电容和电容器

讲课思路：

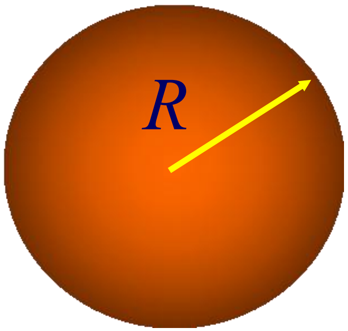
一、孤立导体的电容

二、电容器

三、电容器电容的计算

四、电容器的并联和串联

一、孤立导体的电容



1、引入

•孤立导体是指其它导体或带电体都离它足够远的导体，以至于其它导体或带电体对它的影响可以忽略不计。

•真空中一个半径为***R***、带电量为***Q*** 的孤立球形导体的电势为

$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

电量与电势的比值是一个常量，$4\pi\varepsilon_0 \boldsymbol{R}$ 只与导体的形状有关，由此可以引入电容的概念。

2、电容的定义

孤立导体所带的电量与其电势的比值叫做孤立导体的电容：

$$C=\frac{Q}{U}$$

孤立球形导体的电容为：

$$C=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R$$

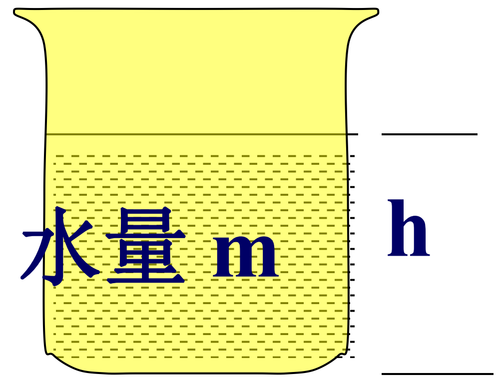
电容：

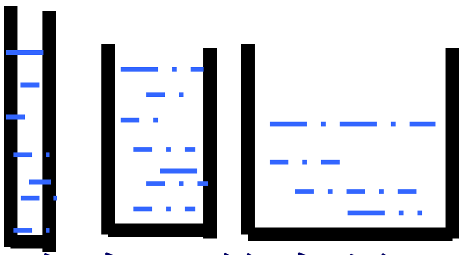
- 是导体的一种性质，与导体是否带电无关；
- 是反映导体储存电荷或电能的能力的物理量；
- 只与导体本身的性质和尺寸有关。

类比：电容器与水容器

水量 $m \propto h \cdot S$

水容能力 $m/h = S$





水容器的容量

电量 $Q \propto U \cdot C$

电容 $Q/U = C$

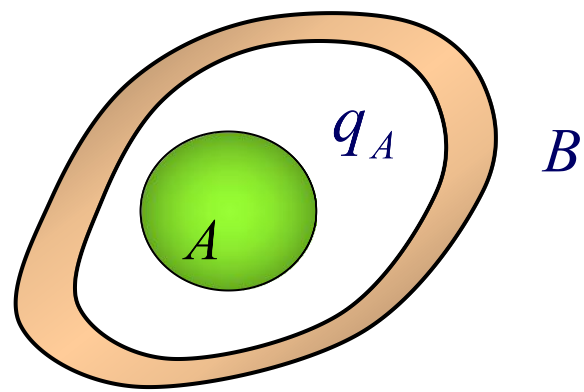
二、电容器

对非孤立导体A，它要受到周围其它导体或带电体的影响，电势不再简单地与所带电量成正比。

解决办法:

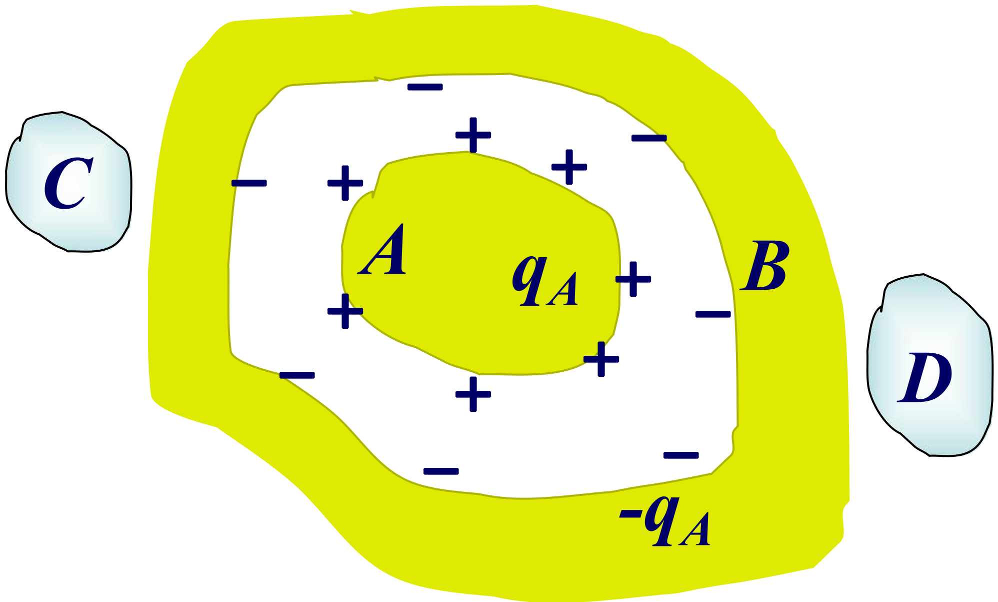
利用静电屏蔽的原理，用导体空腔B把导体A屏蔽起来。

腔内电场仅由导体A所带电量q_A以及A的表面和B的内表面的形状决定，与外界情况无关。



1、电容器的定义

用空腔B 将非孤立导体 A 屏蔽, 消除其他导体及带电体 (C、D) 对A 的影响。



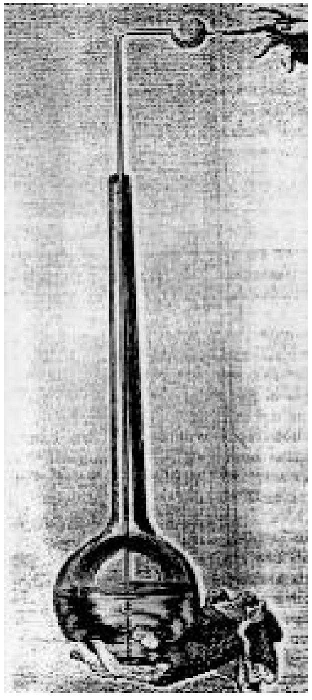
A 带电 q_A, B 内表面带电 $-q_A$, 腔内场强E ,

$A\,B$间电势差 ： $U_{AB} = U_A - U_B$

这种两个带有等值而异号电荷的导体所组成的系统，叫做电容器。

早期的电容器：莱顿瓶

- 人们发现一些液体如水也能被起电，同时人们希望把产生的电荷保存起来。两者的结合促成莱顿瓶的发明。
- **1745**年，莱顿大学的教授**P.van Musschenbroek**制造出一个金属衬里的玻璃瓶，从瓶口的软木塞插入一根金属棒。它能贮存由起电机产生的大量静电，用手靠近金属棒时会产生火化和爆裂声。后来人们称之为莱顿瓶。



