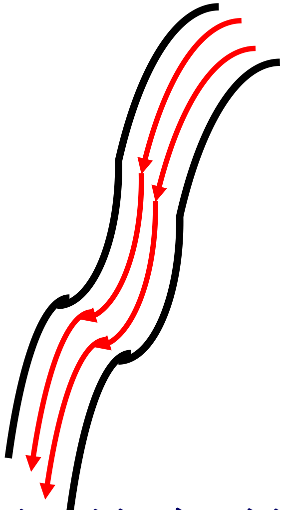
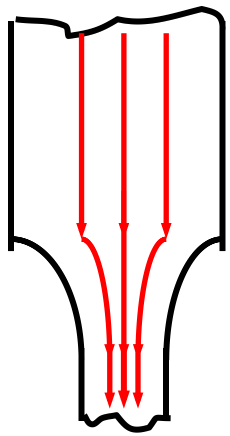
磁路和磁能

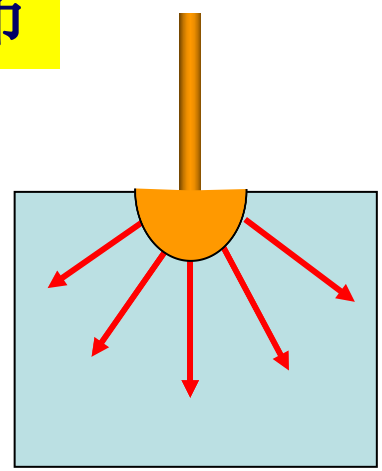
回忆：几种典型的电流分布



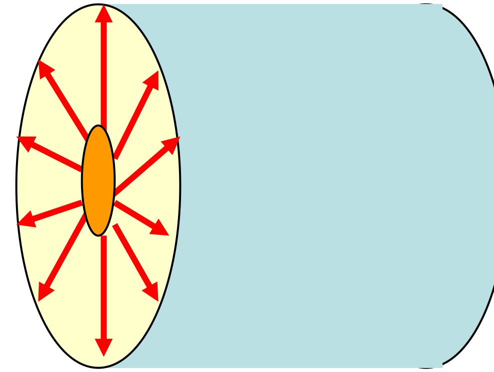
粗细均匀的金属导体



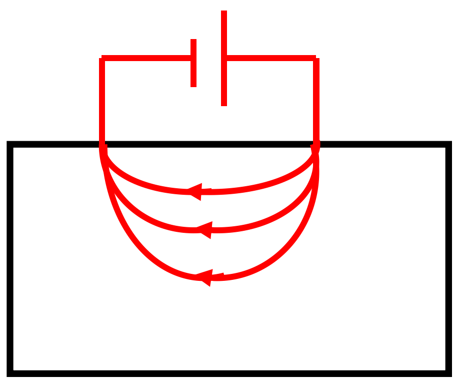
粗细不均匀的金属导线



半球形接地电极附近的电流



同轴电缆中的漏电流



电阻法勘探矿藏时的电流

一、磁路定理

1. 磁路的概念

