vec{R}$ equal to their vector sum.



- 瞬时性 —— 第二定律是一个瞬时关系式
- 矢量性 ——（矢量叠加定理）
- 对应性 —— $\vec{F}_i \Rightarrow \vec{a}_i$
- 质量是物体惯性大小的量度 —— 惯性质量

第二定律同时定义（a）力的量度（b）物体（惯性）质量

力的量度和物体质量通过第二定律协调定义。

在国际单位制中：
$\vec{F}$：N;
m：kg;
a：m/s^2

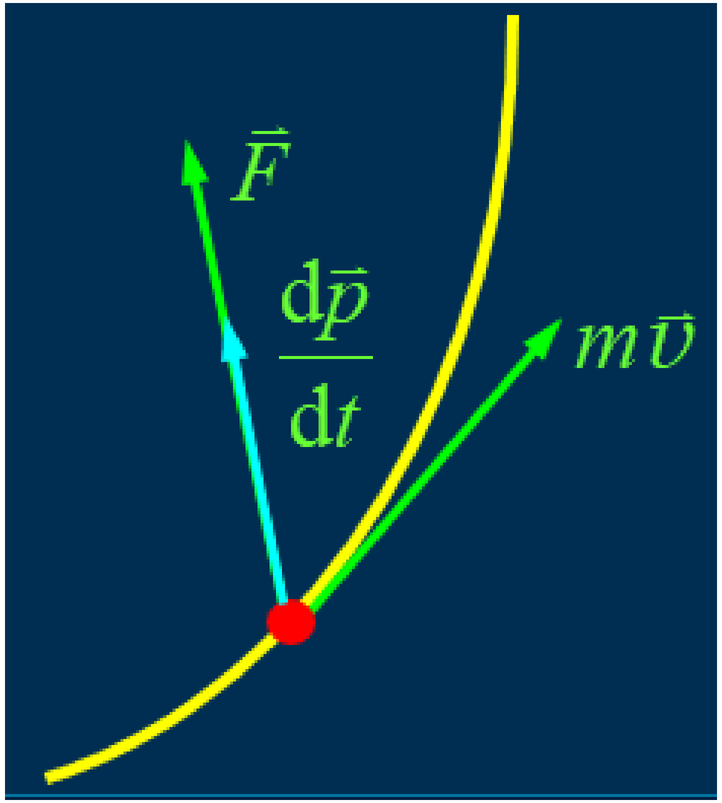
长度，质量，时间->操作定义
力->根据牛顿第二定律 衍生定义

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}$$

牛顿第二定律的等效形式：动量定理

物体受合力作用时，它的动量将发生变化。某时刻物体动量对时间的变化率等于该时刻作用在质点上的合力。即：

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$



- m为常量时，牛顿第二定律可表示为

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \vec{v}\frac{dm}{dt} = m\vec{a}$$

当v远小于c, m为常量

牛顿第二定律的等效形式：动量定理

由于 $$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

- 引入动量(momentum) $\vec{p} = m\vec{v}$,
- 因此有$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$，牛顿第二运动定律的另一表述是物体所受外力等于其动量对时间的变化率。

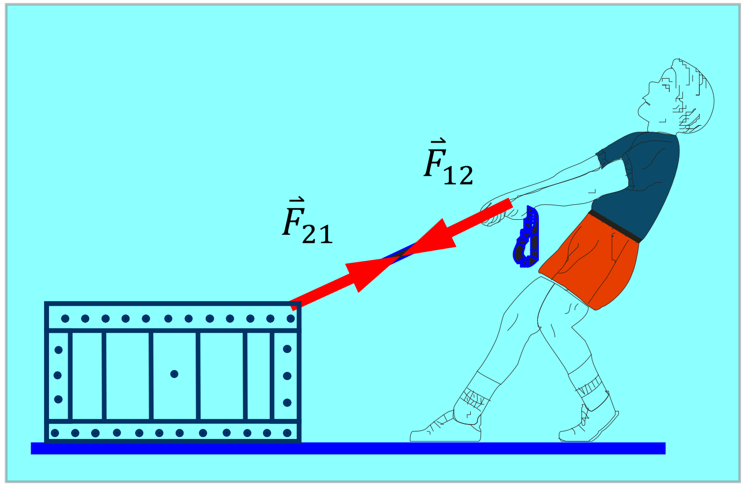
为什么要多此一举?

- 在引入相对论之后，物体的质量m将不再是一个恒定的值，而是随速度变化。$m = m_0/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$，其中，$m_0$是物体静止时的质量。$F = m\frac{dv}{dt}$不再成立。然而$F = dp/dt$依然成立。

第三定律

每一个作用总有一个相等的反作用与它对抗；或者说，两个物体之间的相互作用永远相等，且指向对方。两个物体间的相互作用力总是等值反向且沿着同一直线，即

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



- 注意

第三定律揭示了力的特性

- 成对性 —— 物体之间的作用是相互的；
- 一致性 —— 作用力与反作用力性质一致；
- 同时性 —— 相互作用之间是相互依存，同生同灭。

牛顿运动定律的适用范围

- 牛顿运动定律中的物体是指质点；
- 牛顿运动定律适用于惯性系；
- 牛顿运动定律适用于低速领域的宏观物体。

惯性系：牛顿定律适用的参考系。

一个参考系是否是惯性系，要依赖观测和实验的结果来判断。

相对于惯性系作匀速直线运动的参考系都是惯性系，作变速运动的参考系为非惯性系。

几种实用的惯性系

- 太阳参考系是一个实验精度相当高的惯性系。
- 地心参考系也是一个实验精度很高的惯性系。
- 地面参考系是一个近似程度很高的惯性系。

我们接触到的非惯性参考系：加速减速的车厢，过弯道的火车，启动停止的电梯等

牛顿三大定律更深刻的意义

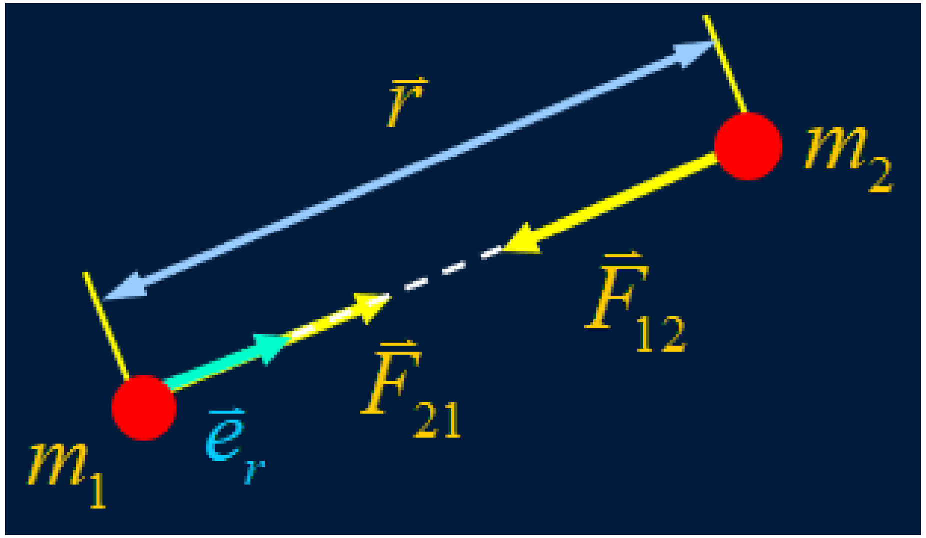
动量守恒定律：对于没有外力作用的系统，其动量守恒。（如果动量不守恒，则根据动量的改变速度来计算外力）。

动量守恒来源于空间平移不变性。因此牛顿三大定律也是空间平移不变性的直接结果。

因此牛顿三大定律的不适用的时候，空间平移不变性都被打破了。（比如非惯性系的情形）

力学中常见的几种力

万有引力：任意两个质点之间的相互吸引力



万有引力的大小

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

万有引力常量

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$$

万有引力定律的矢量式

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r$$

说明

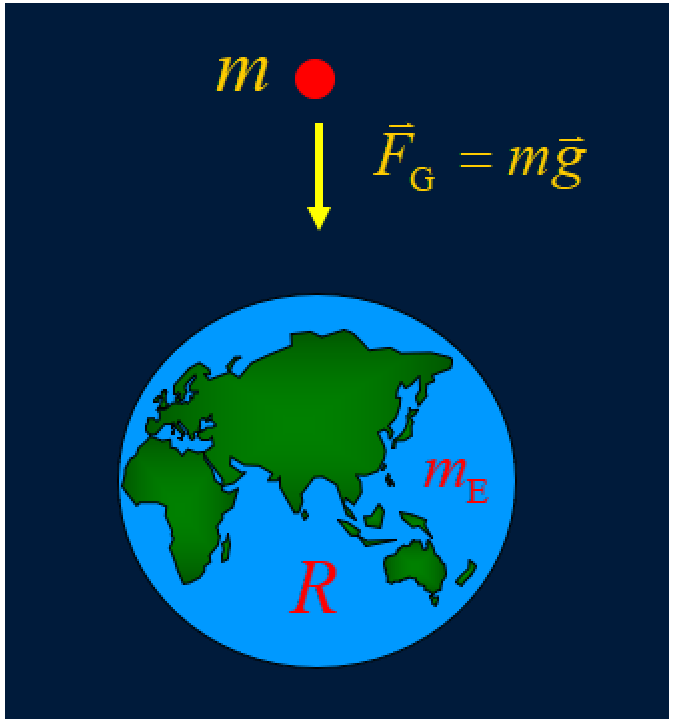
- 万有引力定律式适用于两个质点；
- 对于两个质量均匀的球体之间的引力，可以直接用万有引力定律式计算。

