磁化和磁化强度

一、磁性和磁化

- 磁性：
  - 物质的基本属性之一，即物质的磁学特性
  - 吸铁石——天然磁体 —— 具有强磁性
  - 多数物质一般情况下没有明显的磁性
- 磁介质：
  - 对磁场有一定响应,并能反过来影响磁场的物质
  - 一般物质在较强磁场的作用下都显示出一定程度的磁性，即都能对磁场的作用有所响应，所以都是磁介质
- 磁化:
  - 在外磁场的作用下，原来没有磁性的物质，变得具有磁性，简称磁化。磁介质被磁化后，会产生附加磁场，从而改变原来空间磁场的分布

磁介质在磁场 $\vec{B}_o$ 中被磁化，
诱导出额外磁矩，磁矩产生一附加磁场 $\vec{B}'$

那么，空间任意一点磁场的磁感应强度 $\vec{B}$ 应该是附加磁场与原磁场的迭加

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}'}$$

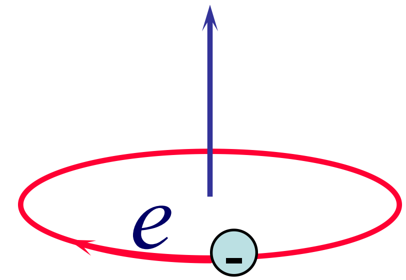
由于不同磁介质有不同的磁化特性，
它们磁化后所激发的附加磁场会有所不同

问题的提出：

为什么物质对磁场有响应？如何加以描述？

为什么不同类型的物质对磁场有不同的响应，即具有不同的磁性？

“分子电流”模型



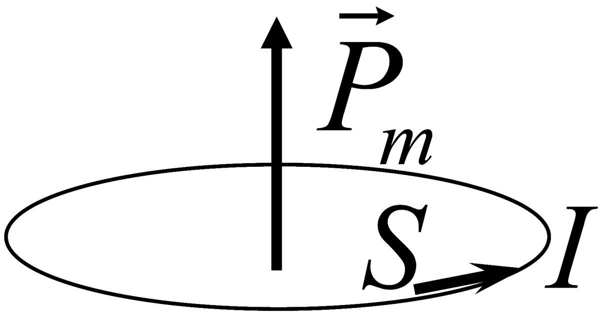
分子电流

磁介质的“分子”相当于一个环形电流，是电荷的某种运动形成的，它没有像导体中电流所受的阻力，分子的环形电流具有磁矩——分子磁矩，在外磁场的作用下可以自由地改变方向

- 把磁矩本质归结为电流（电荷的运动）
- 所谓“分子”泛指介质的微观基本单元

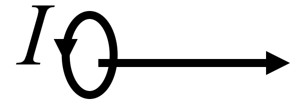
定义平面电流的磁矩

$$\boxed{\vec{P}_m = I\vec{S}}$$



如果场点距平面电流的距离很远，平面电流等效于磁偶极子。由于分子电流的半径很小，所以一般可以把分子电流等效于磁偶极子：

分子电流 ⟷ 磁偶极子

分子电流 磁偶极矩 $\vec{p}_m$ 

磁矩在磁场中的力矩、能量和平衡位置

$$\vec{T}=\vec{p}_m\times\vec{B}$$

$$W=-\vec{p}_m\cdot\vec{B}$$

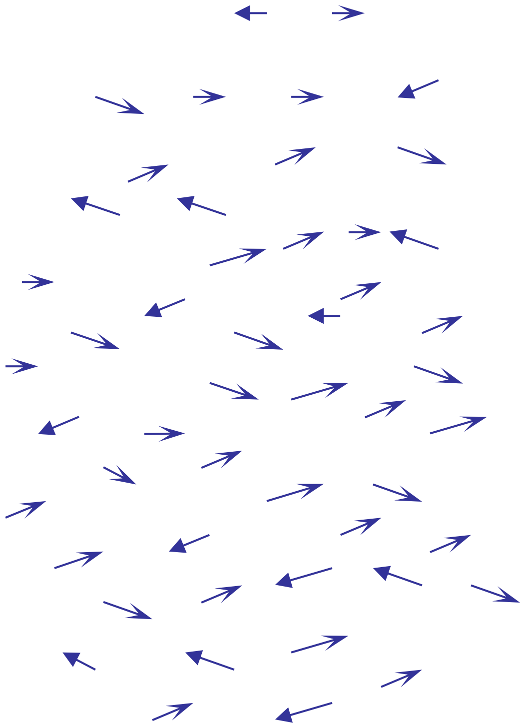
$$\begin{cases}\theta=0 & W=-p_m\cdot B \quad \text{能量最低}\\ \theta=\pi/2 & W=0\\ \theta=\pi & W=p_m\cdot B \quad \text{能量最高}\end{cases}$$

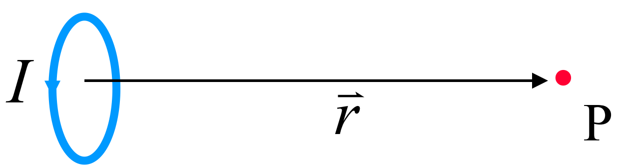
现代的观点 — 分子磁矩的起源

- 分子磁矩 $\boldsymbol{m}_{分子}= \boldsymbol{m}_l+ \boldsymbol{m}_s$ （矢量和）
  - 轨道磁矩$\boldsymbol{m}_l$：由原子内各电子绕原子核的轨道运动决定
  - 自旋磁矩$\boldsymbol{m}_s$：由核外各电子的自旋的运动决定

