



# 普通物理I PHYS1181.02

彭鹏

Office: 物质学院8号楼301室

Email: [pengpeng@shanghaitech.edu.cn](mailto:pengpeng@shanghaitech.edu.cn)

研究方向: 超快光谱、X射线阿秒脉冲产生、阿秒瞬态吸收光谱、  
强场激光物理、飞秒激光成丝。

<https://spst.shanghaitech.edu.cn/2021/0115/c2349a59066/page.htm>



# 回顾

质点的平衡 -- 牛顿第一定律：合力为零

刚体的平衡 – 合力为零 + 合力矩为零

## 1. 平衡

## 2. 胡克定律

Measure of forces applied to deform a body

应力

Hooke's law:  $\frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} = \text{Elastic modulus}$  Property of material of which body is made

应变

Measure of how much deformation results from stress

## 3. 杨氏模量

Force applied perpendicular to cross section

Original length (see Fig. 11.14)

Young's modulus for tension

$$Y = \frac{\text{Tensile stress}}{\text{Tensile strain}} = \frac{F_{\perp}/A}{\Delta l/l_0} = \frac{F_{\perp}}{A} \frac{l_0}{\Delta l}$$

Cross-sectional area of object

Elongation (see Fig. 11.14)

## 4. 帕斯卡定律

Pressure at depth  $h$  in a fluid of uniform density

$$p = p_0 + \rho gh$$

Pressure at surface of fluid

Uniform density of fluid

Depth below surface

Acceleration due to gravity ( $g > 0$ )

帕斯卡定律：不可压缩静止流体中任一点受外力产生压强增值后，此压强增值瞬时传至静止流体各点。

## 5. 连续性方程

2. 理想流体的连续性方程(连续性原理、流量方程):  
绝对不可压缩、没有粘滞性的流体叫做理想流体

$$Sv = \text{恒量}$$

**伯努利方程**是瑞士物理学家伯努利提出来的，是理想流体作稳定流动时的基本方程，对于确定流体内部各处的压力和流速有很大的实际意义、在水利、造船、航空等部门有着广泛的应用。

**伯努利个人简介：**（Daniel Bernouli,1700~1782）瑞士物理学家、数学家、医学家。他是伯努利这个数学家族（4代10人）中最杰出的代表，16岁时就在巴塞尔大学攻读哲学与逻辑，后获得哲学硕士学位，17~20岁又学习医学，并于1721年获医学硕士学位，成为外科名医并担任过解剖学教授。但在父兄熏陶下最后仍转到数理科学。伯努利成功的领域很广，除**流体动力学**这一主要领域外，还有天文测量、引力、行星的不规则轨道、磁学、海洋、潮汐等等。

**伯努利方程：**理想流体在**重力场**中作稳定流动时，**能量守恒定律**在流动液体中的表现形式。

@雅莲  
Baidu



# 一. 伯努利方程的推导:

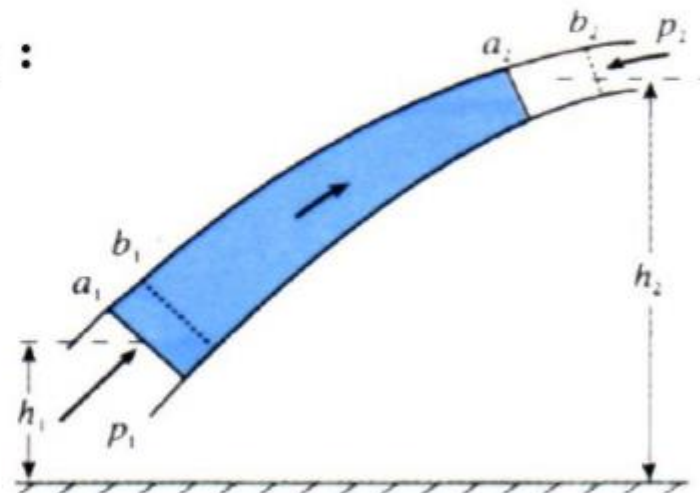
稳定流动的理想流体中, 忽略流体的粘滞性, 任意**细流管**中的液体满足**能量守恒和功能原理**!

设: 流体密度 $\rho$ , 细流管中分析一段流体 $a_1 a_2$  :

$a_1$ 处:  $S_1, v_1, h_1, p_1$

$a_2$ 处:  $S_2, v_2, h_2, p_2$

经过微小时间 $\Delta t$ 后, 流体 $a_1 a_2$  移到了 $b_1 b_2$ , 从整体效果看, 相当于将流体 $a_1 b_1$  移到了 $a_2 b_2$ , 设 $a_1 b_1$ 段流体的质量为 $\Delta m$ , 则:



$$\Delta E_1 = \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1 \quad \Delta E_2 = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2$$

机械能的增量:  $\Delta E = \Delta E_2 - \Delta E_1$

**功能原理：**系统受到非保守力做功，系统机械能的增量等于非保守力对系统作的功；

外界对系统作的功？

受力分析=端面压力+侧壁压力

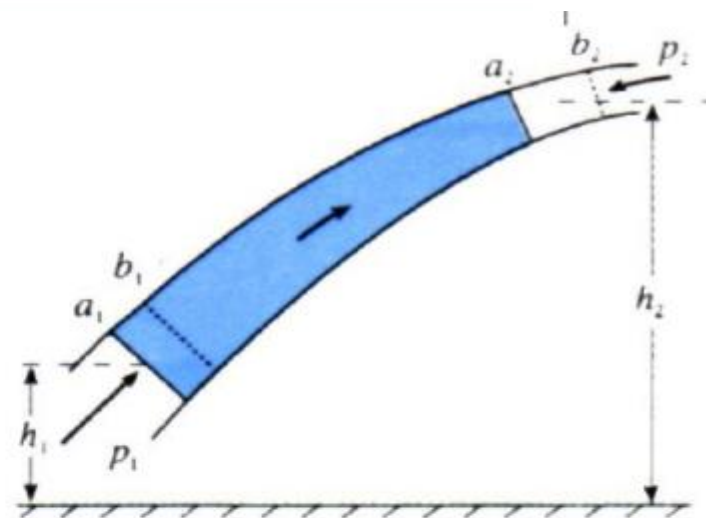
$$W = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t$$

$$V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$$

$$\frac{1}{2} \Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 - \left( \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1 \right) = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t$$

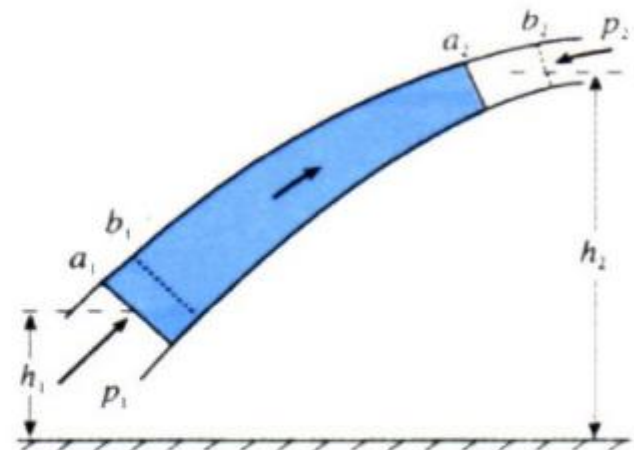
$$\frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g h_2 - \left( \frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g h_1 \right) = p_1 V - p_2 V$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$



## 二. 对于**同一流管**的任意截面，伯努利方程：

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{恒量}$$



• **含义**：对于理想流体作稳定流动，在同一流管中任一处，每单位体积流体的**动能、势能和该处压强之和**是一个恒量。

- 伯努利方程，是理想流体作稳定流动时的基本方程；
- 对于实际流体，如果粘滞性很小，如：水、空气、酒精等，可应用伯努利方程解决实际问题；
- 对于确定流体内部各处的压力和流速有很大的实际意义、在水利、造船、航空等部门有着广泛的应用。



1. 在海洋中平行逆向航行的两艘大轮船，相互不能靠得太近，否则就会有相撞的危险，为什么？
2. 逆流航行的船只行到水流很急的岸边时，会自动地向岸靠拢；
3. 汽车驶过时，路旁的纸屑常被吸向汽车；
4. **简单的实验**：用两张窄长的纸条，相互靠近，用嘴从两纸条中间吹气，会发现二纸条不是被吹开而是相互靠拢，就是“速大压小”的道理。





## 地铁里的一米黄线是“救命黄线”？

2016-07-22 09:21





## 补充例题,

水管里的水在压强为 $p=4 \times 10^5 \text{ Pa}$ 的作用下流入房间, 水管的内直径为2.0 cm, 管内水的流速为4 m/s。引入到5 m高处二楼浴室的水管, 内直径为1.0 cm,

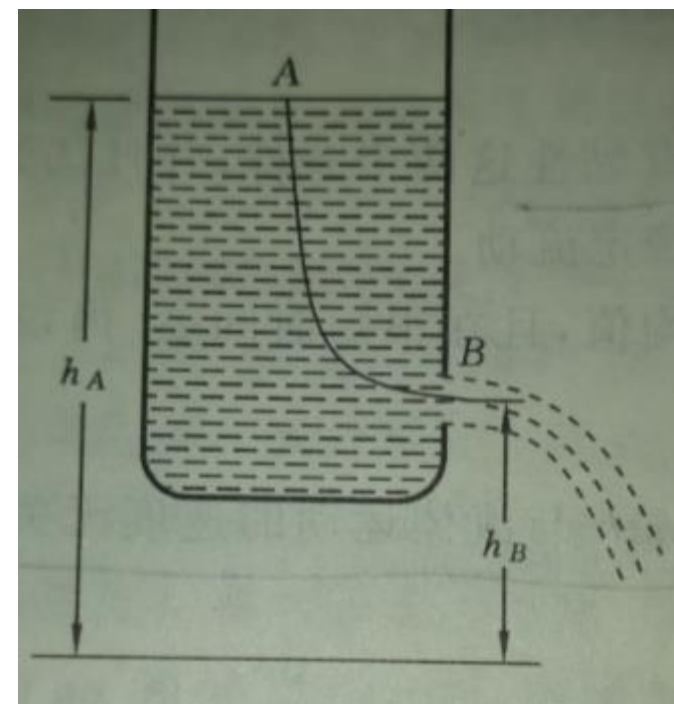
试求浴室水管内水的流速和压强?