重力：地球对其表面附近物体的万有引力

设地球的质量为m_E，地球的半径为R，物体的质量为m

$$F_\mathrm{G}=G\frac{mm_\mathrm{E}}{R^2}$$

$$g=\frac{Gm_\mathrm{E}}{R^2}$$



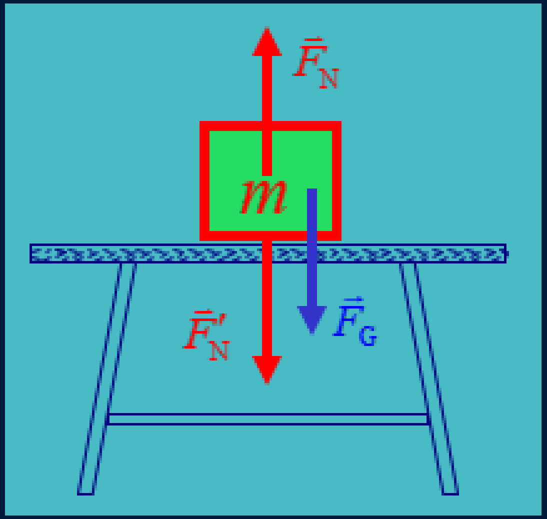
质量为m的物体所受重力为

$$\vec{F}_\mathrm{G}=m\vec{g}$$

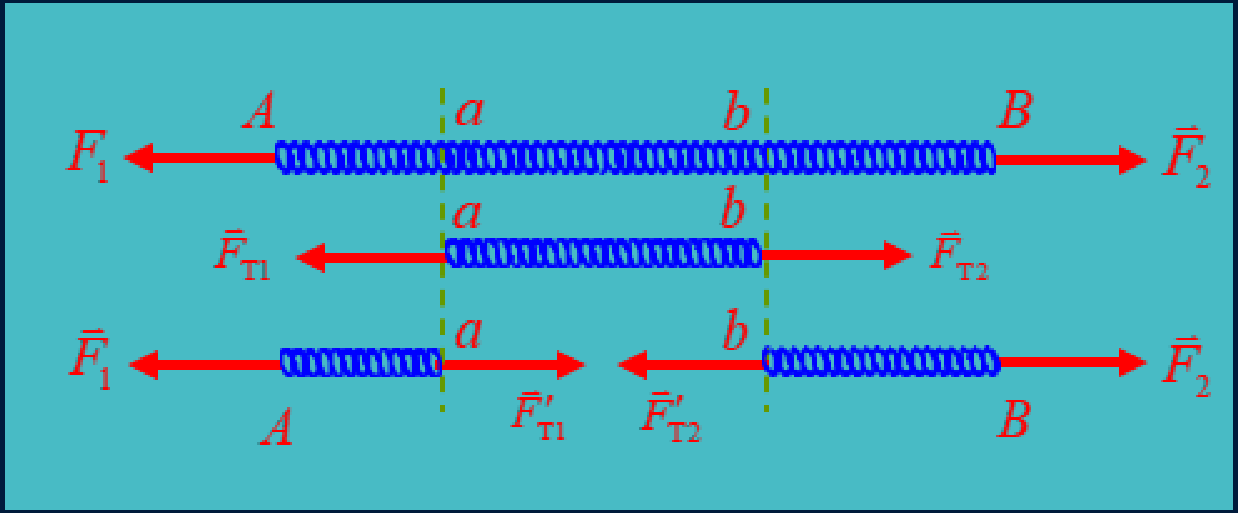
重力加速度 $g\approx 9.8\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$