磁化规律：类比于极化规律

•磁介质的物理图象：多磁矩系统，磁矩的位置不变；

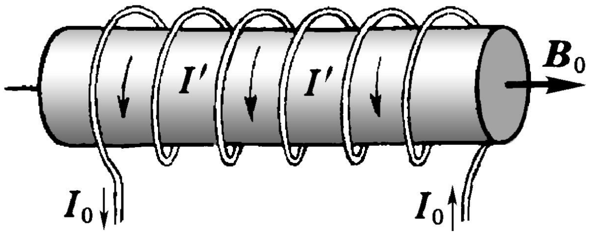




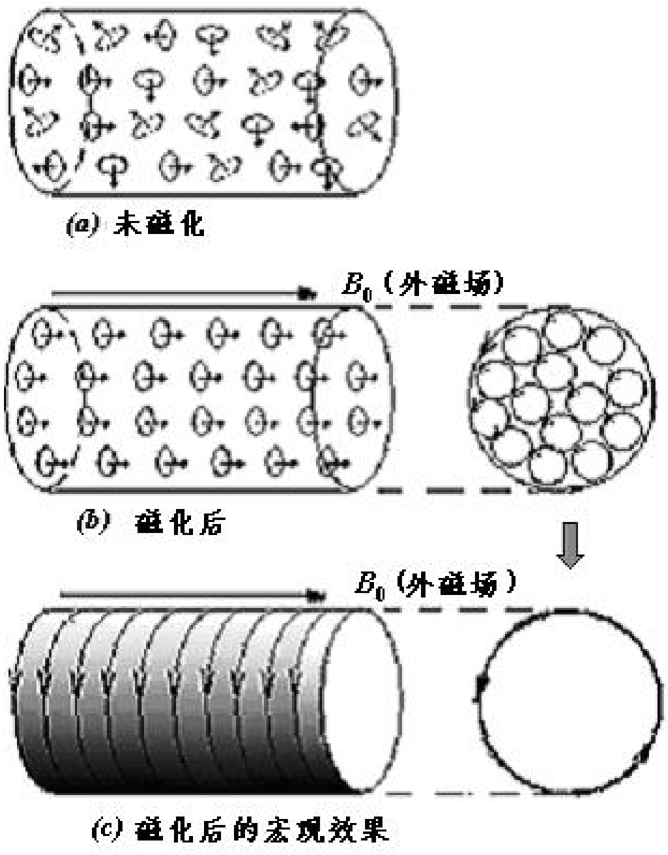
分子电流图象：

1. 每一个分子电流提供一个分子磁矩$m_{分子}$;
2. 在外磁场作用下大量混乱分布（无序）分子电流整齐排列（有序）；
3. 磁化了的介质内分子磁矩矢量和$\Sigma m_{分子} \neq 0$;
4. 分子磁矩的整齐排列贡献宏观上的磁化电流I'，带来附加磁场B’。