(已知水的密度为 $\rho=10^3 \text{ kg/m}^3$ )。

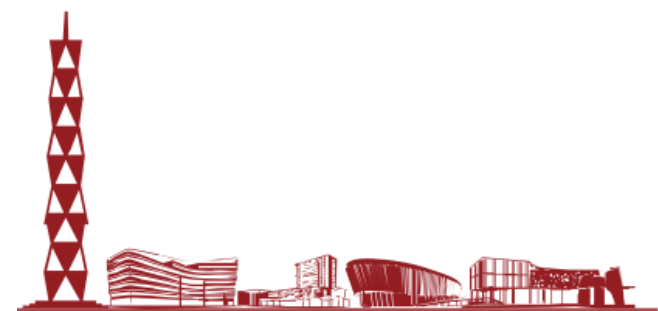
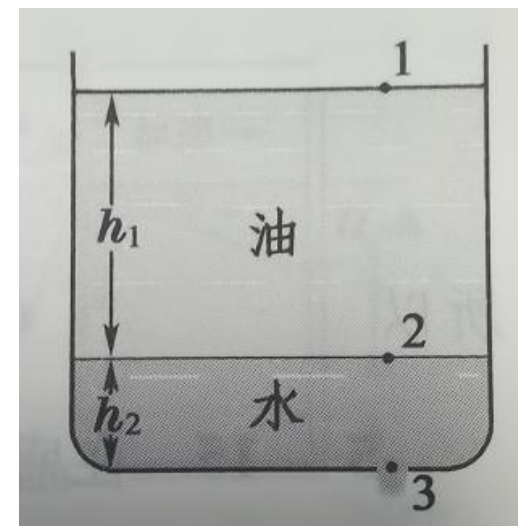


如图，下面是一个容器，侧壁开了一个小孔，可以认为小孔面积很小，有  $S_A \gg S_B$

求：液体从B孔流出的速度？



7. 油箱内盛有水和石油，石油的密度为 $0.9\text{g/cm}^3$ ，水的厚度为 $1\text{m}$ ，油的厚度为 $4\text{m}$ 。求水自箱底小孔流出的速度。





## •一.水平流管的伯努利方程:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{恒量}$$

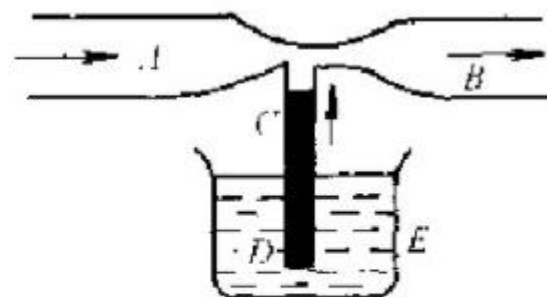


图 1-6 空吸作用

在水平流动的流体中，流速大的地方压强小；流速小的地方压强大。

在粗细不均匀的水平流管中，根据连续性原理，管细处流速大，管粗处流速小，因而管细处压强小，管粗处压强大；

## 应用实例1. 水流抽气机、喷雾器

- 空吸作用：当流体流速增大时压强减小，产生对周围气体或液体的吸入作用；
- 水流抽气机、喷雾器就是根据空吸作用的原理（速度大、压强小）设计的。

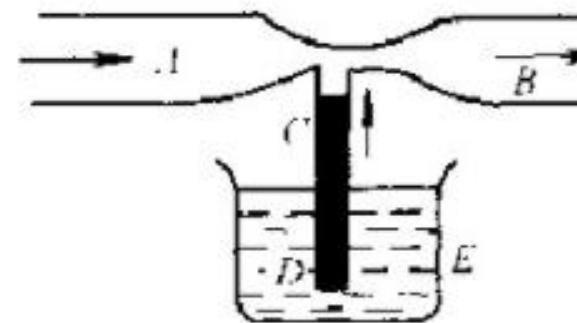


图 1-6 空吸作用

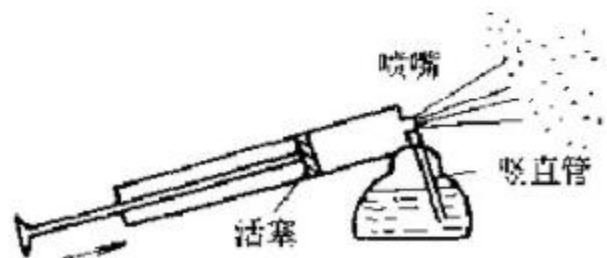


图 1-8 小型喷雾器

## 应用实例2. 汾丘里流量计

●汾丘里管：特制的玻璃管，两端较粗，中间较细，在较粗和较细的部位连通着两个竖直细管。

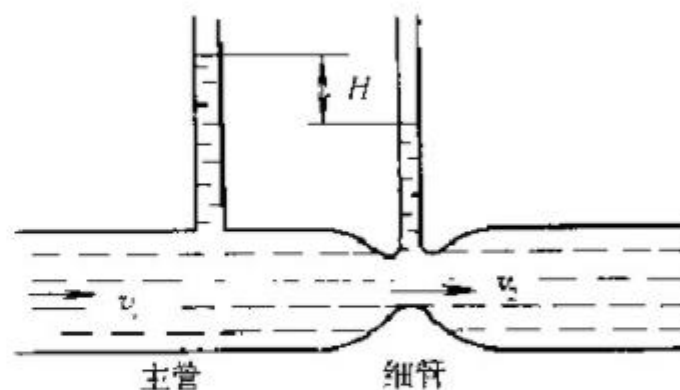
●汾丘里管水平接在液体管道中可以测定液体的流量；

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{恒量}$$

$$Sv = \text{恒量}$$

$$v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$

$$p_1 - p_2 = \rho g H$$



流速：

$$v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2gH}{S_1^2 - S_2^2}}, \quad v_1 = S_2 \sqrt{\frac{2gH}{S_1^2 - S_2^2}}$$

体积流量：

$$Q_V = S_2 v_2 = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2gH}{S_1^2 - S_2^2}}$$

只要读出两个  
竖管的高度差，  
就可以测量流  
速和流量

@雅莲晶  
Baidu



## 粘滞力：

粘滞流体在流动中各层的流速不同，**相邻两流层**之间有相对运动，互施摩擦力，快的一层给慢的一层以向前的拉力；慢的一层则给快的一层以向后的阻力，这种摩擦力称为内摩擦，又称粘滞力；

粘滞力和哪些因素有关？

流体内部相邻两层内摩擦力的大小：

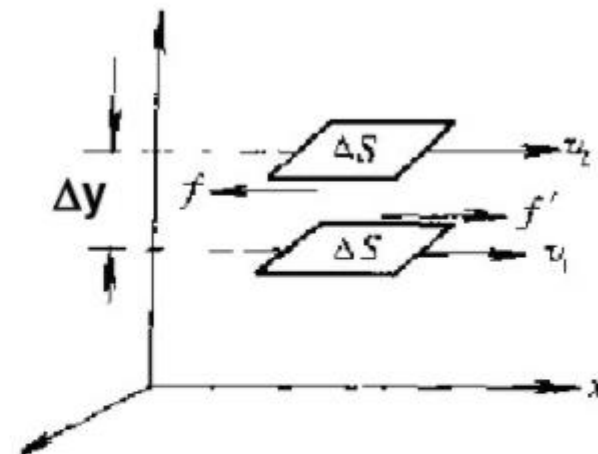
- ◆与两流层的接触面积大小有关；
- ◆还与两流层间速度变化的快慢有关；





●速度变化的快慢程度:  $\frac{\Delta v}{\Delta y}$

●其物理意义是: 垂直于流速方向上相距单位距离的两个流层的速度的变化率。



➤垂直于流速方向的流速梯度(或速度梯度):  $\frac{dv}{dy}$



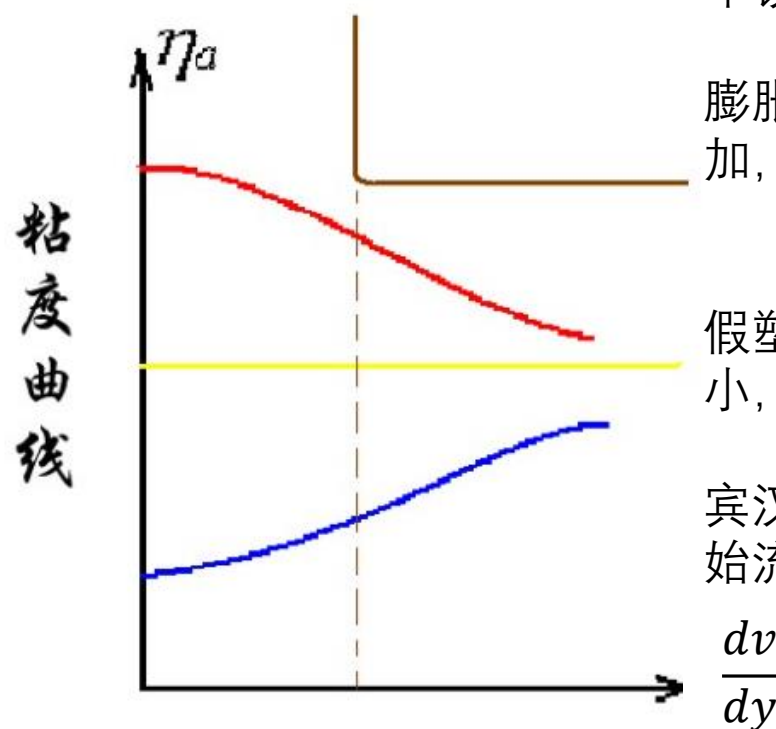
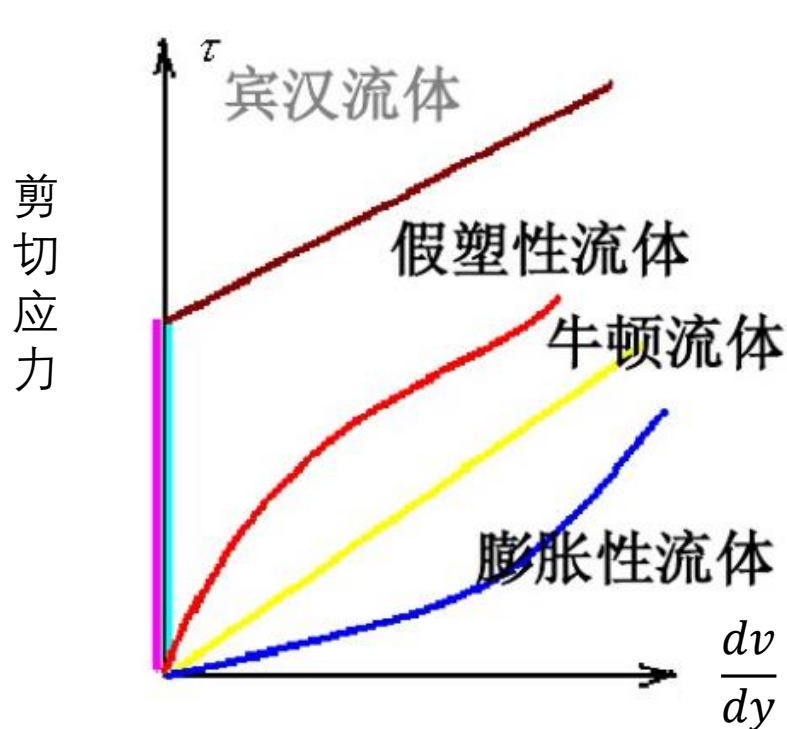
**牛顿粘滞定律：** 流体内部相邻两流层间的内摩擦力 $f$ 与两流层的接触面积 $\Delta S$ ，以及两流层处的速度梯度成正比；