莱顿瓶的瓶盖与异电金属链（十九世纪末）

2、电容器的电容

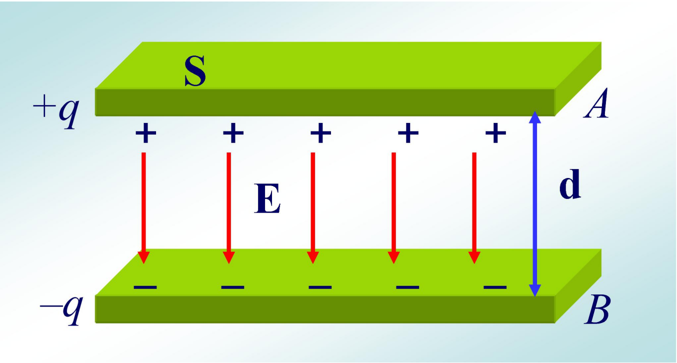
电容器两个极板所带的电量为$+Q$、$-Q$，它们的电势分别为U_A、U_B，定义电容器的电容为：

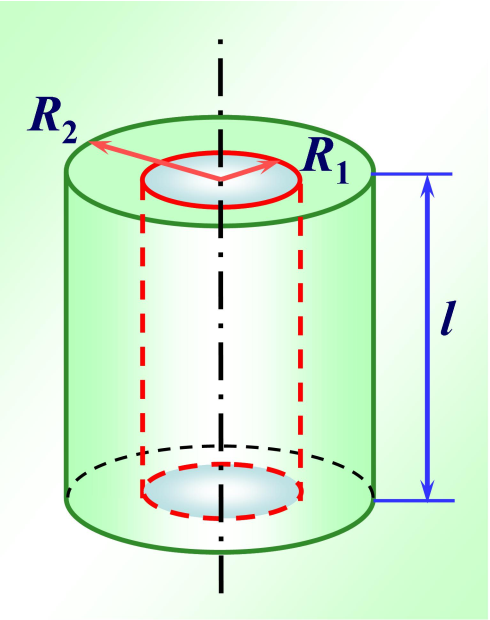
$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{Q}{U_A-U_B}$$

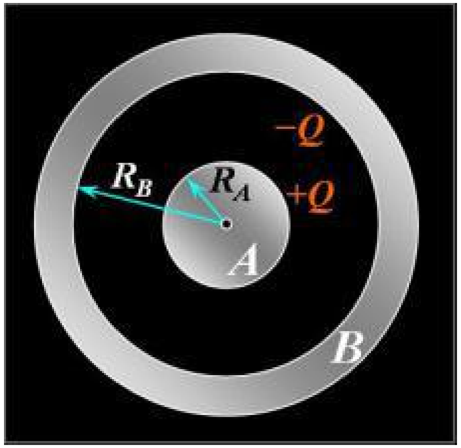
电容器的分类

<u>按介质分类</u>：空气电容器、云母电容器、陶瓷电容器、纸质电容器、电解电容器

<u>按形状分类</u>：平板电容器、圆柱形电容器、球形电容器







4、电容器的作用

- 在电路中作用：通交流、隔直流；
- 与其它元件可以组成振荡器、时间延迟电路等；
- 建立电场，储存电能的元件。

三、电容器电容的计算

1、设电容器的两极板带有等量异号电荷；

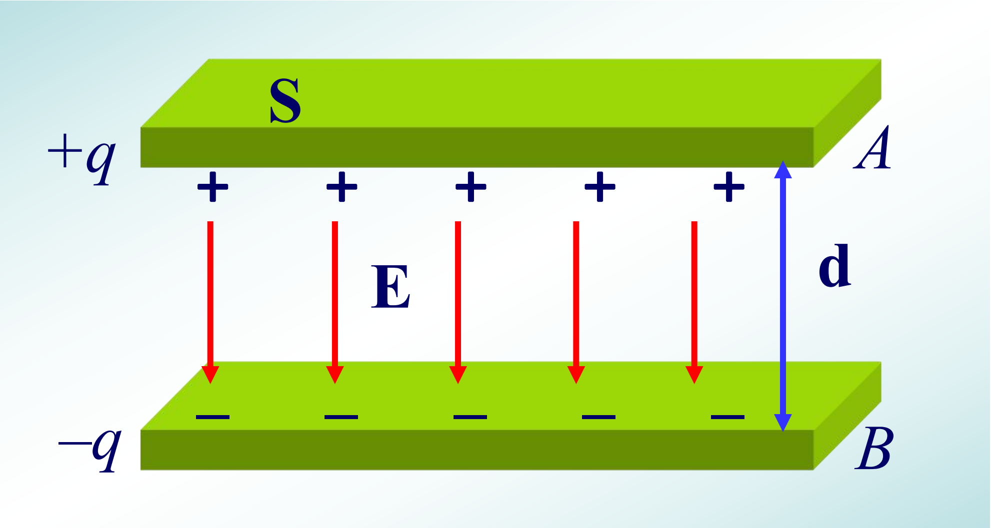
2、求出两极板之间的电场强度的分布；

3、计算两极板之间的电势差；

4、根据电容器电容的定义求得电容。

$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{Q}{U_A-U_B}$$

1、平行板电容器



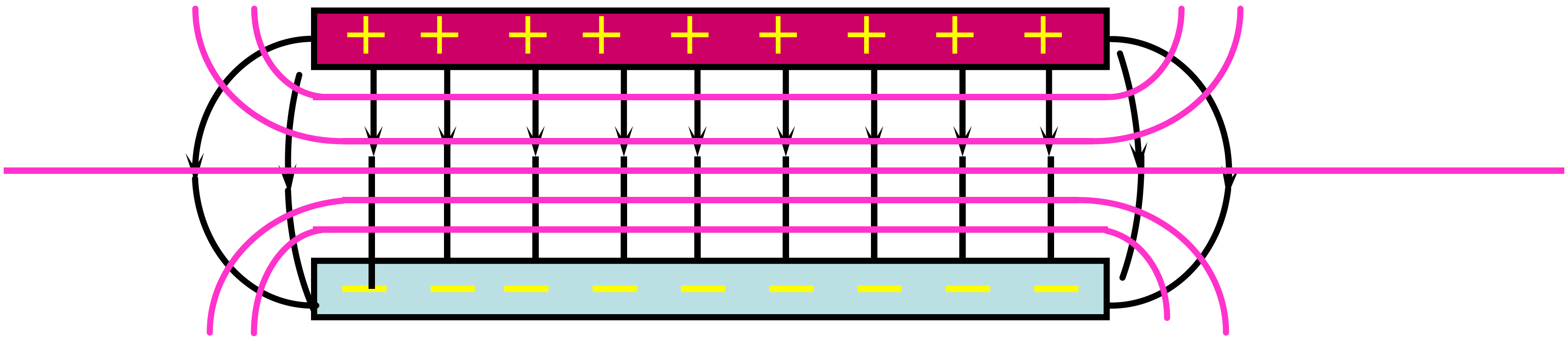
解：

① 设电容器两极板带电 ± q ；

② 板间电场： d 很小，S 很大，

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_o}=\frac{q}{\varepsilon_o S}$$