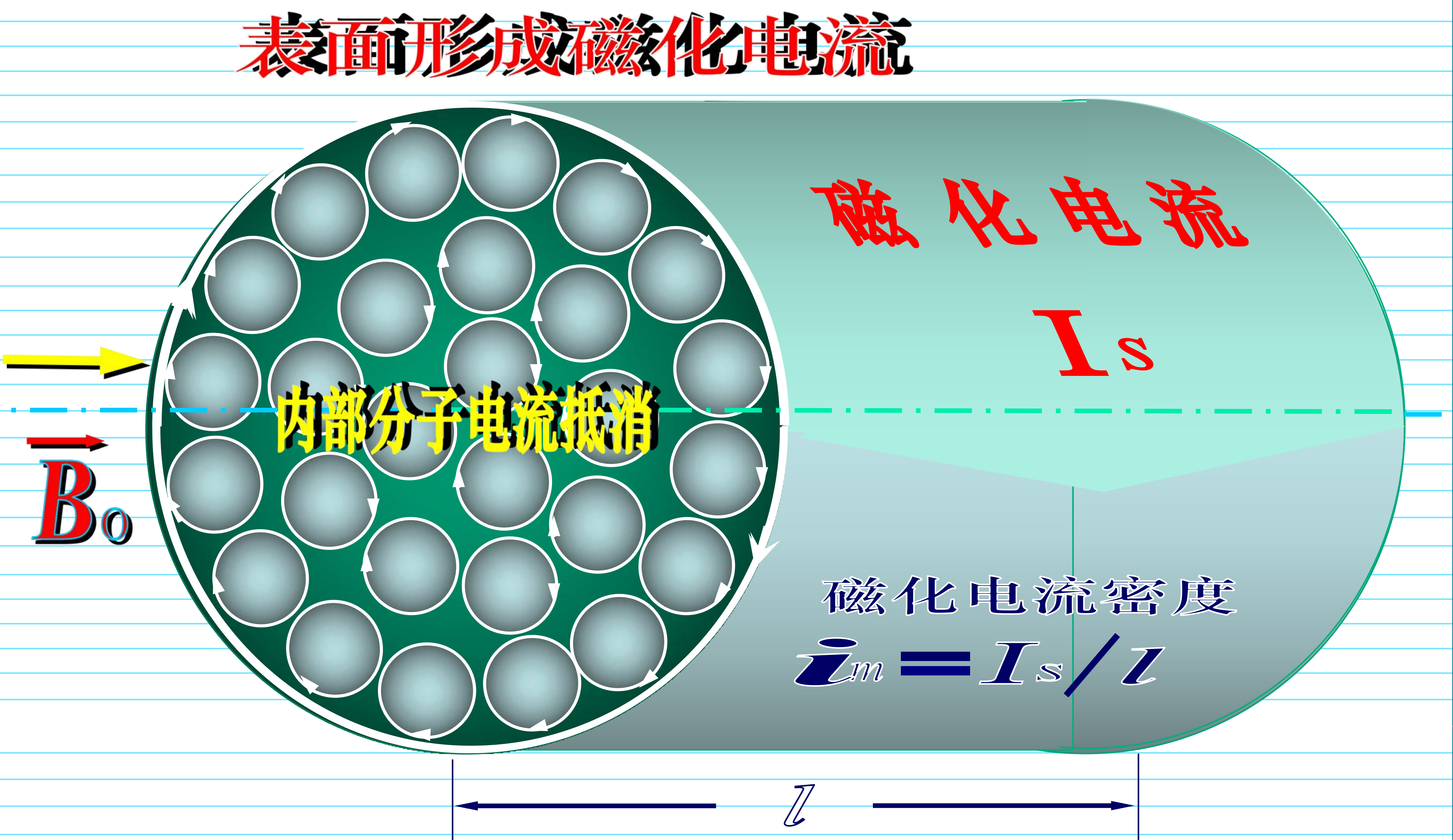
二、磁化电流



- 介质对磁场作用的响应 ——产生磁化电流, 磁化电流不能传导，束缚在介质上，也叫束缚电流。
- 它也能产生磁场，满足毕奥-萨伐尔定律，可以产生附加场*B'*，影响原来空间的磁场分布。
- 各向同性的磁介质只有介质表面处，分子电流未被抵消，形成磁化电流



磁化电流

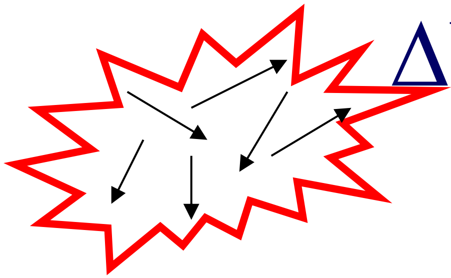


三、磁化强度

单位体积中分子的磁矩的矢量和叫磁介质的极化强度。

定义 $$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_i \vec{m}_i}{\Delta V}$$

ΔV



$\vec{m}_i$ 每个分子的磁矩

宏观上无限小
微观上无限大
的体积元ΔV

$$\left.\begin{cases}\vec{M} \\ I' \\ \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'\end{cases}\right\}$$ **描绘磁化**

