# 静电场中的导体

**物质中的电荷在电场的作用下重新分布**

**互相影响场分布、互相制约**

达到某种新的平衡

场分布

不同的物质（导体、绝缘体、电介质、超导体…）会对电场作出不同的响应，在静电场中具有各自的特性。

# 讲课思路：

一、物质的电结构(模型)

二、导体静电平衡条件（物理性质）

三、尖端放电（应用）

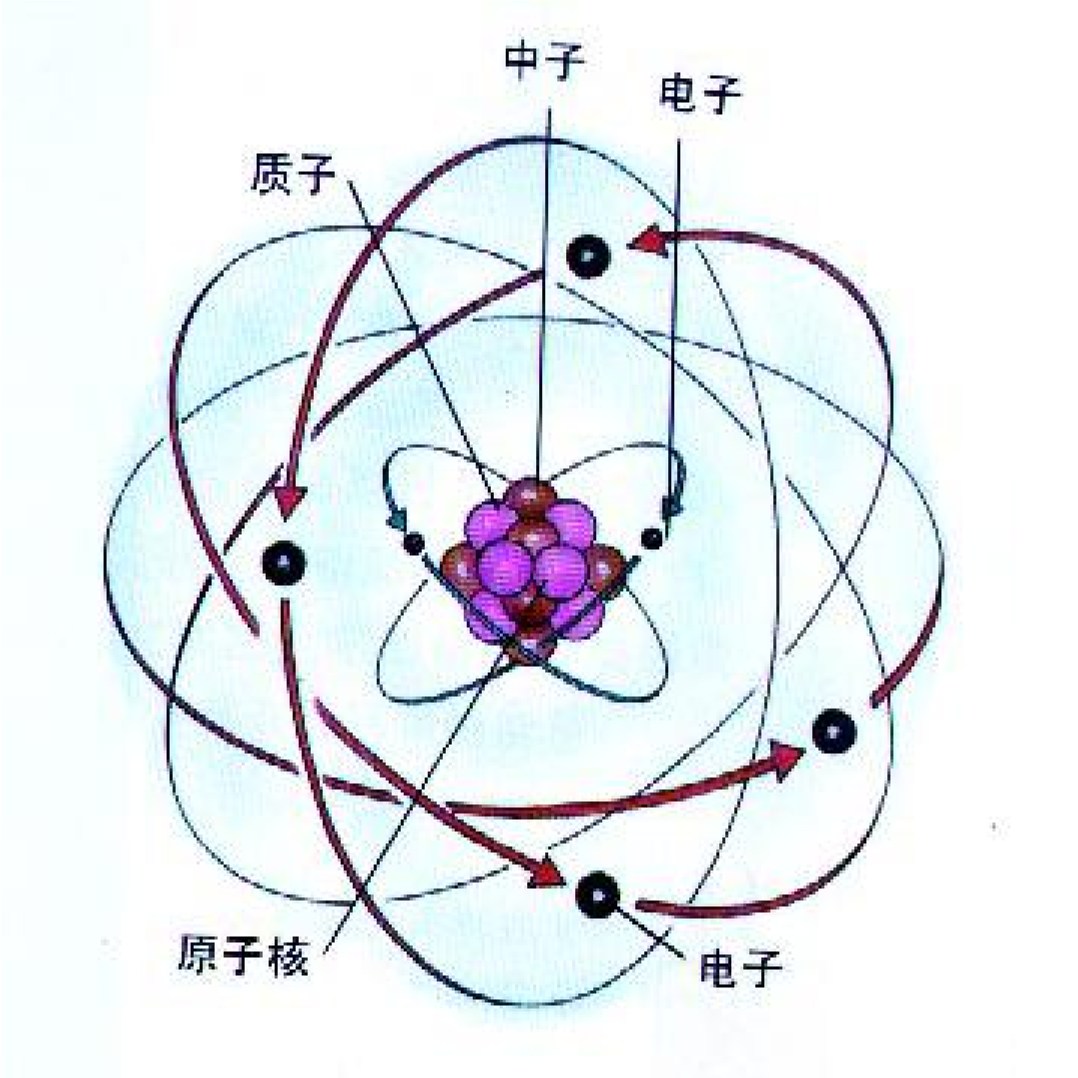
# 一：物质的电结构

- 单个原子的电结构：

  ❖原子核

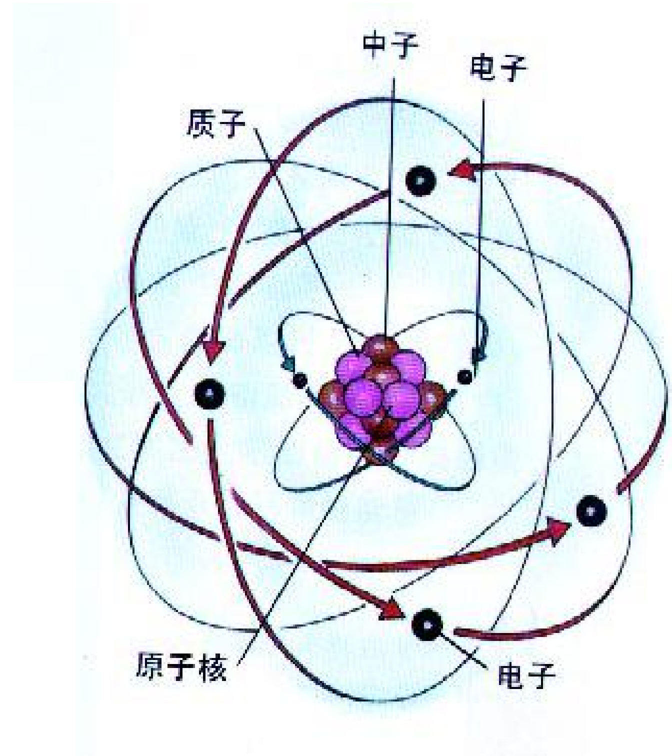
  ❖内层电子

  ❖价电子



原子内部壳层的电子一般都填满了每一个壳层, 由于受外层电子的屏蔽，在原子中结合得比较紧，和导电无关。

填充在最外层的电子与原子核的结合较弱，容易摆脱原子核的束缚，称为价电子或自由电子，构成导电的基本要素。

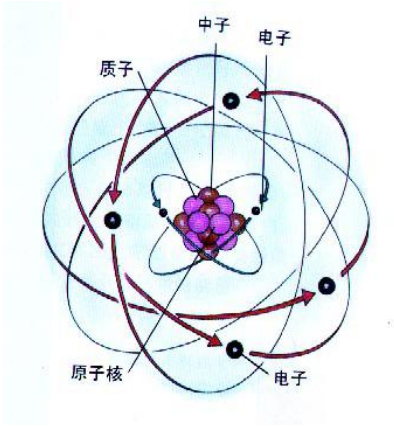


# 静电场中的导体

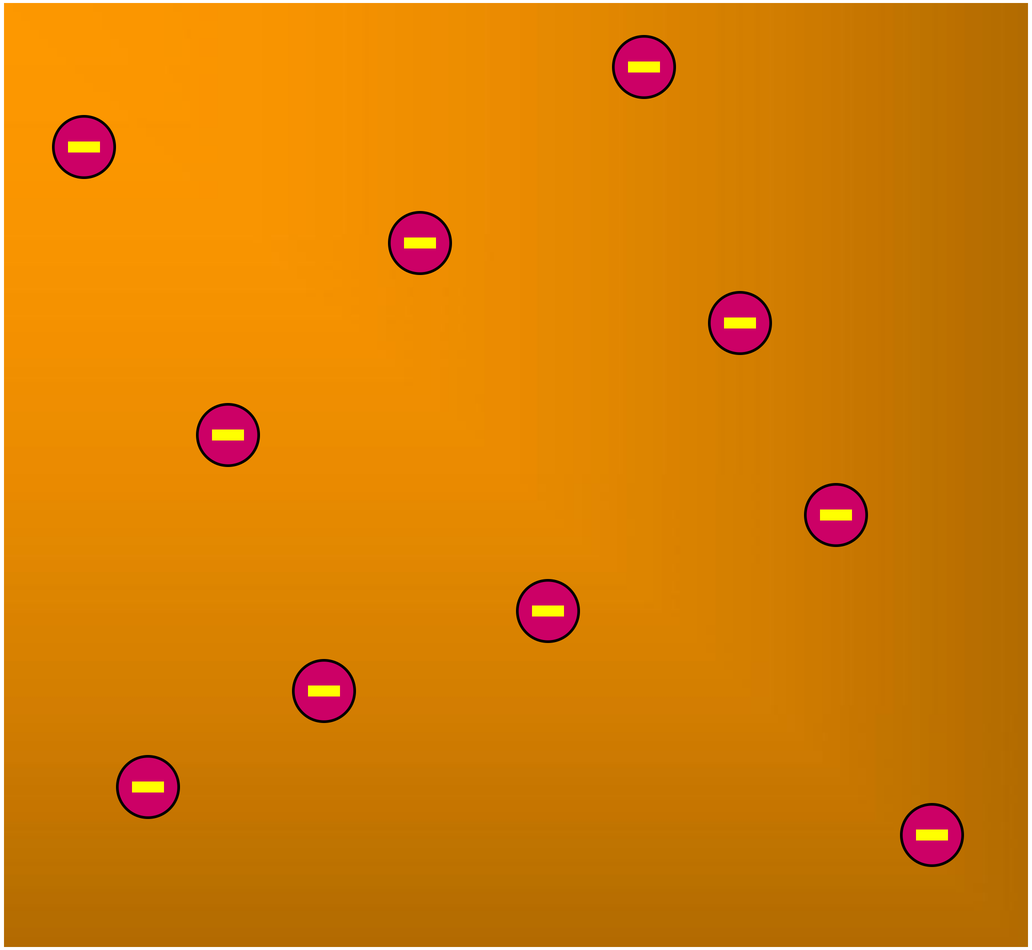
- 导体—— 存在大量自由电子，导电性能很好的材料。电荷能够从产生的地方迅速转移或传导到其它部分的物体。（各种金属、电解质溶液）
  - 带电导体：
    - 导体中存在着大量的自由电子
    - 总电量不为零
  - 中性导体
    - 导体中存在着大量的自由电子
    - 总电量为零
  - 孤立导体
    - 和其它物体距离足够远

# 二、导体静电平衡条件

- 导体中自由电子不作宏观运动，导体中电荷和整个空间的电场都达到稳定分布的状态叫静电平衡
- 静电平衡的必要条件：导体内各点电场强度为零。
- 说明：
  - “点”为宏观点；
  - 自由电子不受其它力的作用；
  - 电子没有宏观运动，但有微观热运动。

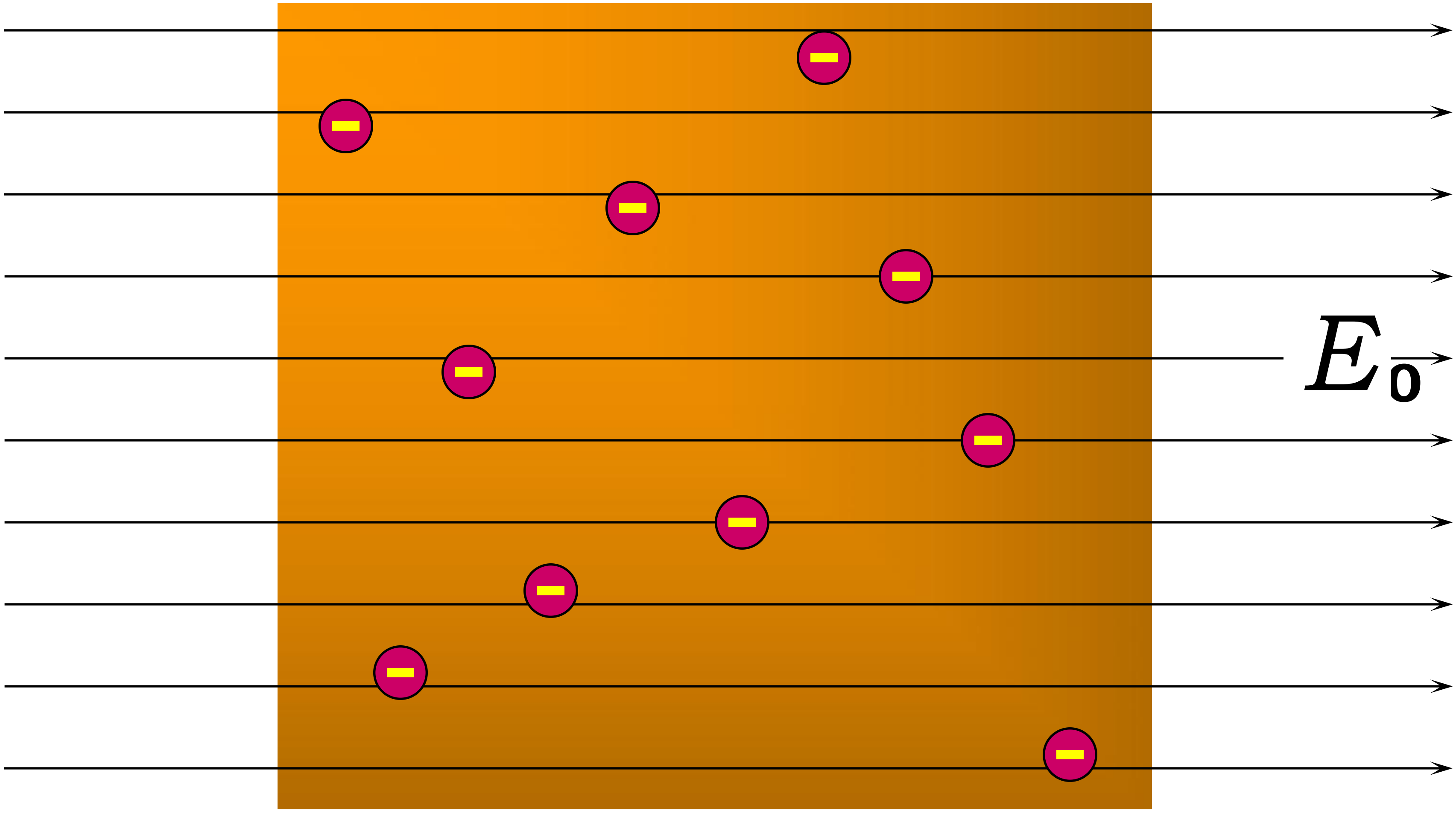


无外场时自由电子无规运动：　“电子气”