③ 板间电势差：



电平行板之间的电势之差

$$U_{AB} = U_A - U_B = \int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{l}} = Ed$$

$$\boxed{U_{AB} = E \cdot d = \frac{qd}{\varepsilon_o S}}$$

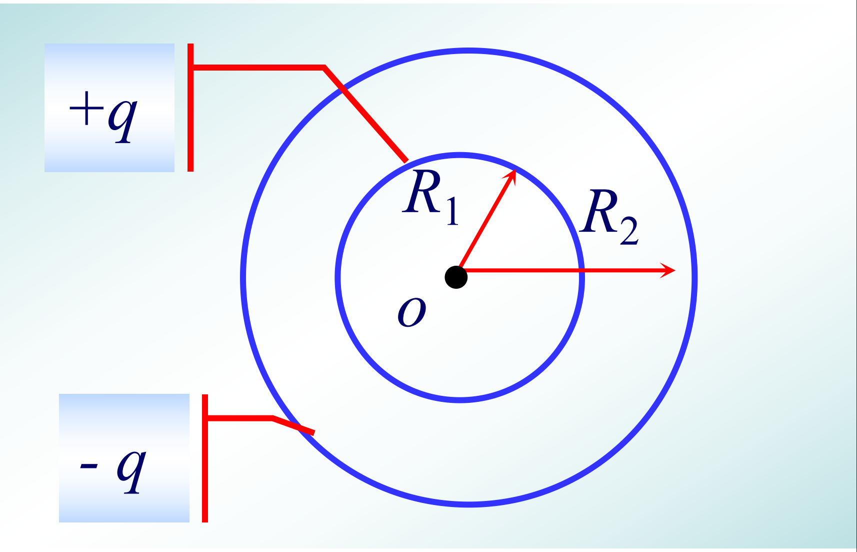
$$U_{AB} = E \cdot d = \frac{qd}{\varepsilon_o S}$$

④ 电容：

$$C = \frac{q}{U_{AB}} = \frac{\varepsilon_o S}{d}$$

平板电容器的电容与极板的面积成正比，与极板之间的距离成反比，还与电介质的性质有关。

2、球形电容器



设电容器两极板带电± q，

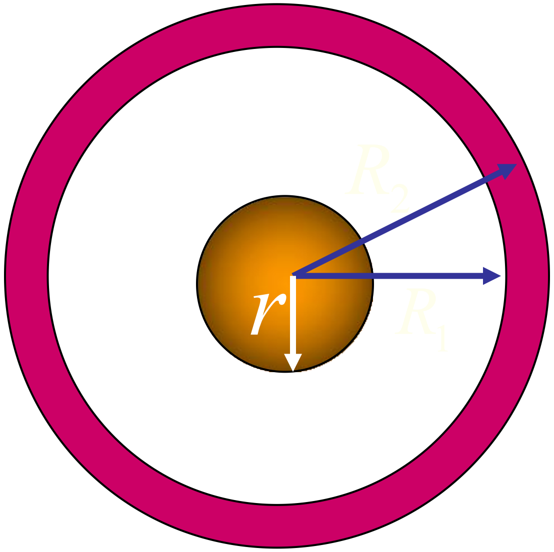
两极板间电场:

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad (R_1<r<R_2)$$

板间电势差 $U_{12}=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$

（2）两球的电势差为

$$U_r - U_R = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right)$$

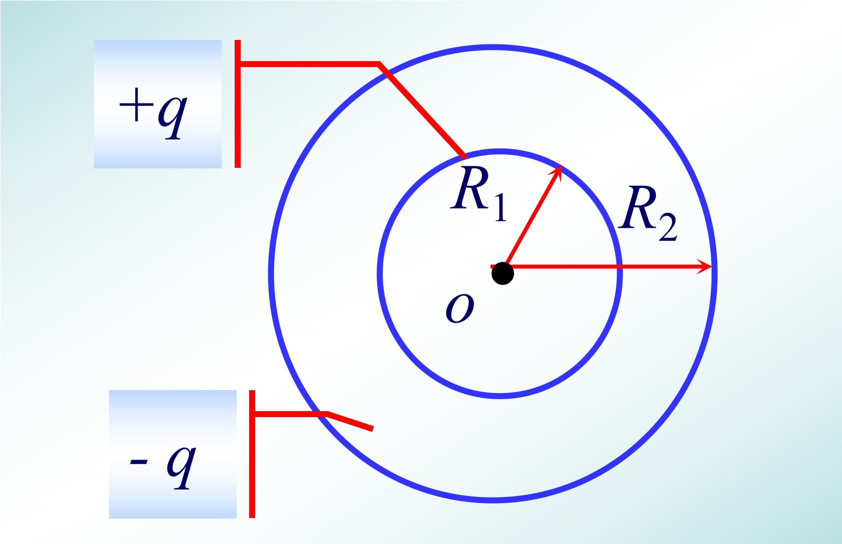


（3）若外球壳接地，则球壳外表面上的电荷消失。两球的电势分别为

$$U_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right) \qquad U_{R_1} = U_{R_2} = 0$$