三者从不同角度定量地描绘同一物理现象 —— 磁化，所以之间必有联系

这些关系即磁介质磁化遵循的规律是什么？

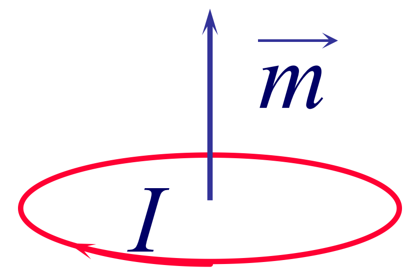
1、磁化强度M与磁化电流I'关系

- 磁化强度矢量M沿任意闭合回路L的积分等于通过以L为边界的曲面S的磁化电流的代数和，即

$$\oint_L \overrightarrow{M} \cdot d\vec{l} = \sum_{L内} I'$$

通过以L为界S面内全部分子电流的代数和

证明



- 把每一个宏观体积内的分子看成是完全一样的电流环即用平均分子磁矩代替每一个分子的真实磁矩

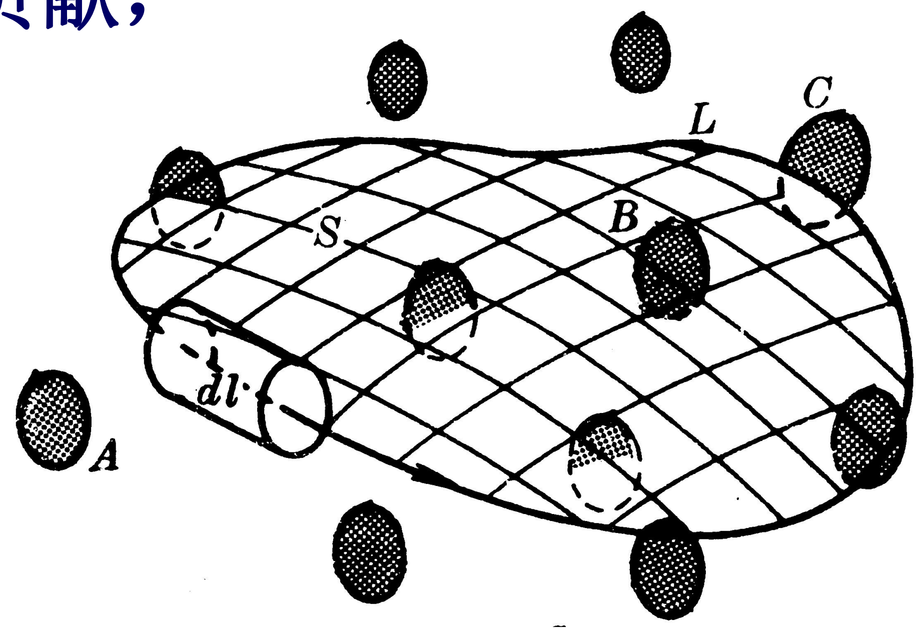
$$\vec{m}_{分子} = I\vec{S}$$

- 设单位体积内的分子数为n，则单位体积内分子磁矩总和为

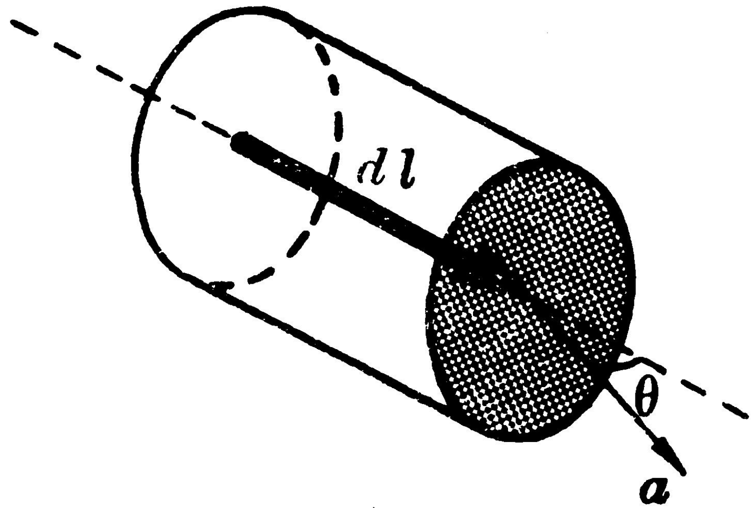
$$\frac{\sum \vec{m}_{分子}}{\Delta V} = nI\vec{S} = \vec{M}$$

设想在磁介质中划出任意宏观面S来考察：令其边界线为L，则介质中的分子环流分为三类

- 不与S相交——A
- 整个为S所切割，即分子电流与S相交两次——B
- 被L穿过的分子电流，即与 S相交一次——C
- A与B对S面 总电流无贡献，
- 只有C有贡献



■在L上取一线元,以*dl*为轴线，*a*为底，作一圆柱体,底面与d*l*夹角θ

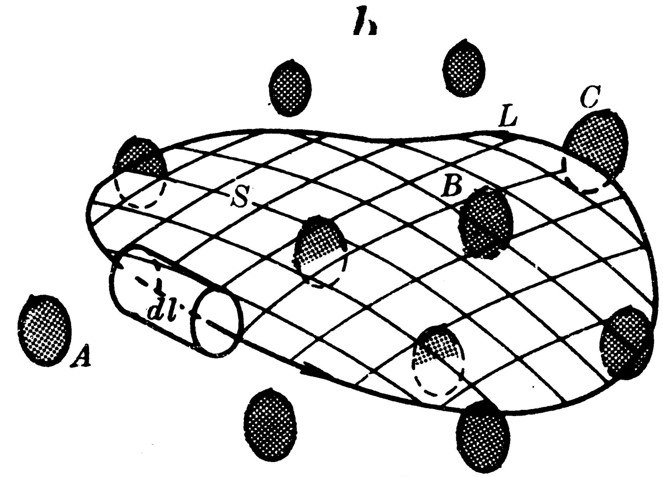


■体积为ΔV=*Sdlcos*θ，凡是中心处在ΔV内的分子环流

都为*dl*所穿过，ΔV内共有分子数

$$N = n\Delta V = nSdl\cos\theta$$

$$= n\vec{S}\cdot d\vec{l}$$



■N个分子总贡献

$$I' = IN = nI\vec{S}\cdot d\vec{l} = \vec{M}\cdot d\vec{l}$$

沿闭合回路L积分得普遍关系

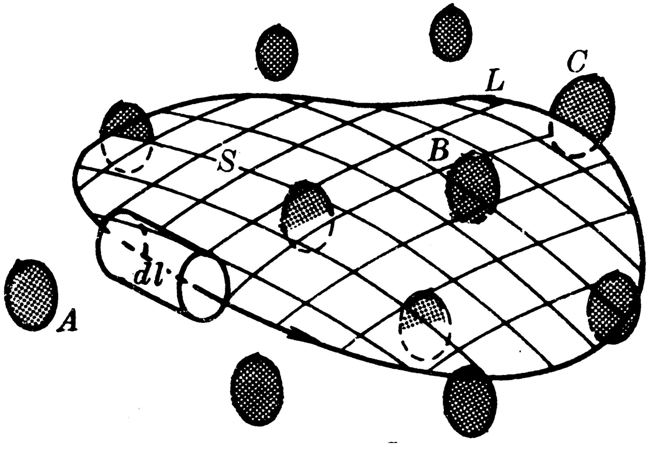
$$I' = nI\vec{S}\cdot d\vec{l} = \vec{M}\cdot d\vec{l}$$

积分形式

$$\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l} = \sum_{L内} I'$$

通过以L为界S面内全部分子电流的代数和

- 均匀磁化：**M**为常数，内部没有磁化电流，磁化电流只分布在介质表面



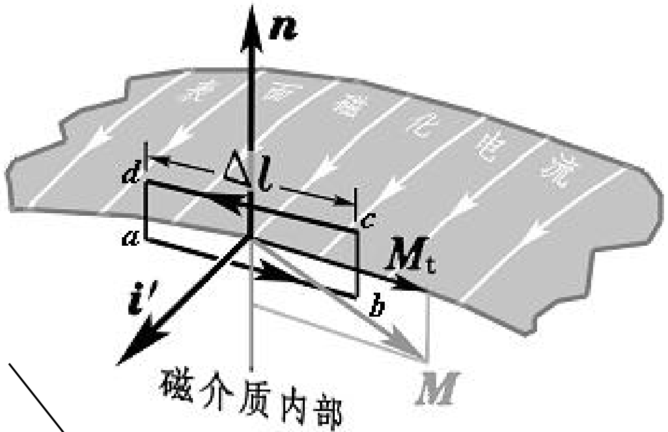
2、M与介质表面磁化电流的关系

$$M_t = i'$$

面磁化电流密度

- 证明

首先在介质表面取闭合回路L，穿过回路的磁化电流为



$$I' = i'\Delta l$$

$$\int_a^b M_t dl$$

M=0

$$I' = \oint_L \overrightarrow{M}\cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{M}\cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{M}\cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{M}\cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{M}\cdot d\vec{l}$$