由于铁磁材料的高磁导率，铁芯有使磁感应通量集中到自己内部的作用。工程上把由磁性材料组成的、（ 可包括气隙），能使磁力线集中通过的整体，称为磁路。

磁路特点

① 铁心中的磁场比周围空气中的磁场强得多；

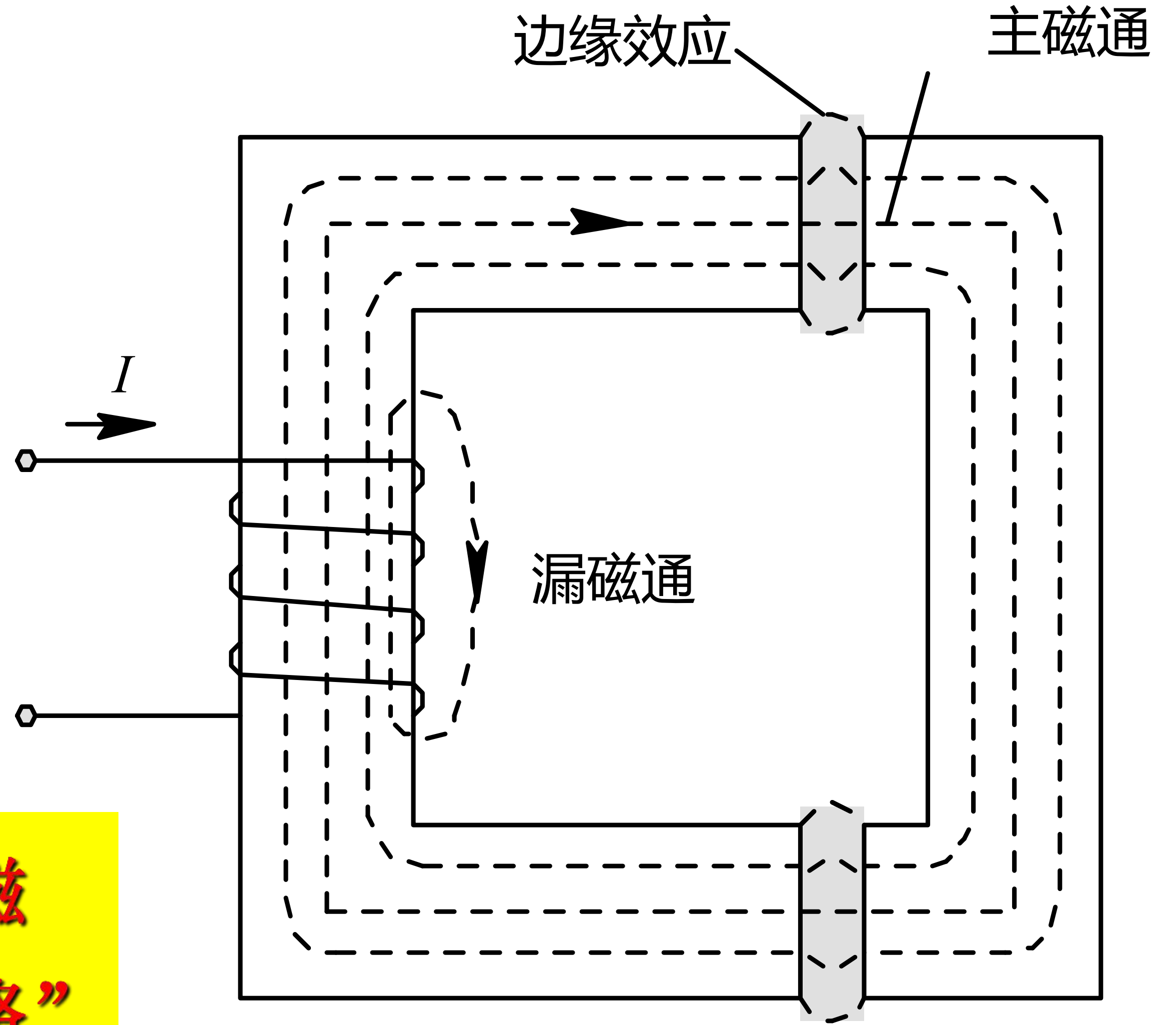
② 在限定的区域内利用较小的电流获得较强的磁场；

③ 主磁通远远大于漏磁通；

主磁通

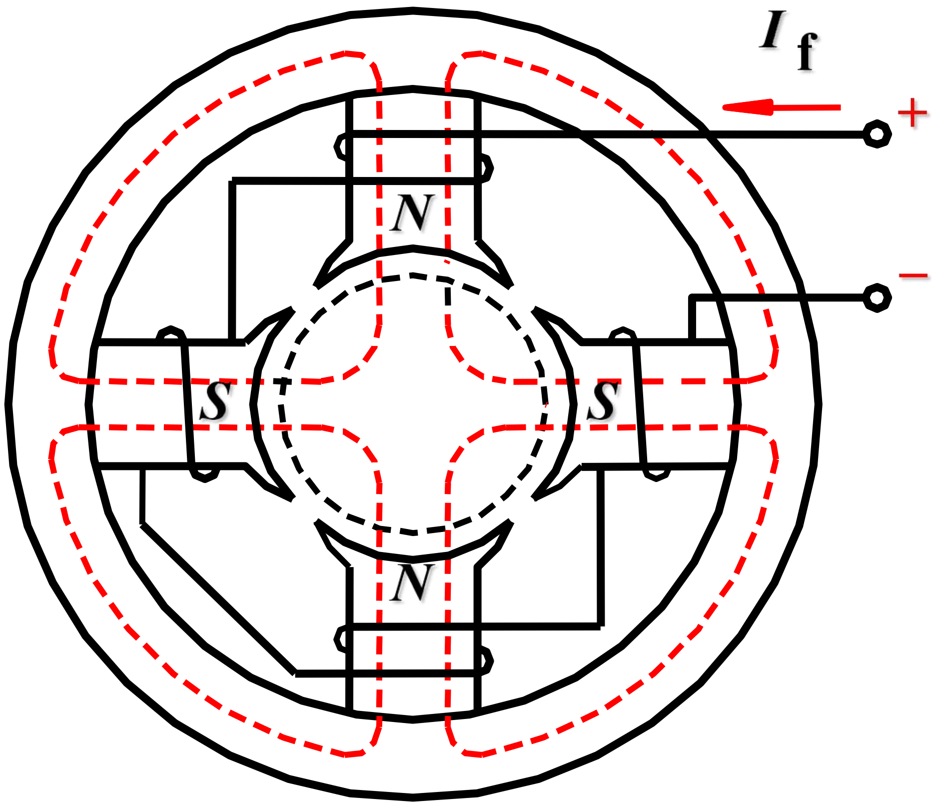
漏磁通

边缘效应

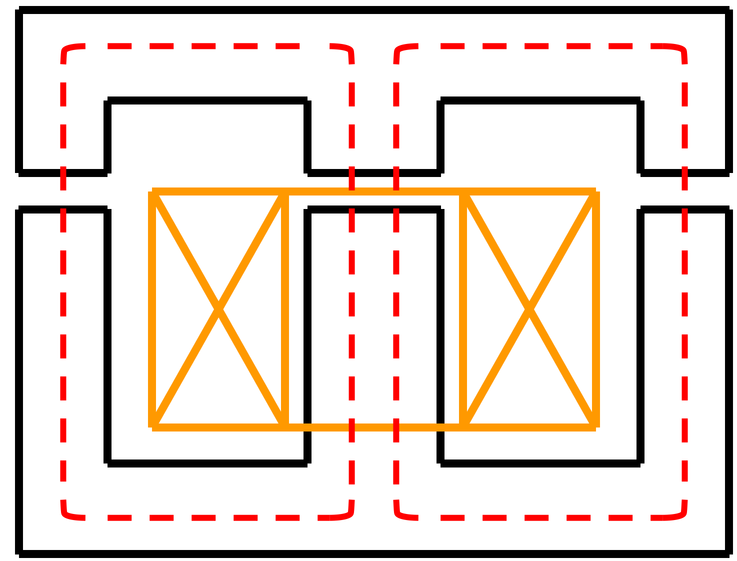


铁磁材料构成磁场的“导体回路”

– 磁路



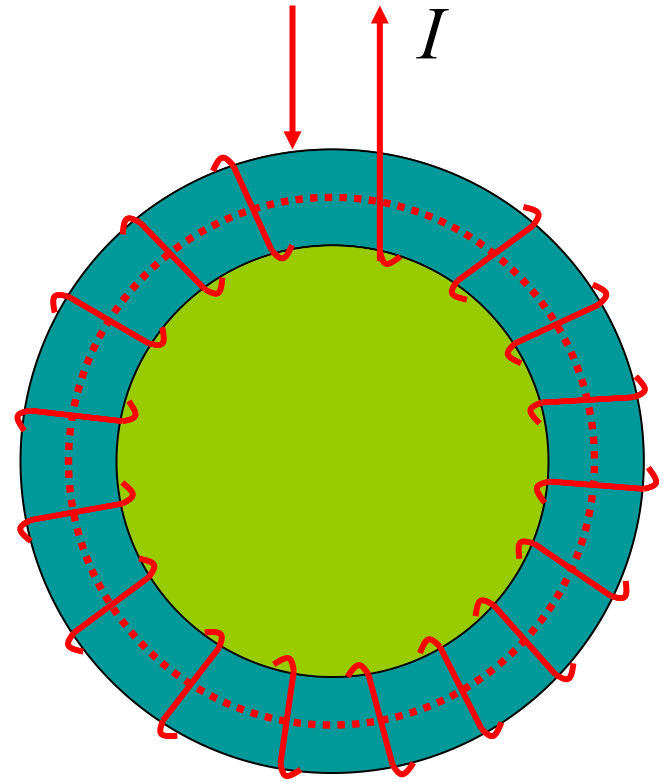
直流电机的磁路



交流接触器的磁路

