

《量子力学教程》课后习题——第一章 绪论

物理 (4+4) 1801 胡喜平 学号 U201811966

网站 <https://hxp.plus/> 邮件 hxp201406@gmail.com

2020 年 9 月 12 日

1.1 黑体辐射公式为

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} d\nu$$

其中 $\rho_\nu d\nu$ 是频率在 ν 到 $\nu + d\nu$ 之内辐射能量密度。频率 ν 和波长 λ 的关系为

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

因此

$$d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

设波长在 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 之间的辐射能量密度为 ρ_λ , 则

$$\rho_\lambda d\lambda = \frac{8\pi h}{c^3} \cdot \frac{c^3/\lambda^3}{\exp\left[\frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T}\right] - 1} \cdot \left(\frac{c}{\lambda^2} d\lambda\right) = 8\pi hc \cdot \frac{\lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T}\right] - 1} d\lambda$$

求极大值需要 $\frac{d\rho_\lambda}{d\lambda} = 0$, 即

$$\left\{ \exp\left[\frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T}\right] - 1 \right\} (-5\lambda^{-6}) - \lambda^{-5} \cdot \exp\left[\frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T}\right] \cdot \frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{T} \cdot \left(-\frac{1}{\lambda^2}\right) = 0$$

化简后得到

$$\left\{ 5 - \frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T} \right\} \cdot \exp\left[\frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T}\right] = 5$$

令 $\alpha = \frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T}$, 化简得到

$$5 + (-\alpha) = 5e^{-\alpha}$$

用计算器解得 $\alpha = 4.96$, 即

$$\frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{\lambda T} = 4.96$$

则

$$\lambda T = \frac{hc}{k_B \alpha} = 2.90 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{K}$$