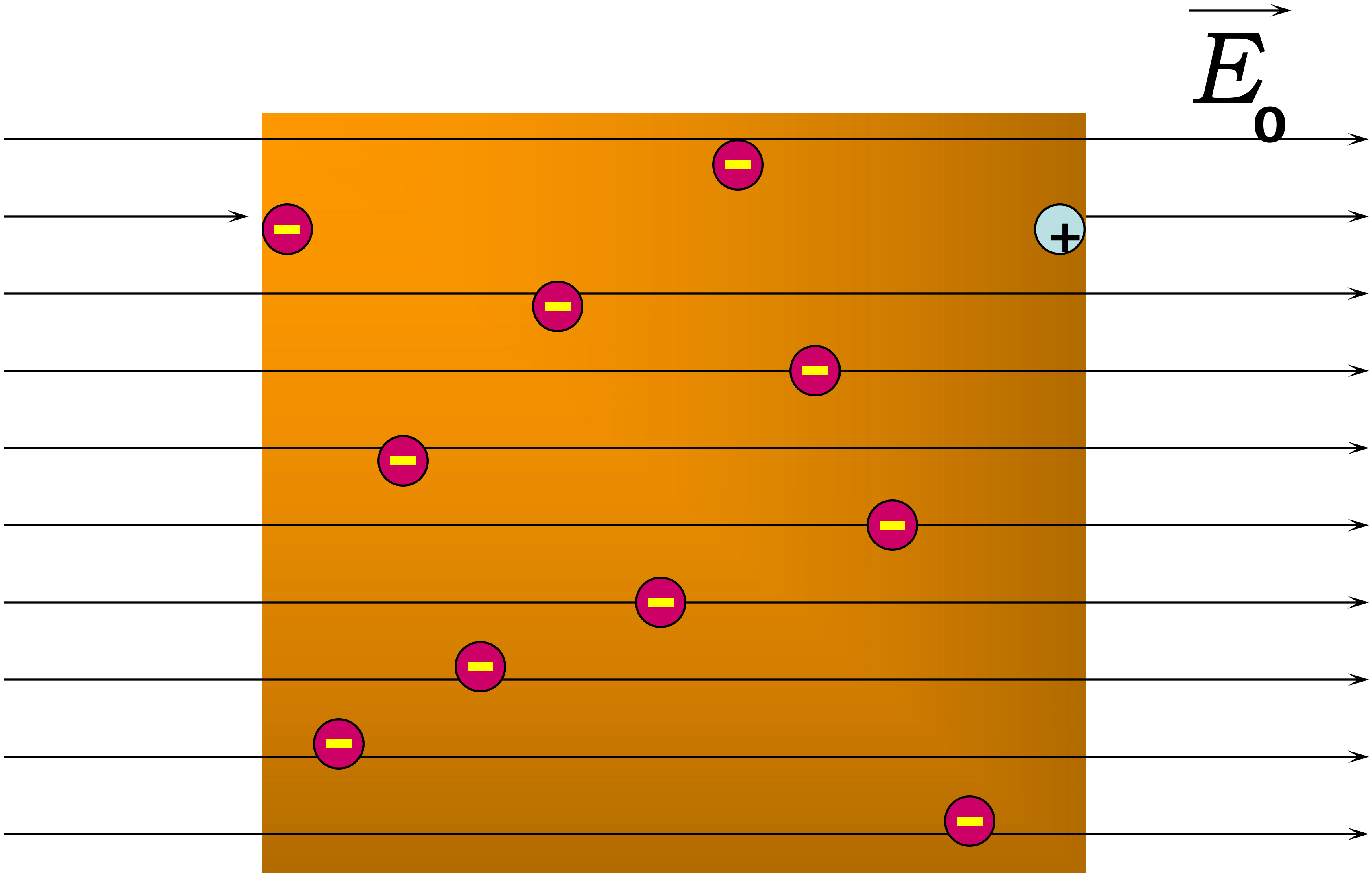


导体自由电子分布

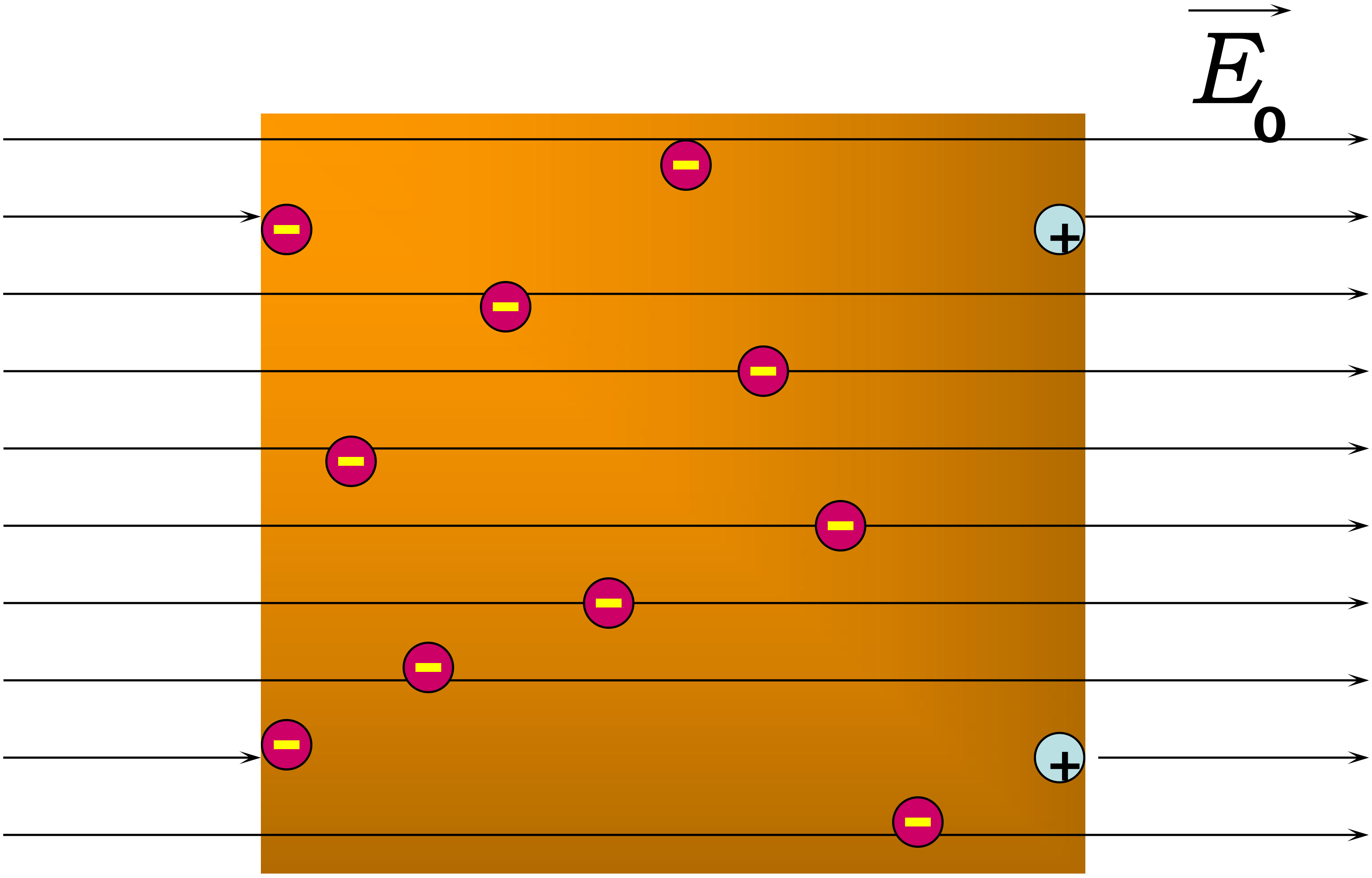
# 导体在电场下如何达到静电平衡状态?