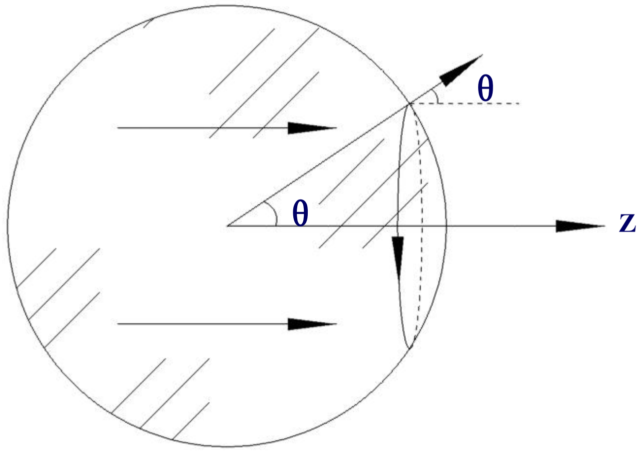
bc、da<< dl

$$M_t\Delta l = i'\Delta l \Rightarrow M_t = i'$$

$$\vec{i}\,' = \vec{M}\times\vec{n}$$

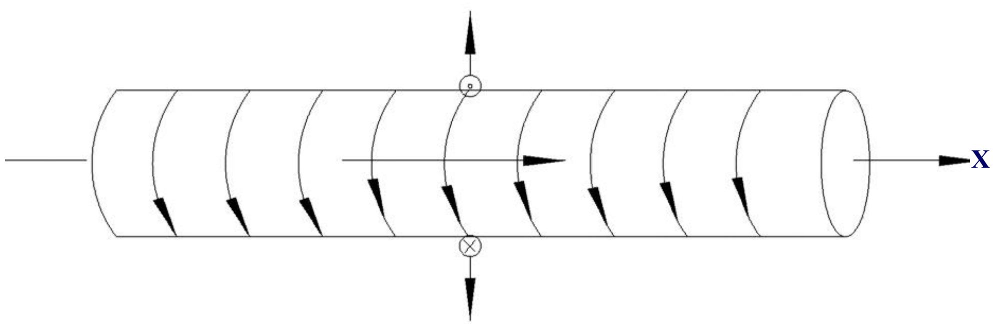
磁化面电流示例：

i）均匀磁化介质球（永磁体），磁化强度为M，则



$$\vec{i}' = \vec{M} \times \vec{n} = M \sin\theta\, \vec{e}_{\varphi}$$

ii）均匀磁化长条形棒（如：圆柱形）， $i' = M$。相当于载流面密度为nI的长螺线管：$\vec{B}' = \mu_0 i' \vec{e}_x$ $(nI \to i' = M)$。



3、磁化强度矢量M和B的关系

- 磁介质磁化达到平衡后，一般说来，磁化强度矢量M应由总磁感应强度B确定

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$$

- M和B之间的关系
  - 磁介质的磁化规律（通常由实验确定）
  - 磁介质种类繁多，结构性质各异，磁介质中M和B的关系很难归纳成一个统一的形式
- 线性磁介质

$$\mathbf{M} = k_m \mathbf{B}$$

与介质性质有关

- 非线性磁介质：
  - 不满足上述关系

四、磁介质中的安培环路定理

磁介质中的安培环路定理：磁场强度H沿任何闭合回路的线积分，等于通过该回路所包围的传导电流的代数和：

磁场强度

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

说明：

- 磁场强度是一个辅助物理量，单位：A· m^{-1}
- 环流只与穿过闭合回路的传导电流有关， 而与磁化电流无关。

证明

无磁介质时 $$\oint_L \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{(L内)} I_0$$

有磁介质时 $$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0(\underbrace{\sum I + I'}_{})$$

穿过以回路为边界的任一曲面的总电流

$$\because\ I' = \oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\therefore\ \oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0(\sum I + \oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l})$$

或 $$\oint (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I$$

定义 $\vec{H}=\dfrac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$ 为磁场强度

$$\because \quad \oint\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I$$

则 $\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I$

有磁介质时的安培环路定理

磁介质中的安培环路定理：磁场强度沿任意闭合路径的线积分等于穿过该路径的所有传导电流的代数和，而与磁化电流无关。

$$\because \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad \therefore \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

实验证明：对于各向同性的介质，在磁介质中任意一点磁化强度和磁场强度成正比。

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

式中 χ_m 只与磁介质的性质有关，称为磁介质的磁化率，是一个纯数。如果磁介质是均匀的，它是一个常量；如果磁介质是不均匀的，它是空间位置的函数。

$\chi_m > 0$　　顺磁质

$\chi_m < 0$　　抗磁质

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\Longrightarrow \quad \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

