

MALMÖ HÖGSKOLA

Inbyggda system och signaler Styr- och reglerteknik

Labbinlämning 1504f

Utlämning: 4 mars 2016
Deadline inlämning: 17 mars 2016

Namn: Daniel Petersén

Namn: Marcus Sandberg

Modellering, identifiering och dimensionering av tidsdiskreta regulatorer

Syftet med denna laborationsinlämningsuppgift är att matematisk modellera vattenmodellen för att kunna tillämpa matematiska metoder för att beskriva och dimensionera reglersystemet.

Resultaten från uppgiftens teoretiska del kan sedan delvis jämföras med resultaten från de praktiska experiment som genomfördes i förra inlämningsuppgiften.

Hela inlämningsuppgiften följer ingenjörens professionella arbetssätt där teorin tillämpas på ett konkret exempel (=reglering av vattenmodellen) genom att först ta reda på alla modellparameter och dess enhet. Modellen beskrivs sedan som ekvationer med deras parametrar. Det är inte innan modellerna är på plats att man börjar identifiera (=bestämma värdet av) parametrarna. Egentligen ska man efter identifikationen också verifiera modellerna genom att jämföra deras simulering med praktiska experiment innan man får använda dem. Vi använder modellerna utan formell verifikation men jämför dem med tidigare genomförda experiment där det går. Slutligen använder vi oss av modellerna för att dimensionera en regler med polplacering som vi sedan reglerar vattenmodellen med. Efterföljande analysen av experimentets resultat kan anses som en enkel validering av modellen.

Innehållsförteckning och översikt

Modellering, identifiering och dimensionering av tidsdiskreta regulatorer.....	1
A) TEORIDEL SOM FÖRBEREDNING.....	4
A.1 Modellering av vattenmodellen.....	4
A.1.1 Differensekvationen av första vattentanken	6
A.1.1 Bernoullis lag från strömningsläran	6
A.1.2 Differensekvationen av andra vattentanken	7
A.1.3 Olineära funktioner.....	7
A.2 Linearisering av olineära system	7
A.2.1 Villkor för lineariseringen	8
A.2.2 Lineariserade systemekvationer för första och andra vattentanken	9
A.2.3 Systemekvationer inför z-transformationen för första vattentanken.....	9
A.2.4 Systemekvationer inför z-transformationen för andra vattentanken	9
A.3 z-transformation av systemekvationerna.....	9
A.3.1 Z-transformationen av överföringsfunktionen $H_1(z)$	11
A.3.2 Z-transformationen av överföringsfunktionen $H_2(z)$	11
A.3.3 Z-transformationen av hela överföringsfunktionen $H(z)$	13
A.3.4 Jämförelse med den allmänna överföringsfunktionen för differensekvationer första ordningen.....	13

A.3.5 Jämförelse med den allmänna överföringsfunktionen för differensekvationer andra ordningen.....	15
A.4 Beräkning av egenskaper hos tidsdiskreta system	16
A.4.1 Stabilitet.....	16
A.4.2 Statisk noggrannhet	17
A.5 Dimensionering av tidsdiskreta regulatorer med polplaceringsmetoden	18
A.5.1 Regulator med polplacering för första vattentanken	19
A.5.2 Regulator med polplacering för andra vattentanken	20
B) MATLABDEL SOM FÖRBEREDNING.....	23
B.1 Programmering av regulatorer med polplacering.....	23
B.2.1 Regulator med polplacering för regleringen av nivå n1 (function vm_poln1).....	23
B.2.2 Regulator med polplacering för regleringen av nivå n2 (function vm_poln2).....	24
C) PRAKTISK DEL: Matlab (R2013b), Arduino-Ctrl-box, vattenmodell.....	25
C.0 Labbutrustningen och allmänna anvisningar beträffande experimentens genomförande	Fel! Bokmärket är inte definierat.
C.0.1 Översikt över hela systemet.....	Fel! Bokmärket är inte definierat.
C.0.2 Kopplade vattentankar	Fel! Bokmärket är inte definierat.
C.0.3 Anslutning till ctrl-boxen.....	Fel! Bokmärket är inte definierat.
C.1 Systemidentifiering av modellparametrarna.....	25
C.1.1 Praktiska experiment för att bestämma A och k_p	25
C.1.2 Bestämning av andra koefficienter	26
C.2 Sammanställning och jämförelse av olika numeriska resultat.....	28
C.3 Experiment med regulatorer med polplacering	31
C.3.1 Experiment med "dead-beat"-regulatorn för första vattentanken.....	31
C.3.2 Experiment med polplacerings-regulatorn för nivå n2	32
C.3.3 Diskussion av stegsvaren.....	32
D) Reflektion och utvärdering	33