$$f = \eta \frac{dv}{dy} \Delta S$$

**比例系数 $\eta$ ：** 流体的粘滞系数或粘度，单位为帕·秒(Pa·s)

- 粘滞系数越大，相邻两流层接触表面间的内摩擦力也越大；
- 用粘滞系数定量地表示流体粘性的大小；
- **牛顿型流体**的粘滞系数除与流体性质有关，还与**温度**有关。
- 对于液体，温度愈高，粘滞系数愈小；
- 气体则相反，温度愈高，粘滞系数愈大。
- **确定粘滞系数的实际意义：** 输送流体的管道设计、机械中润滑油的加入、血液粘稠度诊断学、药学等；

$$f = \eta \frac{dv}{dy} \Delta S \quad \Rightarrow \quad \tau = \eta \frac{dv}{dy}$$



牛顿流体：粘滞系数为常数，水、酒精。。。

膨胀性流体：粘滞系数随速度梯度增加而增加，蛋白质或高分子溶液，淀粉：水=2：1

假塑性流体：粘滞系数随速度梯度增加而减小，火锅麻酱。。。

宾汉流体：剪切应力大于某个数值时，才开始流动，面团。。。



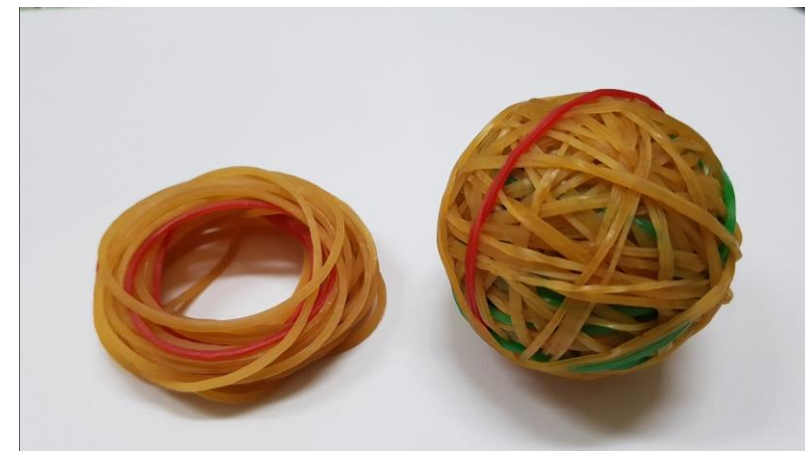
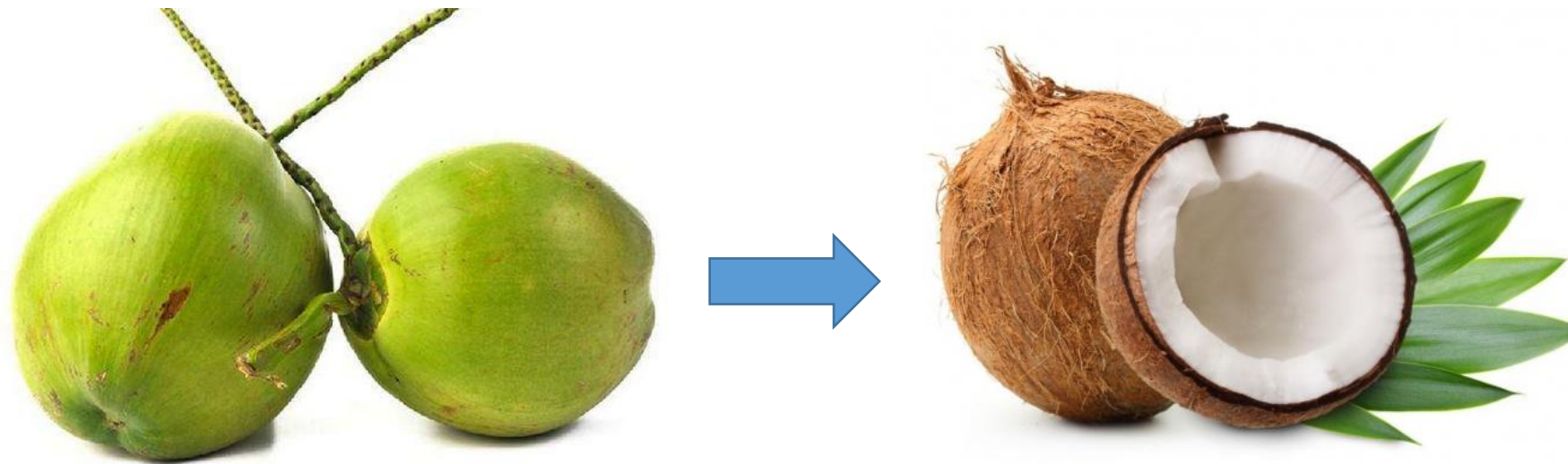
# 非牛顿流体



上海科技大学  
ShanghaiTech University





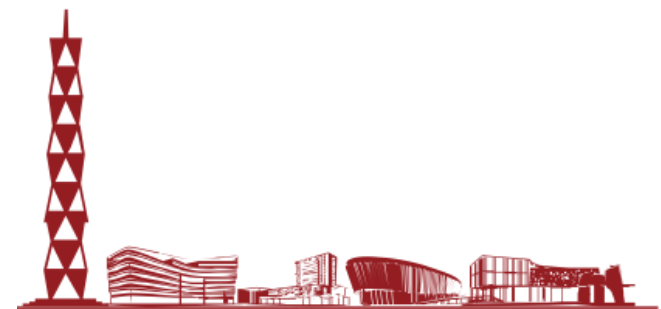




# 万有引力和重力

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

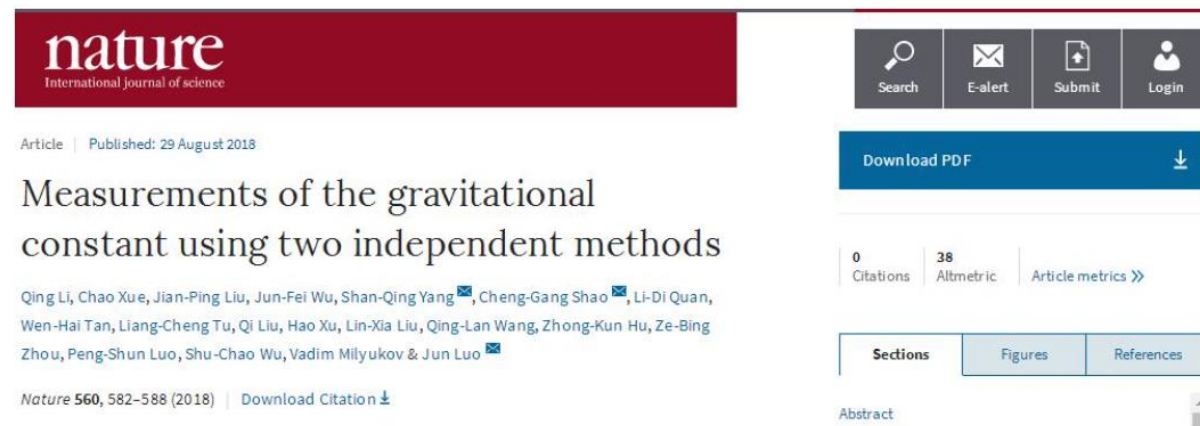
$$G = 6.67384(80) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$



## 罗俊院士团队测量万有引力常数G的结果在Nature刊发

发布时间: 2018-08-30

2018年8月30日, 国际顶级学术期刊《Nature》以长文形式在线刊发了我院引力中心罗俊院士团队最新研究进展: 《Measurements of the gravitational constant using two independent methods》。该项研究成果为目前国际最高精度的万有引力常数测量值。我院博士后黎卿、中山大学天琴中心副研究员薛超及我院博士生刘建平、邬俊飞为共同第一作者, 杨山清教授、邵成刚教授和罗俊院士为共同通讯作者。此篇论文是我校基础物理学科和我国测量万有引力常数研究领域在Nature上发表的首篇论文。