两球的电势差为 $U_r - U_R = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right)$

$$U_{12}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$



电容

$$C=\frac{q}{U_{12}}=\frac{4\pi\varepsilon_o R_1 R_2}{R_2-R_1}$$

①当$R_2\to\infty$时，

$$C=4\pi\varepsilon_o R_1,$$

孤立导体球电容。

② $R_2-R_1=d$，$R_2\approx R_1=R$

$$C=4\pi\varepsilon_o R^2/d=\varepsilon_o S/d$$

平行板电容器电容。

3、圆柱形电容器

解：设两极板带电 $\pm q$

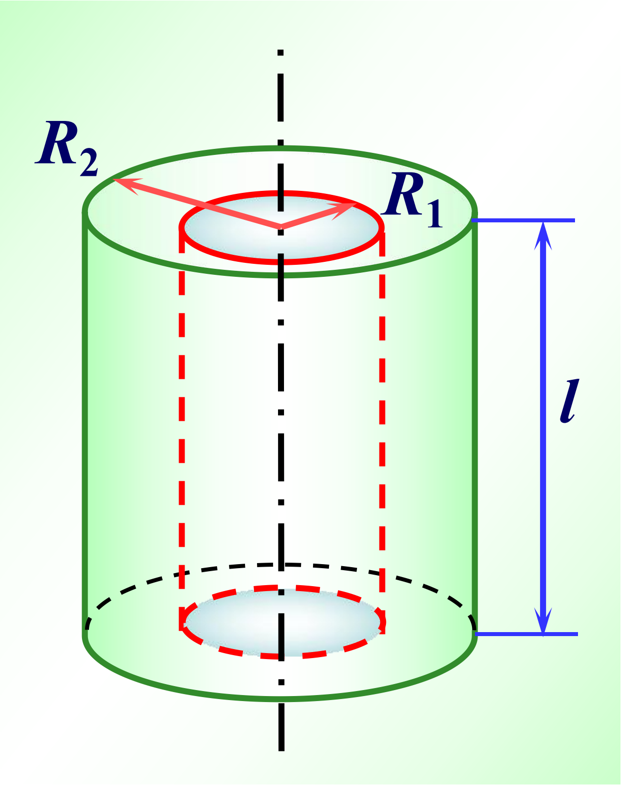
板间电场 $(l >> R_2 - R_1)$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o r l} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

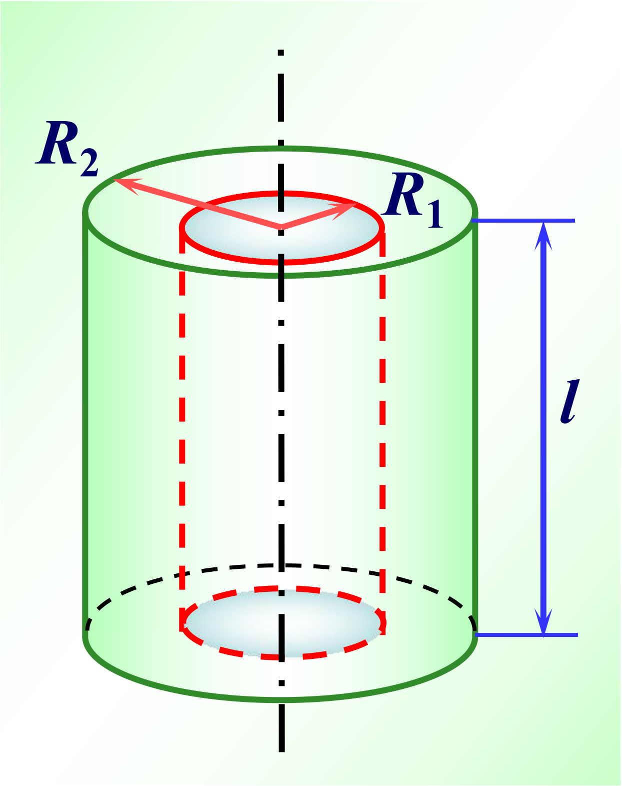
板间电势差

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_o l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



板间电势差 $\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_o l}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$



圆柱形电容器的电容

$$C=\frac{q}{U_{12}}=\frac{2\pi\varepsilon_o l}{\ln(R_2/R_1)}$$

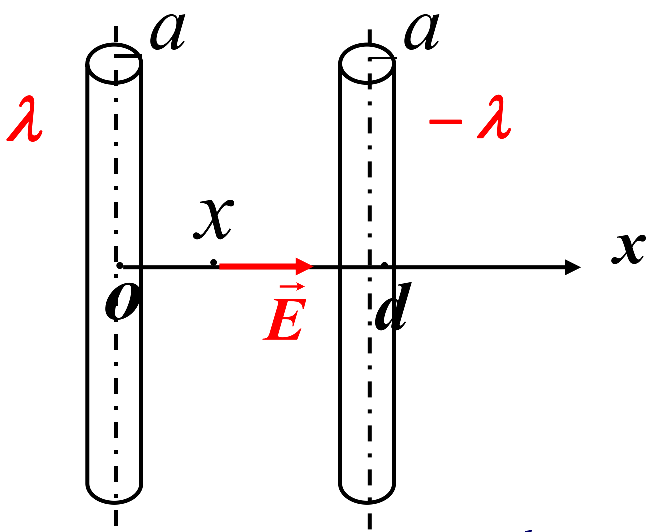
•圆柱越长，电容越大；两圆柱之间的间隙越小，电容越大。

•用d表示两圆柱面之间的间距，当$d=R_2-R_1<<R_1$ 时

$$C\approx\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{d/R_1}\approx\frac{2\pi\varepsilon_0 lR_1}{d}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\ln\frac{R_2}{R_1}=\ln\frac{R_1+d}{R_1}=\ln(1+\frac{d}{R_1})\approx\frac{d}{R_1}$$

课堂练习：求两平行长直导线单位长度间的电容（导线半径a，轴线间距离d）



解：设单位长度带电 $\pm\lambda$

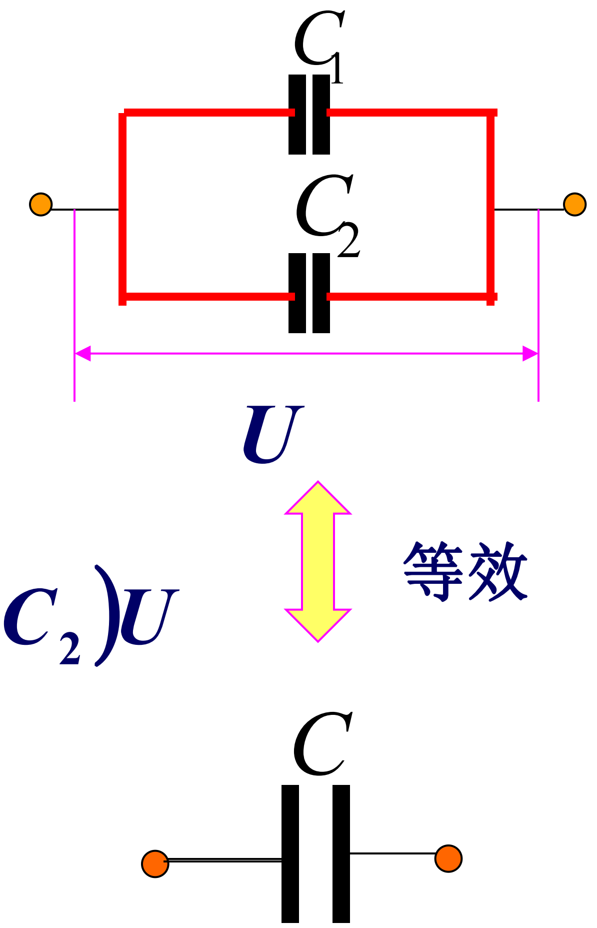
$$E=\begin{cases}0 & （导体内）\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)} & （导体间）\end{cases}$$

$$\Delta U=\int_a^{d-a}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_a^{d-a}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)dx$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}ln\frac{d-a}{a}-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}ln\frac{a}{d-a}=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}ln\frac{d-a}{a}$$

$$C=\frac{\lambda}{\Delta U}=\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{d-a}{a}}\approx\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{d}{a}}$$