Skriv inte ut detta dokument utan ha det öppet på datorn under laborationen och besvara frågorna direkt i dokumentet. Efter ni är färdiga med inlämningsuppgiften laddas dokumentet och utvalda filer upp på Its learning.

Läs hela uppgiften innan handledningstillfällena (och undervisningstillfällena). Lös de förberedande teoretiska uppgifterna innan du påbörjar med den praktiska delen i labbsalen! Läraren kan få vilja se att du har studerat teoridelen och ställa frågor om den som del av en effektiv handledning!

Inlämningen av detta fullständigt ifyllda dokument samt andra filer som ni ska generera för att dokumentera vissa delar av er lösning ska ske på its learning. **Ladda upp varje fil för sig, dvs inte komprimerade.** För videodokumentering kan länkar anges t.ex. till youtube eller andra lämpliga videotjänster.

Laborationen genomförs som vanligt i par dvs. ni jobbar två och två eller ensam. Vid inlämningen på Its learning anges vem som jobbat ihop. Forskningen visar att den mest effektiva inläringen sker när man förklarar något till någon annan! Tillämpa det gärna på varandra i gruppen och i hela klassen för att få hjälp i att förstå vad som ska göras och varför. Själva laborationen blir dock meningslös om ni fuskar och bara kopierar varandras resultat eller formuleringar utan att själv har förstått vad ni skriver! Alla svar och alla programkod och mätresultat ska vara gruppens egen!! Labbinlämningsuppgifterna dokumenterar er inläring i ämnet och om de genomförs seriöst har man uppnått lärandemålen och kommer att klara sluttentamen!

Dokument som ni behöver för att kunna lösa uppgifterna är kursboken, Matlabs "help" och dokumentation samt material som finns upplagda på its learning.

Krav för godkänd

- Fullständigt ifyllt dokument (inkl namn på titelsida!) med korrekta svar till alla frågor, uppladdad till its learning som word eller pdf-fil, (okomprimerad).
- Ekvationer och formler ska vara skrivna med Words formleditor!
- Olika Matlabfunktioner (okomprimerade) uppladdad till its learning:
 - o vm_poln1.m
 - o vm_poln2.m

Rättning och kompletteringar

- Följande dokument returneras direkt till komplettering:
 - o om namn saknas på titelsidan
 - o om det finns flera obesvarade frågor
 - o om ekvationer eller formler inte är skrivna med words formleditor
- Fel i matematiska beräkningar kommer att behöva kompletteras genom att själv studera facit och förklara vad man har gjort fel och varför (dvs på vilket sätt tänkte man fel).
- Första prioritet ges rättningen av i tid inlämnade lösningar. Pga för hög arbetsbelastning kan en rättning inom tre veckor inte garanteras!
- Rättningar av inlämningar efter kursens slut sker vid omtentaminstillfällena. Dessutom krävs en muntlig redovisning.

A) TEORIDEL SOM FÖRBEREDNING

A.1 Modellering av vattenmodellen

Man kan visa att regleringen av en process blir bättre ju mer information man har om själva processen. Modern reglerteknik handlar om regleralgoritmer som baserar sig på matematiska processmodeller som används i designen av regelsystem.

