

## Homework for Chapter 3

Xiping Hu

<https://hxp.plus/>

March 30, 2020

**1. 波长为  $1\text{\AA}$  的 X 光光子的动量和能量各为多少?**

$$E = \frac{hc}{\lambda} = 1.98645 \times 10^{-15} \text{ J} \cdot \text{m}$$

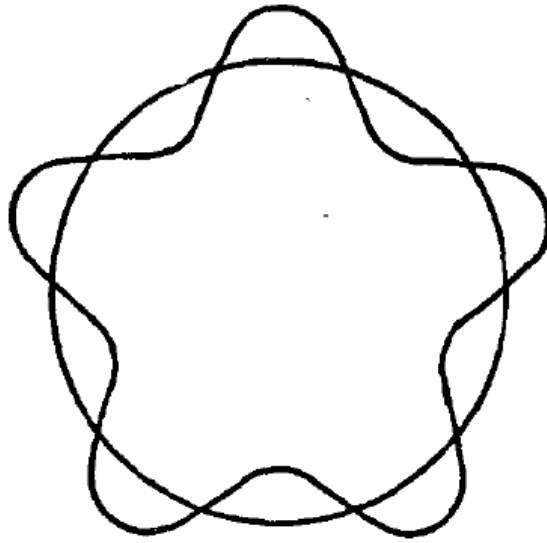
$$p = \frac{h}{\lambda} = 6.62607 \times 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{s}$$

**2. 经过 10000 伏特电势差加速的电子束的德布罗意波波长  $\lambda = ?$  用上述电压加速的质子束, 其德布罗意波波长是多少  $\text{\AA}$ ?**

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_0}} = 5.93097 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = 1.22643 \times 10^{-11} \text{ m}$$

4. 试证明氢原子稳定轨道上正好能容纳下整数个电子的德布罗意波长(习题图 3.1)。上述结果不但适用于圆轨道, 同样适用于椭圆轨道, 试证



习题图 3.1

明之.

In round orbits

$$\oint p_r dq_r = n_r h$$

$$\oint p_\phi dq_\phi = n_\phi h$$

Since  $p_r = 0$

$$\oint m r^2 \dot{\phi} d\phi = n_\phi h$$

$$2\pi m v r = n_\phi h$$

$$2\pi r = n_\phi \frac{h}{mv}$$

The wave length of the electron is

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

So that

$$2\pi r = n_\phi \lambda$$

When the orbit is shaped in eclipse

$$\oint p_r dq_r = n_r h$$

$$\oint p_\phi dq_\phi = n_\phi h$$

So that

$$\oint (p_r dr + p_\phi d\phi) = nh$$

$$\oint (m\dot{r} dr + mr^2 \dot{\phi} d\phi) = nh$$

$$\oint (m\dot{r}^2 dt + mr^2 \dot{\phi}^2 dt) = nh$$

$$\oint [m(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2)] dt = nh$$

$$\oint [mv^2] dt = nh$$

$$\oint mv ds = nh$$

$$\oint \frac{mv}{h} ds = n$$

The wavelength of the electron is

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

insert it into

$$\oint \frac{ds}{\lambda} = n$$

$$\oint ds = n\lambda$$

**5. 带电粒子在威耳孙云室（一种径迹探测器）中的轨迹是一串小雾滴，雾滴的线度约为 1 微米。当观察能量为 1000 电子伏的电子径迹时其动量与经典力学动量的相对偏差不小于多少？**

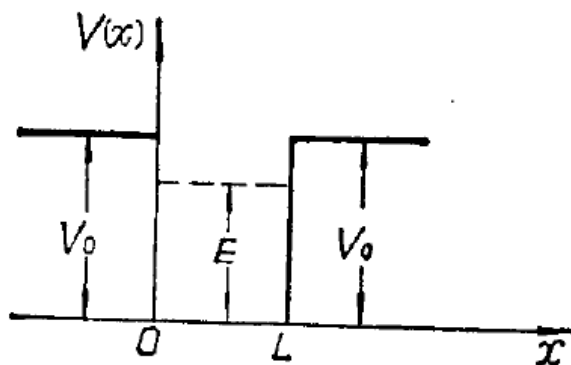
$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$p = \sqrt{2mE_k}$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\hbar}{2\Delta x \sqrt{2mE_k}} = 3.046 \times 10^{-5}$$

7. 粒子位于一维对称势场中, 势场形式如下图, 即

$$\begin{cases} 0 < x < L, & V = 0, \\ x < 0, x > L, & V = V_0. \end{cases}$$



习题图 3.2

(1) 试推导粒子在  $E < V_0$  情况下其总能量  $E$  满足的关系式.

(2) 试利用上述关系式, 以图解法证明, 粒子的能量只能是一些不连续的值.

8. 有一粒子, 其质量为  $m$ , 在一个三维势箱中运动. 势箱的长、宽、高分别为  $a, b, c$ . 在势箱外, 势能  $V = \infty$ ; 在势箱内,  $V = 0$ . 试算出粒子可能具有的能量.