四、电容器的并联和串联



1、电容器的并联

特点：

每个电容器两端的电势差相等

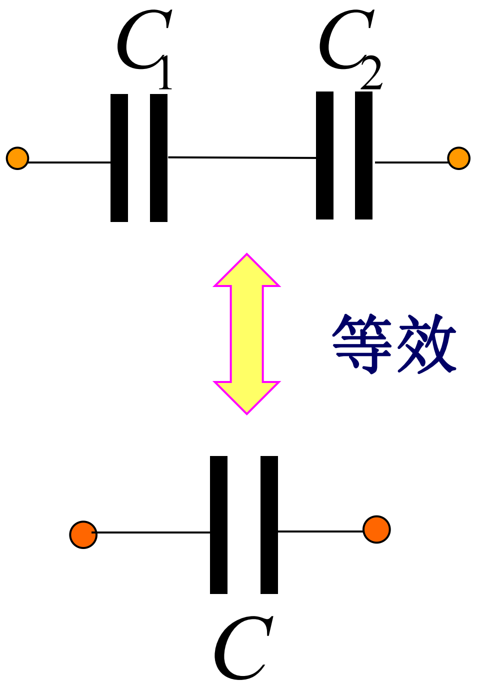
总电量：

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1U + C_2U = (C_1 + C_2)U$$

等效电容：

$$C = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2$$

2、电容器的串联



特点：

每个电容器极板所带的电量相等

总电压

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) Q$$

等效电容

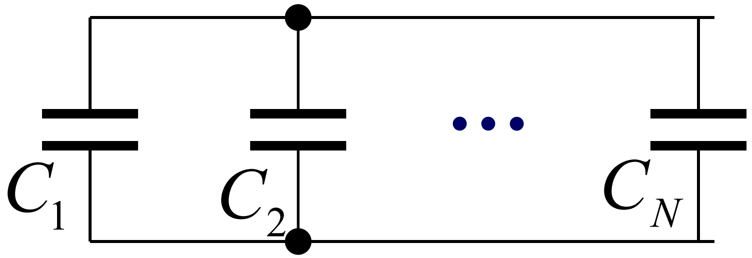
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

总结

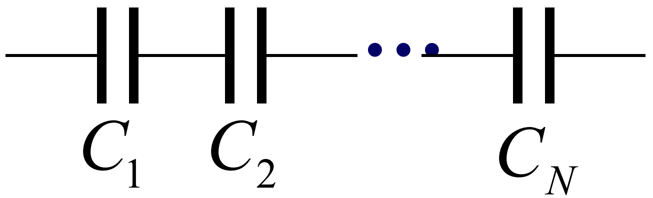
(1)并联: $C = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$

增大电容

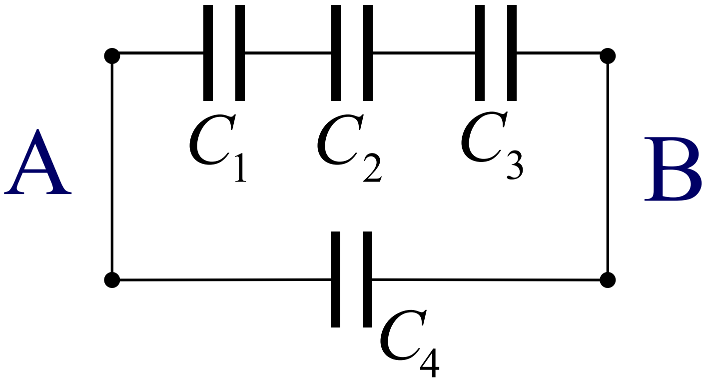


(2)串联: $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \cdots + \dfrac{1}{C_N}$

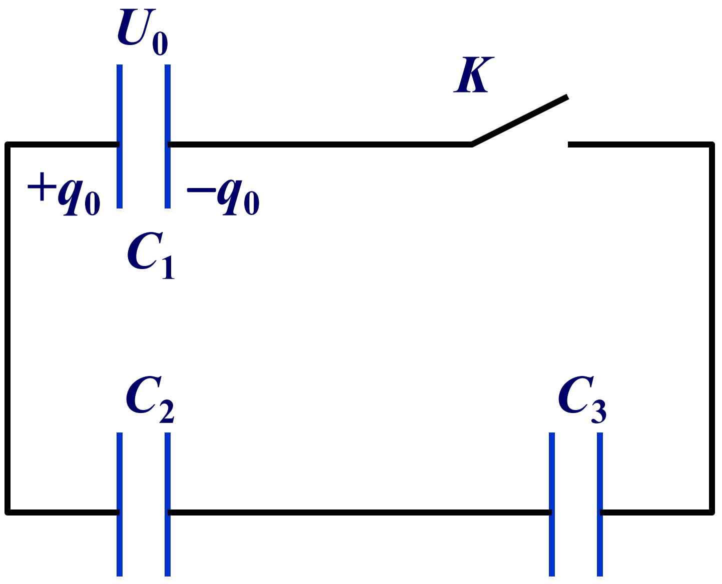
减小电容



(3)混联:



例: 三个电容器按图连接，其电容分别为C_1 、C_2和C_3。求当电键K打开时， C_1将充电到U_0，然后断开电源，并闭合电键K。求各电容器上的电势差。

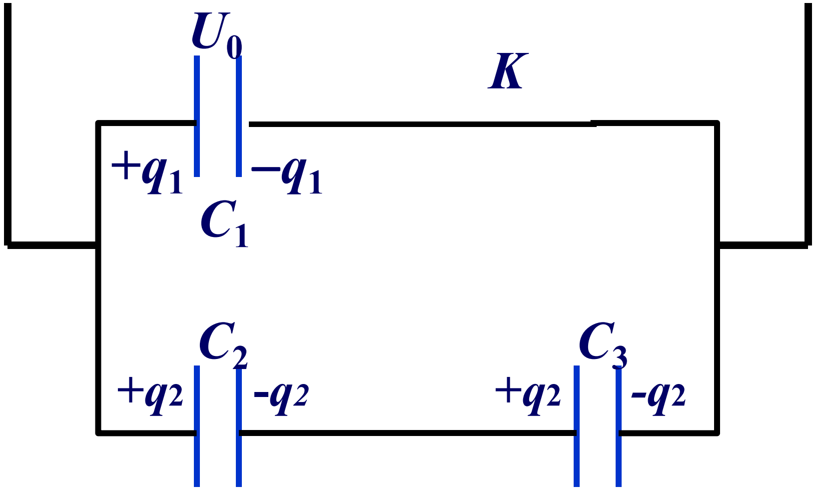


课堂练习

解　已知在K 闭合前， C_1极板上所带电荷量为$q_0=C_1U_0$， C_2和C_3极板上的电荷量为零。K闭合后， C_1放电并对C_2 、 C_3充电，整个电路可看作为C_2、C_3串联再与C_1并联。设稳定时， C_1极板上的电荷量为q_1，C_2和C_3极板上的电荷量为q_2，因而有