2. 磁路欧姆定理

设截面积为S、长为l，磁导率为μ的铁环上，绕以紧密的线圈N匝，线圈中通过的电流为I。



利用磁介质中的安培定理

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I$$

$$Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$$

$$\because \Phi = BS = \mu HS = \mu S \frac{NI}{l}$$

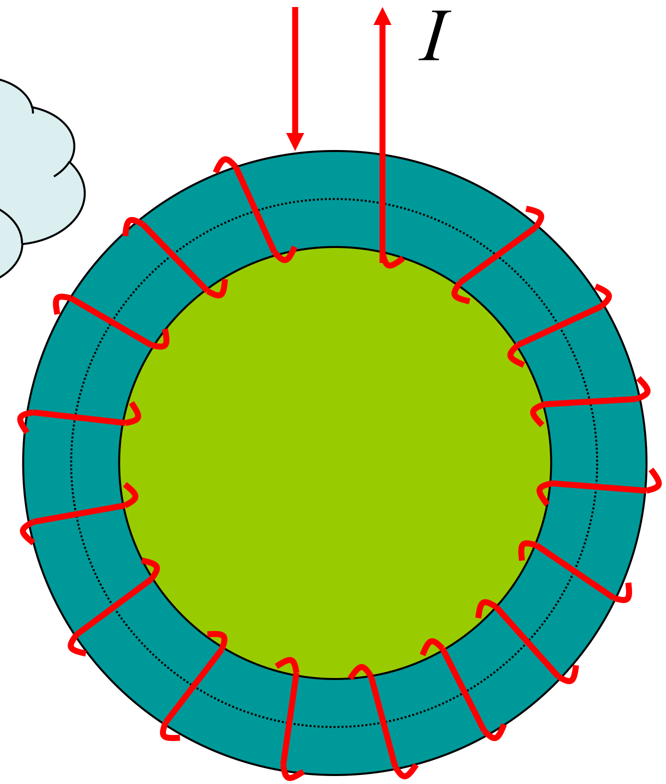
$$\therefore \Phi = \frac{\dfrac{NI}{l}}{\dfrac{l}{\mu S}}$$