Det finns i stort sett två olika sätt att modellera en process: - baserad på experiment, också ibland betecknad som "black-box" metoder, eller baserad på matematisk-naturvetenskapliga modelleringar eller "white-box" metoder.

Black-box metoden användes i förra labbinlämningen där den tidsdiskreta överföringsfunktionen identifierades med hjälp av minsta kvadratmetoden.

En matematisk-naturvetenskaplig ansats till modelleringen av vattenmodellen går ut från den underliggande fysiken, mekaniska konstruktionen och naturlagen. Som illustrerad i figur A.1.a så består vattenmodellen av två vattenbehållare, placerade över varandra så att första behållares utflöde blir andra behållarens inflöde. Flödet in i den översta behållaren regleras med en styrbar vattenpump.

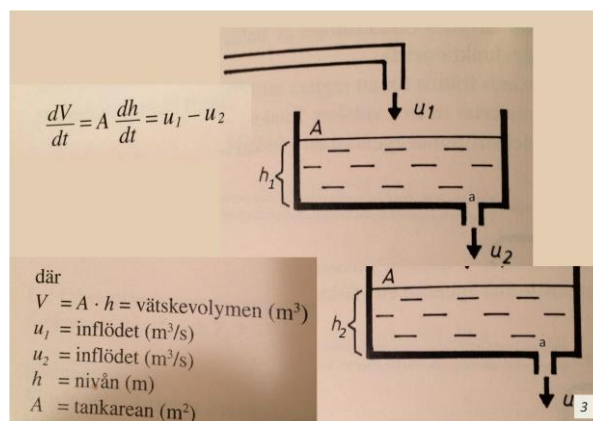


Fig A.1.a

Modellen består enligt den mekaniska konstruktionen av två delar som var för sig beskriver det som händer i respektive vattenbehållaren. Med två behållare blir det också två tillstandsvariabler – volymen V_1 , V_2 (eller höjden h_1 , h_2) i respektive behållaren.

Med hjälp av z-transformationen och seriekopplingen av block i blockscheman kan man först beskriva varje delsystem för sig och sedan foga ihop delarna.

I kursboken finns detta exempel med (kap. 7.5) som differentialekvation omkring balansekvationen: en ändring i tankens volym motsvarar skillnaden mellan in- och utflödet.

Som differensekvation (istället för differentialekvation) skrivs samma balansekvation matematiskt på följande sätt:

$$V(k) - V(k-1) = (u_{\text{in}}(k-1) - u_{\text{out}}(k-1)) \cdot dT$$

Med: $V(k)$ = volymen i tanken till tidspunkt $t = (k) \cdot dT$

$V(k-1)$ = volymen i tanken till tidspunkt $t = (k-1) \cdot dT$

dT = samplingstiden

k : samplingen, ($k=0..n$)

$u_{in}(k-1)$: inflödet i tanken vid tiden $t=(k-1) \cdot dT$
 $u_{out}(k-1)$: utflödet ur tanken vid tiden $t=(k-1) \cdot dT$

Inför en modellering är det viktigt att man har koll på alla fysikaliska enheter och samspelet mellan representationen i datorn (utan fysikaliska enheter) och de fysikaliska storheterna. Fig A.1.b) visar blockscheman för det slutna systemet för en tank. Vilken tank spelar för denna betraktelse ingen roll då vi antar att de är identiska.