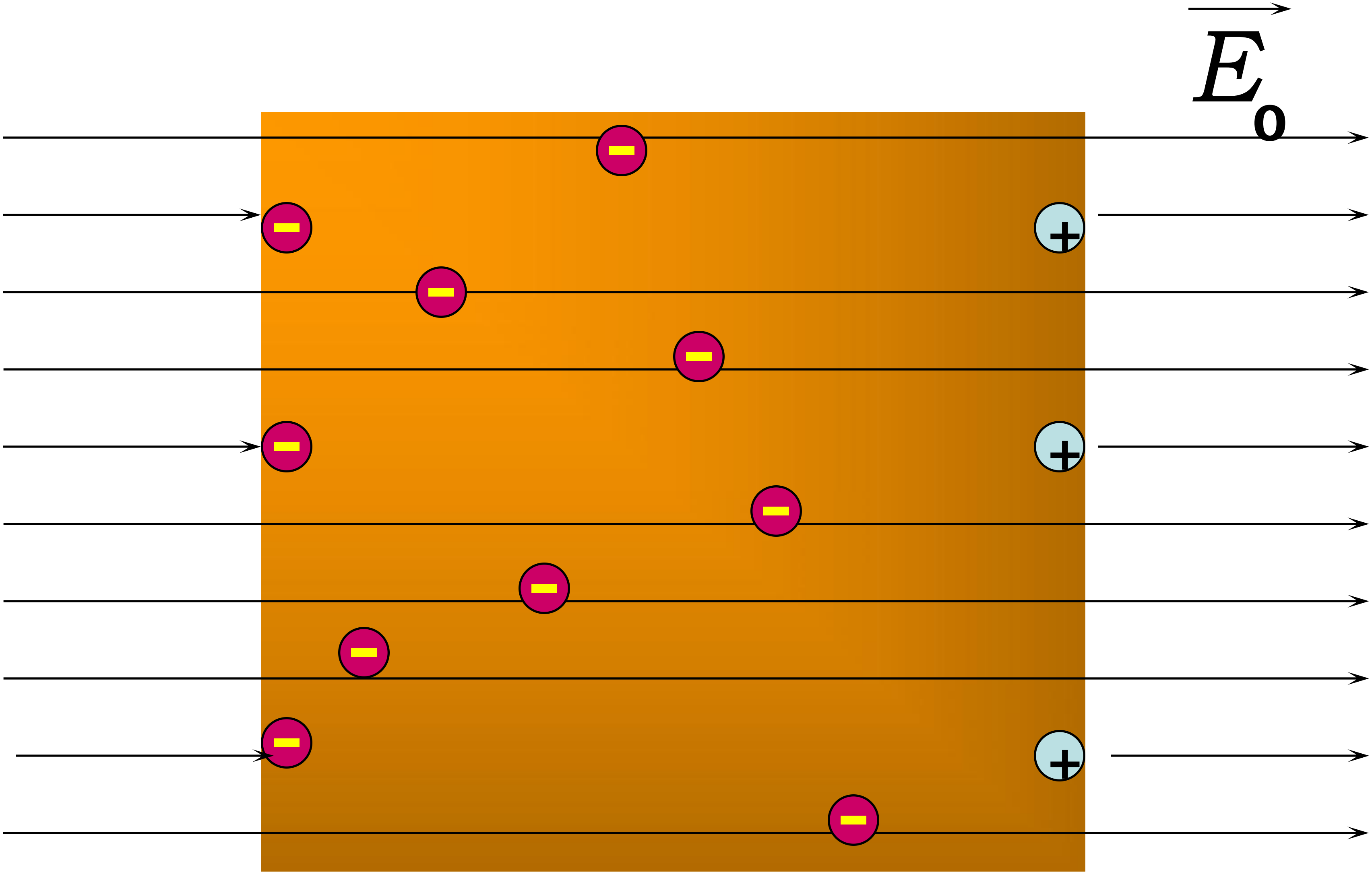

静电感应过程



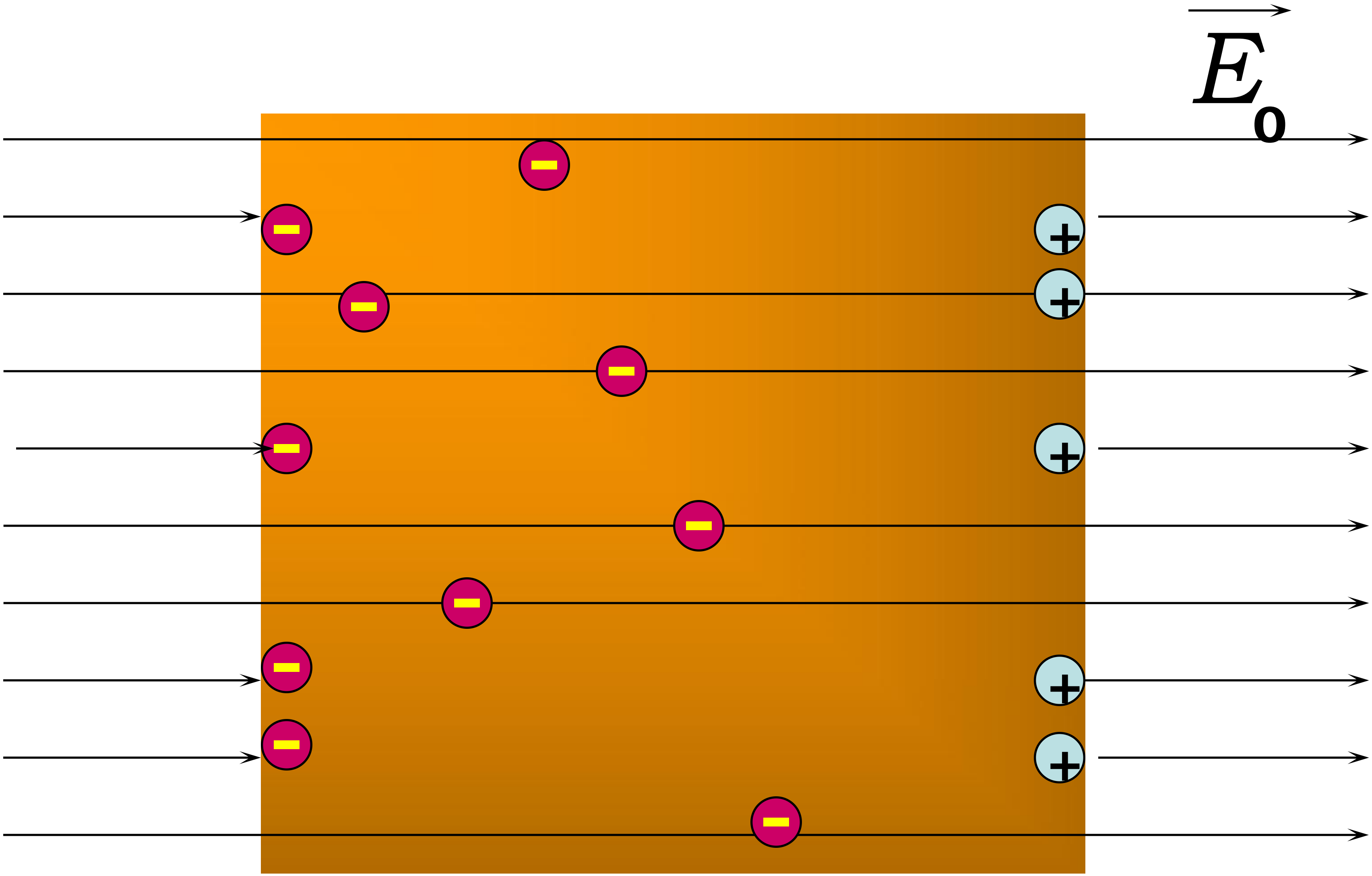

静电感应过程



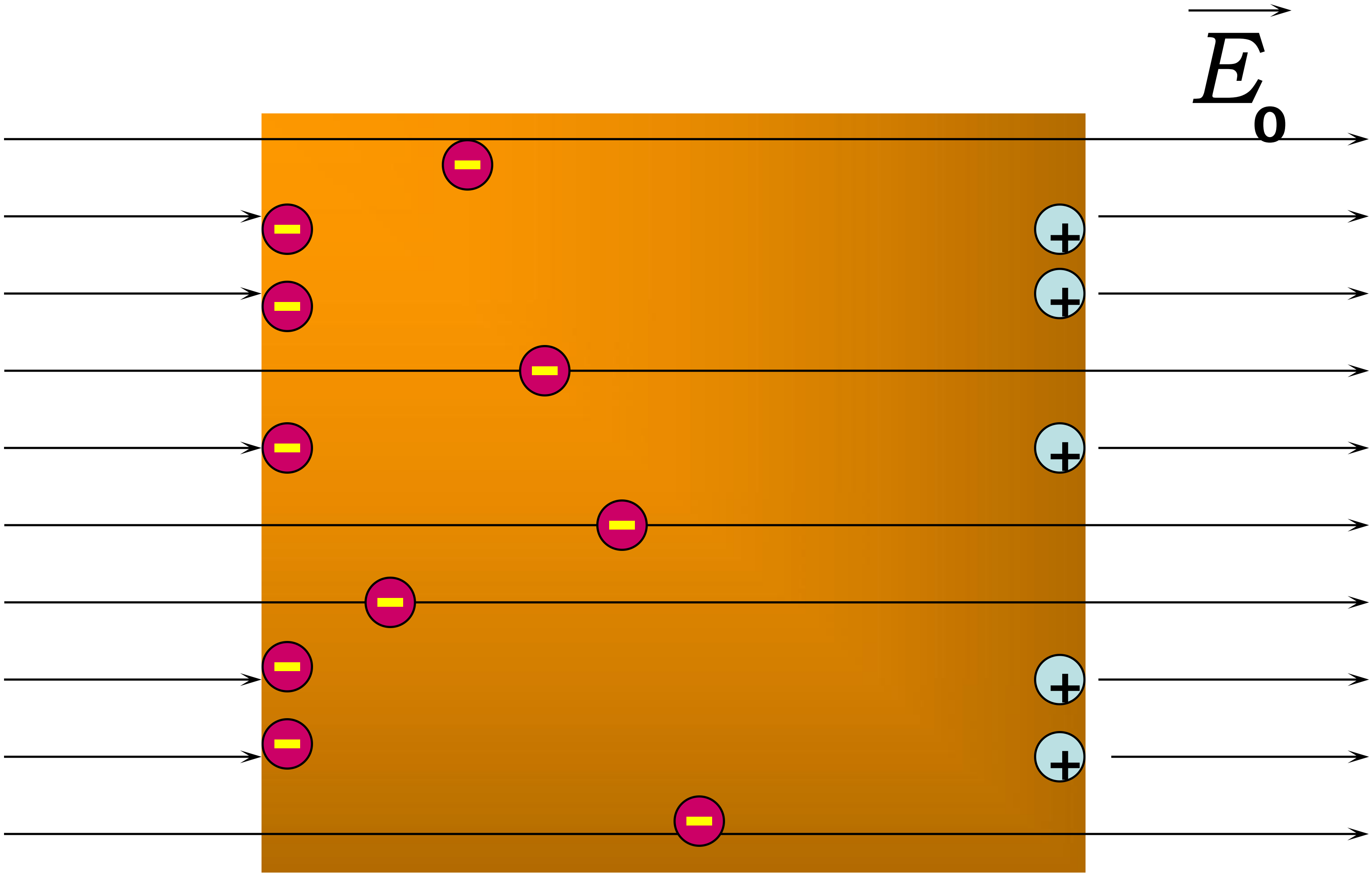

静电感应过程



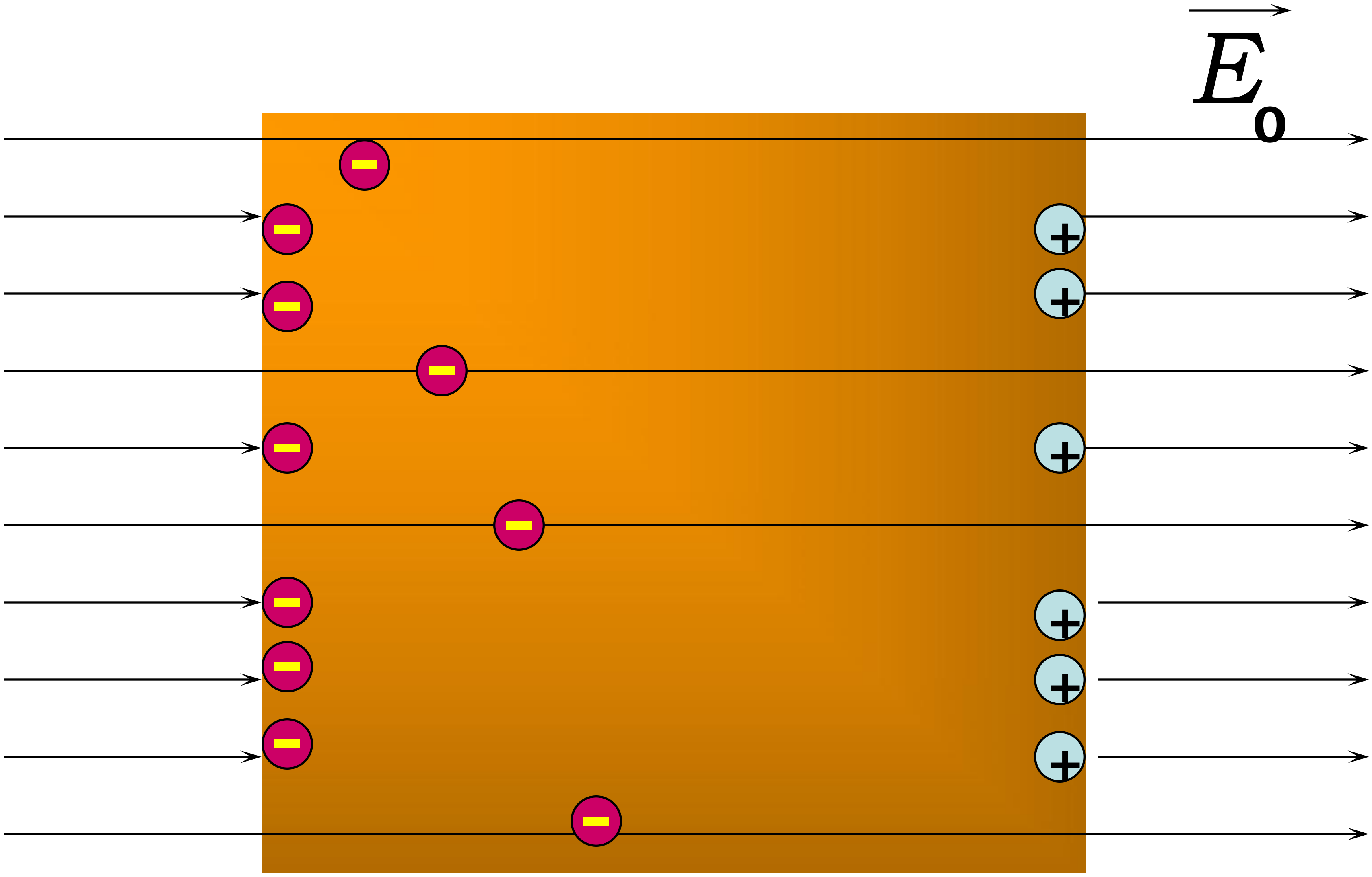

静电感应过程



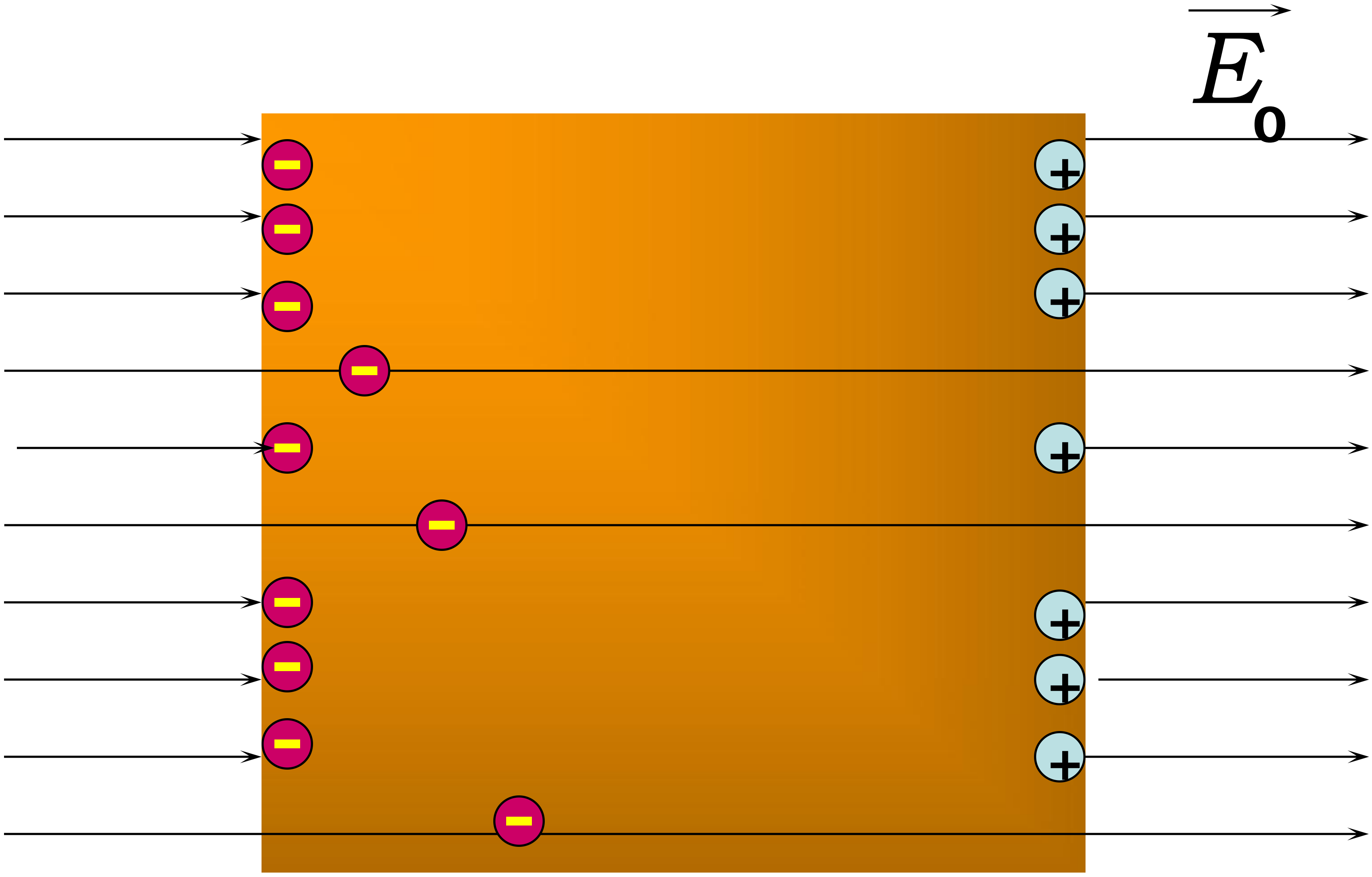
静电感应过程



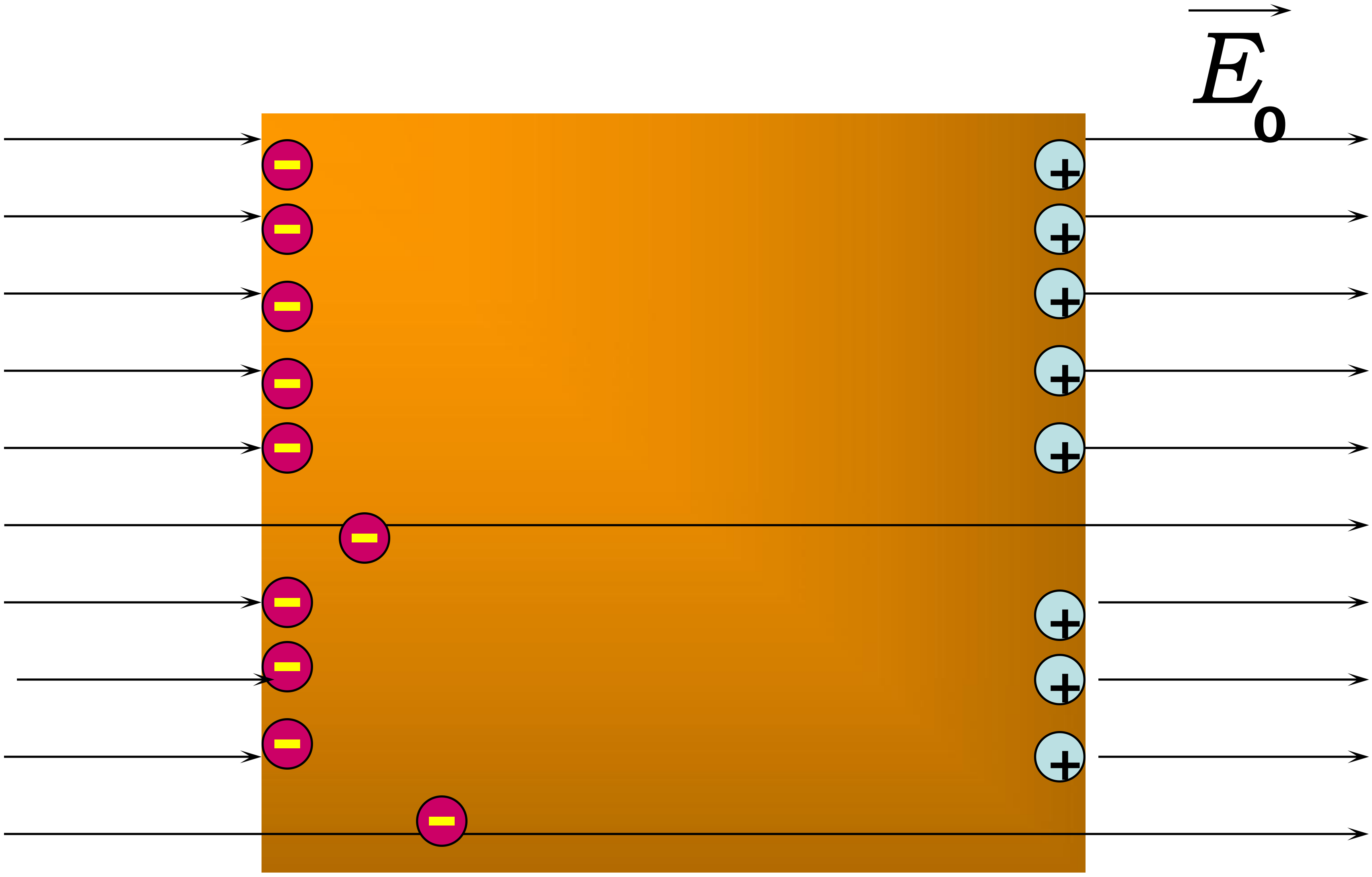

静电感应过程



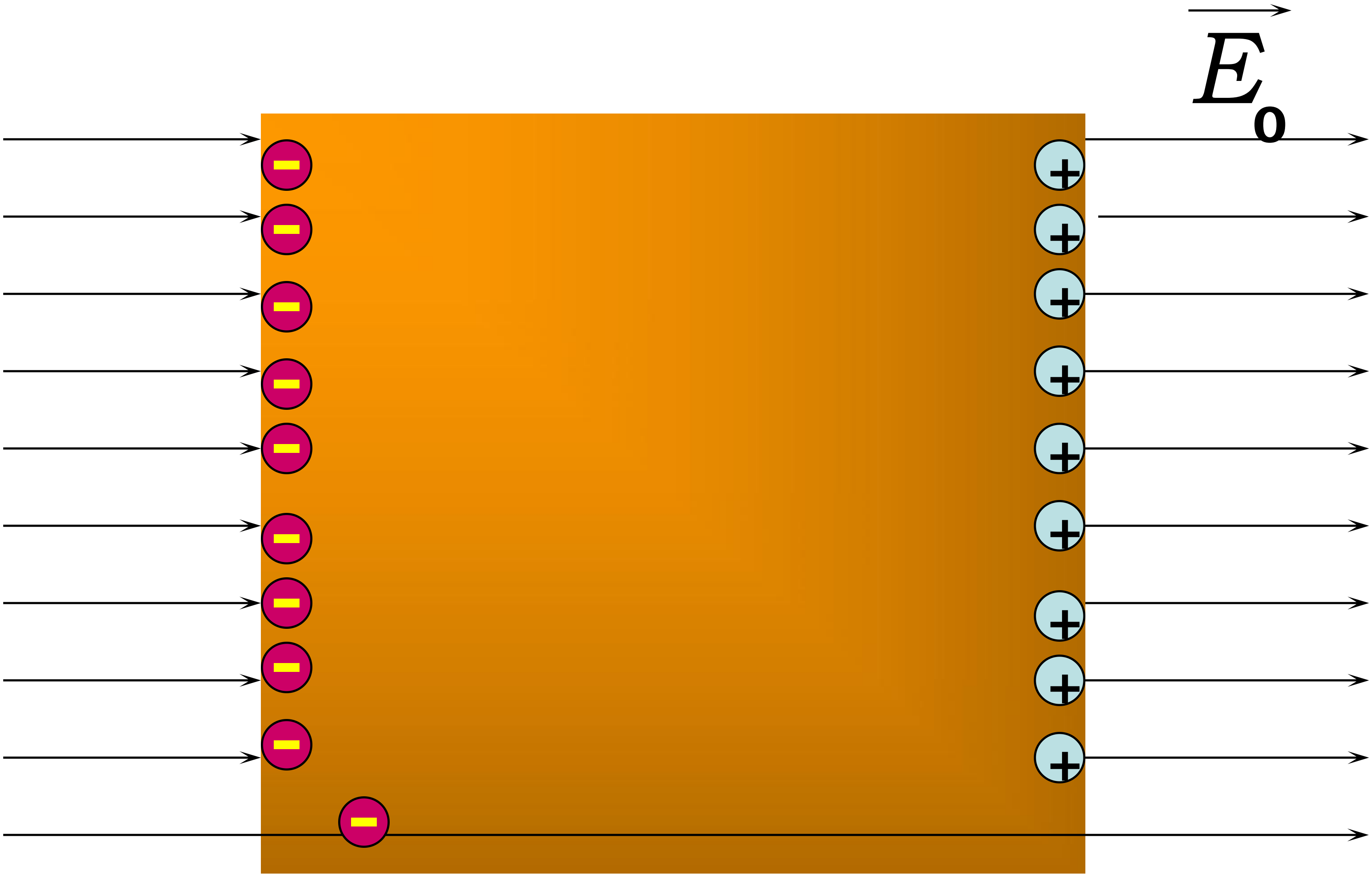

静电感应过程



静电感应过程

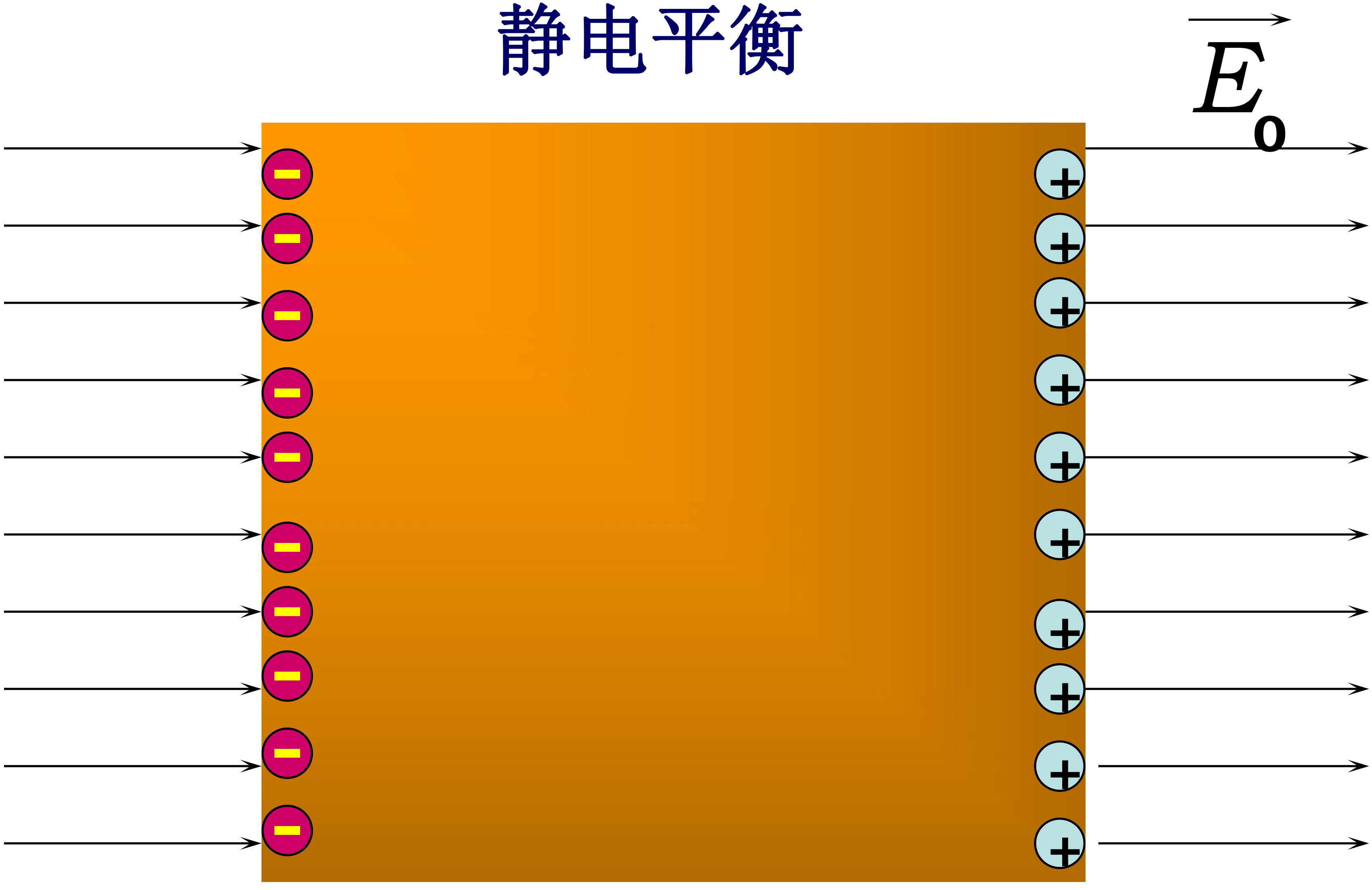



静电感应过程



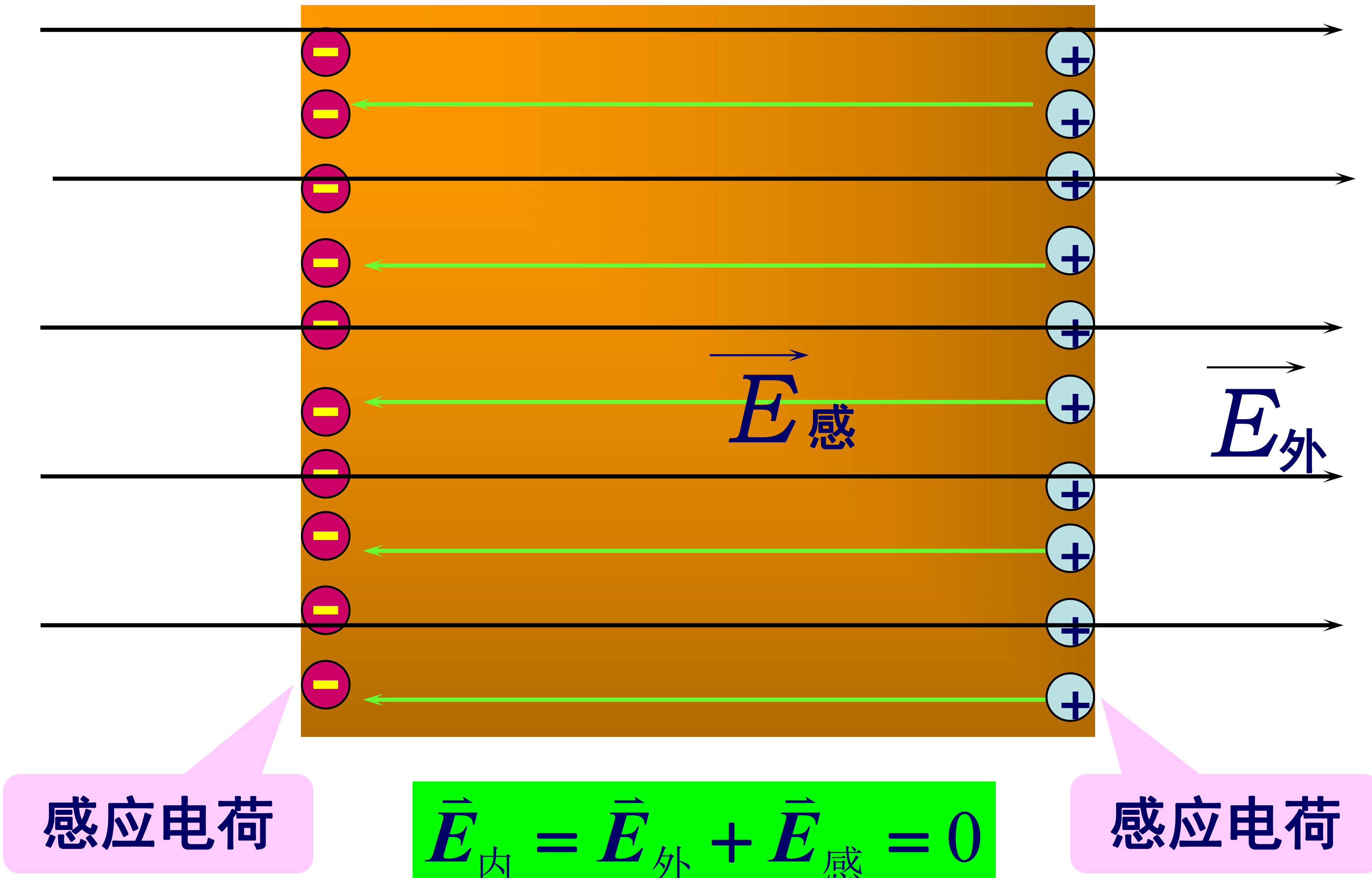

静电感应过程

静电平衡

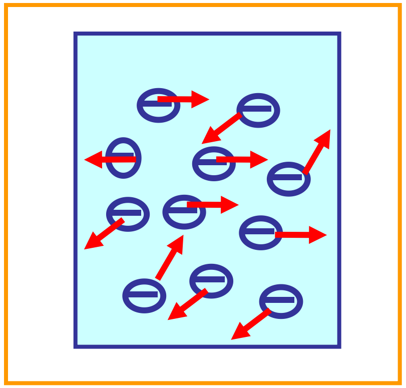



静电感应过程

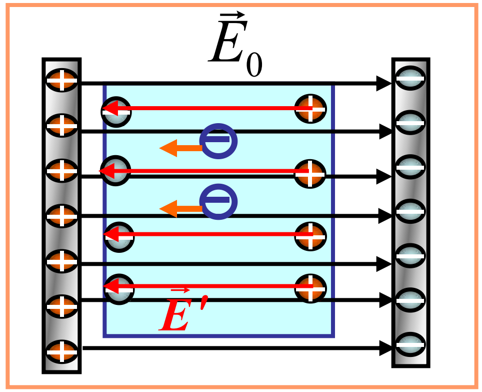
# 导体达到静平衡



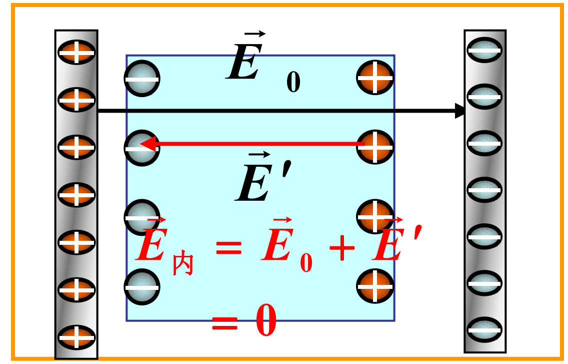

$$\vec{E}_{内}=\vec{E}_{外}+\vec{E}_{感}=0$$



无外场时自由电子无规运动：“电子气”