◆弹性力：因形变而产生的恢复力

● 支承面的支承力

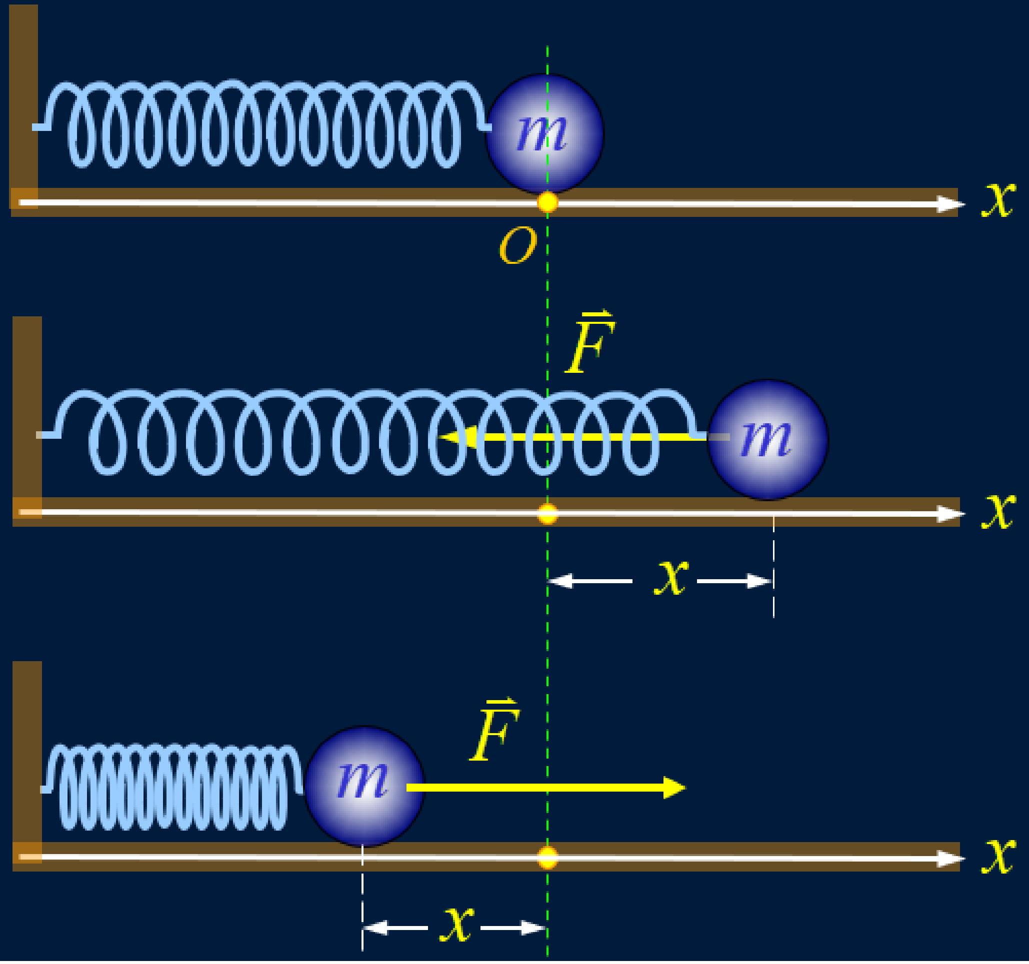


● 绳索内的张力



● 弹簧的弹性力

胡克定律 $F=-kx$ $\vec{F}=-kx\vec{i}$



$\vec{F}=0$

$F=-kx$

$F=-kx$

摩擦力：阻碍彼此接触的物体相对运动或相对运动趋势的力

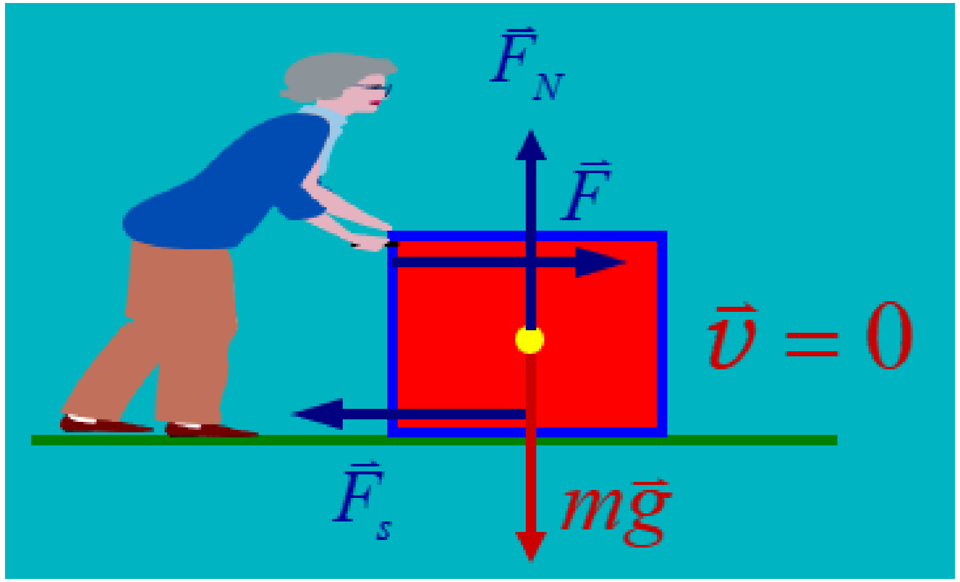
上海科技大学 ShanghaiTech University

静摩擦力：彼此接触的物体有相对运动趋势时，接触面间出现的摩擦力　$\vec{F}_S = -\vec{F}$

(1) **静摩擦力的大小随外力的变化而变化；**

(2) **静摩擦力的方向与接触面相对滑动趋势的指向相反；**

(3) **最大静摩擦力**



$$F_{S\max} = \mu_S F_N$$

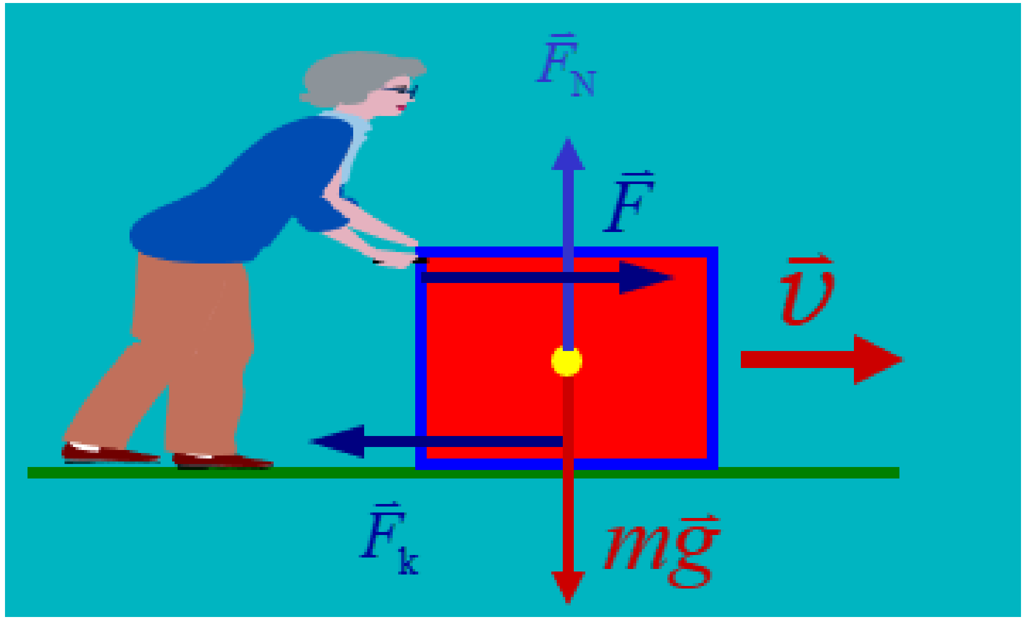
μ_S ：静摩擦系数

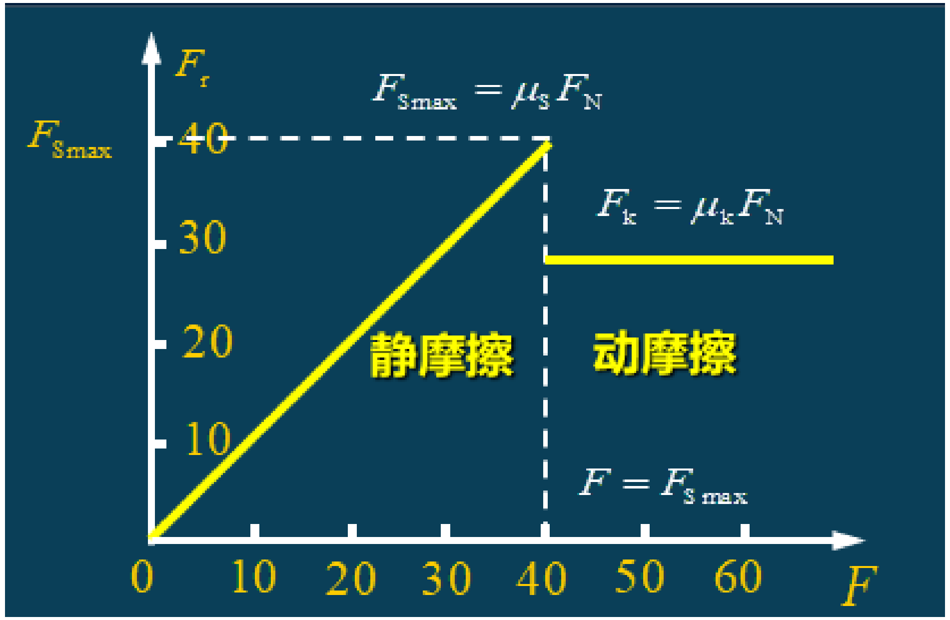
- 滑动摩擦力：相互接触的物体有相对滑动时，接触处出现的摩擦力

$$F_k = \mu_k F_N$$

μ_k 为滑动摩擦系数，滑动摩擦力的方向总与相对运动的方向相反。

$$\mu_k < \mu_S$$

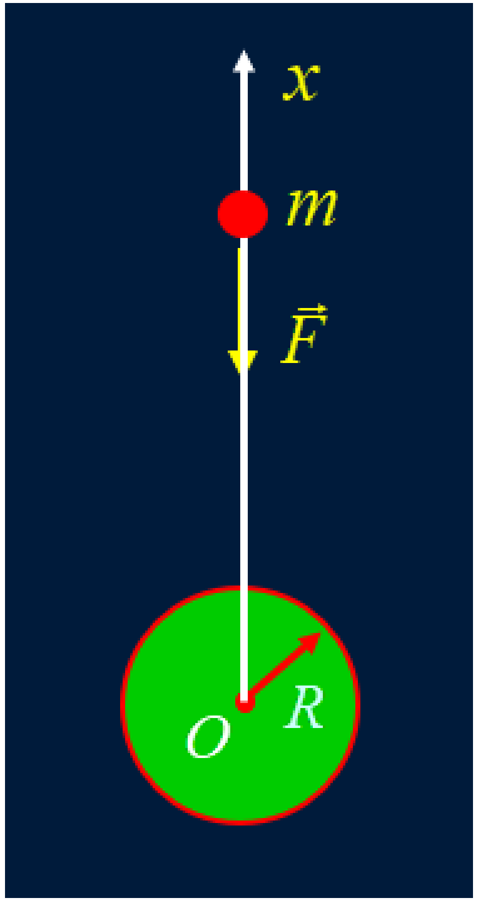




例　试问竖直上抛的物体最小应具有多大的初速度 v_0 才不再回到地球上来？不计空气阻力及其它作用力。

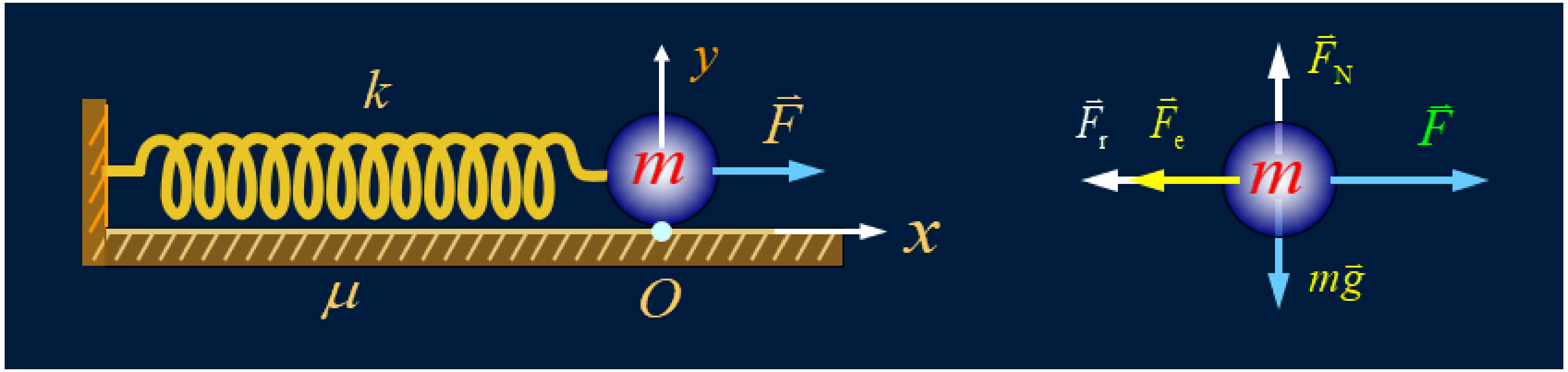
解　设上抛物体质量为 m, 地球质量为 m_E, 半径为 R

受力如图，建立如图所示坐标。



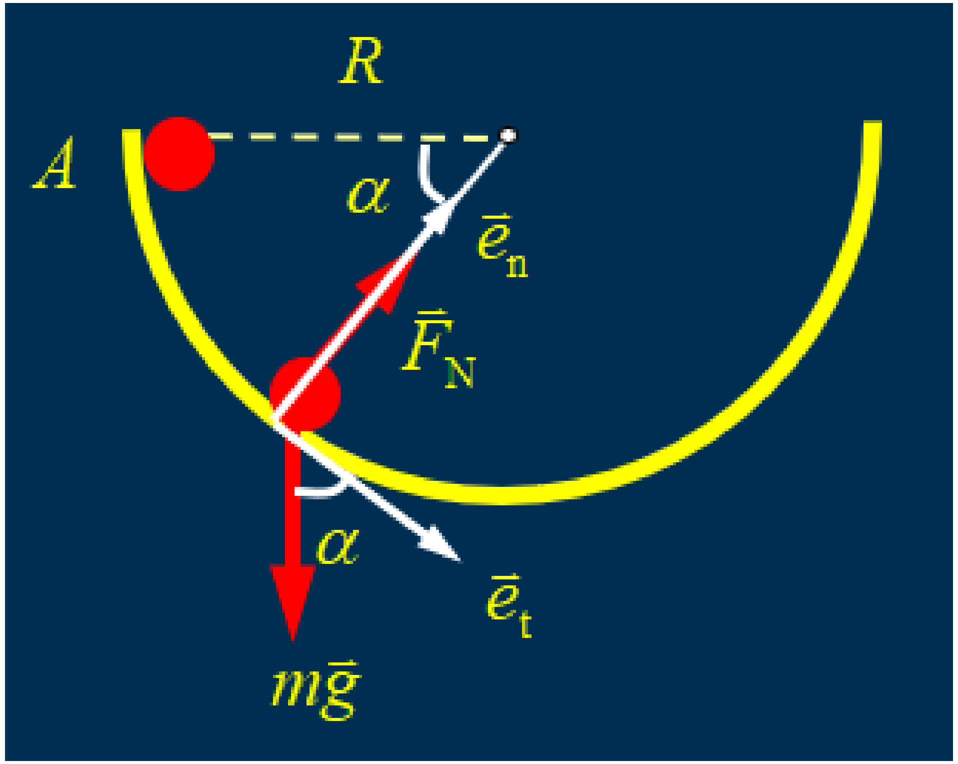
例　如图所示，质量为m的小球与劲度系数为k的轻弹簧构成弹簧振子系统。开始时，弹簧处于原长，小球静止，现以恒力F向右拉小球，设小球与水平面间的摩擦系数为μ。