$$\Phi = \frac{NI}{\dfrac{l}{\mu S}} \qquad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\dfrac{l}{\gamma S}}$$

电导率

$$\boxed{\Phi = \frac{F_m}{R_m}}$$

磁路的欧姆定理

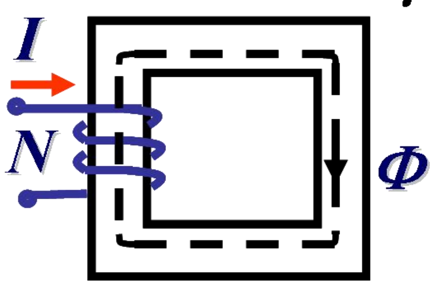


其中 $F_m = NI$ 为磁路的**磁通势**，单位为 A 。

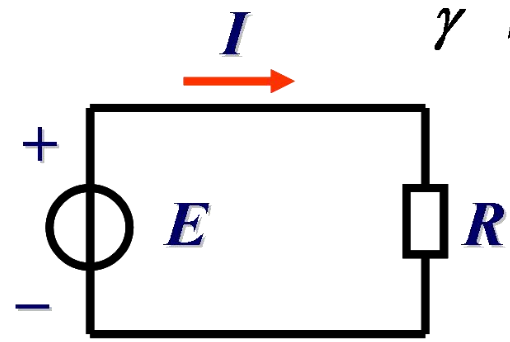
$R_m = \dfrac{l}{\mu S}$ 为闭合磁路的**磁阻**，单位为 A/Wb 。

磁路与电路的类比

<table>
<tr><th>磁路</th><th>电路</th></tr>
<tr><td>磁通势 F</td><td>电动势 E</td></tr>
<tr><td>磁通 Φ</td><td>电流 I</td></tr>
<tr><td>磁感应强度 B</td><td>电流密度 J</td></tr>
<tr><td>磁阻 $R_m = \dfrac{l}{\mu S}$</td><td>电阻 $R = \dfrac{l}{\gamma S}$</td></tr>
<tr><td>



</td><td>



</td></tr>
<tr><td>$\Phi = \dfrac{F}{R_m} = \dfrac{NI}{\dfrac{l}{\mu S}}$</td><td>$I = \dfrac{E}{R} = \dfrac{E}{\dfrac{l}{\gamma S}}$</td></tr>
</table>

为什么可以将磁路与电路的类比?

答案：基本规律相同

磁高斯定理 ⟺ 恒定电流条件

通过任意闭合曲面的磁通量必等于零：

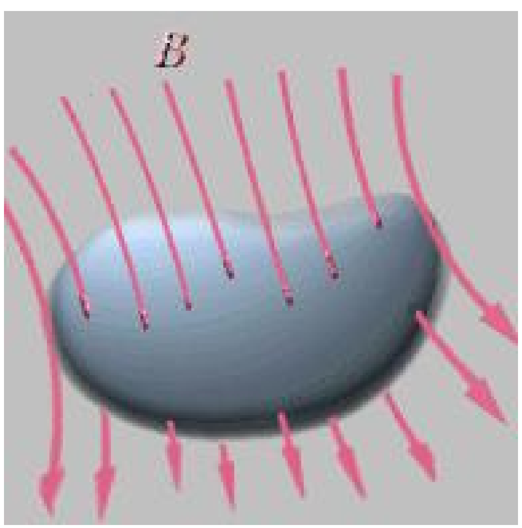
$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

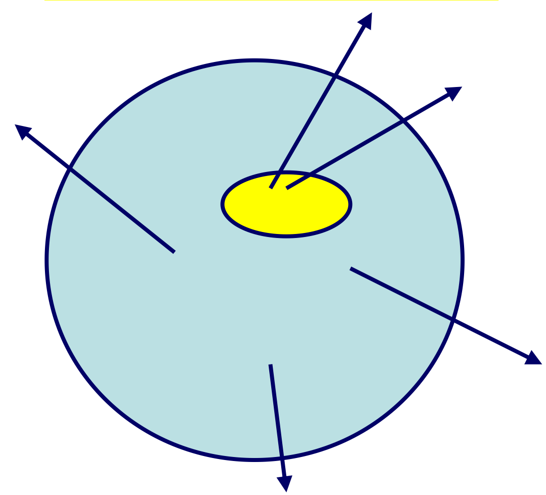
$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