$$q_1 + q_2 = q_0$$

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_2}{C_3}$$



解两式得

$$q_1 = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3} q_0$$

$$= \frac{C_1^2(C_2 + C_3)}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3} U_0$$

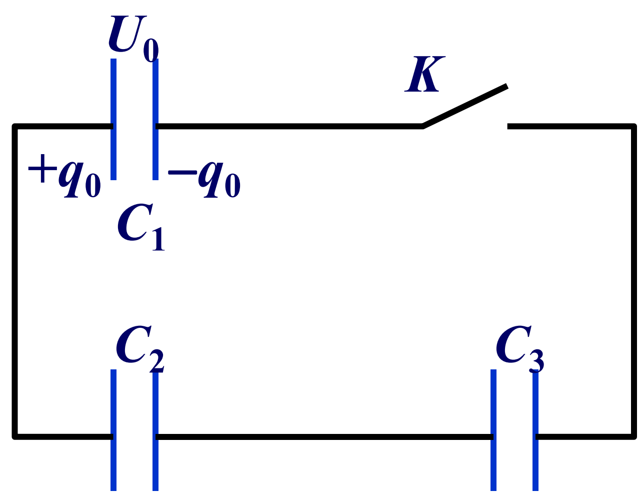
$$q_2 = q_0 - q_1 = \frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3} U_0$$

因此，得C_1、C_2和C_3上的电势差分别为

$$U_1=\frac{q_1}{C_1}=\frac{C_1\left(C_2+C_3\right)}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}U_0$$

$$U_2=\frac{q_2}{C_2}=\frac{C_1C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}U_0$$

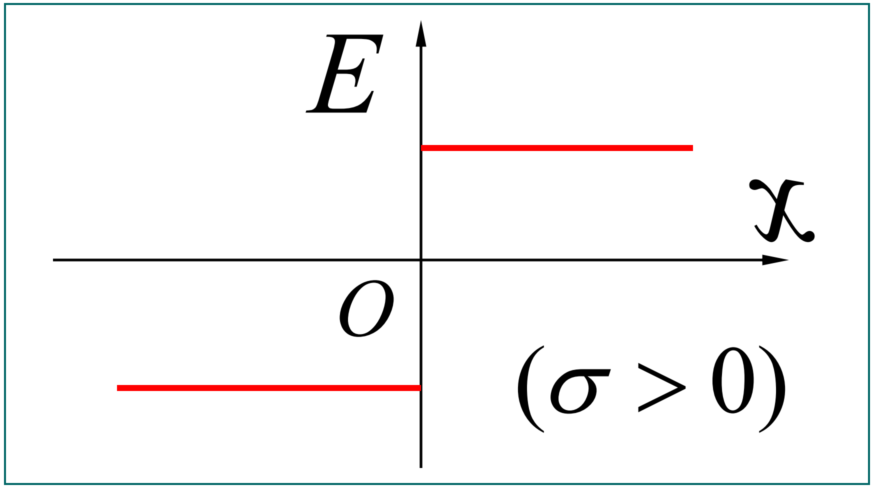
$$U_3=\frac{q_2}{C_3}=\frac{C_1C_2}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}U_0$$