求　小球向右运动的最大距离。



例　质量为m的小球最初位于半径为R的光滑圆弧面的顶端A点，然后小球沿光滑圆弧面从静止开始下滑。

求　小球在任一位置时的速度和对圆弧面的作用力。

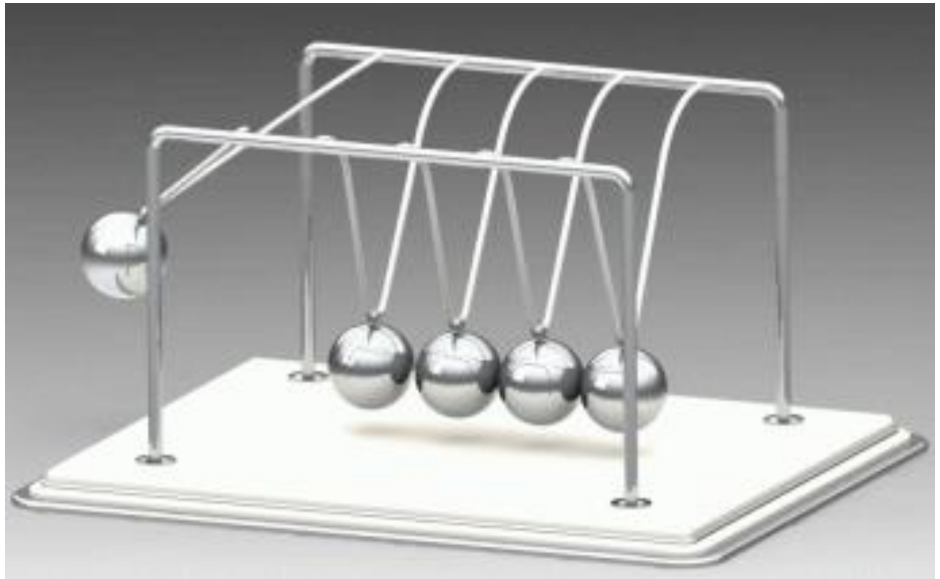


1. 四种基本相互作用（万有引力、电磁力、弱力、强力）

2. 非惯性系、惯性力

3. 功，常见的力做功，动能，动能定理

4. 保守力和势能，质点系的动能定理

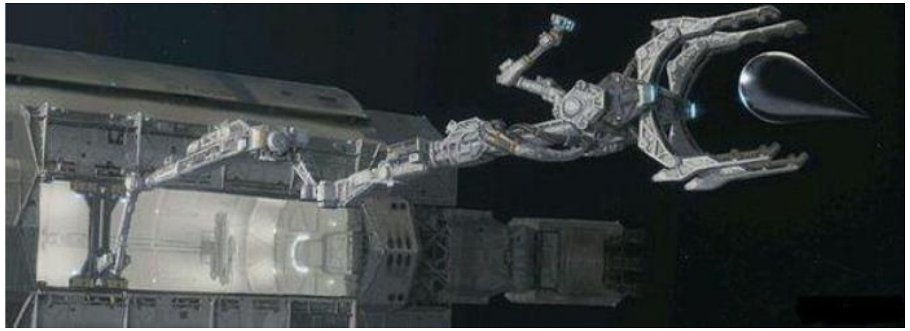


四种基本相互作用

万有引力的大小 $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ $G = 6.67 \times 10^{-11}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$

电磁力的大小 $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ $k = 9 \times 10^{9}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$

力的种类	相互作用的粒子	力的强度	力程
万有引力	一切质点	10^{-38}	无限远
弱力	大多数粒子	10^{-6}	小于 $10^{-17}\mathrm{m}$
电磁力	电荷	10^{-2}	无限远
强力	核子、介子等	1*	$10^{-15}\mathrm{m}$



“只能猜了。”丁仪抬头说，“这东西的分子，像仪仗队那样整齐地排列着，同时相互固结，知道这种固结有多牢固吗？分子像被钉子钉死一般，自身振动都消失了。”

“这就是它处于绝对零度的原因！”西子说，她和另外两名军官都明白丁仪的话意味着什么：在普通密度的物质中，原子核的间距是很大的，把它们相互固定死，不比用一套连杆把太阳和八大行星固定成一套静止的桁架容易多少。

“什么力才能做到这一点？”

“只有一种：强互作用力。”透过面罩可以看到，丁仪的额头上已满是冷汗。

在这段对话发生之后不久，水滴就开始了对人类联合舰队的毁灭行动，这个震撼行动让人类陷入空前的恐慌。

杨-米尔斯理论

温伯格
萨拉姆
格拉肖

→ 弱相互作用 电磁相互作用 → 电弱相互作用理论

三人于1979年荣获诺贝尔物理学奖．

鲁比亚，范德米尔实验证明电弱相互作用，1984年获诺贝尔奖．

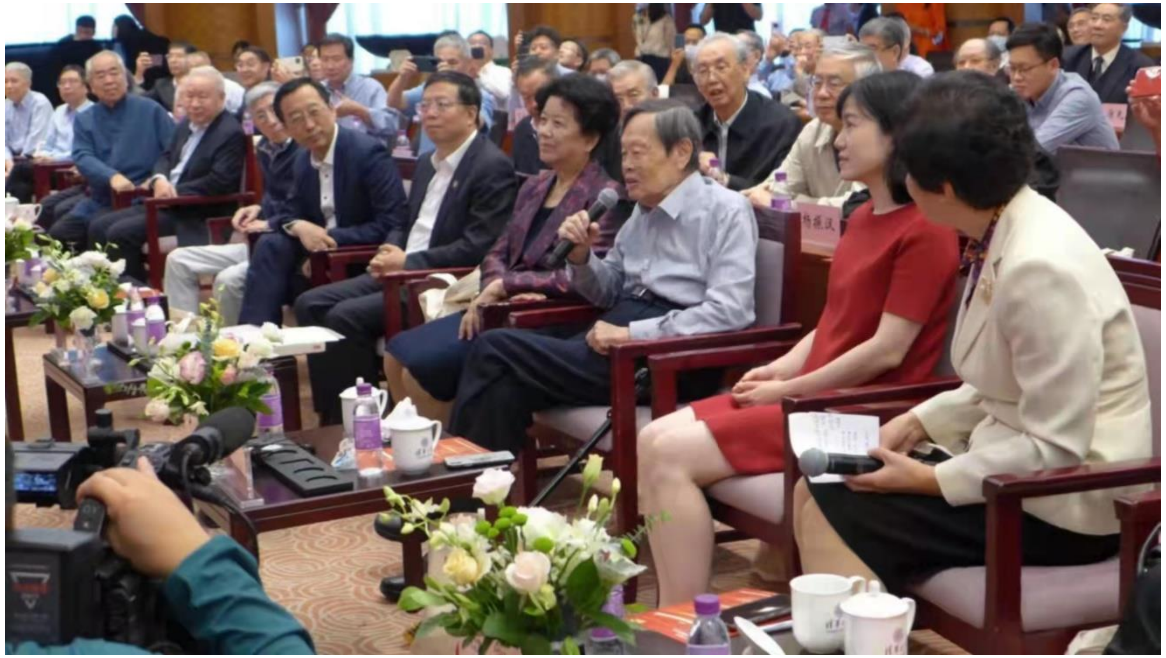
电弱相互作用
强相互作用
万有引力作用

→ "大统一"（尚待实现）

杨振宁：但愿人长久，千里共同途

原创 杨振宁 清华大学 3天前

杨振宁先生百岁诞辰：2021年9月22日



杨振宁最为著名的学术成果有两个：1954年的杨-米尔斯理论和1956年的宇称不守恒定律。他凭前者跻身顶级物理学家之列，凭后者与李政道先生共获1957年诺奖。

另一个成果杨-米尔斯理论，它是20世纪下半叶极其重要的物理突破，为物理学的发展提供了全新的数学武器。它是粒子物理学标准模型的基础，也是大一统理论的先驱。四种基本相互作用，除引力外的三种都是由杨-米尔斯理论描述的。

杨-米尔斯理论在50年代还只是一个有趣的物理创意，但很快它就成为了物理学的基础设施，多位物理学家因为从事与杨-米尔斯理论有关的研究，收获了诺奖

- 1979年，格拉肖、萨拉姆和温伯格完成了电磁力和弱力的统一，拿诺奖；
- 1999年，胡夫特和韦尔特曼阐明物理学中弱电相互作用的量子结构，拿诺奖；
- 2004年，格罗斯、维尔切克和波利策发现强相互作用理论中的渐近自由，拿诺奖。

1994年杨振宁因杨-米尔斯理论获得了由美国富兰克林学会颁发的鲍尔奖。颁奖文告是这样写的：

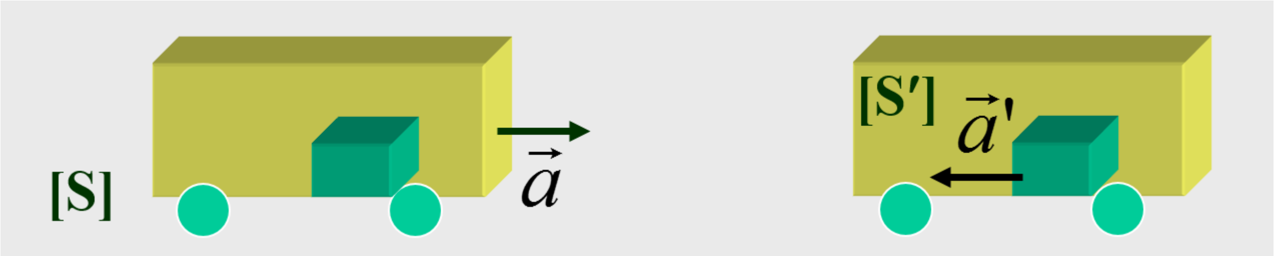
> 作为20世纪理性的杰作之一，这个理论解释了亚原子粒子的相互作用，深远地重新规划最近40年物理学和现代几何学的发展。**这个理论模型，已经排列在牛顿、麦克斯韦和爱因斯坦的工作之列**，这肯定会对未来几代人产生相类似的影响。

https://mp.weixin.qq.com/s/MrVpaMJU9AHcGoE1G9adtQ?

非惯性系

- 牛顿定律仅在惯性系中成立，反过来说，对于牛顿定律来说，所有的惯性系都是等价的（伽利略相对性原理）。

考虑如下两个参考系 S（地面）和 S′（相对于 S 加速运动的车厢）：



在 S 参考系中，滑块的运动符合牛顿定律。

而在 S′参考系中则不然。

牛顿定律不能成立的参照系——非惯性系。

惯性系通常是一种近似

实际上，没有严格意义上的惯性系存在，惯性系只是参考系的一个理想物理模型。

实际工作中常常根据具体情况选用一些近似惯性系。比如在研究地面上物体的运动时，选用地面参考系就是一个很好的近似。

地面参考系

地心参考系

太阳参考系

上海科技大学 ShanghaiTech University

$$\vec{F}' \equiv \vec{F} = m\vec{a}_0 + m\,\vec{a}\,'$$

设 S 为惯性系，S' 为非惯性系

S' 相对于 S 加速度为：$\vec{a}_0 = \dfrac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}t}$