空间各处的电荷不随时间变化：

$$\oiint_S \vec{\mathbf{j}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}=0$$

$$I=\int_s \vec{\mathbf{j}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}}$$



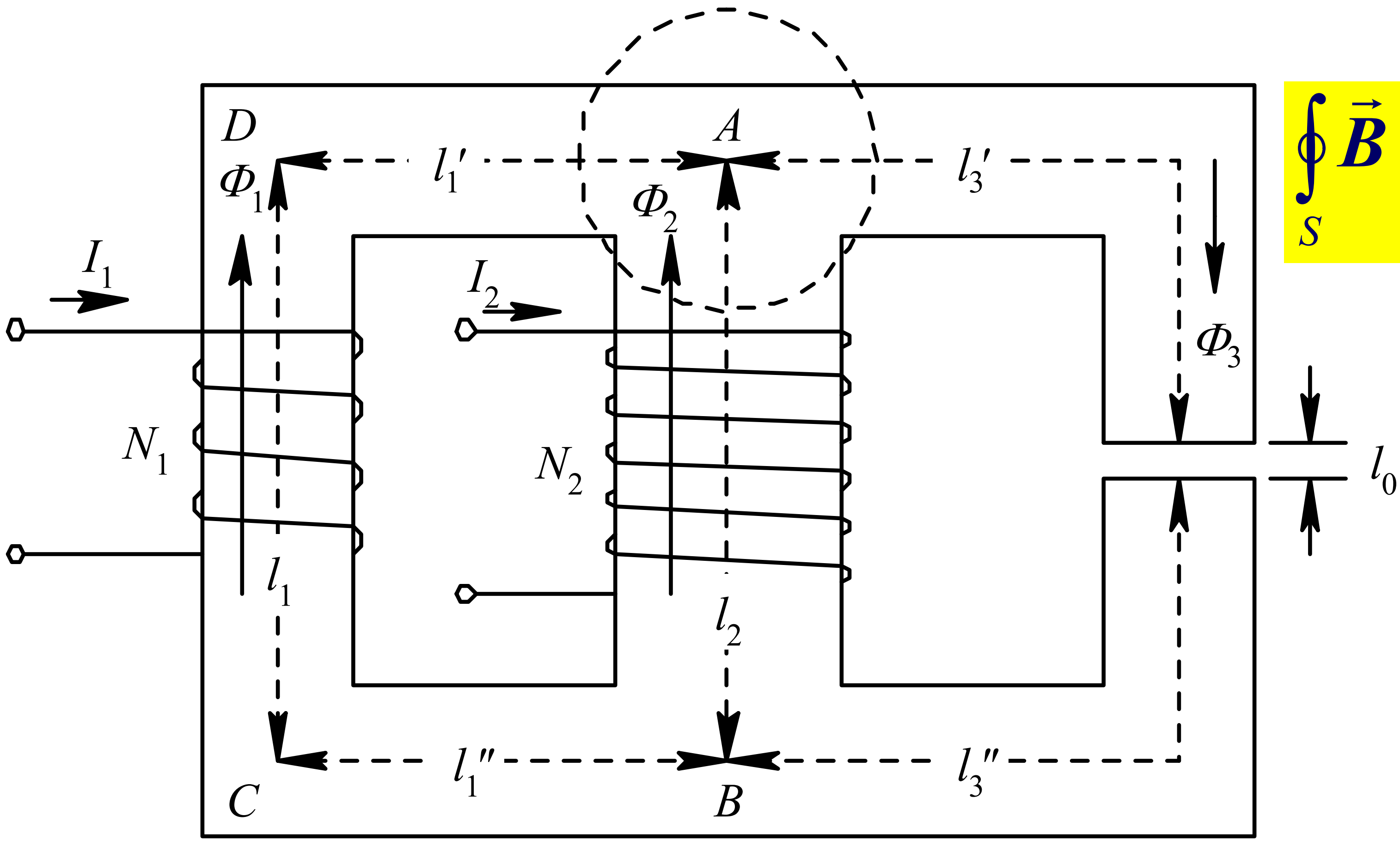


3. 磁路的基尔霍夫第一定律

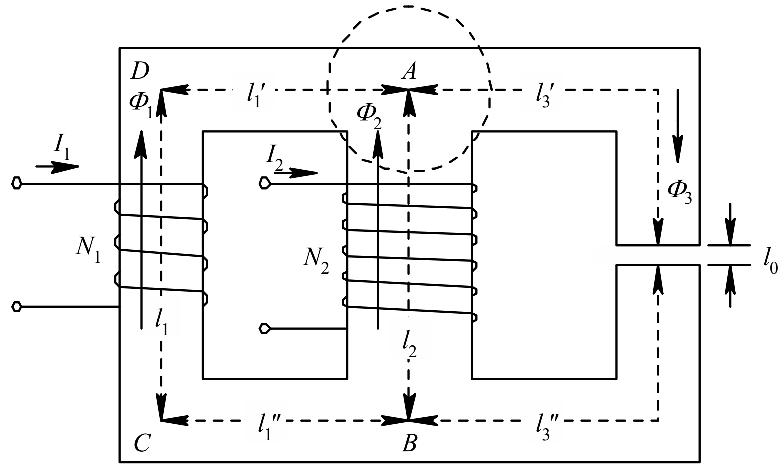