令 $\mu_r = 1 + \chi_m$

相对磁导率

磁导率

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

值得注意：$\vec{H}$ 为研究介质中的磁场提供方便而不是反映磁场性质的基本物理量， $\vec{B}$ 才是反映磁场性质的基本物理量。

磁介质分类

磁化后介质内部的磁场与附加磁场和外磁场的关系：

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

$B > B_0$ 顺磁质

$B < B_0$ 抗磁质

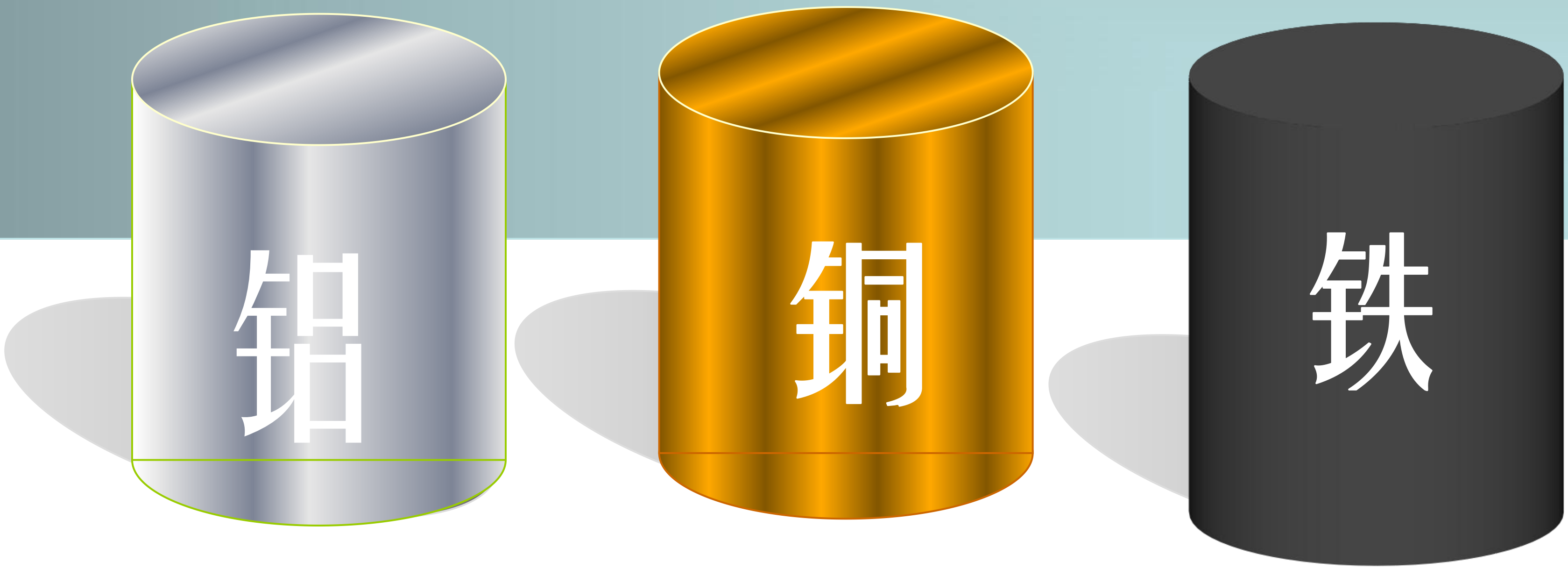
$B >> B_0$ 铁磁质

$$\mu_r \begin{cases} >1 \\ <1 \\ >>1 \end{cases}$$

定义 $$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

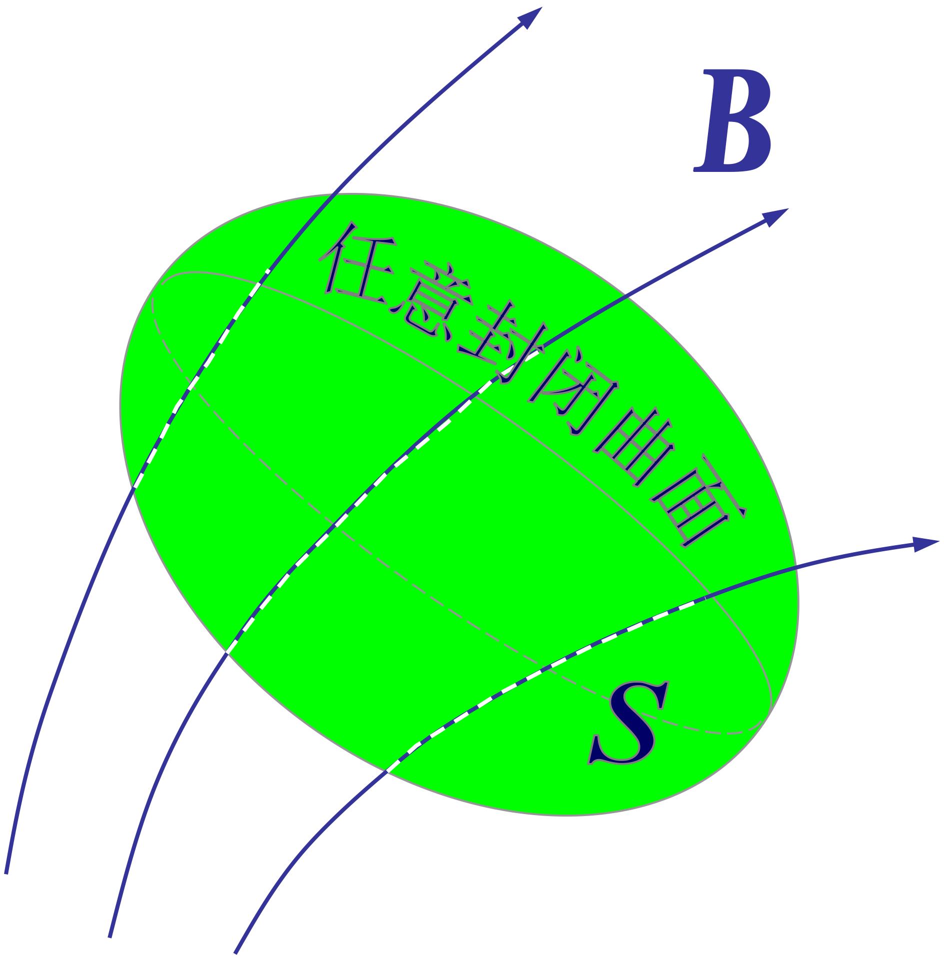
磁介质的分类

顺磁质	抗磁质	铁磁质
$\mu_r > 1$	$\mu_r < 1$	$\mu_r \gg 1$
且≈ 1	且≈ 1	



$\approx 1+10^{-4}$	$\approx 1-10^{-5}$	$\approx 10^{5}$

五、磁介质中的高斯定理



$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

通过磁介质磁场中任一封闭曲面的磁通量均应等于零.

真空　　　　　　　　磁介质

稳恒电流（传导、磁化）

传导电流

$$\oint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\left(\sum I + \sum I'\right)$$