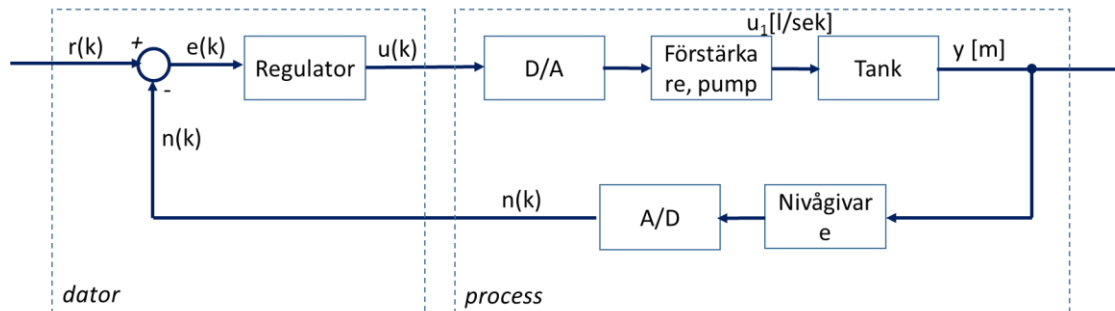


Fig. A.1.b): Blockschema för det slutna systemet

Det är inte självklart vart man ska lägga gränsen mellan process och datorn. Man brukar dock välja gränsen så att processens in- och utsignaler får samma enhet. Framöver utgår vi från en sammanfattning av signalomvandlingarna enligt fig A.1.c). Syftet är att räkna med samma signaler som vi också får in och ut från datorn.

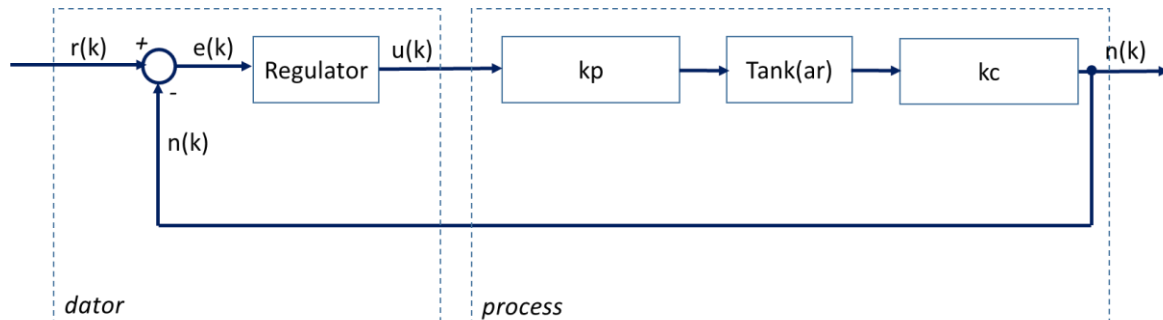


Fig. A.1.c): Sammanfattning av olika omvandlingsenheter till förstärkningsfaktorerna k_p och k_c .

Följande är en sammanställning av modellparametrarna med respektive enheter:

Datoralgoritm:

dT = samplingtid [sek]

$u(k)$ = styrsignal till pumpen [0..255],

$n(k)$ = mätvärde efter A/D-omvandlaren [0..1023]

Vattentank:

A är arean i vattentanken [m^2]

a = arean av hålen för utflödet [m^2]

u_1, u_2, u_3 = in- och utflöden till, ut och mellan tankarna [l/sek] eller [m³/sek]

$g = 9,81$ m/s², gravitationskonstanten

$y(t)$: vattennivån (h_1 eller h_2) i vattentanken [m]

Koppling mellan dator och vattentank

k_p = kopplingskoefficienten mellan styrvärdet u [0..255] och flödet u_1 [l/sek]

k_c = kopplingskoefficienten mellan vattennivån $y(t)$ [m] och mätningen $n(k)$ av vattennivån

$$u_1(t) = k_p \cdot u(k)$$

$$n(k) = k_c \cdot y(k)$$

Med detta kan man beskriva de olika delarna från balansekvationerna till:

$$V(k) = A \cdot n(k) / k_c,$$

$$u_{in}(k) = k_p \cdot u(k)$$

$$y(k) = n_1(k) / k_c$$

Använd words formeditor i era svar framöver för att ange matematiska ekvationer. Det är en bra träning inför skrivandet av tekniska rapporter och examensarbeten och höjer läsbarheten inte minst för er själva!