$$\sum \Phi = 0$$

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$



4. 磁路的基尔霍夫第二定律



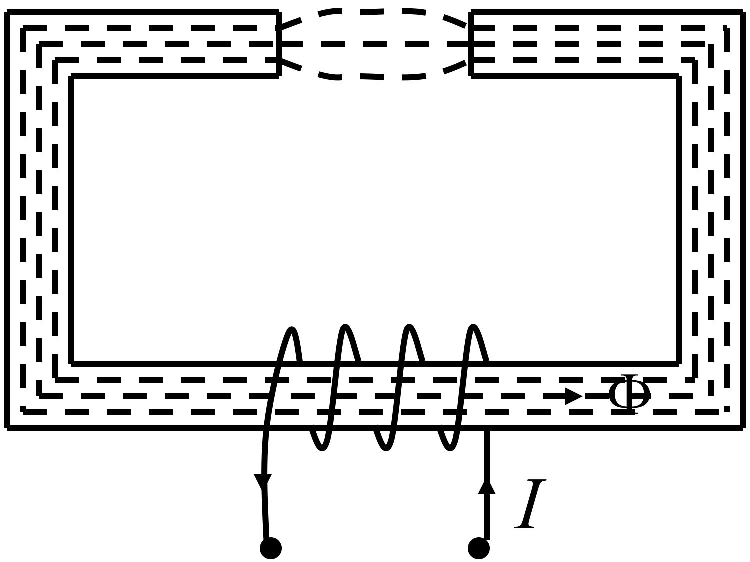
$$\sum(Hl) = \sum(IN)$$

对于如图所示的**ABCDA**回路, 可以得出

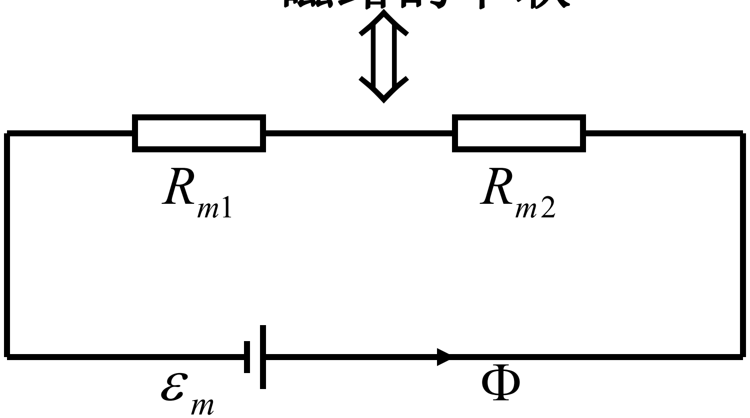
$$H_1 l_1 + H_1' l_1' + H_1'' l_1'' - H_2 l_2 = I_1 N_1 - I_2 N_2$$