罗俊院士在华科大引力中心

震动、电场、磁场干扰



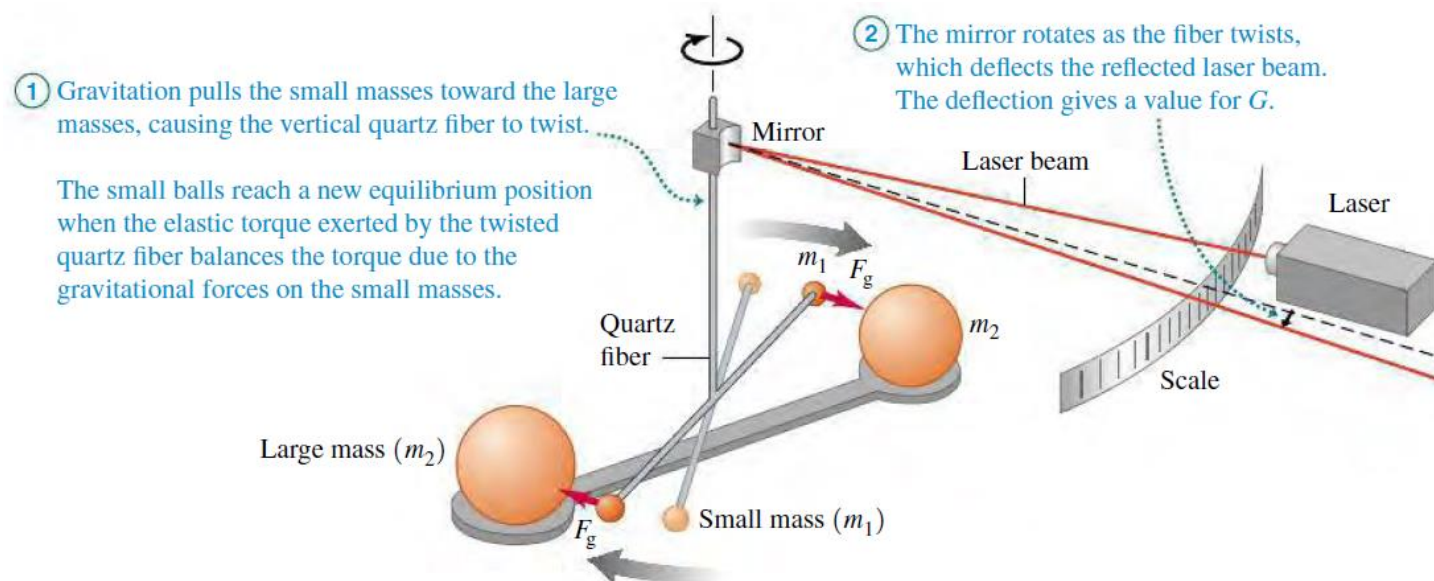


# 万有引力常数 $G$

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

## Cavendish torsion balance

$$G = 6.67384(80) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$



$$ds = r d\theta$$

只要 $r$ 足够大，总可以把微小角度变化放大到可以观测的 $ds$ 。

通过改变 $m_1$ ,  $m_2$ 的大小，距离，可以“准确”的获得万有引力的形式。



卡文迪许实验室建立于1871年，由当时的英国剑桥大学校长卡文迪许公爵捐赠建立，并以其亲戚亨利·卡文迪许命名，隶属于英国剑桥大学。



卡文迪许实验室旧址

[http://www.ihep.cas.cn/kxcb/zmsys/200910/t20091030\\_2643475.html](http://www.ihep.cas.cn/kxcb/zmsys/200910/t20091030_2643475.html)

# 卡文迪许物理教授，1871年起，共9位，前人不退后人不上



上海科技大学  
ShanghaiTech University

1871-1879，麦克斯韦：电磁学理论奠基人，统计物理重要的早期贡献者；实验物理学家兼理论物理学家。

1879-1884，瑞利：声学奠基人，瑞利散射现象发现者，氩气发现者，1904年诺贝尔奖获得者；实验物理学家兼理论物理学家。

1884-1919，汤姆逊：电子发现者，质谱仪发明者，1906年诺贝尔奖获得者，最著名的学生卢瑟福1908年获诺奖，儿子乔治·汤姆逊1937年获诺奖；实验物理学家。

1919-1937，卢瑟福：原子物理学奠基人，原子核和质子的探测器，半衰期概念提出者，1908年诺贝尔奖获得者；《不列颠百科全书》称其为法拉第之后最伟大的实验物理学家。

1938-1953，布拉格：布拉格X射线衍射定律发现者，晶格结构相关知识奠基人，1915年诺贝尔奖获得者；实验物理学家。

1954-1971，莫特：因在磁体系与无序体系中的电子结构理论研究，获1977年诺贝尔奖；理论物理学家。与他同时获奖的安德森也曾工作于卡文迪许，并被认为是当今最重要的凝聚态物理学家之一。

1971-1982，派帕德：超导体相关长度概念提出者，费米面的测量者，学生约瑟夫1973年获诺奖（约瑟夫获诺奖的工作发表于他22、受派帕德指导时）；实验物理学家兼理论物理学家。

1984-1995，爱德华：场论贡献者之一。理论物理学家。

1995-今，弗伦德：有机半导体领域贡献者之一。实验物理学家。



# 诺贝尔奖，近30位



近150年来，从卡文迪许实验室走出了一批又一批蜚声世界的科学家：麦克斯韦、瑞利、汤姆逊、卢瑟福、布拉格等等，先后有30位诺贝尔科学奖金获得者在此学习和工作，因此被誉为“诺贝尔科学奖的孵化器”。如下图所示，其中物理奖达到21枚，其次是化学奖6枚，生理学或医学奖3枚，这也印证了卡文迪许是物理学圣地的传闻。



# 万有引力和重力



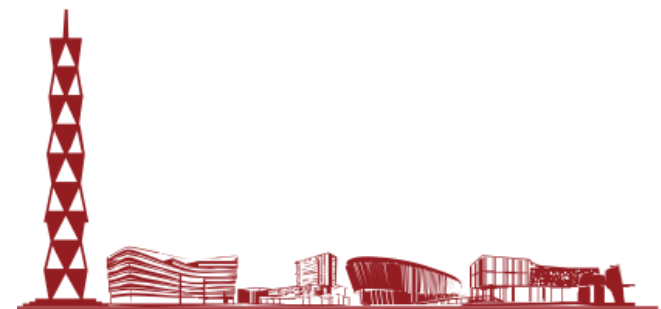
$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

$$F = mg \quad G \text{ v.s. } g \text{ 关系}$$

$$G = 6.67384(80) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 9.8 \text{ N/kg}$$

$g$ 随距离改变?  $G$ 常数?





# G实验测量精度低



从卡文迪许测量以后，不断有科学团队进行引力常量的精确测量，我们来看引力常量的测量历史和精确值：

科学家保罗·海勒在上世纪30年代，测量G值为 $6.67 \times 10^{-11} \text{ N/kgm}$ ；

1940年，保罗·海勒改进实验测得为 $6.673 \times 10^{-11} \text{ N/kgm}$ ；

1998年，巴格利和路德的团队实验测得为 $6.674 \times 10^{-11} \text{ N/kg/m}$ ；

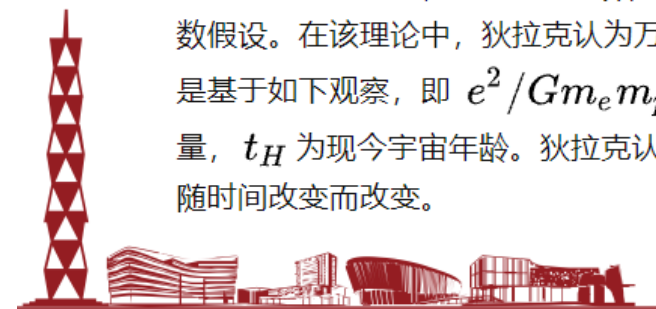
我国的引力常量实验团队分别独立测量得到的结果为： $6.674184 \times 10^{-11} \text{ N/kg m}$ 和 $6.674484 \times 10^{-11} \text{ N/kg m}$ ；

总之，随着时间的推移，虽然仪器越来越先进，实验越来越精确，但各个团队在不同时期和不同实验室测定的结果总是不一致，不确定性从0.1%到0.05%之间。

## 是否为常数不完全确定，暂时认为是常数

万有引力常数  $G$  是牛顿首先在他的万有引力理论中引入的。爱因斯坦的广义相对论以牛顿的万有引力理论作为弱场近似，因而也引入了万有引力常数  $G$ 。在这两个理论中， $G$  都是常数（不随着时间、距离的改变而改变）。在目前实验精度范围内这一点得到确认。

在一些其他理论中，万有引力常数可能会随着时间或位置的改变而改变。比较有名的是狄拉克的大数假设。在该理论中，狄拉克认为万有引力常数随着时间的改变而改变  $G \sim t^{-1}$ 。狄拉克的猜想是基于如下观察，即  $e^2 / G m_e m_p \sim t_H$ ，这里  $e$  为电子电荷， $m_e, m_p$  分别为电子和质子质量， $t_H$  为现今宇宙年龄。狄拉克认为，这一关系在宇宙演化的所有时刻都成立。因此， $e$ 或 $G$ 可能随时间改变而改变。

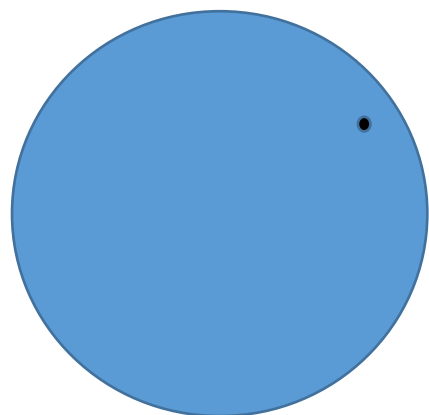


# 超级星球 —— 超级尺寸



我们一直在做一个“很容易”就接受的假设：

对于一个球体，球外的任意一个足够小 的对象受到的引力等同于把球的质量集中在球心。



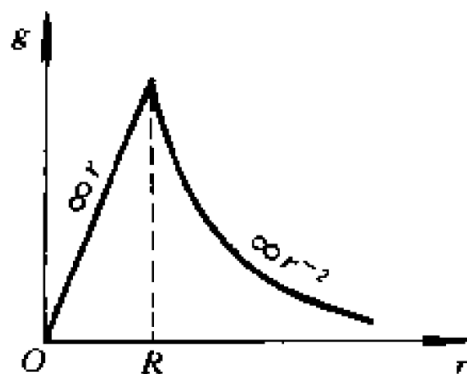
在表面处：  $F = G \frac{Mm}{R^2}$



在球内任意一处：  $F = G \frac{M'm}{r^2},$

$$\rho = \frac{M'}{V} = \frac{M'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{M'}{r^2} * \frac{3}{4\pi r}$$