在外场 $\vec{E}_0$ 中
1. 无规运动；
2. 宏观定向运动




导体内电荷重新分布出现附加电场 $\vec{E}'$ 直至静电平衡

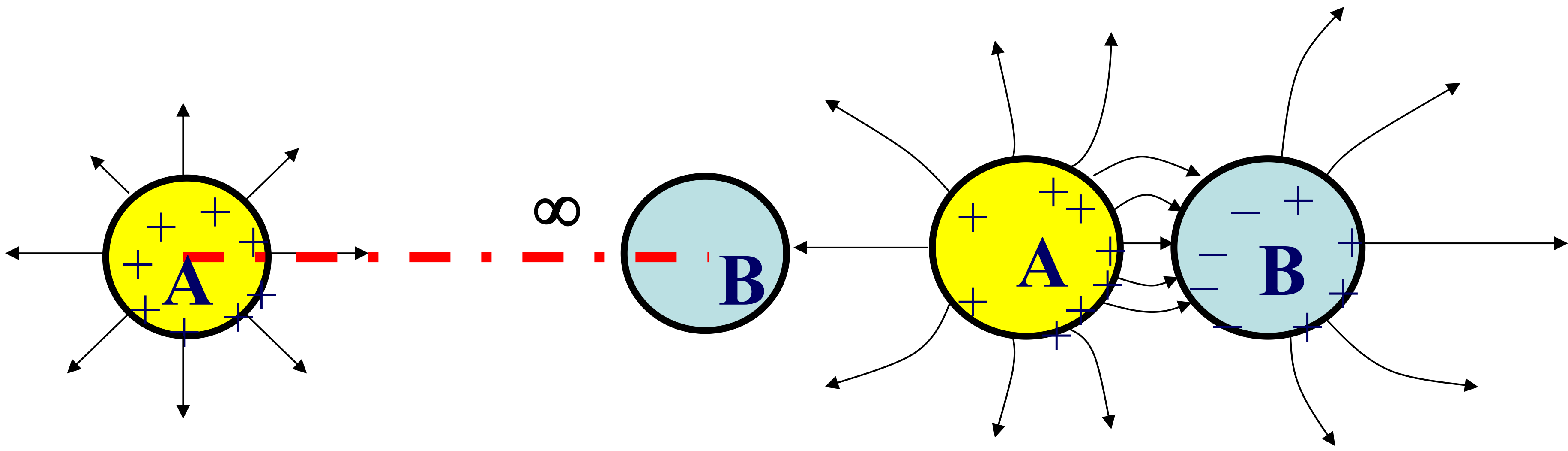
导体的两个侧面出现了等量异号的电荷。在导体的内部建立一个附加电场。导体内部的场强$\boldsymbol{E}$ 就是$\boldsymbol{E}$‘ 和$\boldsymbol{E}_0$ 的叠加。

开始，$\boldsymbol{E}' + \boldsymbol{E}_0 \neq 0$，导体内部场强不为零，自由电子继续运动，$\boldsymbol{E}'$ 增大。到$\boldsymbol{E}' = -\boldsymbol{E}_0$ 即导体内部的场强为零，此时导体内没有电荷作定向运动，导体处于静电平衡状态。

- 课下思考：导体在外加电场下达到静电平衡需要多少时间？如何计算？

# 静电感应

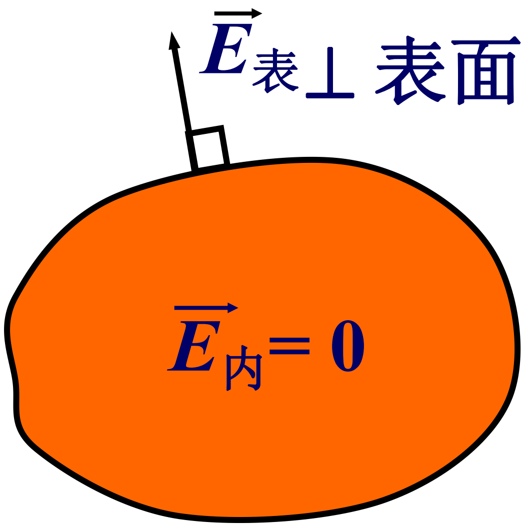
导体中的自由电子在电场力的作用下作宏观定向运动，引起导体中电荷重新分布而呈现出带电的现象，叫作静电感应。

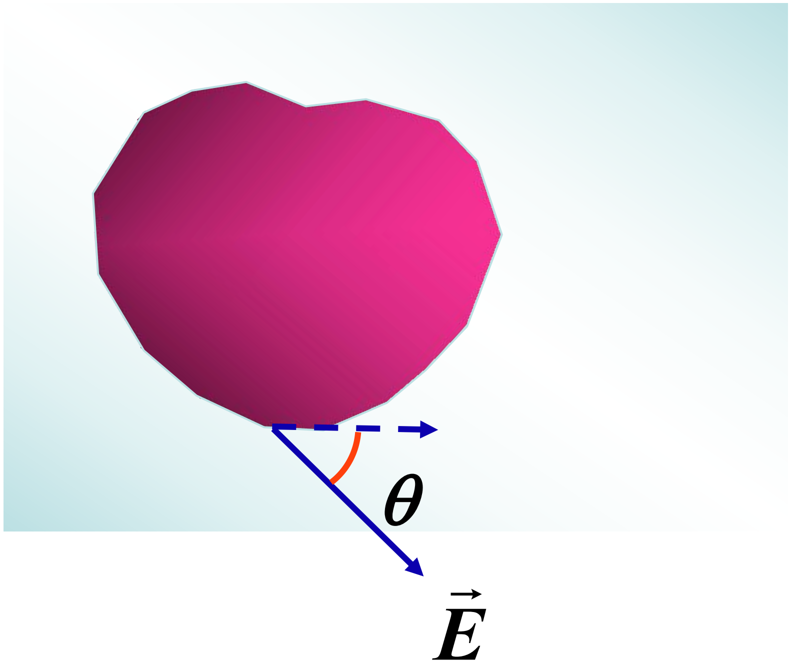


# 静电平衡条件

<u>用电场表示</u>

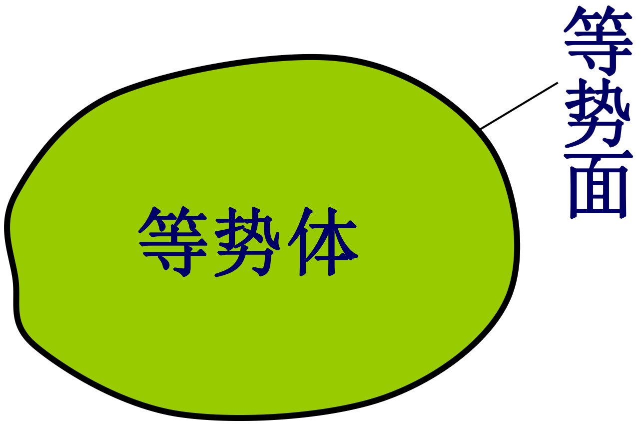
- 导体内部任一点的电场强度为零；
- 导体表面处的电场强度，与导体的表面垂直。思考？