磁阻的串联与并联

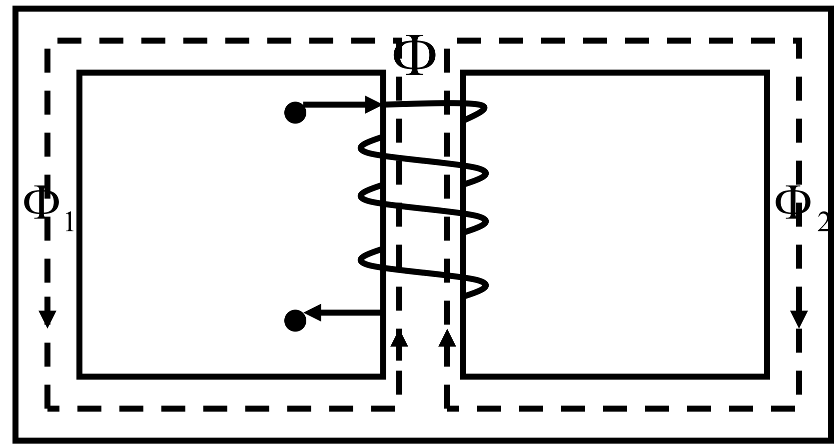
课下作业



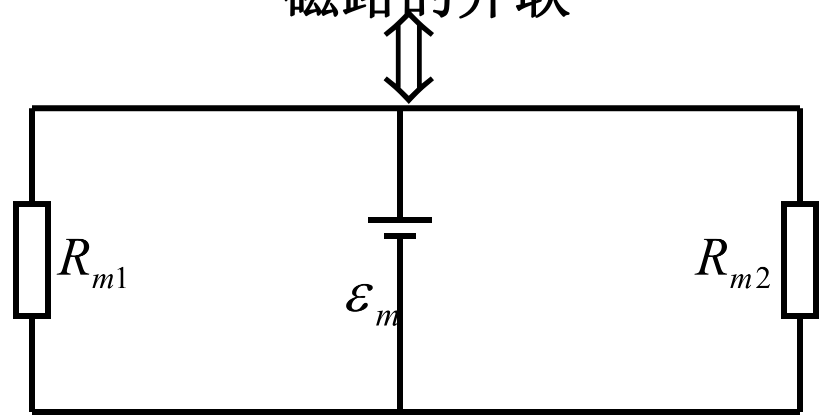
磁路的串联



$$R_m = R_{m1} + R_{m2}$$



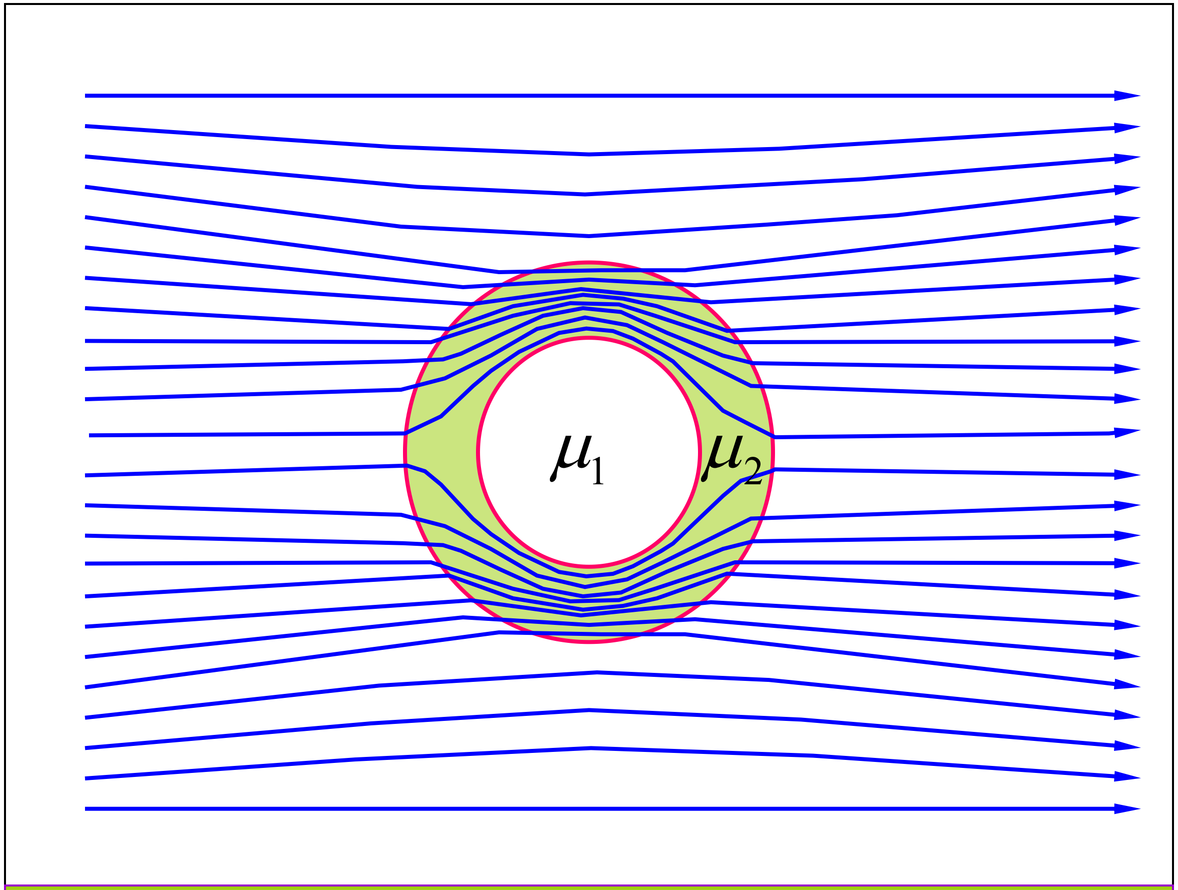
磁路的并联



$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}}$$

磁屏蔽

把磁导率不同的两种磁介质放到磁场中，在它们的交界面上磁场要发生突变，引起了磁感应线的折射。磁力线趋向于在磁导率大的区域里存在（对应于电流趋向于在电导率大的区域里流动）