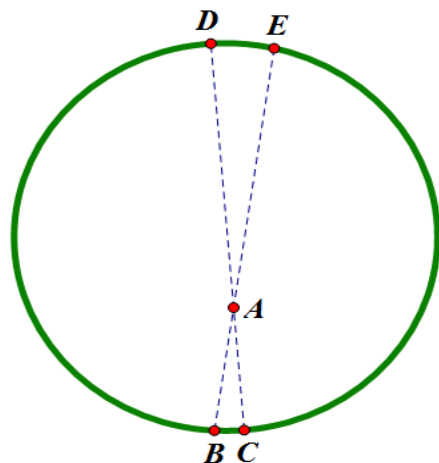
$$F = \frac{4\pi r \rho}{3} Gm$$



- ❑ 球壳对内部任何一点的合引力为零
- ❑ 球体内部任意一点r的物体，只受到等效为半径为r的球体的万有引力

球壳对内部任何一点的合引力为零！（如何证明？）

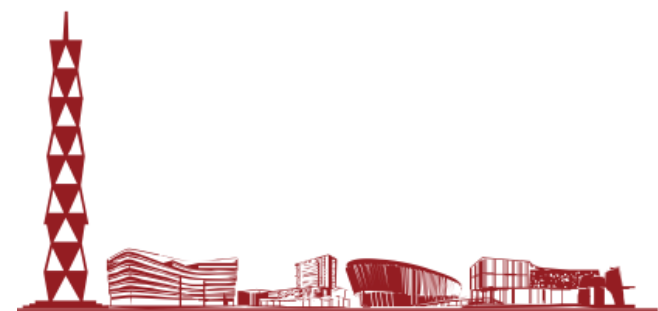
球壳对外部任何一点的合引力等效为质心在壳心的质量M的引力。

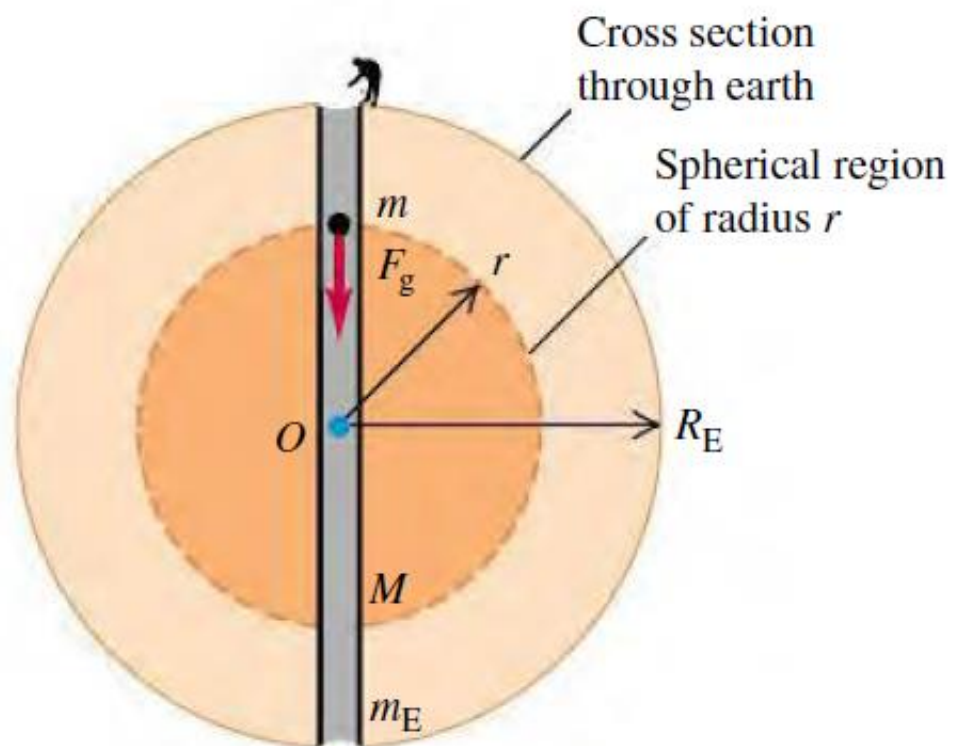


$$F_1 = G \frac{M_1 m}{r_1^2}$$

$$F_2 = G \frac{M_2 m}{r_2^2}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

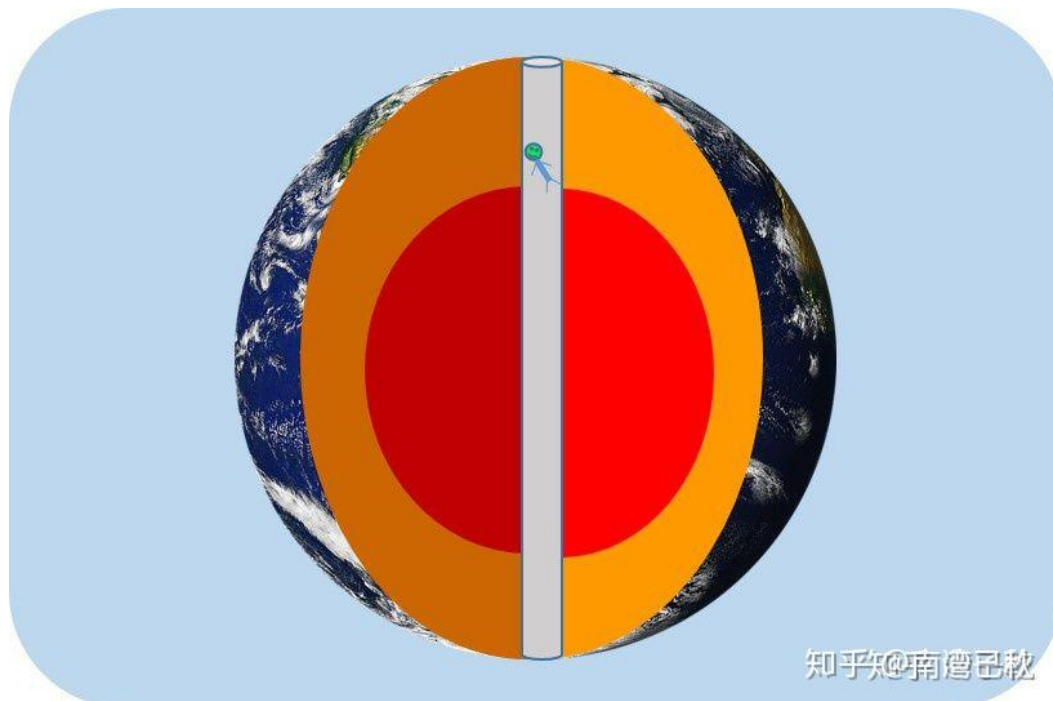




$$F = \frac{4\pi r \rho}{3} Gm$$

超大的一维弹簧



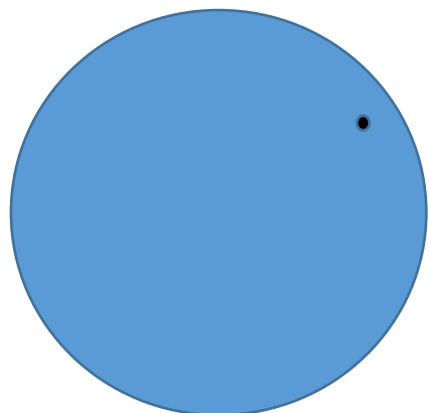


根据计算，从一端到另一端的时间大约为40分钟！！！40分钟有木有啊！

北京大约在东经116度，洛杉矶大约在西经118度，纬度也相差不大，而从北京到洛杉矶的航班平均要12个小时，但是坐上这个地球大炮，12个小时变成40分钟有木有啊！地球直径大约为12800千米，这样一趟的平均时速为：19200千米/小时，什么高铁飞机都弱爆了有木有啊！南极科考队员下班后还能去北极玩一玩，当晚去当晚就能回，这样才是地球村啊！



# 超级星球



$$F = \frac{4\pi r \rho}{3} Gm$$

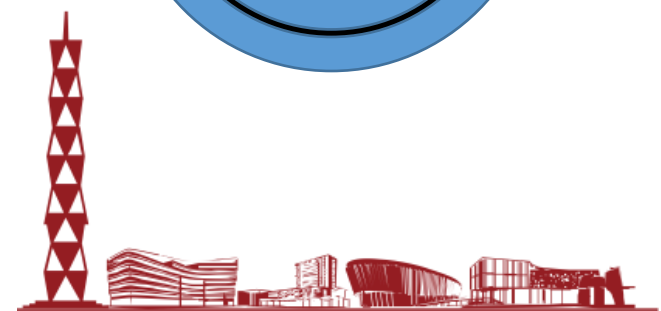
$$dF = \frac{4\pi r \rho}{3} Gdm$$

对于厚度为 $dr$ 的壳来说,

$$dF_s = \frac{4\pi r \rho}{3} G\rho A dr$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{4\pi r \rho}{3} G\rho$$

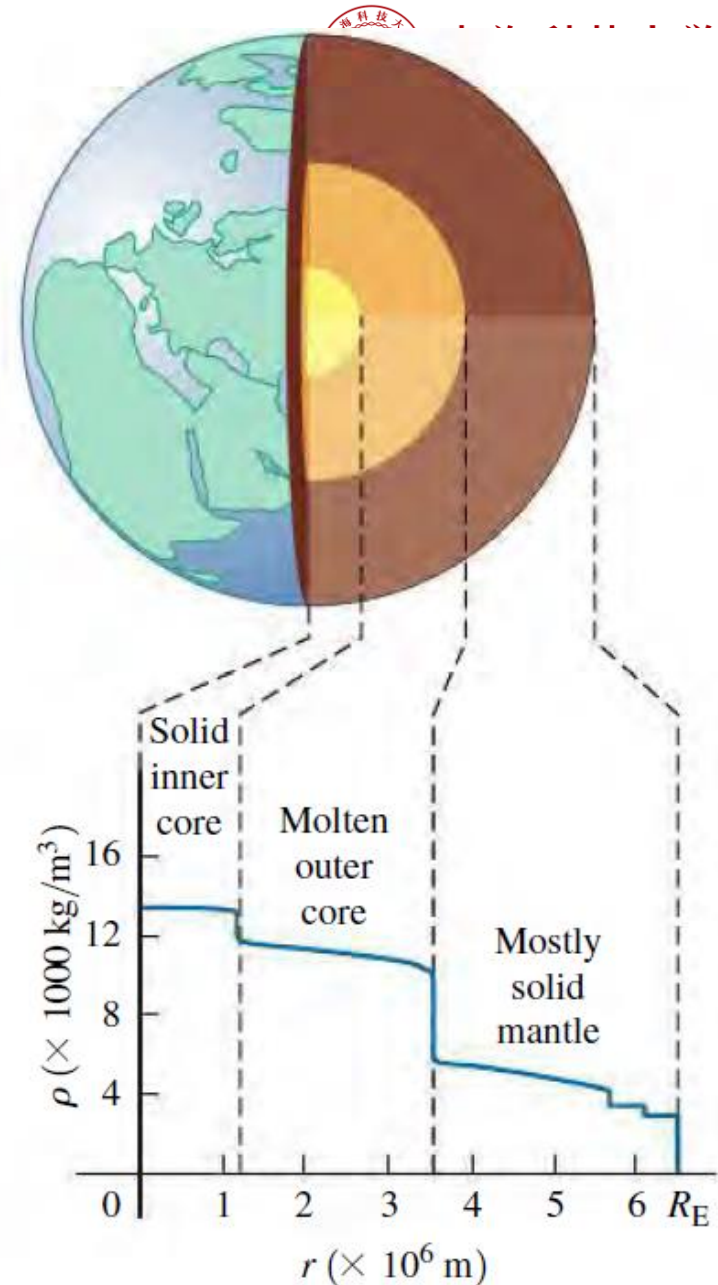
地心压强正比于：  
1. 球体半径的平方  
2. 密度的平方。



# 万有引力

表 7 - 2 典型天体中心的压强

星 体	平均密度 $\bar{\rho}/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	压 强		半径 (km)
		$P/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$P/\text{atm}$	
地 球	5.52	$10^{10} - 10^{11}$	$10^5 - 10^6$	6.4e3
木 星	1.33	$10^{12} - 10^{13}$	$10^7 - 10^8$	7.15e4
太 阳	1.41	$10^{14} - 10^{15}$	$10^9 - 10^{10}$	7e5
白矮星	$10^6 - 10^8$	$10^{18} - 10^{19}$	$10^{13} - 10^{14}$	
中子星	$10^{14}$	$10^{32} - 10^{33}$	$10^{28} - 10^{29}$	