用电势表示：

- 导体是个等势体；
- 导体表面是等势面。




对于导体内部的任何两点A和B的电势差为：

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

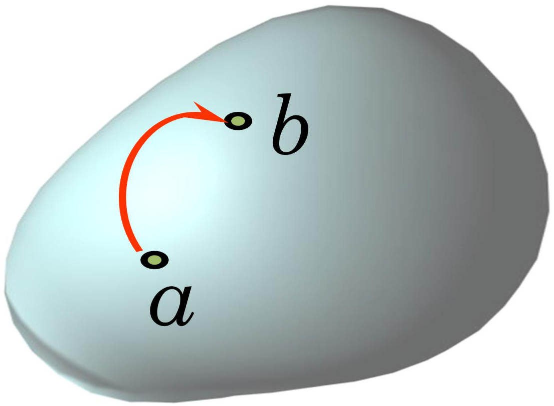
对于导体表面上的两点A和B

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

证明：

处于静电平衡状态的导体，导体内部电场强度处处为零，整个导体是个等势体。

导体内




$$U_a - U_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\because \vec{E}_{内} = 0 \qquad \therefore U_a = U_b$$

导体表面

$$U_P - U_Q = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_P^Q E \cos 90^0 \, dl = 0$$

$$\therefore U_P = U_Q$$

## 三、尖端放电

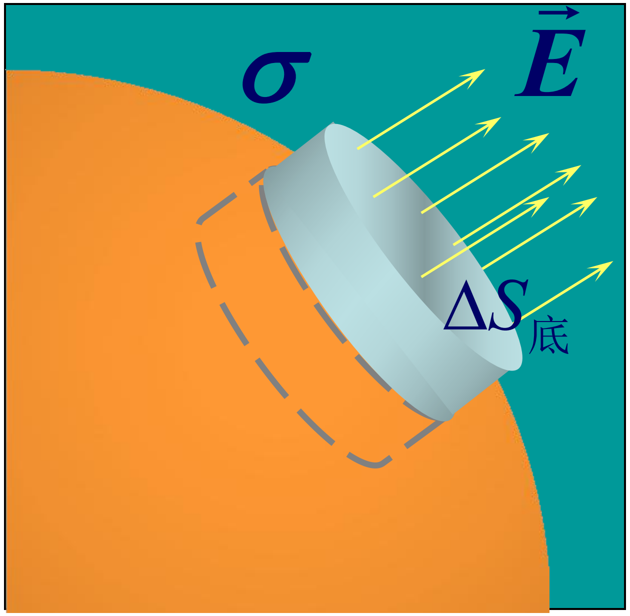
**导体的表面场强**

$$E_{外表面}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

导体表面电荷密度和电场强度成正比。

**证明：**

作钱币形高斯面 $\Delta S$




$$\Psi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{上底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{下底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{侧面} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{上底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + 0 + 0$$

$$= E_{外表面} \cdot \Delta S_{底}$$

$$\Psi_e = \sum_{S内} q / \varepsilon_0$$

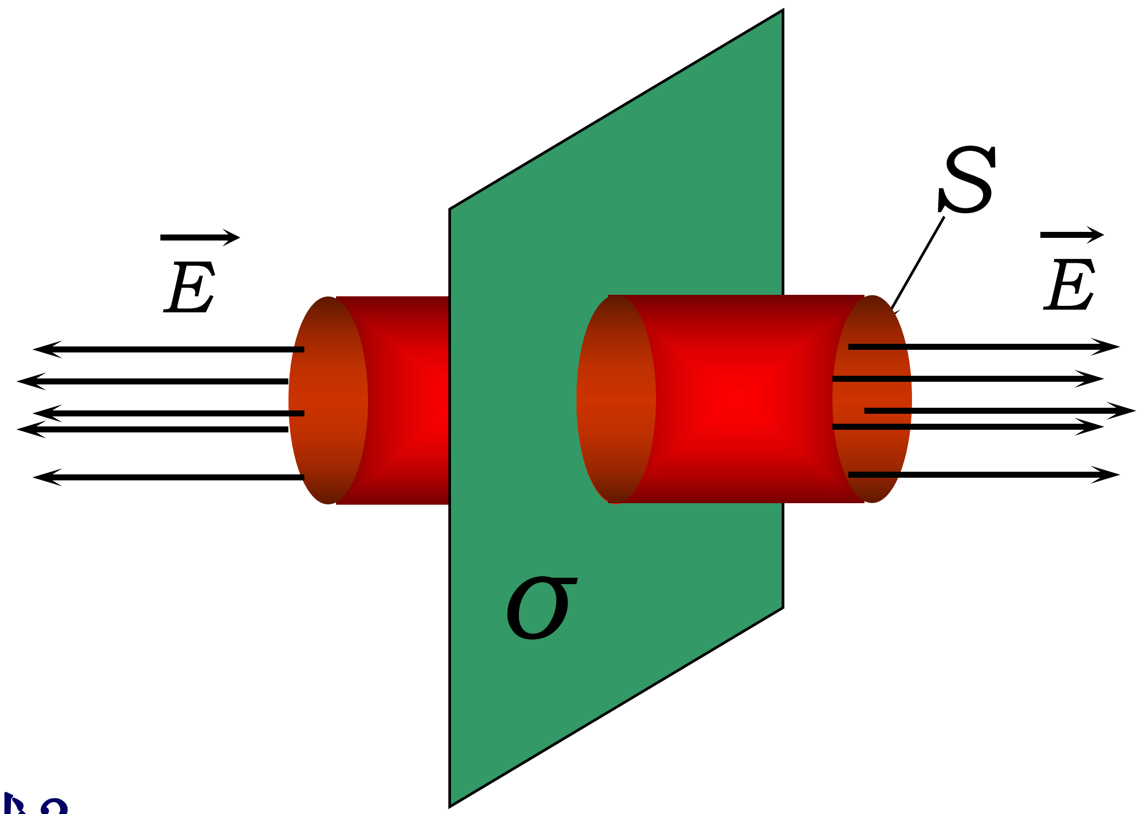
$$= \sigma \cdot \Delta S_{底} / \varepsilon_0$$

$$\therefore E_{外表面} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

注意：导体表面电荷密度和电场强度的关系和均匀带电无限大平面不同

$$E_{\text{表面}}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

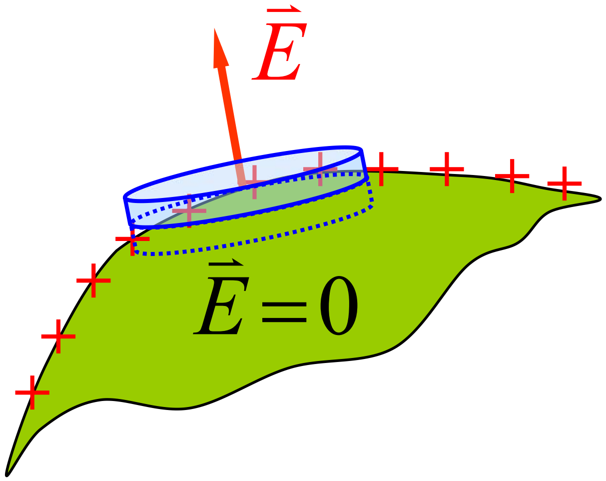
$$\mathbf{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$




电场强度的贡献？

- 思考：导体表面电荷元的受力

作钱币形高斯面 $S$




$$F = Edq = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\sigma dS = \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}dS$$

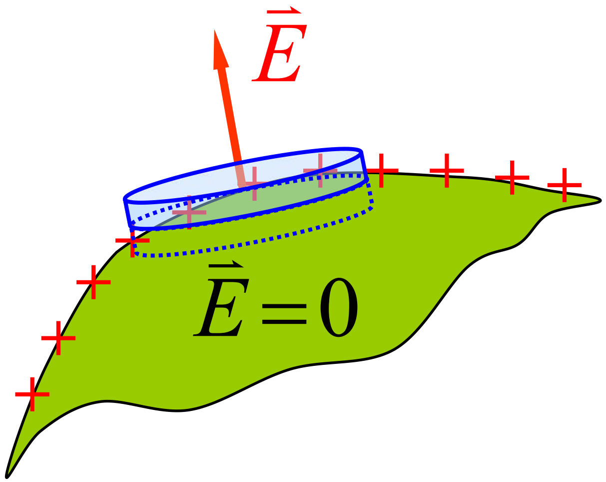
$$F = E'dq = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\sigma dS = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}dS$$

**E’ 为高斯面外电荷产生的电场**

# 注意：导体表面的电场的来源

- 虽然电通量来自导体表面, 但是导体表面电场强度来自于所有电荷贡献，表面电荷贡献其附近电场强度的一半（导体表面，电荷元可以看成无限大的带电平面）。

作钱币形高斯面 $S$




$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=E'+E''$$

$$E'=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E''=E-E'=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

# 小结：导体在静电场中具有的响应特性

1、导体是<u>等势体</u>，导体表面是<u>等势面</u>。（接地导体电势恒为零）

2、导体内部电场强度为零，处处没有未被抵消的净电荷，净电荷只分布在导体的<u>表面</u>上。

3、导体以外，靠近导体表面附近处的场强大小与导体表面在该处的面电荷密度$\sigma$的关系为$E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

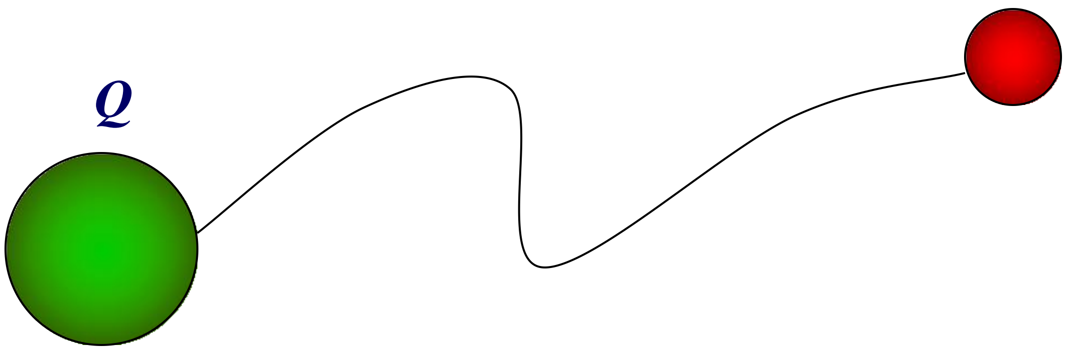
4、导体以外，当存在其它电荷或电场时，导体表面电场强度和电荷面密度关系不变，但大小可变。

# 孤立导体形状对电荷分布的影响

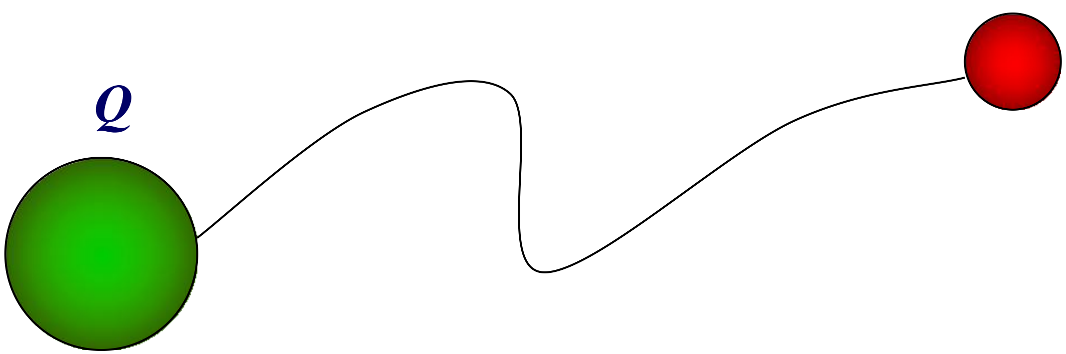
$$E_{外表面} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \begin{cases} \text{表面凸出尖锐处（曲率大）} \Rightarrow \text{大} \Rightarrow \text{E大} \\ \text{表面较平坦处（曲率小）} \Rightarrow \text{小} \quad \Rightarrow \text{E小} \\ \text{表面凹进去处（曲率为负）} \Rightarrow \text{更小} \Rightarrow \text{E更小} \end{cases}$$

例.　两个半径分别为$R$和$r$ 的球形导体（$R>r$），用一根很长的细导线连接起来（如图），使这个导体组带电，电势为$V$，求两球表面电荷面密度与曲率的关系。



解：　两个导体所组成的整体可看成是一个孤立导体系，在静电平衡时有一定的电势值。设这两个球相距很远，使每个球面上的电荷分布在另一球所激发的电场可忽略不计。细线的作用是使两球保持等电势。因此，每个球又可近似的看作为孤立导体，在两球表面上的电荷分布各自都是均匀的。设大球所带电荷量为$Q$，小球所带电荷量为$q$，则两球的电势为



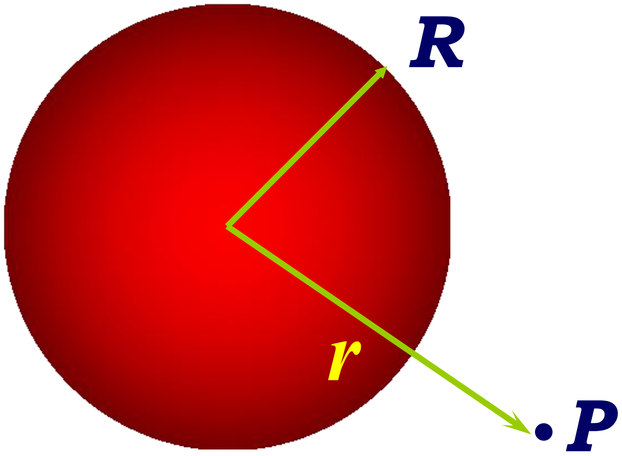
# 均匀带电球面的电势分布

电场分布为

$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{r^2} & r > R \end{cases}$$

电势分布

$$U = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R} & r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{r} & r > R \end{cases}$$



# 两球表面的电势相等

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \Rightarrow \boxed{\frac{Q}{q}=\frac{R}{r}}$$

可见大球所带电量$Q$ 比小球所带电量$q$多。

两球的电荷密度分别为

$$\sigma_R=\frac{Q}{4\pi R^2},\qquad \sigma_r=\frac{q}{4\pi r^2}$$

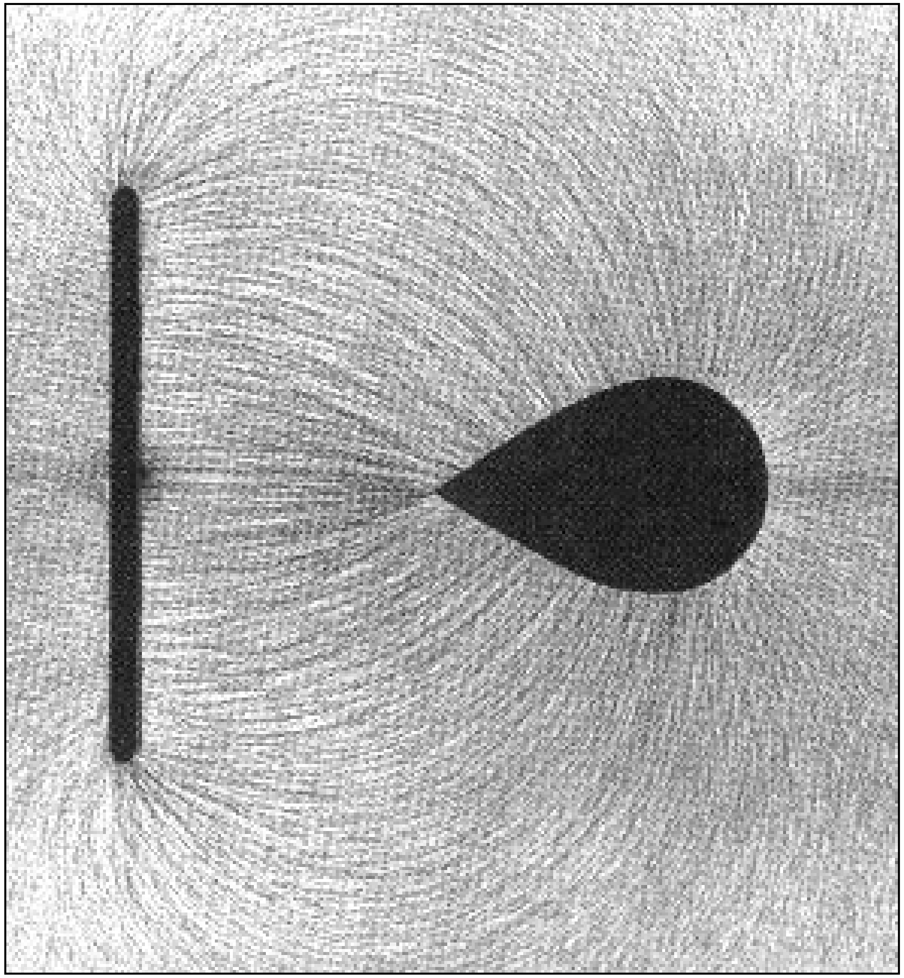
可见电荷面密度和半径成反比，即曲率半径愈小（或曲率愈大），电荷面密度愈大：$\boxed{\dfrac{\sigma_r}{\sigma_R}=\dfrac{R}{r}}$