磁屏蔽示意图

$$\mu_2 >> \mu_1$$

磁场的能量和能量密度

1.自感能：

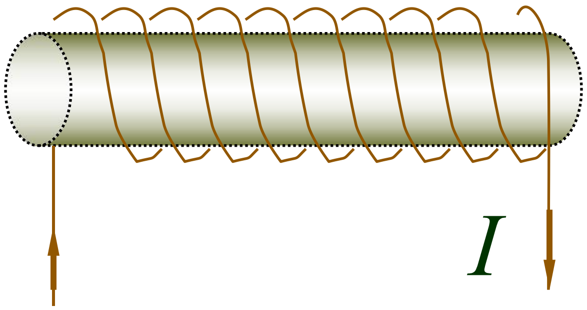
$$W_{ms} = \frac{1}{2} L I^2$$

3.磁场能：

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$W_m = \int w_m dV = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dV$$

磁介质中长直螺线管的物理量



$$H = nI$$

$$B = \mu nI = \mu_0 \mu_r nI$$

$$\Phi_N = NBS = \mu n^2 VI$$

$$L = \frac{\Phi_N}{I} = \mu n^2 V$$

- 长度=l,
- 截面=S,
- 匝数=N,
- 螺线管中磁介质的磁导率 μ

自感线圈能够储存能量通电过程电源消耗的多余能量就储存在自感线圈中断电过程储存在自感线圈中的这部分能量又释放出来

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

磁能的普适公式

- 长直螺线管自感 $L = \mu_0 \mu_r n^2 V$
  - 磁能 $W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r n^2 I^2 V$

$$= \frac{1}{2} (\mu_0 \mu_r n I)(n I) V = \frac{1}{2} B H V = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} V$$

磁场能量密度普适公式

- 磁能密度：单位体积内的磁能

$$\omega_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2}\mathbf{B}\cdot\mathbf{H}$$

$$W_m = \iiint \omega_m dV = \frac{1}{2}\iiint \mathbf{B}\cdot\mathbf{H}dV$$

普遍成立

本章小结

	电介质	磁介质
与场相互作用机制	转向极化 位移极化 $\sum \vec{p}_e \neq 0$	均产生与 $\vec{B}_0$ 反向的附加磁矩 $\Delta \vec{m}$ 抗磁质：只有 $\sum \Delta \vec{m}$ 顺磁质：转向 + 附加磁矩 $\sum \vec{m} + \sum \Delta \vec{m} \approx \sum \vec{m}$
描 述	极化强度： $\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p}_e}{\Delta V}$ 极化电荷： $\sigma' = P_n$ $\oint_s \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum\limits_{(S内)} q'$	磁化强度 $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{m} + \sum \Delta \vec{m}}{\Delta V}$ 抗：$\vec{M} = \dfrac{\sum \Delta \vec{m}}{\Delta V}$ 与 $\vec{B}_0$ 反向 顺：$\vec{M} \approx \dfrac{\sum \vec{m}}{\Delta V}$ 与 $\vec{B}_0$ 同向 磁化电流：$\oint_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum\limits_{(穿过L)} I_s$

	电介质	磁介质
介质中的 场	$\vec{E}_0 \rightarrow \vec{P} \rightarrow q'(\sigma', \rho')$ $\uparrow \qquad \downarrow$ $\vec{E} \leftarrow \vec{E}' + \vec{E}_0$	$\vec{B}_0 \rightarrow \vec{M} \rightarrow I_s(j_s)$ $\uparrow \qquad \downarrow$ $\vec{B} \leftarrow \vec{B}' + \vec{B}_0$
基本规律	电位移矢量: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ 介质中的高斯定理: $\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{(S内)} q_0$	磁场强度: $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ 介质中的安培环路定理: $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{(穿过L)} I_0$

	电介质	磁介质
其它对应关系	$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$ $\varepsilon_r=1+\chi_e$ $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$	$\vec{M}=\chi_m\vec{H}$ $\mu_r=1+\chi_m$ $\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}$
求解思路	（1）对称性分析，选高斯面 （2）由 $\oint_s\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum\limits_{(S内)}q_0$ 求 $\vec{D}$ （3）由 $\vec{E}=\vec{D}/\varepsilon_0\varepsilon_r$ 求 $\vec{E}$	（1）对称性分析，选安培环路 （2）由 $\oint_L\vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum\limits_{(穿过L)}I_0$ 求 $\vec{H}$ （3）由 $\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}$ 求 $\vec{B}$

谢谢