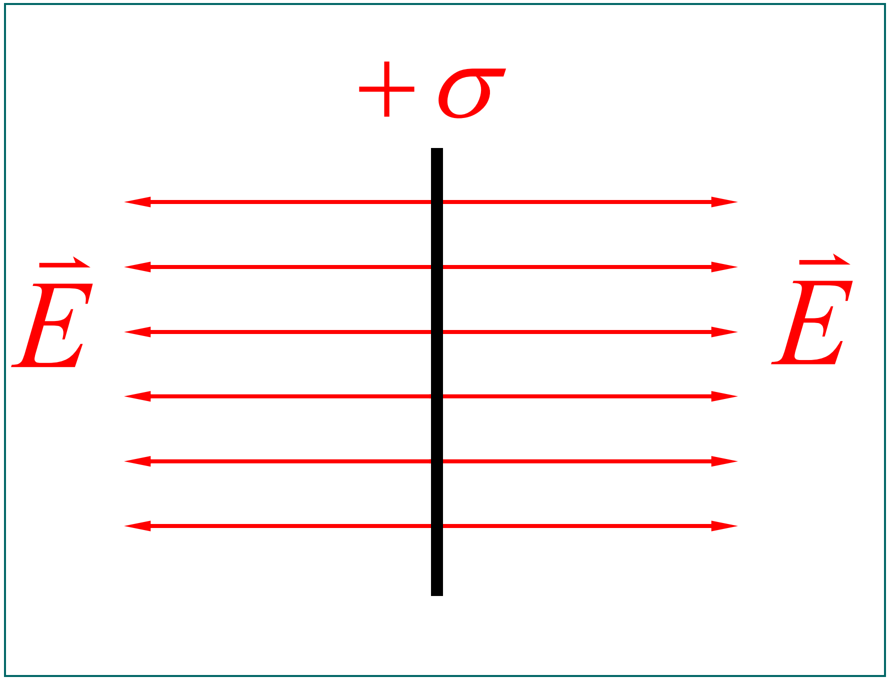


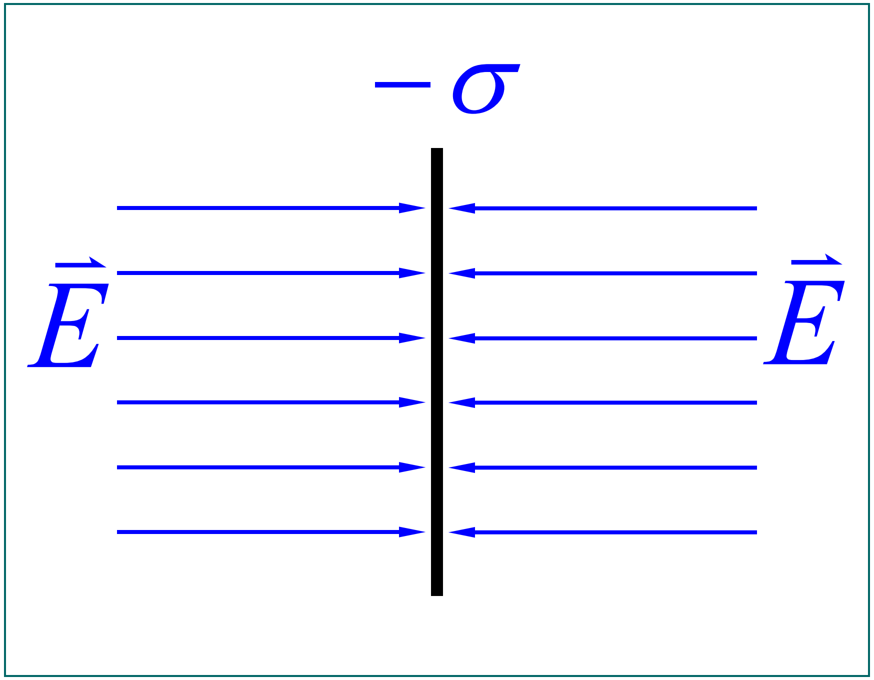
作业：

- P80：2.3.3
- P81：2.3.7

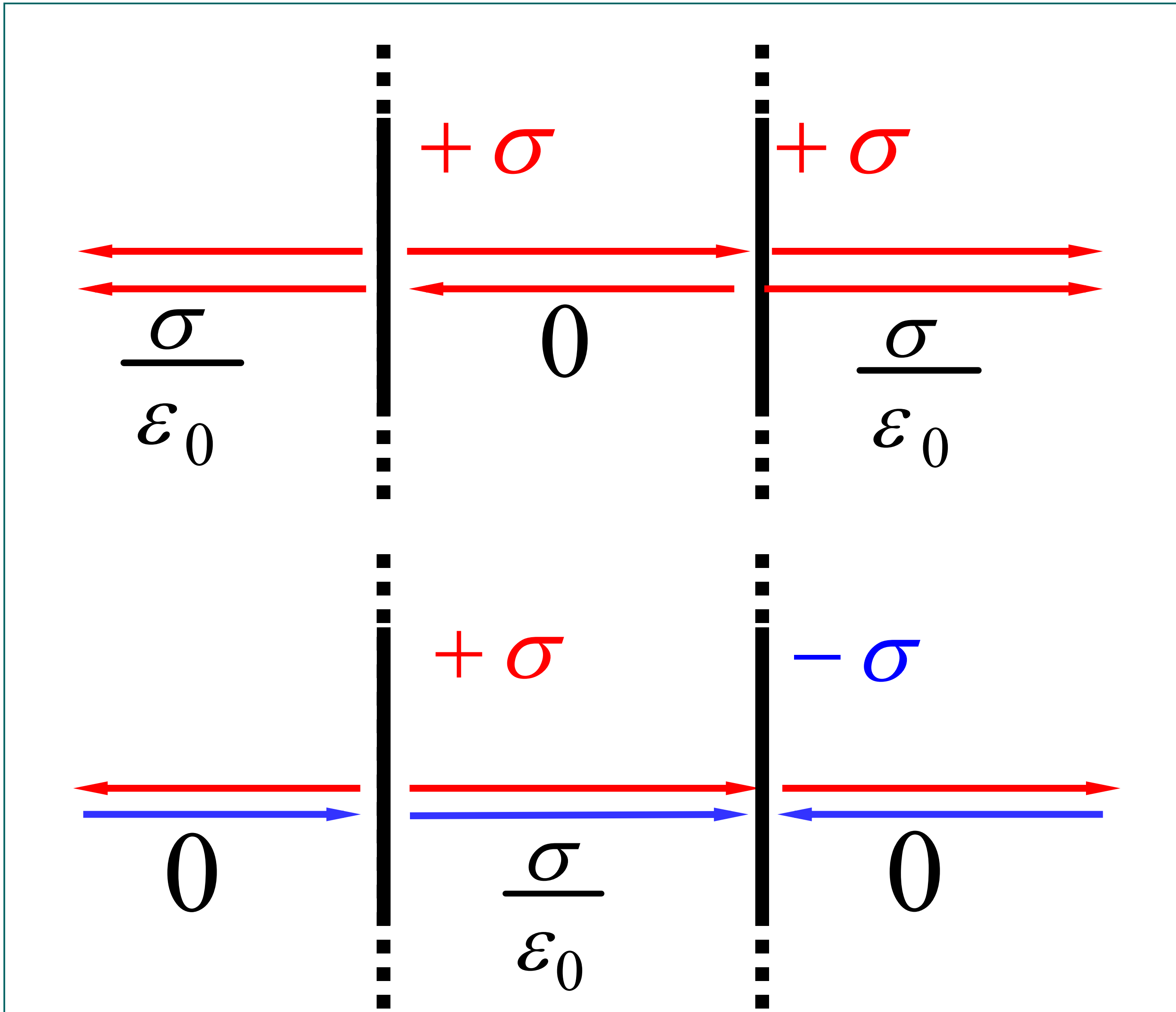
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$