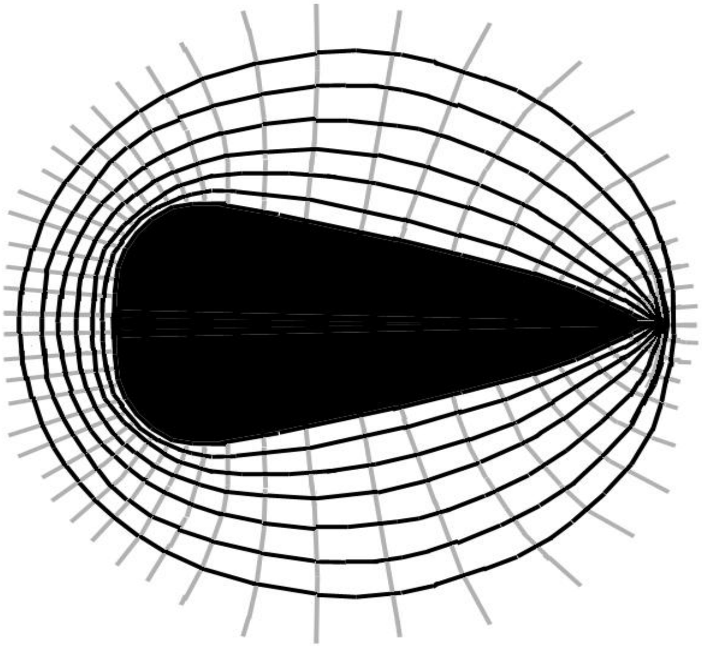
- 面电荷密度与曲率半径成反比 $$\frac{\sigma_r}{\sigma_R} = \frac{R}{r}$$
- 面电荷密度和表面曲率成正比。

孤立导体表面的电荷密度与曲率之间并不存在严格单一的函数关系。

# 尖端放电现象

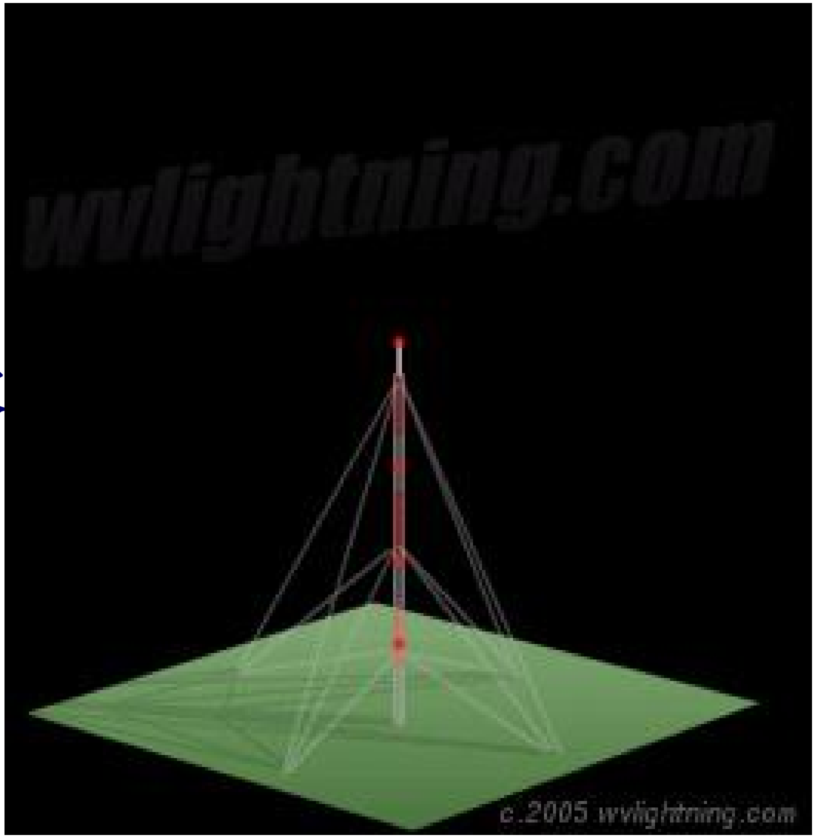
表面曲率越大，面电荷密度越大，电场强度越大。

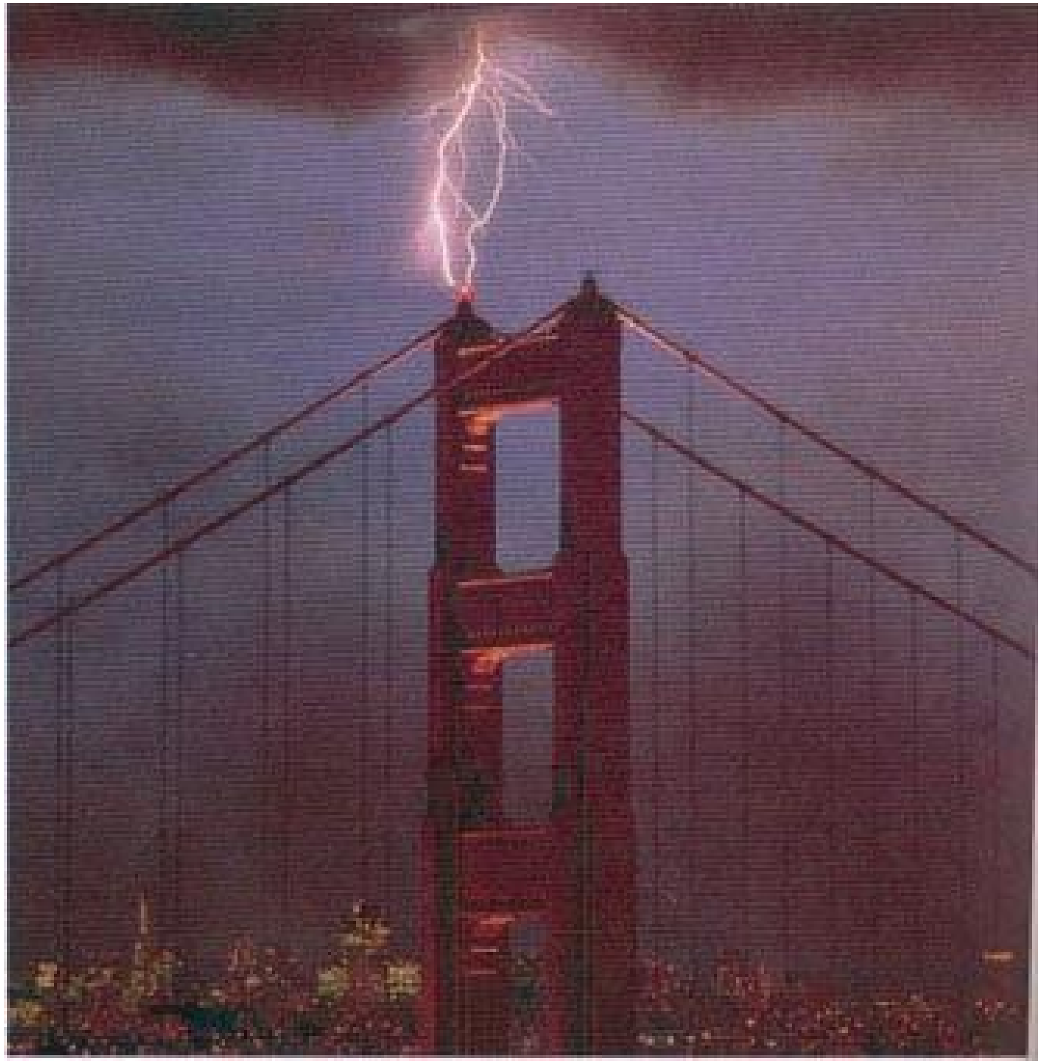




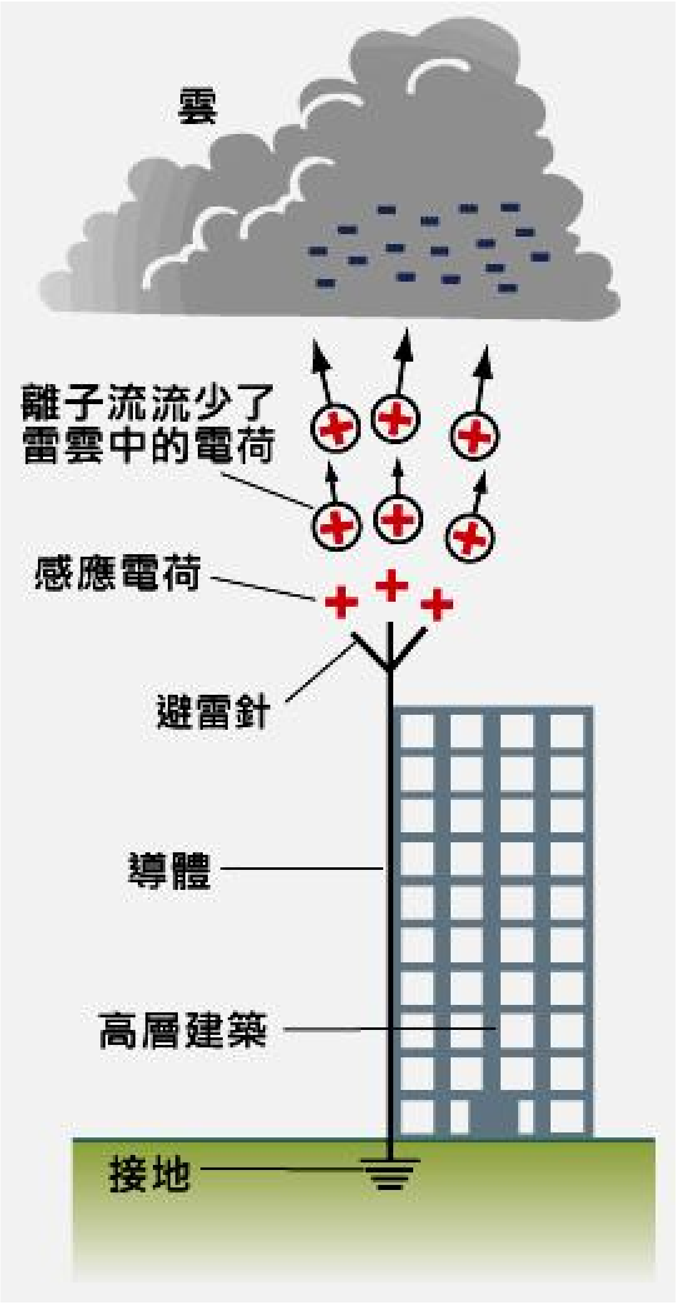
# 尖端放电及其应用

- 危害：
  - 雷击对地面上突出物体的破坏性
  - 高压设备的尖端放电导致的漏电
- 应用实例：
  - 避雷针
  - 高压输电中的球形电极
  - 范德格拉夫起电机
  - 场离子显微镜