$$\oint \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \sum I$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

- 各向同性线性介质**H** 正比于**B**：$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}$

如果已知传导电流在空间的分布，磁介质在空间的分布以及每种磁介质的磁导率，原则上可由以上三式确定场中的**H**、**B**。

计算：

在解决与磁介质有关的问题时，$\vec{H}$ 的使用可使问题简单化：

$\vec{H}$ 与磁介质无关，由传导电流分布先求 $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

由 $\vec{H}$与 $\vec{B}$的关系，求 $\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$

由 $\vec{H}\left(\vec{B}\right)$与 $\vec{M}$ 的关系，求 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

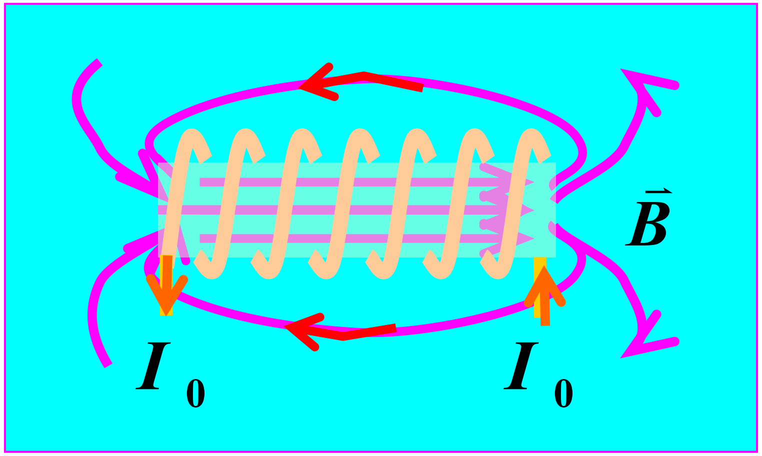
由 $\vec{M}$ 与 I' 的关系，求磁化电流分布

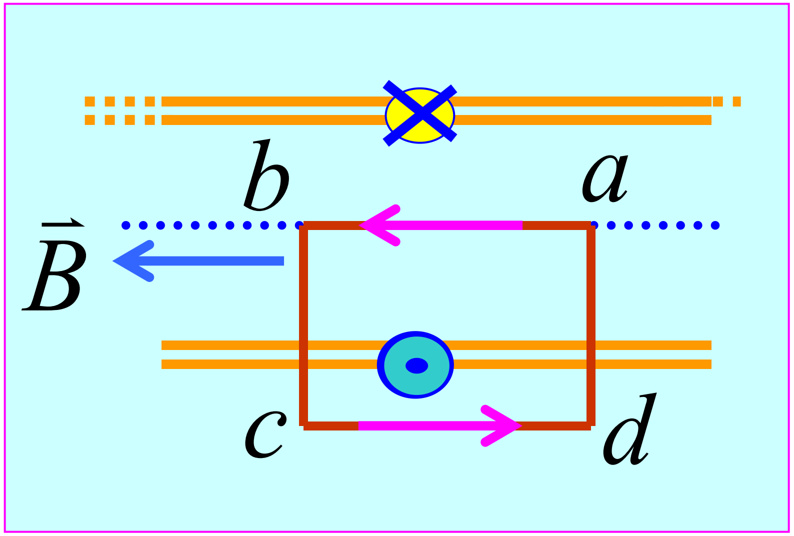
$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

例1、长直螺旋管内充满均匀磁介质(μ_r)，设电流I_0，单位长度上的匝数为n。求管内的磁感应强度。

课堂练习

解：因管外磁场为零，取如图所示安培回路





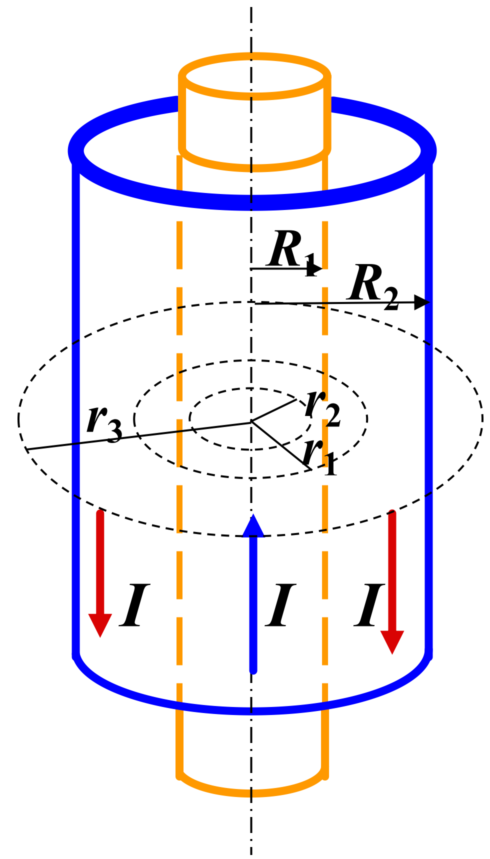
$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I$$