无限大带电平面的电场叠加问题



无限长均匀带电圆柱面的电场。圆柱半径为R，沿轴线方向单位长度带电量为λ。

解：电场分布也应有柱对称性，方向沿径向。

作与带电圆柱同轴的圆柱形高斯面，

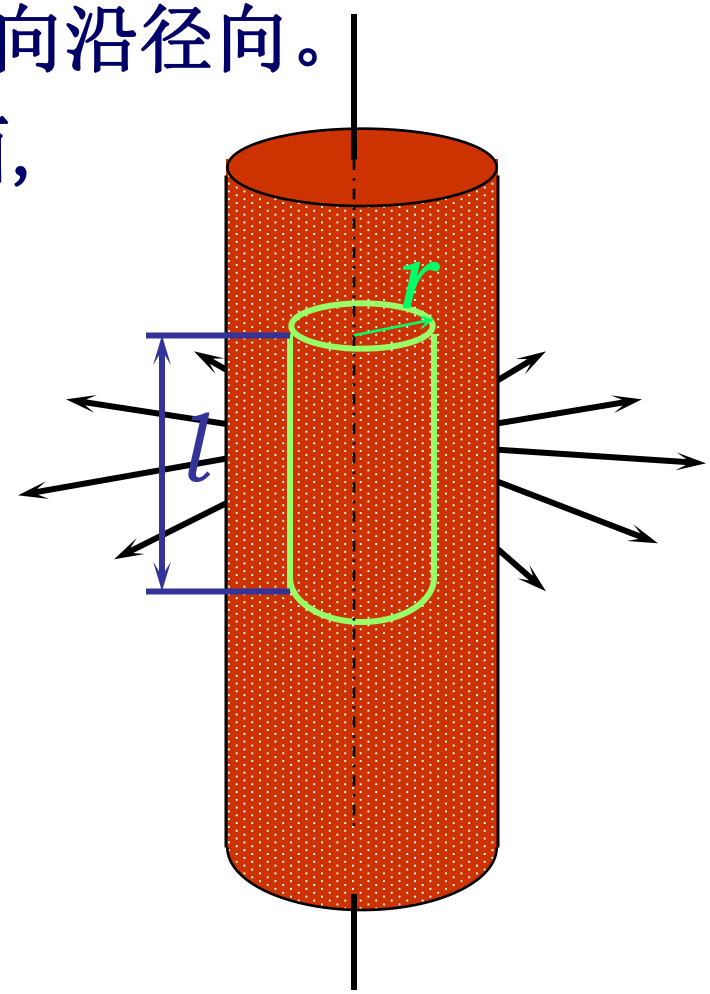
高为l,半径为r

$$\oint_s \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \int_{\text{侧面}} \vec{E} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = E \cdot 2\pi rl$$

由高斯定理知 $E = \dfrac{\sum q}{2\pi\varepsilon_0 lr}$

（1）当$r<R$ 时，$\sum q = 0$

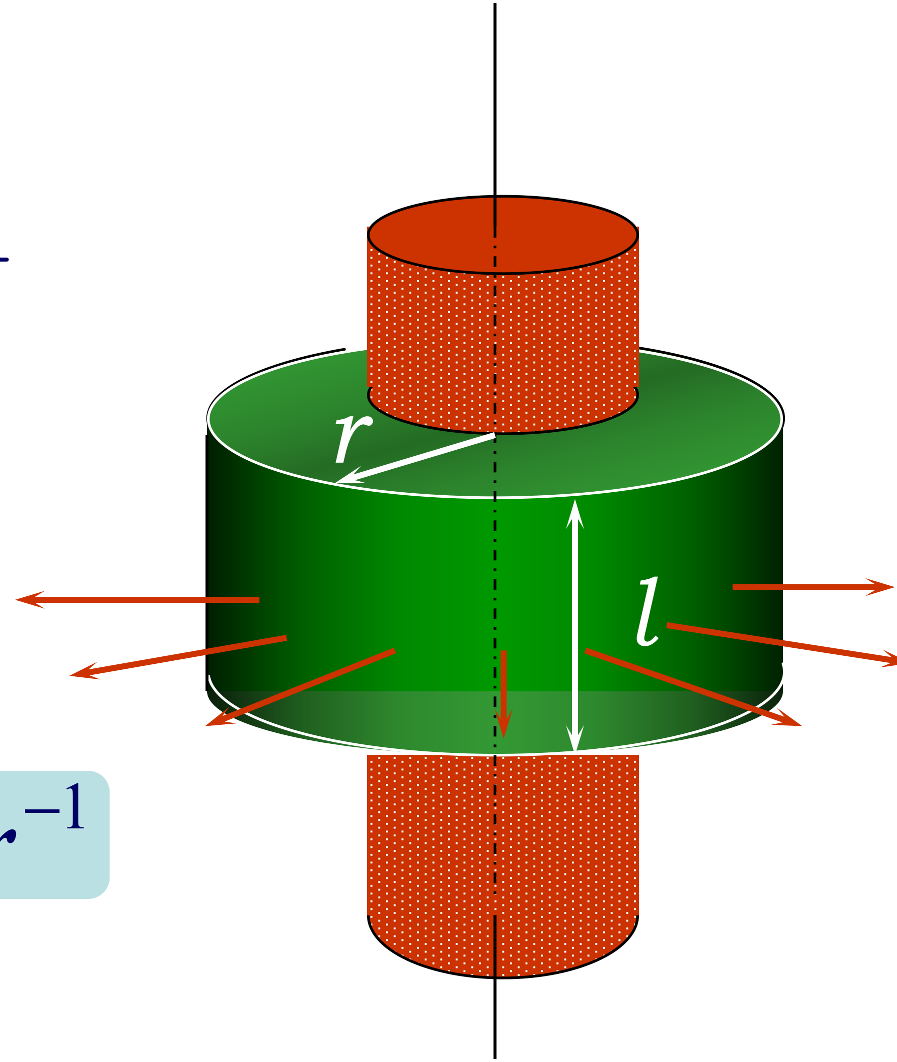
$$E = 0$$



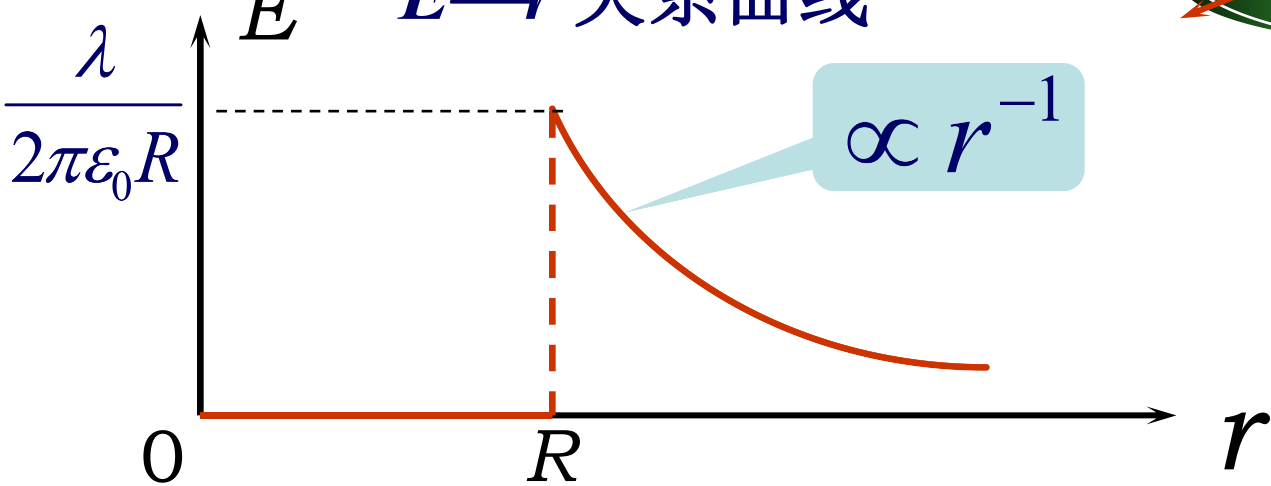
（2）当$r>R$ 时，

$$\sum q = \lambda l \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

均匀带电圆柱面的电场分布



E—r 关系曲线



谢谢