# 避雷针

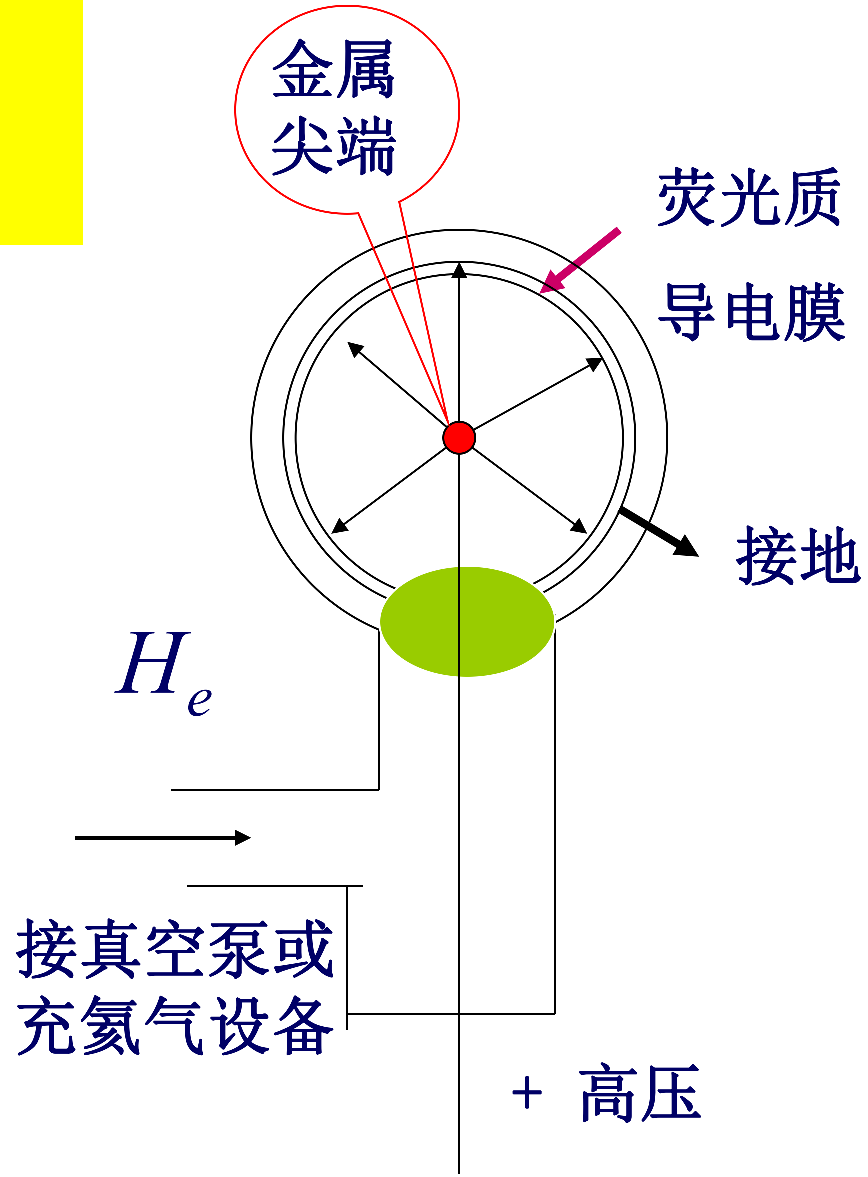



# 场离子显微镜（FIM）

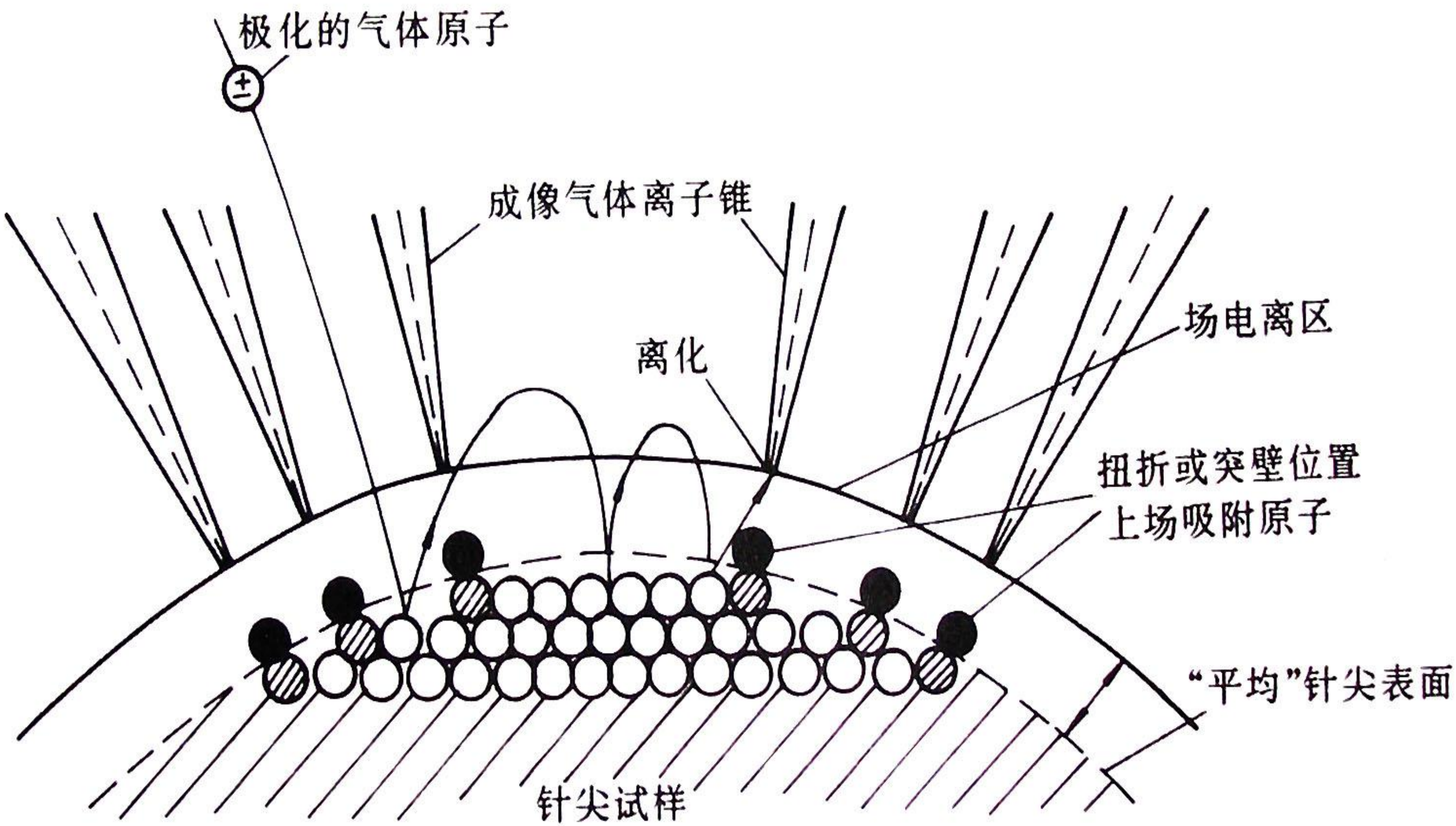
**Erwin W. Mueller (1956)**

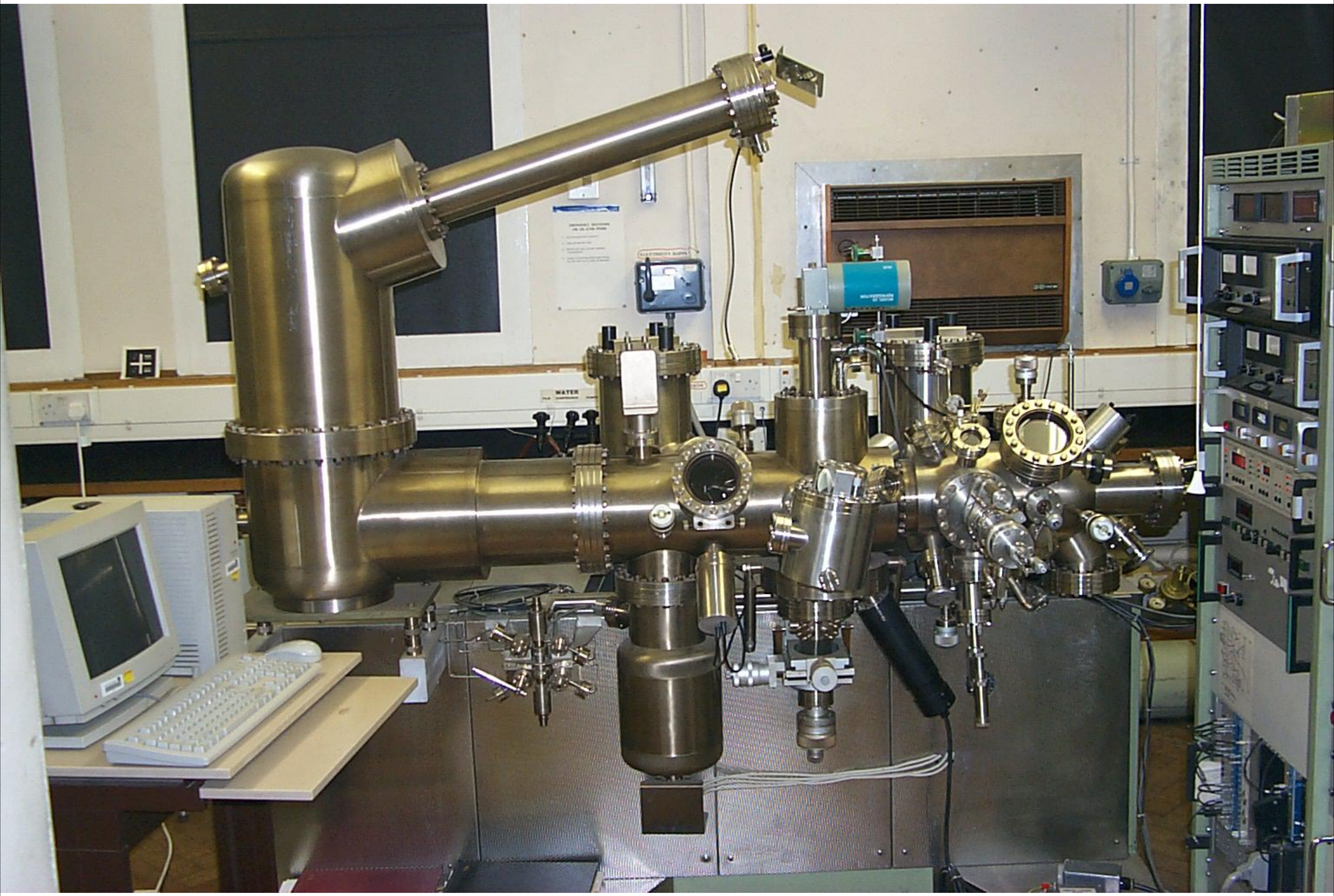
原理：

样品制成针尖形状，针尖与荧光膜之间加高压，样品附近极强的电场使吸附在表面的原子电离，离子沿电力线运动，撞击荧光膜引起发光，从而获得样品表面图象。



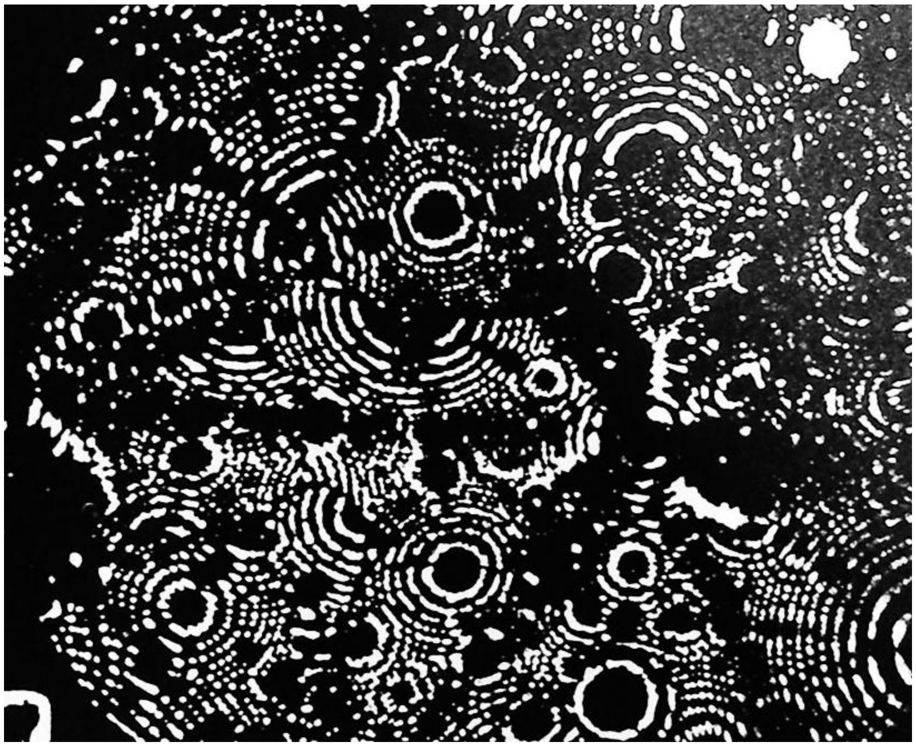
# FIM成像过程：突出的原子成为尖端的尖端

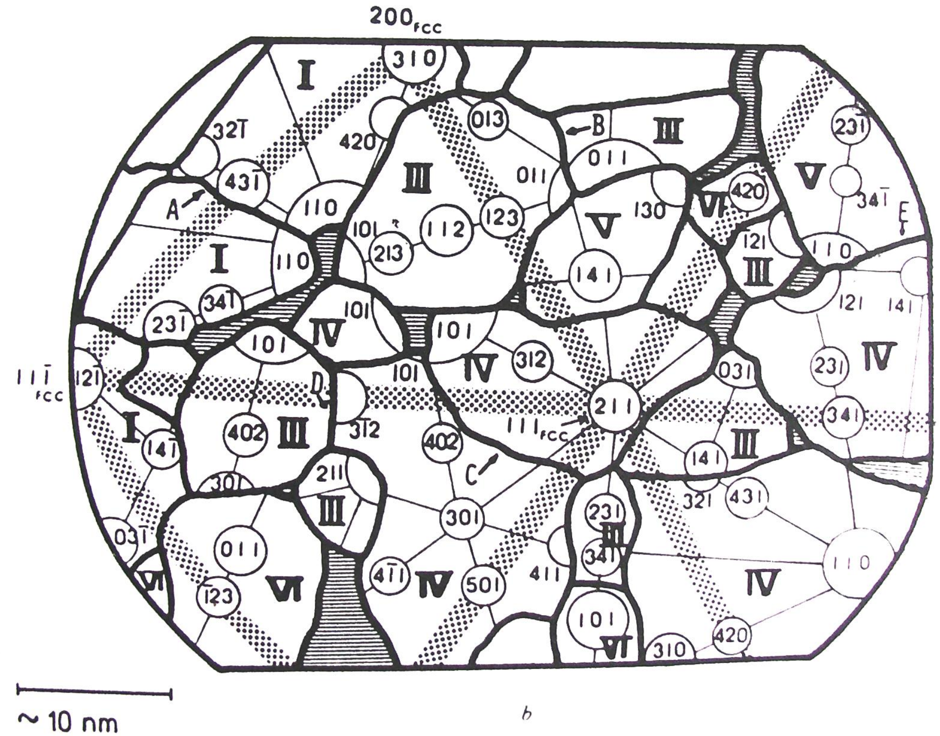




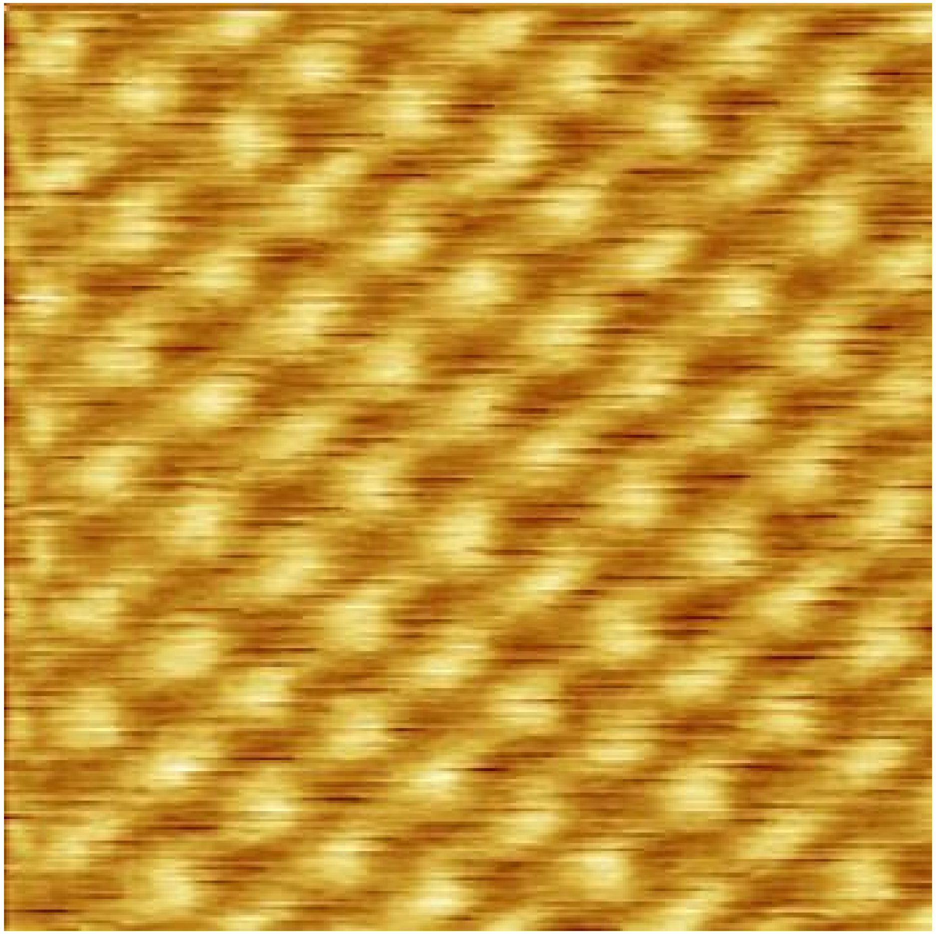

**FIM（field-ion microscope）场离子显微镜**

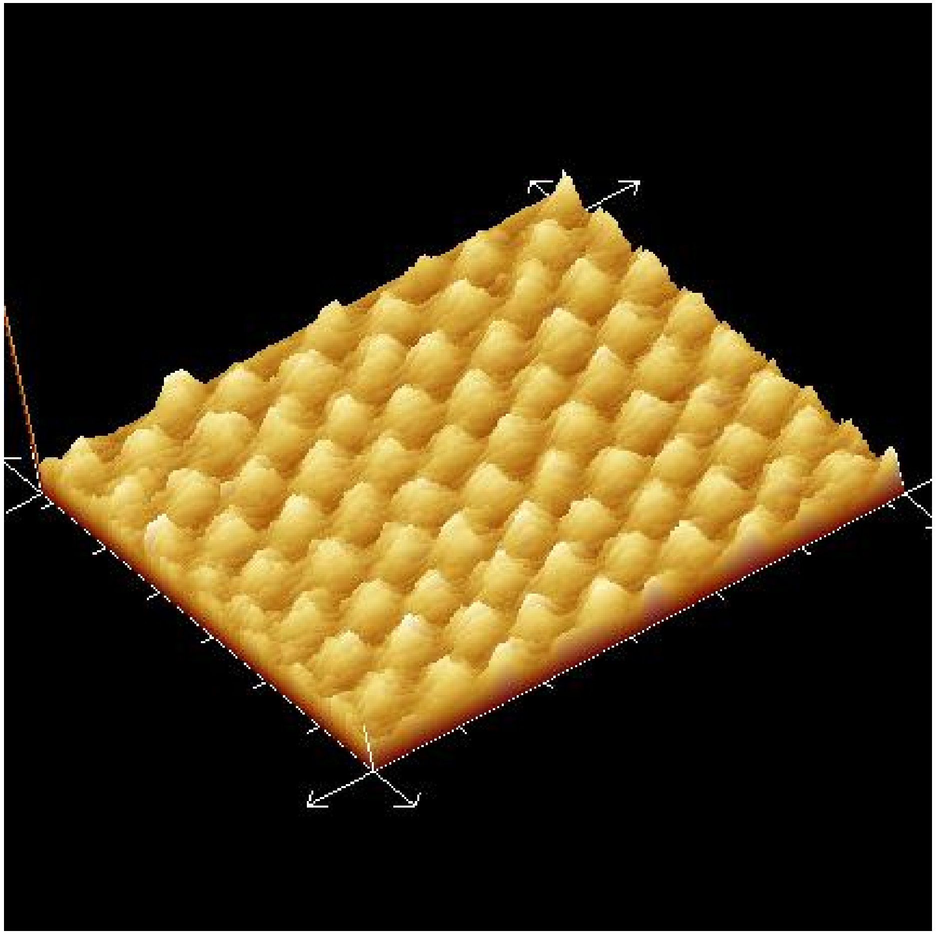
# Ni－Mo合金有序化有序畴边界





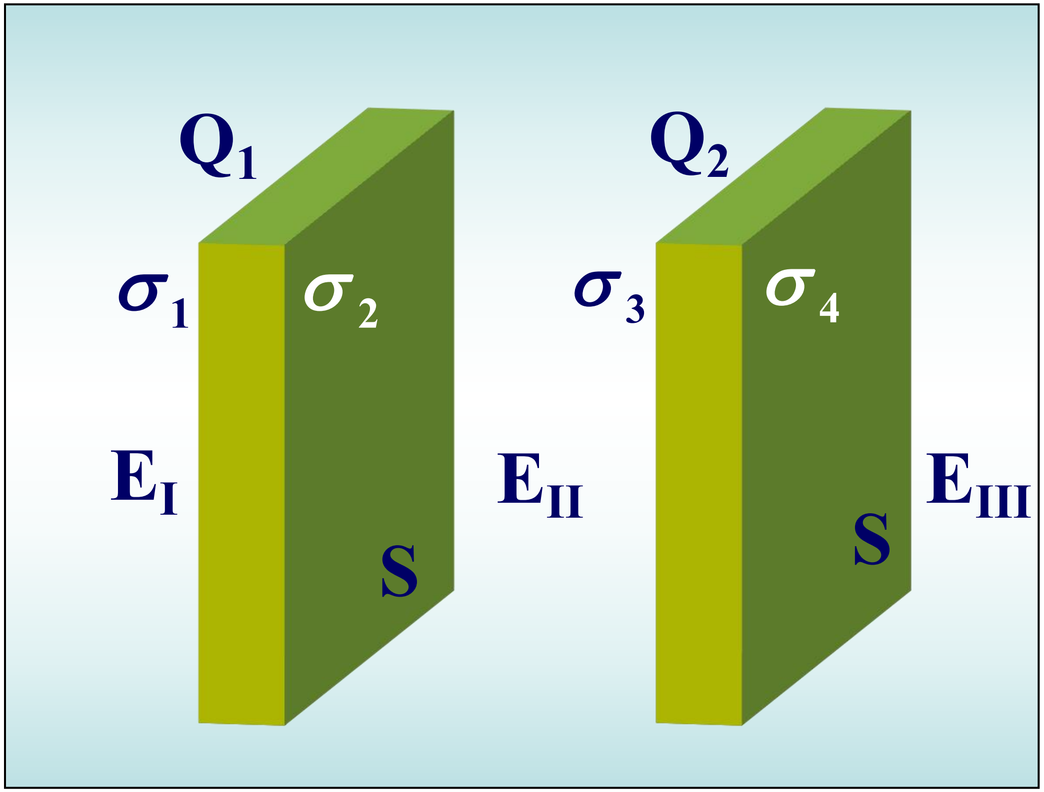
# 高序石墨样品表面原子的STM图象



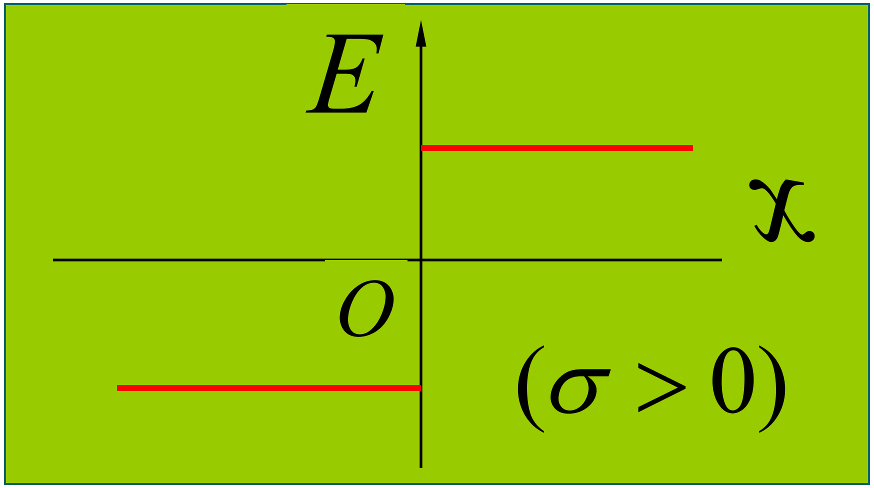


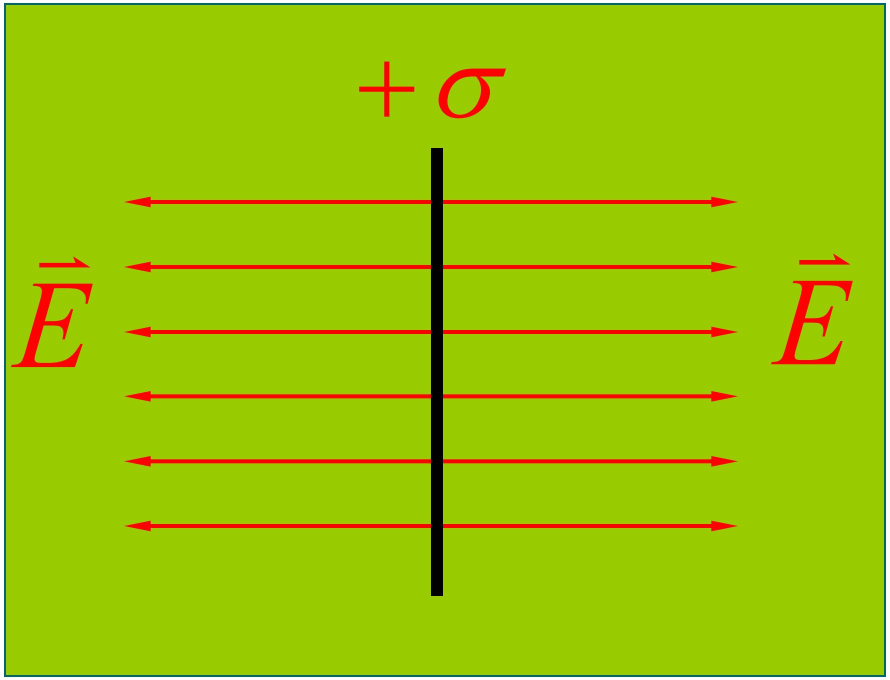
例：两块平行放置的面积为S 的金属板，各带电量$Q_1$、$Q_2$ ，板距与板的线度相比很小。求：

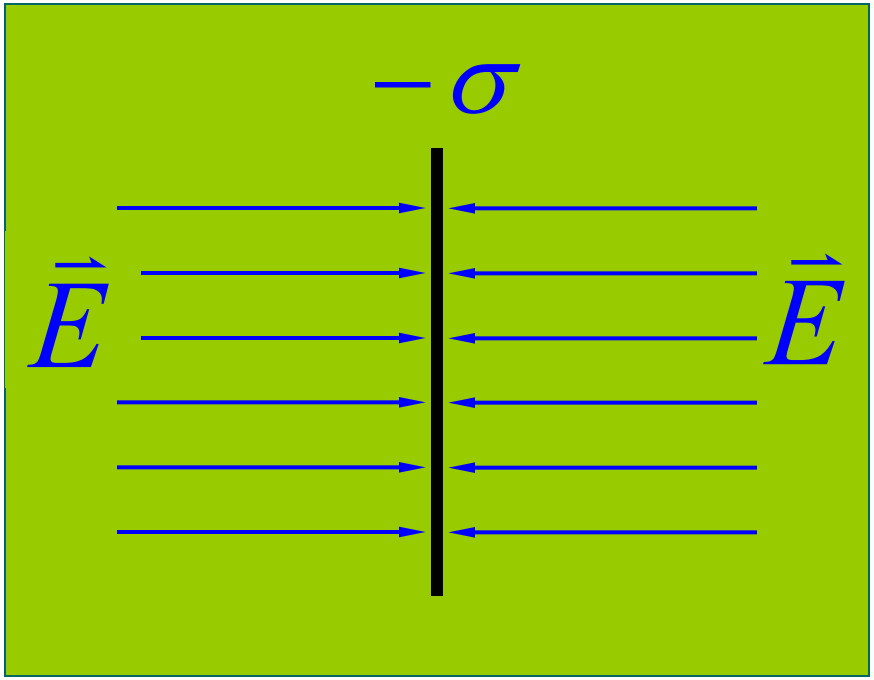
静电平衡时, 金属板电荷的分布和周围电场的分布



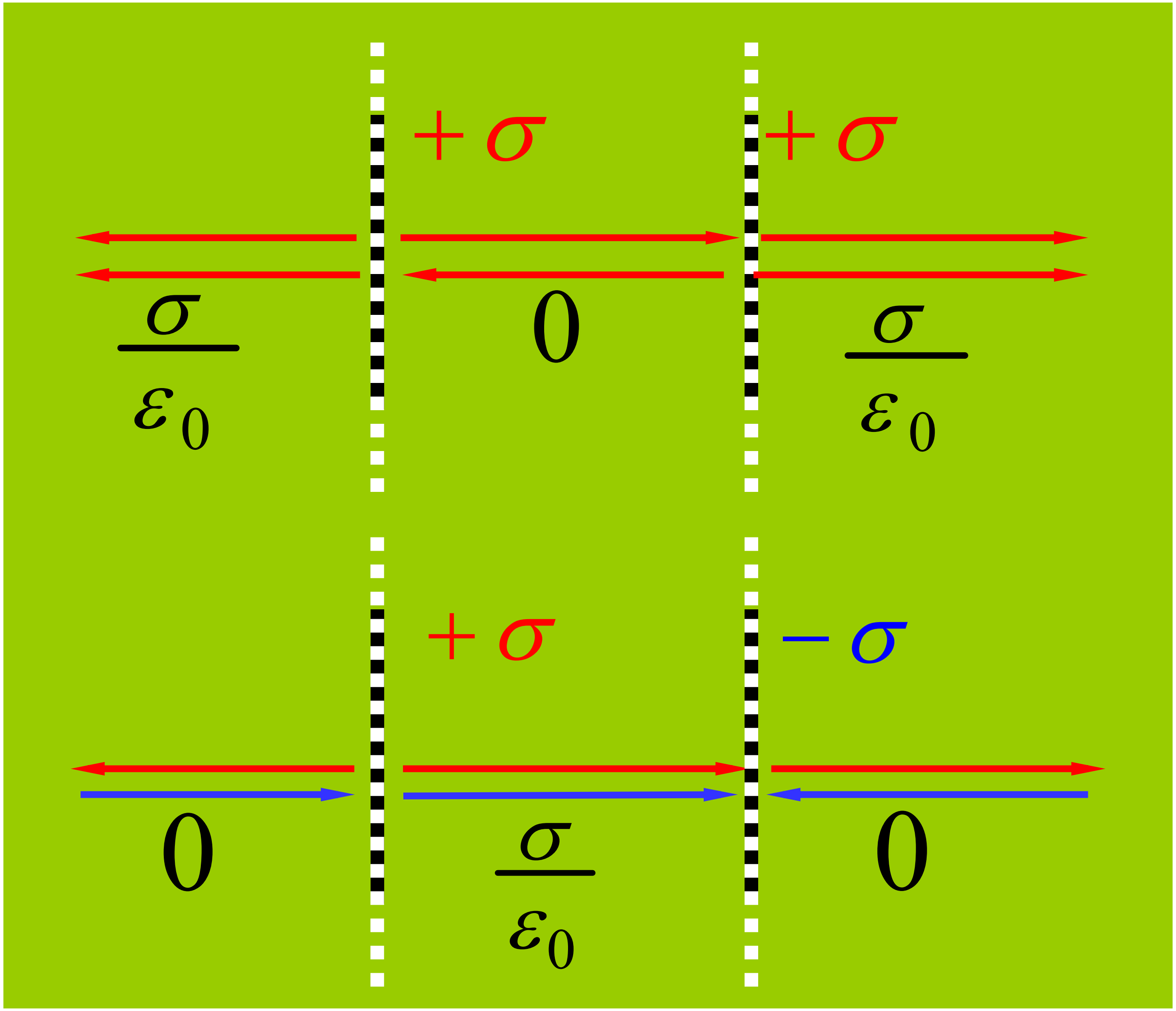
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



无限大带电平面的电场叠加问题

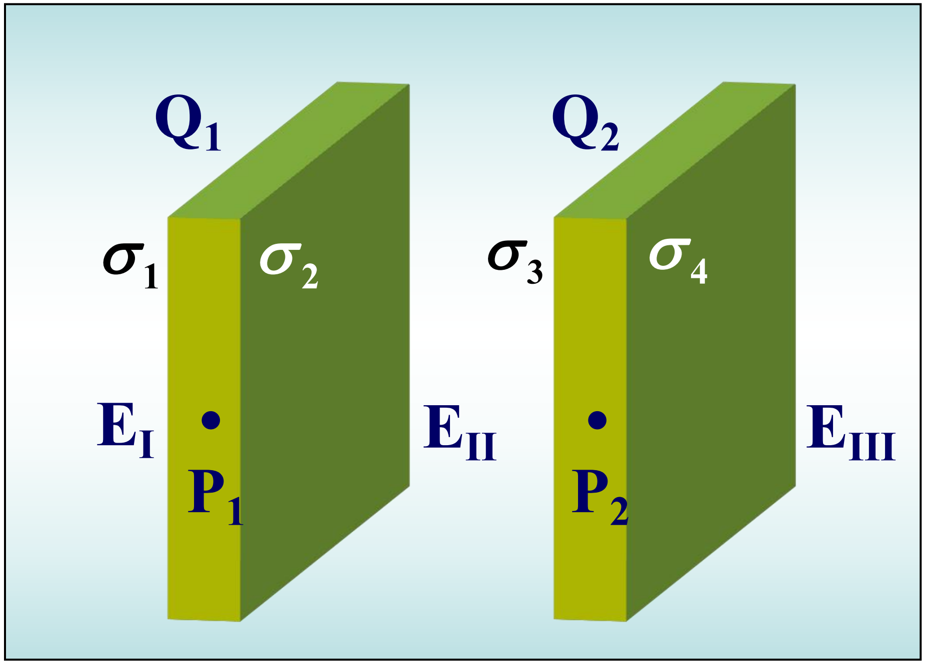



思考：不同带电密度的两无限大平面的电场分布

解：　电荷守恒

$$(\sigma_1+\sigma_2)s=Q_1$$

$$(\sigma_3+\sigma_4)s=Q_2$$




利用 $$E_i=\frac{\sigma_i}{2\varepsilon_o}$$

静电平衡条件:

<u>导体内部的场强为零</u>

电场符号取决于场点在面的左边还是右边