- 地心压强正比于球体半径的平方，密度的平方。
- 约靠近核心，压强越大，密度越高。

1. 物理学的研究范围（空间 $10^{-15}$ - $10^{26}$  m、时间 $10^{-25}$ - $10^{18}$  s）。
2. 三次工业革命背后的物理学推动。
3. 物理量（长度、时间、质量）。
4. 误差、不确定度。
5. 矢量运算（加、减、点乘、叉乘）。





1. 质点、参考系、坐标系

2. 位置矢量与运动方程  $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

3. 位移与路程  $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$

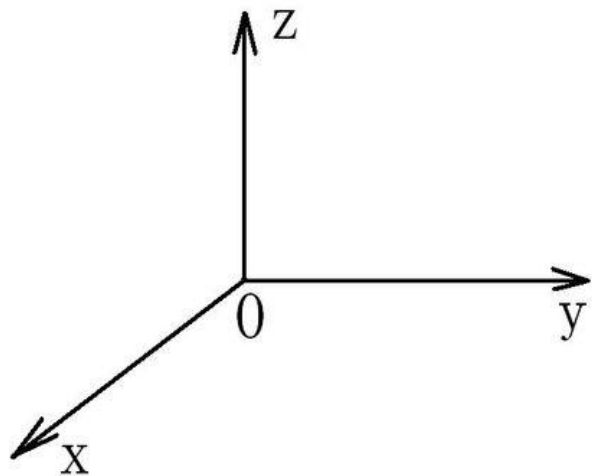
4. 速度、加速度  $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$      $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

5. 匀加速直线运动  $v = v_0 + at, \quad x = v_0t + at^2/2, \quad v^2 - v_0^2 = 2ax$

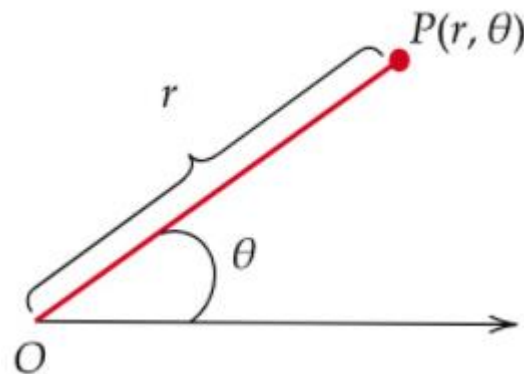
6. 平面极坐标系  $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$      $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$



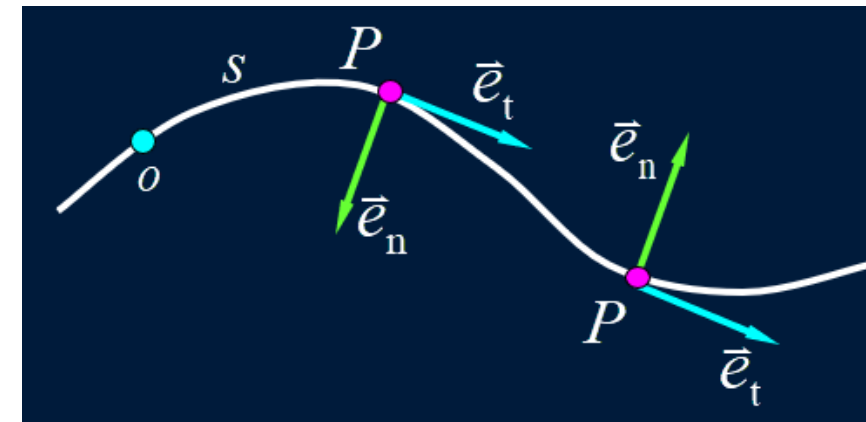
# 回顾3



直角坐标系



极坐标系



自然坐标系

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$$

$$\vec{v} = v \vec{e}_t = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{e}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \vec{e}_n$$



# 1. 牛顿三定律

## 牛顿第一定律:

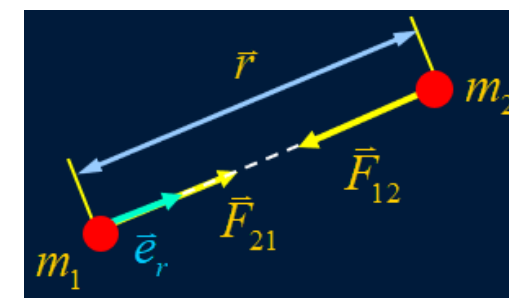
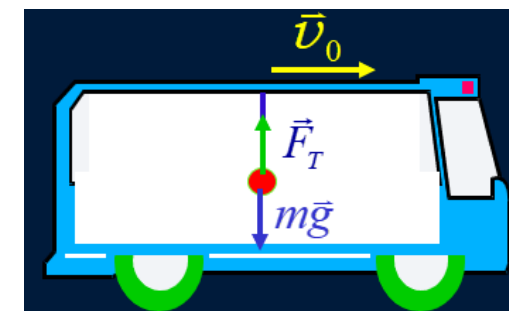
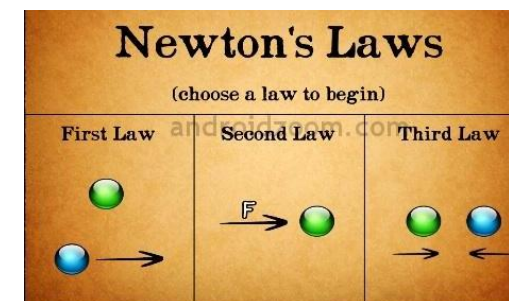
任何物体都保持静止或作匀速直线运动状态，直到其它物体的作用迫使它改变这种状态为止。

## 牛顿第二定律:

运动的改变和所加的力成正比;并且发生在这力所沿的直线的方向上。

## 牛顿第三定律:

每一个作用总有一个相等的反作用与它对抗;或者说，两个物体之间的相互作用永远相等，且指向对方。



# 2. 惯性系

## 牛顿定律适用的参考系。

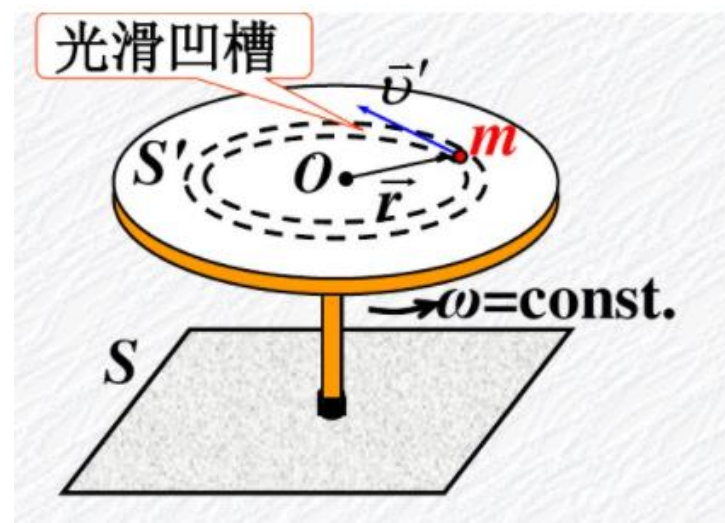
相对于惯性系作匀速直线运动的参考系都是惯性系，作变速运动的参考系为非惯性系。

# 3. 万有引力、弹性力、摩擦力

## 1. 四种基本相互作用 (万有引力、电磁力、弱力、强力)

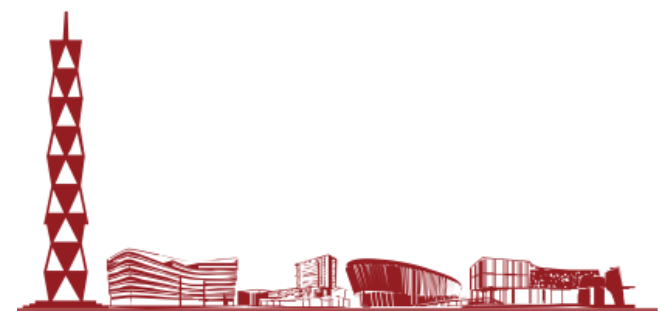
力的种类	相互作用的粒子	力的强度	力程
万有引力	一切质点	$10^{-38}$	无限远
弱力	大多数粒子	<b><math>10^{-6}</math></b>	小于 $10^{-17}$ m
电磁力	电荷	$10^{-2}$	无限远
强力	核子、介子等	<b><math>1^*</math></b>	$10^{-15}$ m

## 2. 非惯性系、惯性力



$$\vec{F}_i = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega} + m\omega^2 \vec{r}$$

科里奥利力 + 惯性离心力







### 3. 功

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad A_{ab} = \int_a^b dA = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b F \cos \theta ds$$