两个平动参考系之间，加速度变换 $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$

若质点 m 在 S 系中满足牛顿第二定律：$\vec{F} = m\vec{a}$

考虑到力与参考系无关 ➡ $\vec{F}' \equiv \vec{F} = m\vec{a}_0 + m\,\vec{a}\,'$

则在 S' 系中：$\vec{F}' \neq m\vec{a}'$ ➡ 牛顿第二定律在非惯性系不成立！

平动加速参考系中的惯性力

但是，若在非惯性系引入虚拟力（惯性力）：

$$\vec{F}_{\mathrm{I}} = -m\vec{a}_0$$

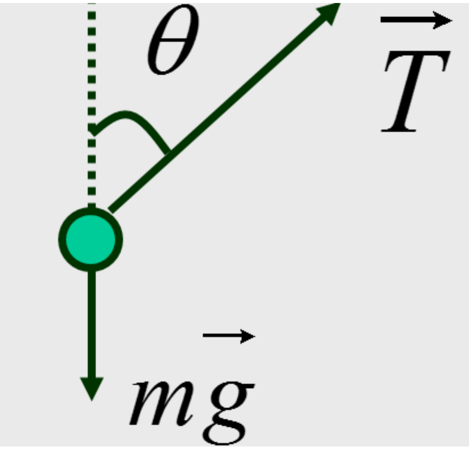
在非惯性系 S' 系中：

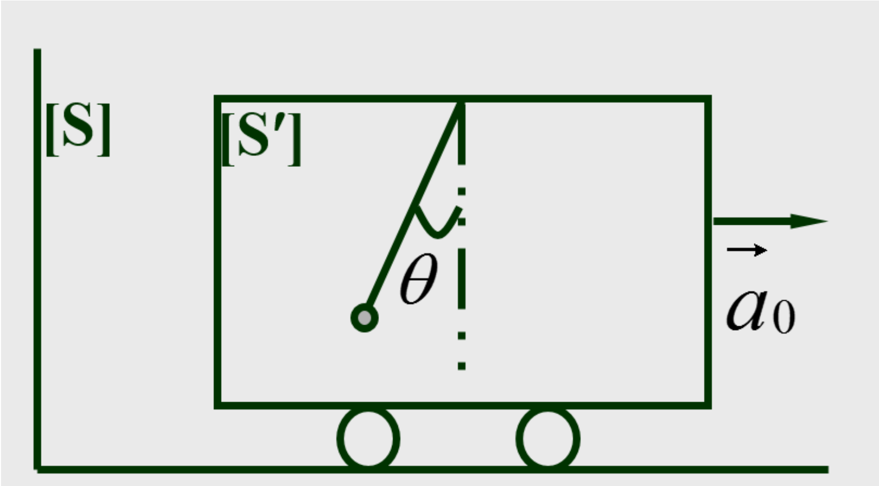
$$\vec{F} + \vec{F}_{\mathrm{I}} = m\vec{a}\,'$$

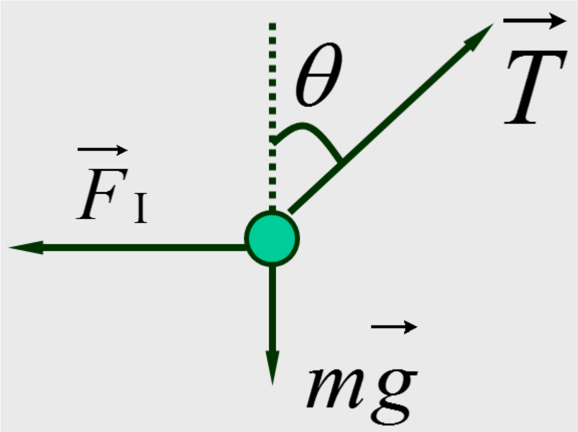
牛顿第二定律在非惯性系形式上成立

- ➢惯性力不是真正作用在物体上的力！
- ➢惯性力无施力者，也无反作用力。

在惯性和非惯性系中分析同一问题的例子







- 在 S 系中，小球受力如图

$$\vec{T}+m\vec{g}=m\vec{a}_0$$

小球以 $\vec{a}_0$ 加速运动！

- 在 S'系中，小球受力如图

$$\vec{T}+m\vec{g}+\vec{F}_{\mathrm{I}}=0 \qquad \vec{F}_{\mathrm{I}}=-m\vec{a}_0$$

平衡位置： 小球静止！

$$\tan\theta=\frac{a_0}{g}$$

匀速转动参照系中静止物体的惯性力

铁块相对于地面参考系的运动:

$$\boldsymbol{a} = -\omega^2 \boldsymbol{r} \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho}, v = \omega r$$