$$lH = nlI_0$$

$$H = nI_0$$

$$\therefore B = \mu_0\mu_r H = \mu_0\mu_r nI_0$$

例2： 如图所示，一磁导率为μ半径为R_1的无限长圆柱体中均匀地通有电流I，在它外面有半径为R_2的无限长同轴圆柱面，两者之间充满着磁导率为μ的均匀磁介质，在圆柱面上通有相反方向的电流I。试求（1）圆柱体外圆柱面内一点的磁场；（2）圆柱体内一点磁场；（3）圆柱面外一点的磁场。

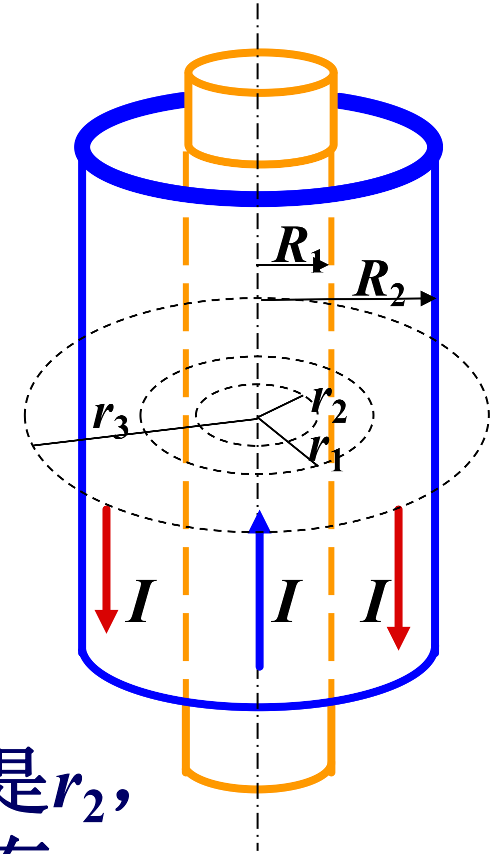


解 （1）当两个无限长的同轴圆柱体和圆柱面中有电流通过时，它们所激发的磁场是轴对称分布的，而磁介质亦呈轴对称分布，因而不会改变场的这种对称分布。设圆柱体外圆柱面内一点到轴的垂直距离是r_1，以r_1为半径作一圆，取此圆为积分回路，根据安培环路定理有

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = H\int_0^{2\pi r_1} \mathrm{d}l = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r_1}$$

$$B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r_1}$$



（2）设在圆柱体内一点到轴的垂直距离是r_2，则以r_2为半径作一圆，根据安培环路定理有

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = H\int_0^{2\pi r_2} \mathrm{d}l = H2\pi r_2 = I\frac{\pi r_2^2}{\pi R_1^2} = I\frac{r_2^2}{R_1^2}$$

式中 $I\dfrac{\pi r_2^2}{\pi R_1^2}$ **是该环路所包围的电流部分，由此得**

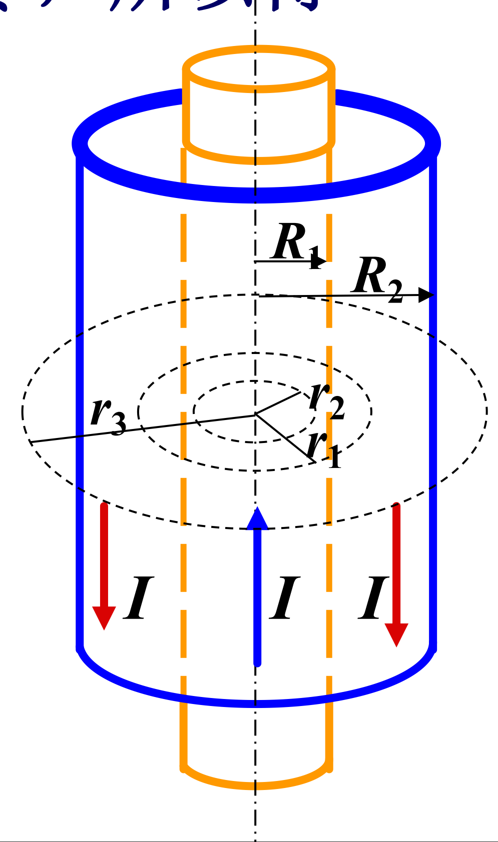
$$H=\frac{Ir_2}{2\pi R_1^2}$$ 由$B=\mu H$，得 $$B=\frac{\mu}{2\pi}\frac{Ir_2}{R_1^2}$$

（3）在圆柱面外取一点，它到轴的垂直距离是r_3，以r_3为半径作一圆，根据安培环路定理,考虑到环路中所包围的电流的代数和为零，所以得

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l}=H\int_0^{2\pi r_3} dl=0$$

即 $$H=0$$

或 $$B=0$$



作业

- 7.1.2
- 7.1.6


谢谢