功是过程量，是力的一种空间累积效应

保守力：做功与路径无关，如：重力，引力，弹性力

非保守力：做功不仅与始末位置有关，还与路径有关的。如：摩擦力。

### 4. 动能

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

质点动能定理

$$A_{ab} = E_{kB} - E_{kA}$$

净合外力对质点所做的功等于质点动能的增量。



## 1. 保守力和势能

势能（针对保守力）

$$A_{ab} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

确定势能的值，选取势能0点

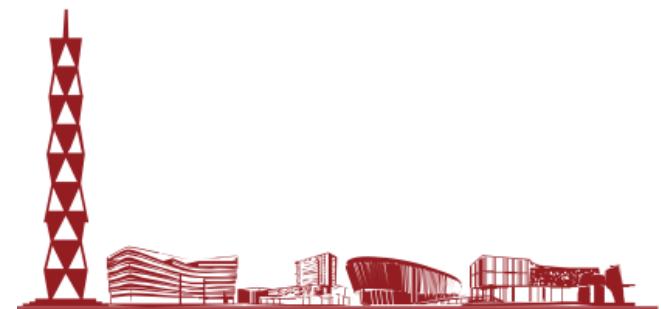
### ◆ 力学中常见势能的表达式

重力势能	$E_p = mgy$	取地面为重力势能零点 (即 $y = 0$ 处)
万有引力势能	$E_p = -\frac{Gm_s m}{r}$	取无穷远处为引力势能零点 (即 $r = \infty$ 处)
弹性势能	$E_p = \frac{1}{2}kx^2$	取弹簧自然长度时的端点为 弹性势能零点 (即 $x = 0$ 处)

由势能求保守力

$$\vec{F}_c = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k}\right)$$

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$



## 2. 质点系



质点系的动能定理：外力的总功与内力的总功之代数和等于质点系动能的增量。

$$A_{ex} + A_{in} = E_{kB} - E_{kA}$$

质点系的功能原理：质点系机械能的增量等于外力的功和非保守内力的功的总和。

$$A_{\text{外}} + A_{\text{非保守内力}} = \Delta E$$



### 3. 质心系



质心的位矢

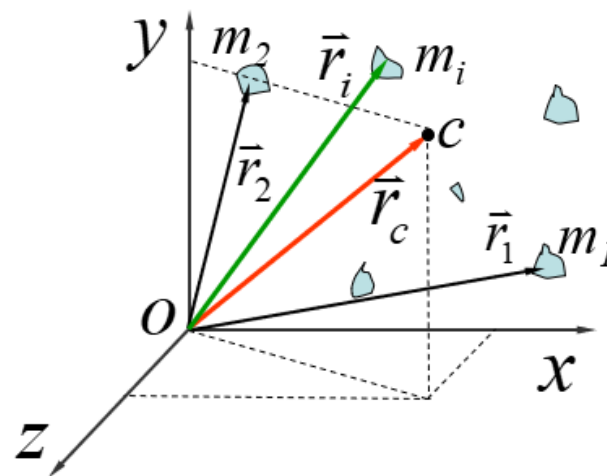
$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

质心的速度

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt}$$

质心的加速度

$$\vec{a}_C = \frac{d\vec{v}_C}{dt}$$



**质心运动定理：**作用在系统上的合外力等于系统的总质量乘以质心的加速度。

$$\vec{F}^{\text{ex}} = m' \frac{d\vec{v}_C}{dt} = m' \vec{a}_C$$





## 冲量

**冲量：**作用力与作用时间的乘积。

(反映力对时间的累积效应)

**元冲量：**  $d\vec{I} = \vec{F}dt$

## 动量

**质点的运动状态**  $\vec{p} = m\vec{v}$  (状态量)

**动量：**运动质点的质量与其速度的乘积。

## 动量定理

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} d(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \quad (\text{动量定理积分形式})$$

作用在质点上的合力在某一时间内的冲量等于质点在同一时间内动量的增量。

## 动量守恒定理

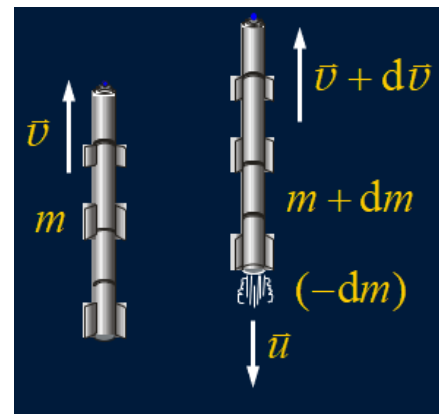
当合外力  $\Sigma \vec{F}_i = 0$  则  $\frac{d}{dt} \Sigma \vec{p}_i = 0$

$\Sigma \vec{p}_i = \Sigma m_i \vec{v}_i = \text{常矢量}$  (质点系的动量守恒定律)

质点系所受合外力为零时，质点系的总动量保持不变。

## 1. 火箭发射原理

$$v_f = v_i + v_r \ln \frac{m_i}{m_f}$$



## 2. 碰撞问题

□ 完全弹性碰撞：碰撞前后，动量守恒，总动能不变。



□ 非完全弹性碰撞：碰撞前后，动量守恒，总动能有改变（转化为热、声等能）。

□ 完全非弹性碰撞：碰撞前后，动量守恒，总动能有改变，并以共同的速度运动。

□ 恢复系数：碰撞后两球的分离速度与碰撞前两球的接近速度的比值。

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$$



# 3. 刚体

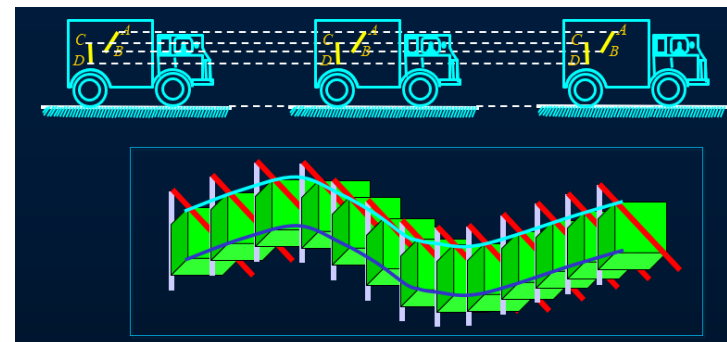


## 1. 刚体模型

刚体：在力的作用下，大小和形状都始终保持不变的物体。

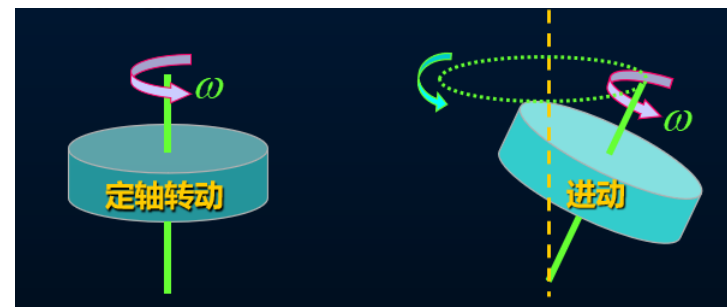
## 2. 刚体的平动

平动：刚体运动时，若在其内部所作的任何一条直线，在运动中都始终保持与自身平行的运动形式。



## 3. 刚体的转动

转动：刚体上的各质点都绕同一直线作圆周运动的运动形式。



### 3. 刚体的角坐标、角位移、角速度、角加速度



(1) 角坐标  $\theta$

$$\theta = \theta(t)$$

(2) 角速度  $\omega$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

(3) 角加速度  $\beta$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

(4) 线量和角量的关系

$$s = r\Delta\theta$$

$$v = r\omega$$

$$a_t = r\beta$$

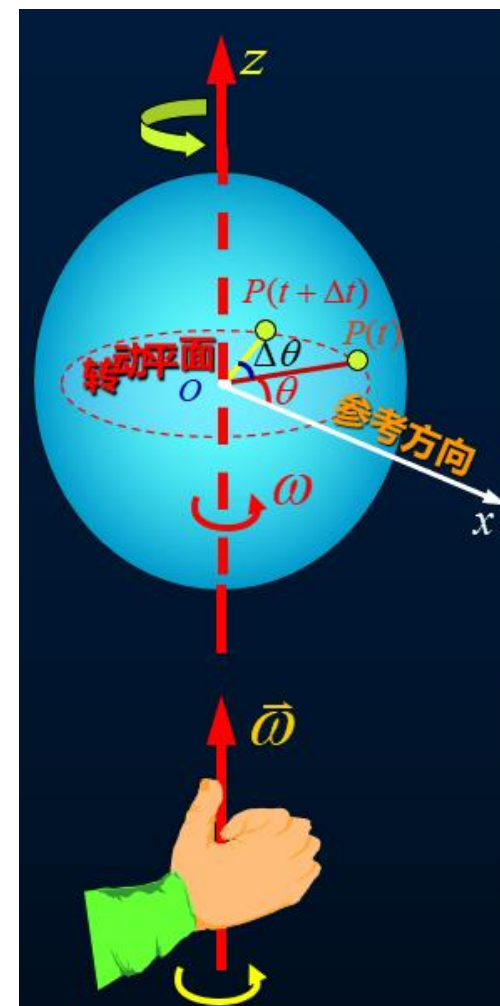
$$a_n = r\omega^2$$

(5) 匀变速定轴转动

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$$





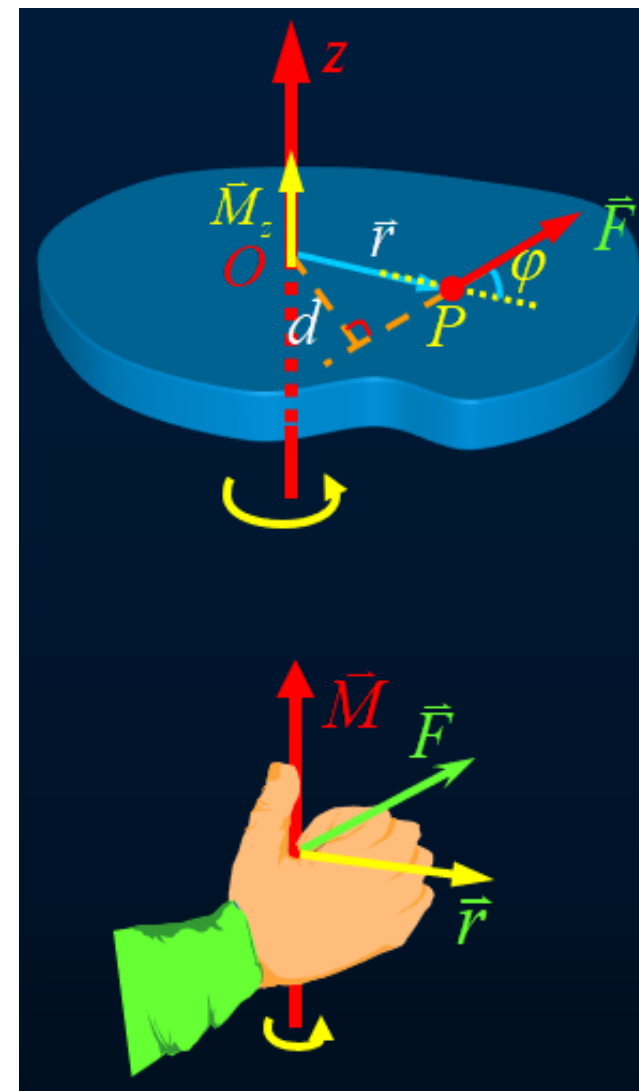
## 4. 力矩、刚体定轴转动定律、转动惯量

- 对于刚体的定轴转动，力矩 $M_z$ 也可认为是矢量。即  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_\perp$   
方向：满足右手螺旋法则。