$$\boldsymbol{f_s} = m\boldsymbol{a} = -m\omega^2 \boldsymbol{r}$$

站在圆盘上观察，即相对于转动的圆盘参考系，铁块是静止的

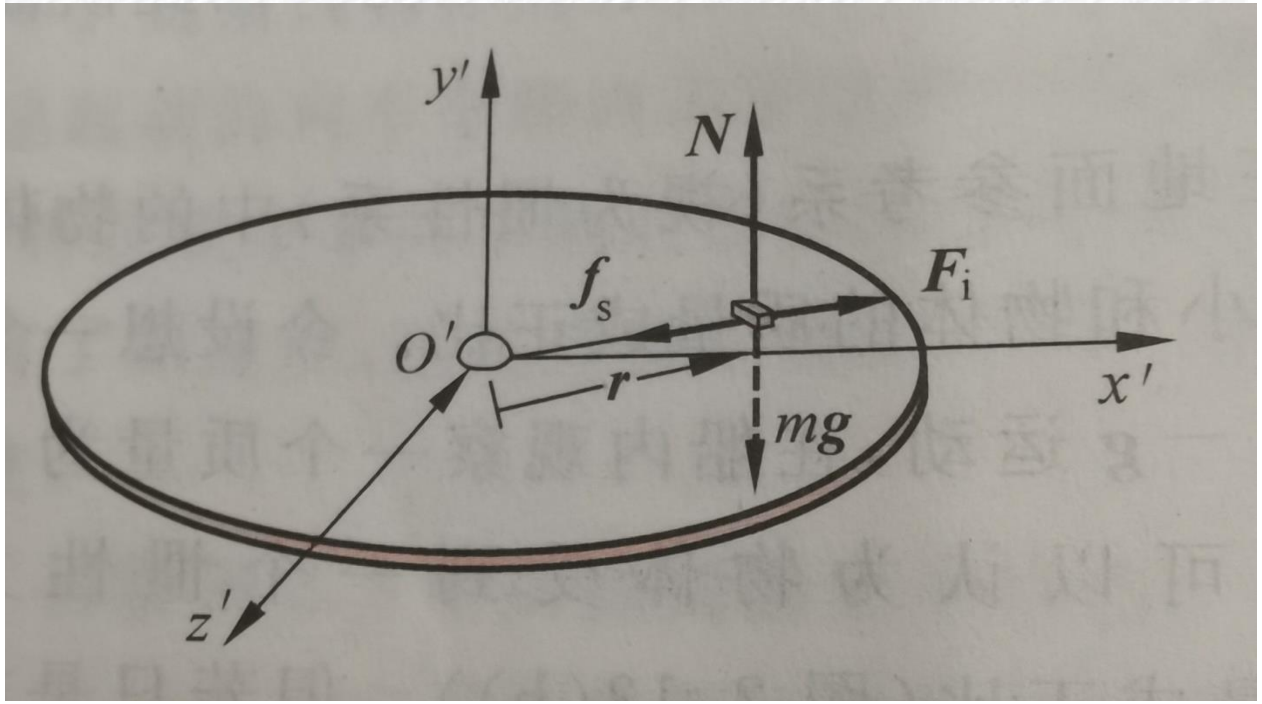
$$\boldsymbol{a}' = 0$$

$$\boldsymbol{f_s} + F_i = 0$$

$$F_i = m\omega^2 \boldsymbol{r}$$

惯性离心力，虚拟力，汽车拐弯

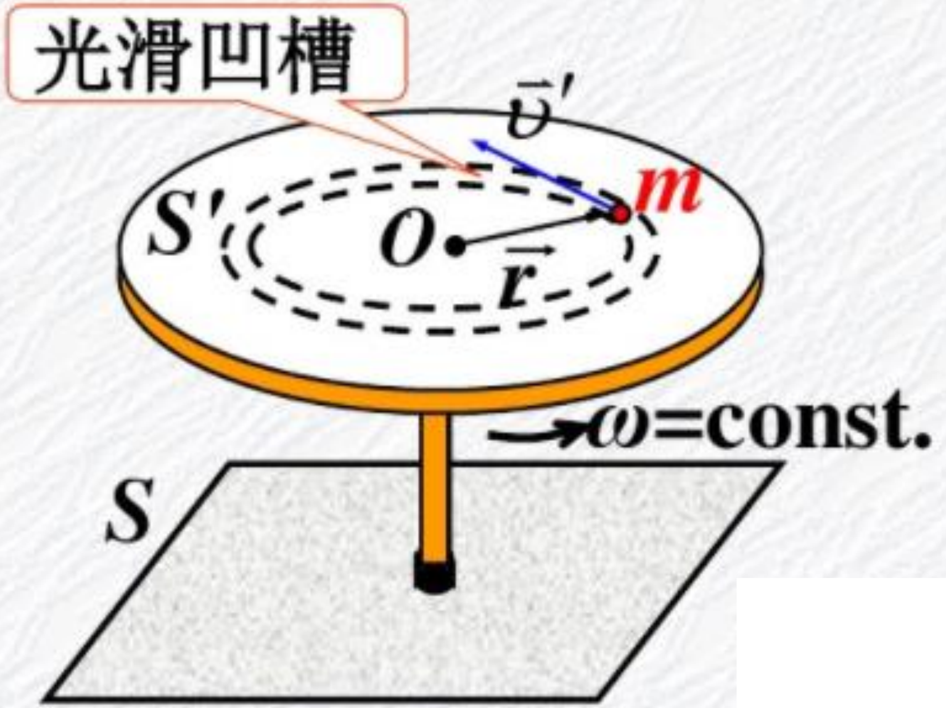
在匀速转动的参考系上考察一个静止物体

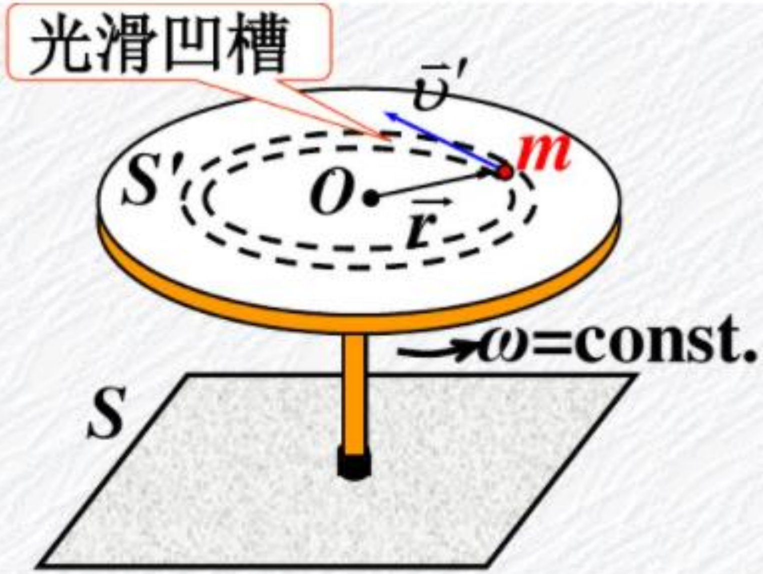


匀速转动参照系中运动物体的惯性力

如图，质点m在转动参考系（设为S'系）中沿一光滑凹槽运动，

速度为$\vec{v}'$





在惯性系（地面）S：

$$F = m\frac{(v'+r\omega)^2}{r} = m\frac{v'^2}{r} + 2mv'\omega + mr\omega^2$$

在非惯性系（圆盘）S′： 向心加速度 $a' = \dfrac{v'^2}{r}$，

$$F \neq ma'$$

将惯性系（地面S）中的牛二定律式

$$F = m\frac{v'^2}{r} + 2mv'\omega + mr\omega^2$$

转换到非惯性系（圆盘）S′中使用：

$$F \underbrace{-2mv'\omega - mr\omega^2}_{\text{惯性力}} = m\frac{v'^2}{r}$$

分析： $\boxed{mr\omega^2}$ ---惯性离心力

$\boxed{2mv'\omega}$ ----科里奥利力

科里奥利力　惯性离心力

$$F - 2mv'\omega - mr\omega^2 = m\frac{v'^2}{r}$$ 在非惯性系中牛二的形式

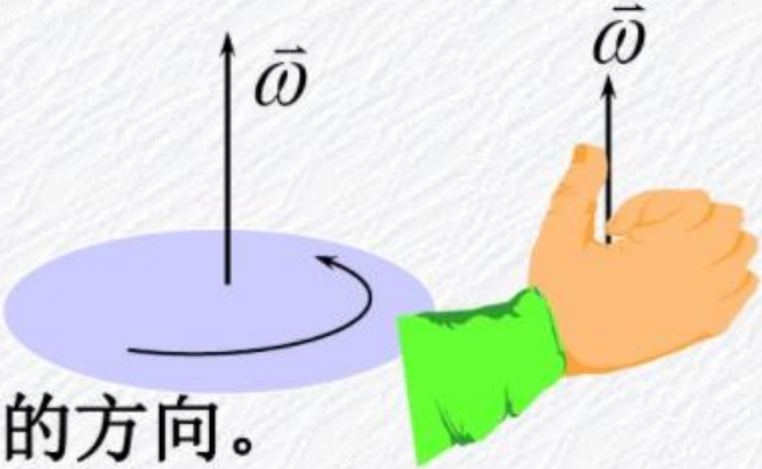
推广到一般表示式：

首先引入角速度矢量 $\vec{\omega}$

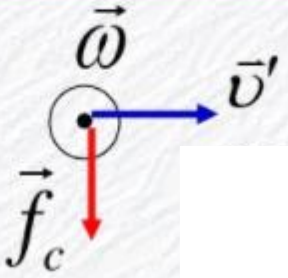
角速度矢量方向：

四指绕物体旋转方向，

拇指的指向就是角速度的方向。



科氏力： $\boxed{\vec{f}_c = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}}$



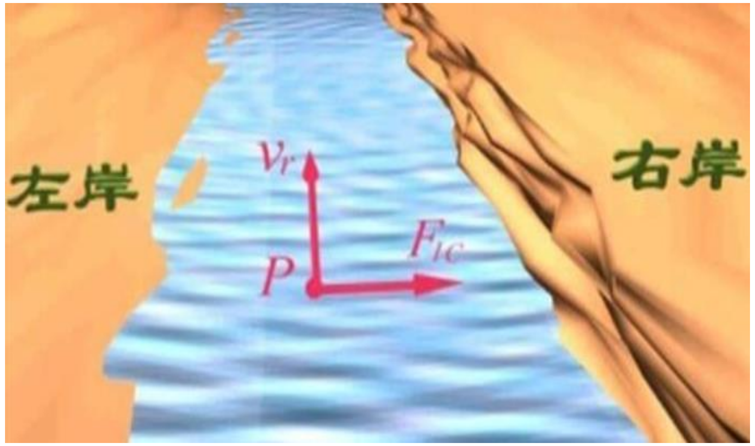
一般表示式：

$$\boxed{\vec{F} + 2m\vec{\upsilon}' \times \vec{\omega} + m\omega^2\vec{r} = m\vec{a}'}$$

惯性力： $\vec{F}_i = 2m\vec{\upsilon}' \times \vec{\omega} + m\omega^2\vec{r}$

则有： $\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}'$

在非惯性系中，只要在受力分析时加上惯性力后，就可形式上使用牛顿定律。



柏而定律的一般化解释：**沿运动方向，北半球的物体受到向右的科里奥利力，南半球的物体受到向左的科里奥利力。**

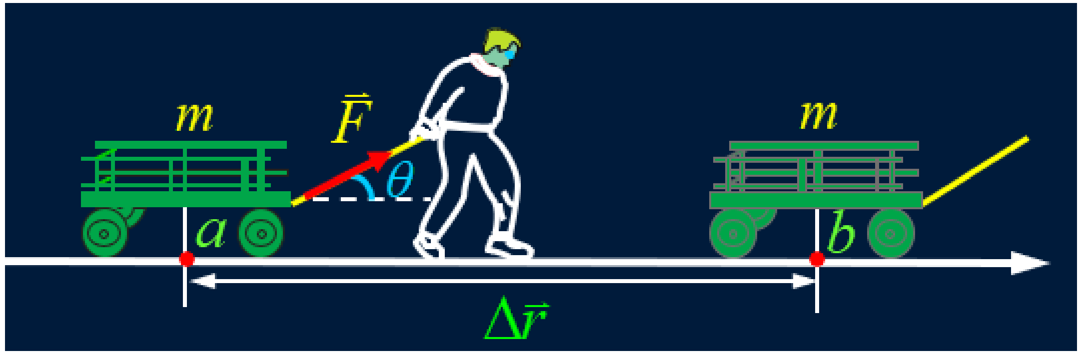
生活中也可以看到很多有关的有趣现象：

- **北半球的人鞋底的右侧往往比左侧先磨破，而南半球相反。**
- **北半球车子轮胎的右侧比左侧磨损的厉害，南半球则是左偏，在赤道上是不偏转的，到了两极地区则偏转的最厉害。**

1. 恒力的功

恒力 $\vec{F}$ ，夹角θ

位移 $\Delta\vec{r}$ ，路程Δs



$$A = (F\cos\theta)\Delta s \;= F|\Delta\vec{r}|\cos\theta$$

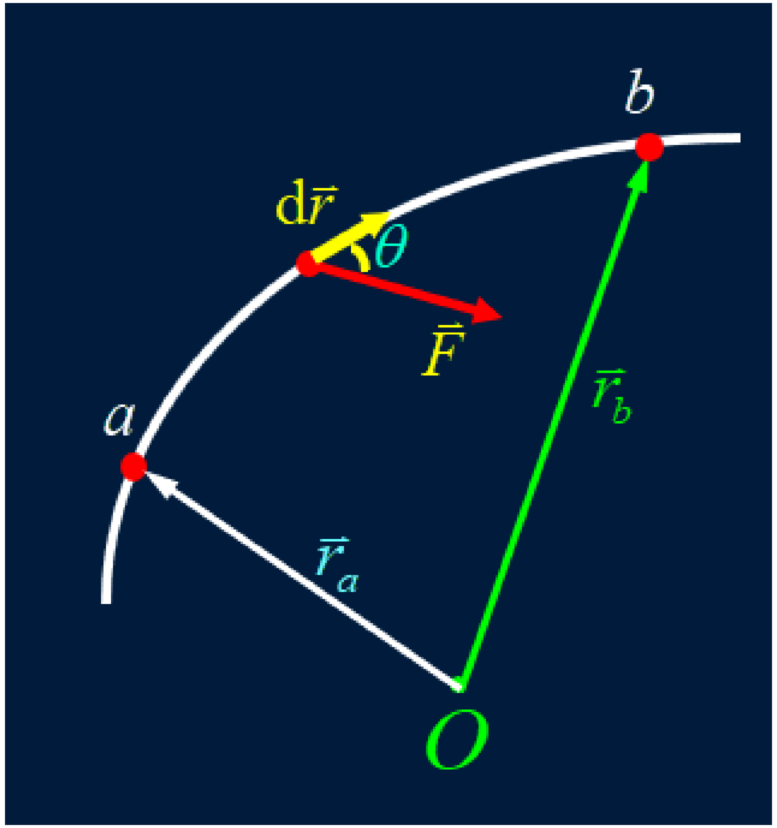
$$A = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

- 功是标量
- 功有正功、负功之分，功的正负功取决于θ。
- 力对物体作负功，也可以说物体反抗外力作功。

2. 变力的功

取元位移 $\mathrm{d}\vec{r}$， 在 $\mathrm{d}\vec{r}$ 范围内， 作用力 $\vec{F}$ 可认为是恒力
在任一元位移 $\mathrm{d}\vec{r}$上， 力 $\vec{F}$ 所作的元功

$$\mathrm{d}A = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} \quad = F|\mathrm{d}\vec{r}|\cos\theta$$



元功等于力与元位移的标积

或 $\mathrm{d}A = F\cos\theta\mathrm{d}s$

由a点移动到b点， 总功

$$A = \int_a^b \mathrm{d}A = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \int_a^b F\cos\theta\mathrm{d}s$$

功是过程量， 是力的一种空间累积效应

➢ 讨论

(1) 在直角坐标系中

$$A=\int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_a^b (F_x dx+F_y dy+F_z dz)$$