$$P_1:\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_o}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_o}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_o}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_o}=0$$

$$\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4=0$$

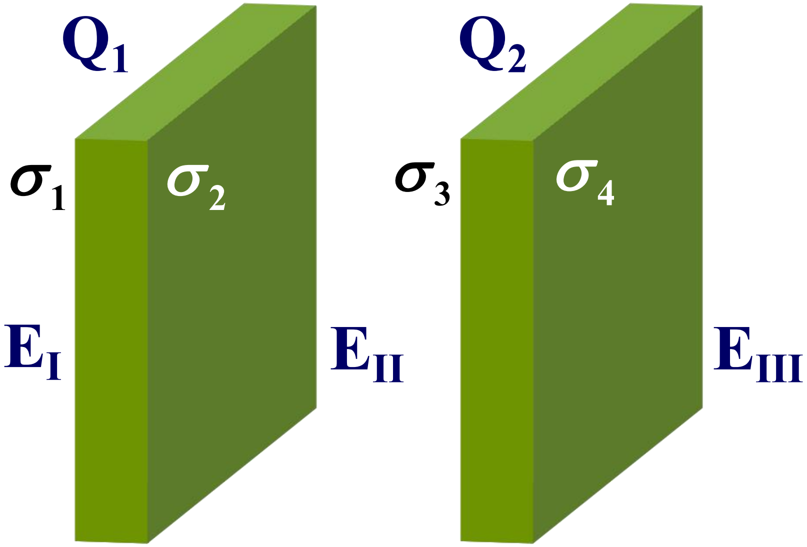
$$P_2:\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4=0$$

解得:

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{Q_1+Q_2}{2s}$$

$$\sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_1-Q_2}{2s}$$

电场分布：




$$E_I = -\frac{1}{2\varepsilon_o}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4)$$

$$= -\frac{\sigma_1}{\varepsilon_o} = -\frac{Q_1+Q_2}{2\varepsilon_o s}$$

$$E_{II} = \frac{1}{2\varepsilon_o}(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4) = -\frac{\sigma_2}{\varepsilon_o} = -\frac{Q_1-Q_2}{2\varepsilon_o s}$$

$$E_{III} = \frac{1}{2\varepsilon_o}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4) = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_o} = \frac{Q_1+Q_2}{2\varepsilon_o s}$$

**注意1：结论&条件**

**注意2：对称性分析及其模型约化**

# Thank You