### 刚体定轴转动定律

$$M = J\beta \quad (\text{刚体定轴转动定律})$$

作用在刚体上的合外力矩等于刚体对转轴的转动惯量与所获得的角加速度的乘积。



## 转动惯量的定义

刚体对某转轴的转动惯量  $J$  等于刚体内每个质点的质量与这个质点到该转轴垂直距离平方乘积之和。

## 计算转动惯量的基本公式

对质量离散分布的质点系  $J = \sum_i \Delta m_i r_i^2$

对质量连续分布的刚体  $J = \int r^2 dm$

$$J = \int_L r^2 \lambda dl \quad \text{质量线分布, } \lambda \text{ 为线密度 ( } \lambda = \frac{m}{L} \text{ )}$$

$$J = \int_S r^2 \sigma dS \quad \text{质量面分布, } \sigma \text{ 为面密度 ( } \sigma = \frac{m}{S} \text{ )}$$

$$J = \int_V r^2 \rho dV \quad \text{质量体分布, } \rho \text{ 为体密度 ( } \rho = \frac{m}{V} \text{ )}$$

常见刚体的转动惯量	刚体 (质量为 $m$ )	转轴位置	转动惯量
	细棒 (棒长为 $l$ )	通过中心与棒垂直	$J_C = \frac{1}{12} ml^2$
		通过端点与棒垂直	$J_D = \frac{1}{3} ml^2$
	细圆环 (半径为 $R$ )	通过中心与环面垂直	$J_C = mR^2$
		直径	$J_x = J_y = \frac{1}{2} mR^2$
	薄圆盘 (半径为 $R$ )	通过中心与盘面垂直	$J_C = \frac{1}{2} mR^2$
		直径	$J_x = J_y = \frac{1}{4} mR^2$
	空心圆柱 (内外半径为 $R_1$ 和 $R_2$ )	对称轴	$J_C = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$
	球壳 (半径为 $R$ )	中心轴	$J_C = \frac{2}{3} mR^2$
	球体 (半径为 $R$ )	中心轴	$J_C = \frac{2}{5} mR^2$

## 刚体绕定轴转动的功和能

(1) 刚体转动动能  $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$

(2) 力矩的功  $A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$

(3) 刚体绕定轴转动的动能定理  $\int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$

(4) 刚体的重力势能  $E_p = mgh_C$

## (5) 机械能守恒定律

当  $A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = 0$  时,  $E = E_k + E_p = \text{常量}$





## 刚体绕定轴转动的角动量

(1) 刚体的角动量

$$L = J\omega$$

(2) 刚体的角动量定理

$$M = \frac{d}{dt}(J\omega)$$

(3) 角动量守恒定律

当  $M = 0$  时,  $J\omega = \text{常量}$







## 质点的运动规律与刚体的定轴转动规律的比较

质点的运动	刚体的定轴转动
速度 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
加速度 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	角加速度 $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
质量 $m$	转动惯量 $J = \int r^2 dm$
力 $\vec{F}$	力矩 $M$
运动规律 $\vec{F} = m\vec{a}$	转动定律 $M = J\beta$
动量 $\vec{p} = m\vec{v}$	动量 $\vec{p} = \sum \Delta m_i \vec{v}_i$
角动量 $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	角动量 $L = J\omega$
动量定理 $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$	角动量定理 $M = \frac{d(J\omega)}{dt}$



## 质点的运动规律与刚体的定轴转动规律的比较 (续)

质点的运动	刚体的定轴转动
<b>动量守恒</b> $\sum F_i = 0$ 时 $\sum m_i v_i = \text{恒量}$	<b>角动量守恒</b> $M = 0$ 时 $\sum J\omega = \text{恒量}$
<b>力的功</b> $A_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$	<b>力矩的功</b> $A_{ab} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$
<b>动能</b> $E_k = \frac{1}{2} m v^2$	<b>转动动能</b> $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$
<b>动能定理</b> $A = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$	<b>动能定理</b> $A = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$
<b>重力势能</b> $E_p = mgh$	<b>重力势能</b> $E_p = mgh_c$
<b>机械能守恒</b> $A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = 0$ 时 $E_k + E_p = \text{恒量}$	<b>机械能守恒</b> $A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = 0$ 时 $E_k + E_p = \text{恒量}$

# 回顾

## 1. 平衡

质点的平衡 -- 牛顿第一定律：合力为零

刚体的平衡 – 合力为零 + 合力矩为零

## 2. 胡克定律

Measure of forces applied to deform a body

应力

Hooke's law:  $\frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} = \text{Elastic modulus}$  Property of material of which body is made

应变

弹性模量

Measure of how much deformation results from stress

## 3. 杨氏模量

Force applied perpendicular to cross section

Original length (see Fig. 11.14)

Young's modulus for tension

$$Y = \frac{\text{Tensile stress}}{\text{Tensile strain}} = \frac{F_{\perp}/A}{\Delta l/l_0} = \frac{F_{\perp}}{A} \frac{l_0}{\Delta l}$$

Cross-sectional area of object

Elongation (see Fig. 11.14)

## 4. 帕斯卡定律

Pressure at depth  $h$  in a fluid of uniform density

$$p = p_0 + \rho gh$$

Pressure at surface of fluid

Uniform density of fluid

Depth below surface

Acceleration due to gravity ( $g > 0$ )

帕斯卡定律：不可压缩静止流体中任一点受外力产生压强增值后，此压强增值瞬时传至静止流体各点。

## 5. 连续性方程

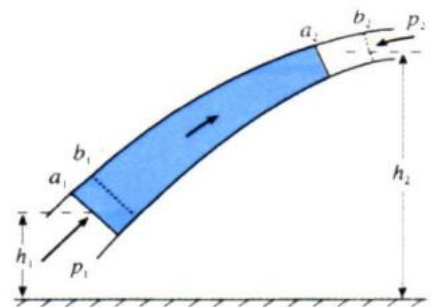
理想流体的连续性方程(连续性原理、流量方程)：  
绝对不可压缩、没有粘滞性的流体叫做理想流体

$$Sv = \text{恒量}$$

对于同一流管的任意截面，伯努利方程：

## 6. 伯努利方程

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{恒量}$$



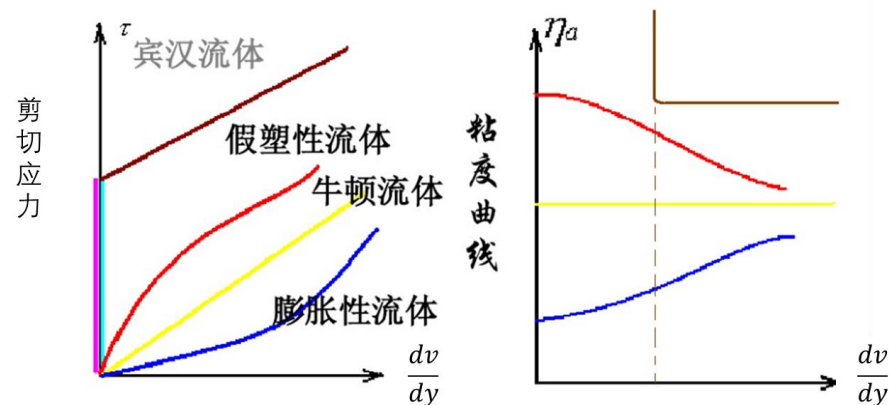
•含义：对于理想流体作稳定流动，在同一流管中任一处，每单位体积流体的动能、势能和该处压强之和是一个恒量。



# 回顾



## 1. 牛顿流体和非牛顿流体

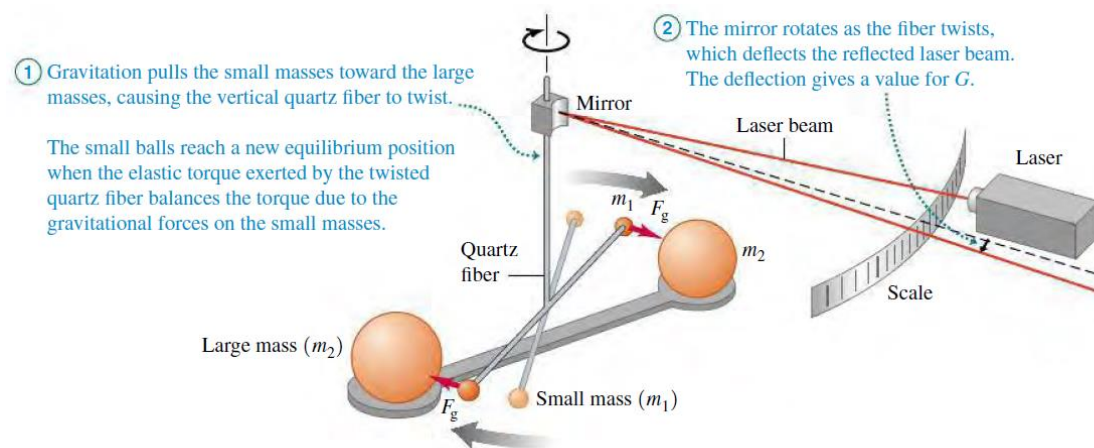


## 2. 万有引力

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

## 3. 万有引力常数

$$G = 6.67384(80) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$



#### 4. 球体内部的物体受到的引力 $F = \frac{4\pi r \rho}{3} Gm$

- 地心压强正比于球体半径的平方，密度的平方。
- 约靠近核心，压强越大，密度越高。