(2) 合力 $\vec{F}$ 的功 —— **等于各分力沿同一路径所作功的代数和**

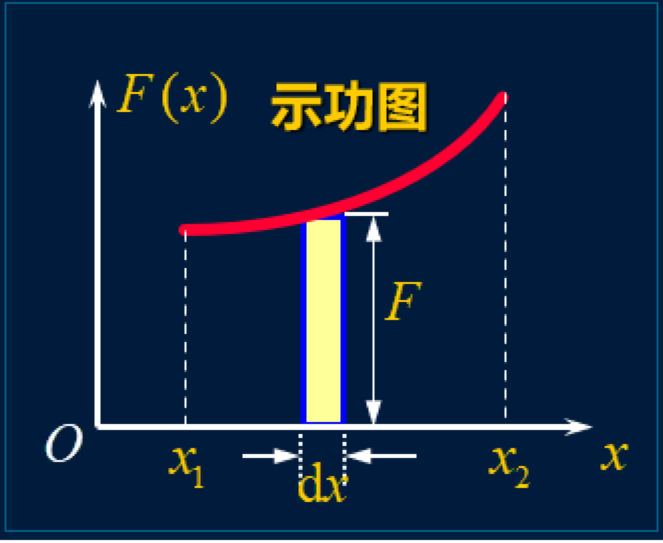
$$A=\int_{r_a}^{r_b}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_a^b(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_n)\cdot d\vec{r}$$

$$=\int_a^b\vec{F}_1\cdot d\vec{r}+\int_a^b\vec{F}_2\cdot d\vec{r}+\cdots+\int_a^b\vec{F}_n\cdot d\vec{r}$$

$$=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

(3) 功在数值上等于示功图曲线下的面积

$$A=\int_{x_1}^{x_2}F(x)dx$$

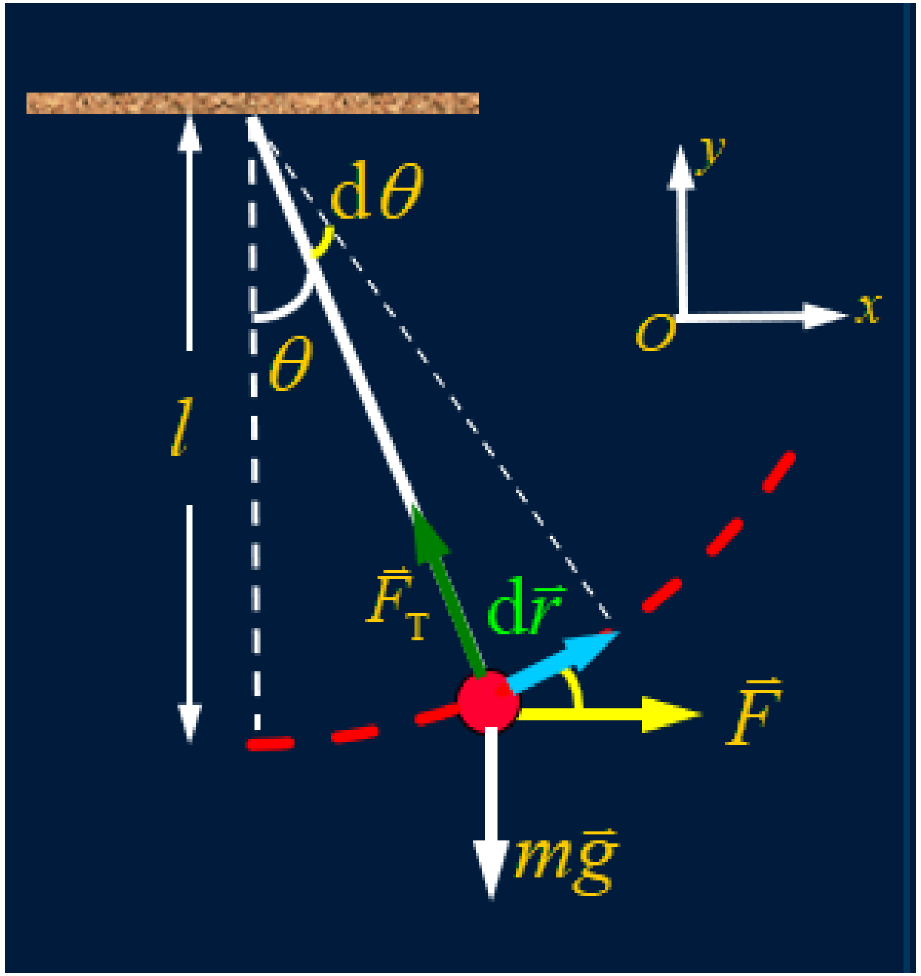


(4) 功率

$$P=\frac{dA}{dt}=\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt}=\vec{F}\cdot\vec{v}$$

例　有一长为l、质量为m的单摆，最初处于铅直位置且静止。现用一水平力$\vec{F}$作用于小球上，使单摆非常缓慢的上升（即上升过程中每一位置近似平衡）。用摆球与铅直位置的夹角q表示单摆的位置。

求　当θ由0增大到θ_0的过程中，此水平力$\vec{F}$所作的功？

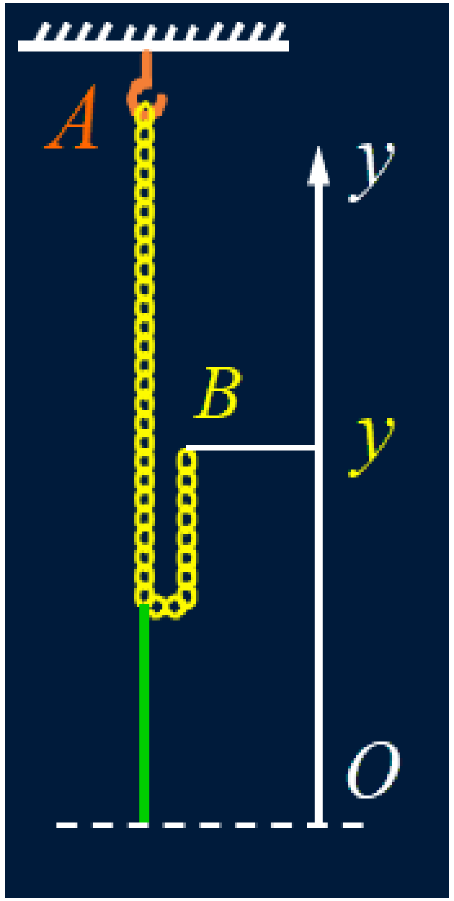


例　设作用于质量$m = 2\text{kg}$的物体上的力为$F = 6t$，在该力作用下物体由静止出发，沿力的作用方向作直线运动。

求　在前2s时间内，这个力所作的功。

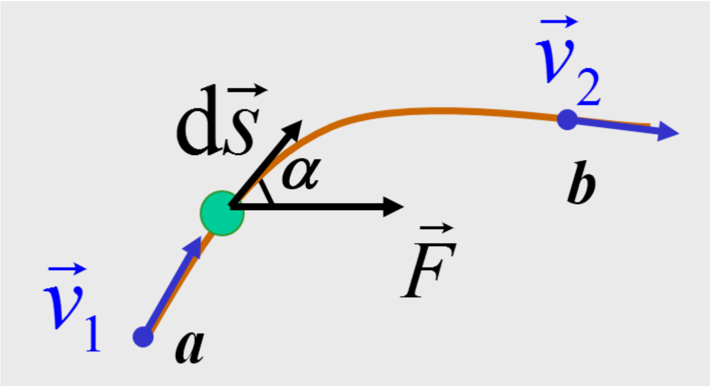
例　一条长为l、质量为m的均质柔绳AB，A端挂在天花板的钩上，自然下垂。现将B端沿铅垂方向提高到与A端同一高度处。

求　该过程中重力所作的功。



做功的效果：质点的动能定理

设质点m在力的作用下沿曲线从a点移动到b点



$$\mathrm{d}A=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=F\cos\alpha\,\mathrm{d}s$$

$$F\cos\alpha=ma_\mathrm{t}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{d}A=F\cos\alpha\,\mathrm{d}s=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}s=mv\mathrm{d}v$$

总功：

$$A=\int\mathrm{d}A=\int_{v_1}^{v_2}mv\mathrm{d}v=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=E_{\mathrm{k}b}-E_{\mathrm{k}a}$$

无论走的路径是什么样的，力的作用方向、过程是什么样的，总功可以由起始+终末的状态确定！

质点的动能定理

净合外力对质点所做的功等于质点动能的增量。

$$\boxed{A=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=E_{kb}-E_{ka}}$$

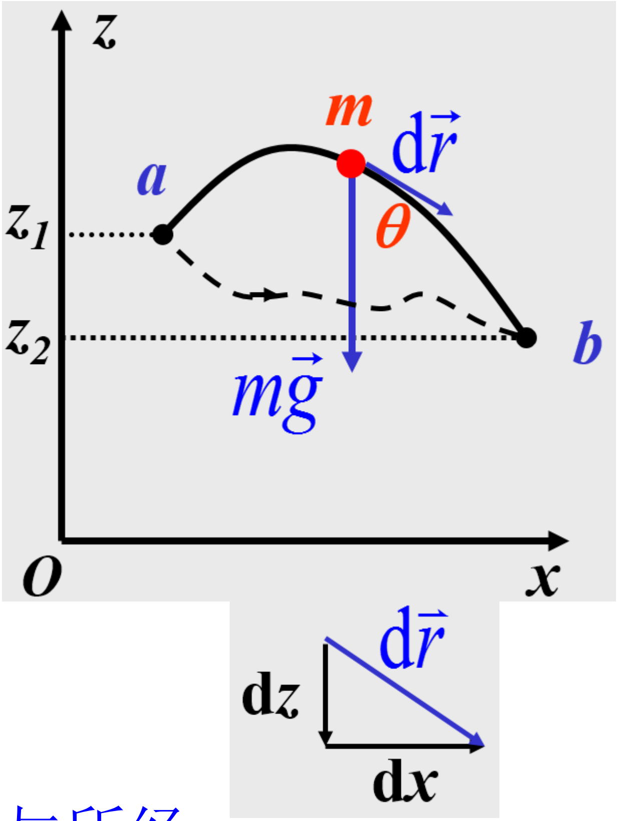
说明

1. 合外力的功是动能变化的量度。$A>0\to E_{kb}>E_{ka}$，　$A<0\to E_{kb}<E_{ka}$
2. A,E_{k} 与参考系有关，不同惯性系里它们的大小是不一样的
3. 动能定理只在惯性系中成立。

几种常见力的做功：重力

上海科技大学 ShanghaiTech University

质量为m的质点，从a点运动到b点



$$\mathrm{d}A = m\vec{g}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$m\vec{g} = -mg\vec{k} \qquad \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\vec{i} + \mathrm{d}z\vec{k}$$

$$\mathrm{d}A = -mg\vec{k}\cdot(\mathrm{d}x\vec{i} + \mathrm{d}z\vec{k}) = -mg\mathrm{d}z$$

$$\boxed{A = -mg\int_{z_1}^{z_2}\mathrm{d}z = mgz_1 - mgz_2}$$

- 重力作功只与质点的起始和终了位置有关， 而与所经过的路径无关。

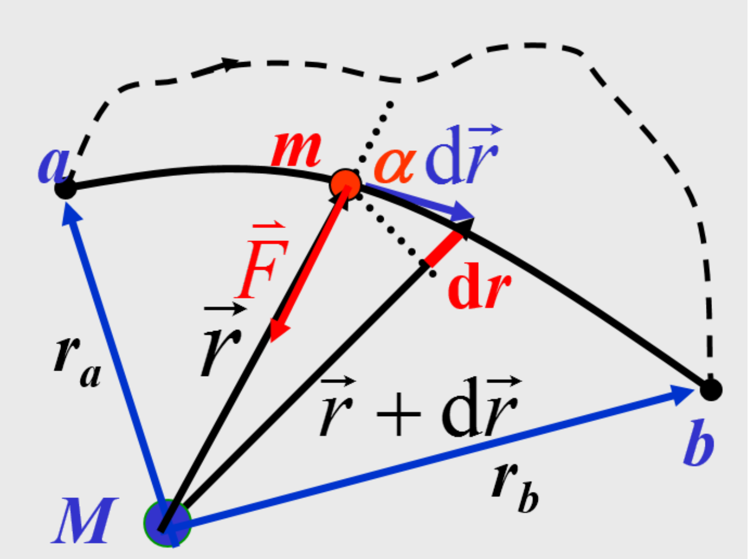
几种常见力的做功：万有引力

设质量为M的质点固定，另一质量为m的质点在M的引力场中从a点运动到b点。

$$\vec{F}=-G\frac{Mm}{r^3}\vec{r}$$

$$A=\int_{r_a}^{r_b}-G\frac{Mm}{r^3}\vec{r}\cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{r}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=r|\mathrm{d}\vec{r}|\cos\alpha=r\mathrm{d}r$$



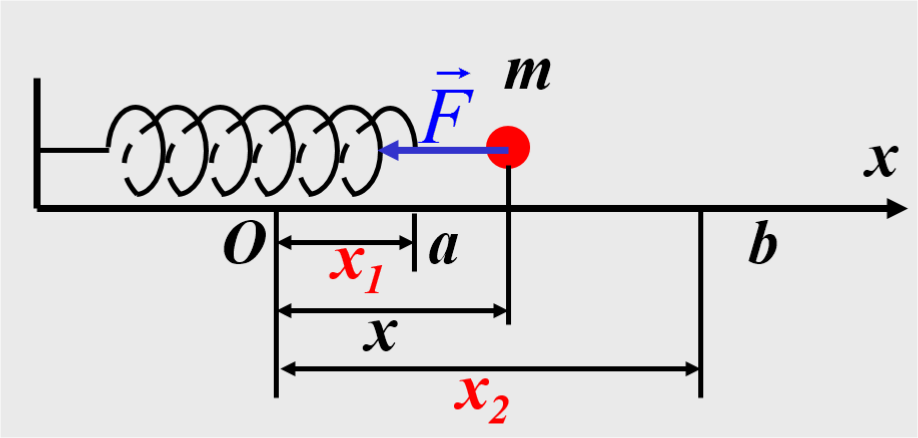
$$\boxed{A=-GMm\int_{r_a}^{r_b}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=-GMm(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b})}$$

- 万有引力的功仅由物体的始末位置决定，而与路径无关。

几种常见力的做功：弹性力

上海科技大学 ShanghaiTech University

0为平衡位置，质量为m的质点，从a点运动到b点



$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

$$A = \int \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} -kx\vec{i}\cdot \mathrm{d}x\vec{i} = -\int_{x_1}^{x_2} kx\mathrm{d}x$$

$$\boxed{A = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2}$$

➢ 弹性力作功只与质点的起始和终了位置有关，而与质点运动的路径无关。

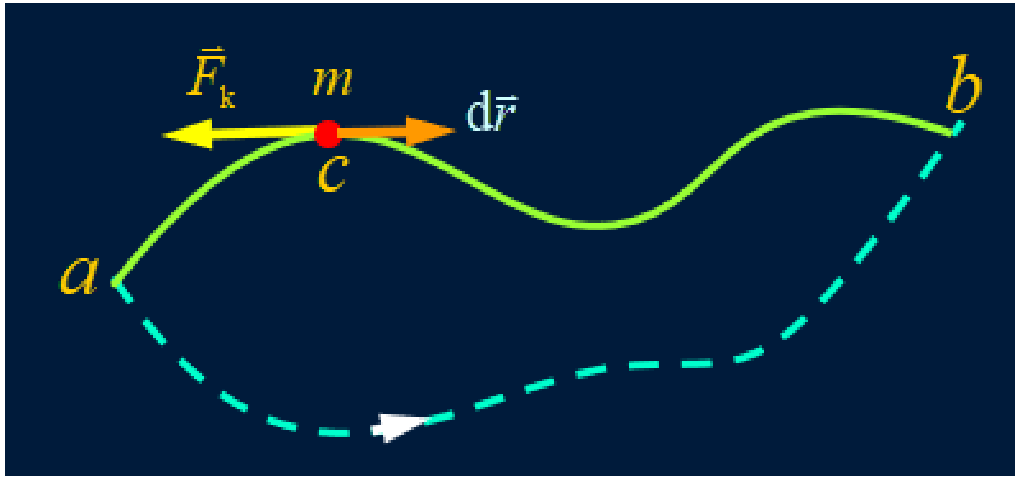
几种常见力的做功：摩檫力

元功 $\mathrm{d}A = \vec{F}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$

$= F_{\mathrm{k}}|\mathrm{d}\vec{r}|\cos\pi \;\; = -F_{\mathrm{k}}\mathrm{d}s$

总功 $A_{ab} = \int \mathrm{d}A = -F_{\mathrm{k}} \int_a^b \mathrm{d}s$

$= -F_{\mathrm{k}} s_{ab}$ （F_{k}为常量）



- 结论： 摩擦力的功与路径有关。

重力，万有引力，弹性力做功与路径无关。

保守力与非保守力

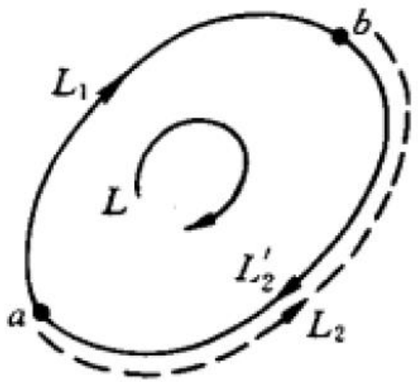
保守力：作功与路径无关，只与始末位置有关的力。

如：重力，引力，弹性力等。

$$\int_{L_1} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_{L_2} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}.$$

$$\int_{L_2'} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_{L_2} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_{L_1} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}, \quad \text{或} \quad \int_{L_2'} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \int_{L_1} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0.$$

$$\oint \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0.$$

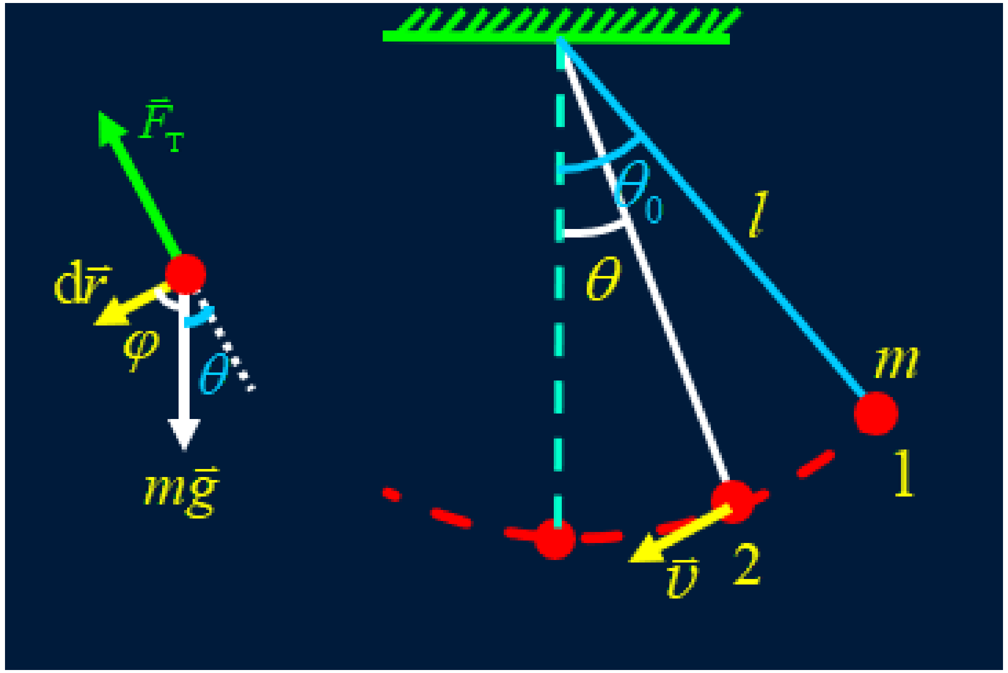


- 保守力沿任何闭合路径作功等于零。

非保守力：作功不仅与始末位置有关，还与路径有关的。比如摩擦力。

例　质量为m的小球，系在长为l的细绳下端，绳的上端固定在天花板上，构成一单摆，如图。开始时，把绳子拉到与铅垂线成θ_0角处，然后放手使小球沿圆弧下落。

求　绳与铅垂线成θ角时小球的速率。



例：质量为m的质点，系在一端固定的绳子上且在粗糙水平面上作半径为R的圆周运动。当它运动一周后，由初速v_0减小为$v_0/2$

求：（1）摩擦力所作的功；（2）滑动摩擦系数；（3）静止前质点运动了多少圈?