A.1.1 Differensekvationen av första vattentanken

Härleda och beskriv de matematiska sammanhangen mellan nivåskillnaden i första vattentanken mellan två samplingstider och skillnaden mellan inflödet och utflödet. Glöm inte att ange inflödet som funktion av pumpstyrningen u . Använd mätningen $n(k)$ för höjden i vattentanken som behöver divideras med k_c för att få den riktiga höjden.

$$V(k) - V(k-1) = (u_{in}(k-1) - u_{out}(k-1)) \cdot dT$$

$$V(k) = A \cdot y(k) = \frac{a \cdot n(k)}{k_c}$$

$$u_{in} = k_p \cdot u(k)$$

$$u_{out} = (\text{Besvaras i nästa fråga}).$$

Alltså:

$$\frac{A(n(k) - n(k-1))}{k_c} = (k_p \cdot u(k-1) - u_{out}(k-1)) \cdot dT$$

A.1.1 Bernoullis lag från strömningsläran

Storleken på utflödet beror på hur hög vattennivån är: ju högre nivå desto större blir trycket i botten på tanken och desto större blir utflödet. Enligt Bernoullis lag (strömningsläran) gäller:

$$u_{out}(k-1) = a \sqrt{2g n_1(k-1) / k_c}$$

Med:

a = arean av hålen för utflödet [m²]

$g = 9,81$ [m/s²], gravitationskonstanten

A.1.1.1 Bernoulli ekvationen

Sätt in Bernoulli ekvationen för utflödet i din formel (A.1.1) ovan:

$$\frac{(A(n(k) - n(k-1)))}{kc} = k_p * u(k-1) - \frac{a * \sqrt{2gn_1(k-1)}}{kc} * dT$$

Vi antar att arean A och a är likadana i de två vattenmodellen.

A.1.2 Differensekvationen av andra vattentanken

Ange nu de matematiska sammanhangen för den andra vattentanken. Sätt in alla delar enligt exemplet för första tanken samt Bernoulli ekvationen.

$$\frac{(A(n(k) - n(k-1)))}{kc} = a \left(\sqrt{\frac{2gn_1 * u(k-1)}{kc}} - a \sqrt{\frac{2gn_2(k-1)}{kc}} \right) * dT$$

A.1.3 Olineära funktioner

Vilka delar i formlerna A.1.1 och A.1.2 är olineära? Förklara hur man ser det?

Rottecken i A1.1.1 och A.1.2 gör formlerna olinjära.

Ett bra exempel är att om du tar roten ur 9 = 3 och sedan tar roten ur 18 är ungefär 4.24.

18 är dubbelt så stort som 9 men 4.24 är inte dubbelt så stort som 3.

A.2 Linearisering av olineära system

A.2.1 Villkor för lineariseringen

Vilka är de viktigaste villkoren för att man får linearisera kring en given arbetspunkt?

För att kunna beskriva vattenmodellen med lineära systemekvationer måste differensekvationen lineariseras i en arbetspunkt (n_{10} , n_{20}).

Ett vanligt sätt att linearisera en funktion i en arbetspunkt är att välja tangenten till funktionen i arbetspunkten. Tangenten av en funktion $f(x(t), t)$ får man som första tidsderivatan $f'(x(t), t)$ i arbetspunkten. I vårt fall är det funktionen

$f(y, t) = \sqrt{2gn(t)/kc}$ som ska lineariseras i arbetspunkt n_{10} respektive n_{20} genom:

$$\Rightarrow f'(n_{10}) (n_1 - n_{10}) = f'(n_{10}) \Delta n_1 \text{ respektive } f'(n_{20}) (n_2 - n_{20}) = f'(n_{20}) \Delta n_2$$

Tangenten av roten som första tidsderivatan av rotfunktionen är lite krångligare att komma fram till. Det kräver att man kan (eller kommer ihåg hur man ska) göra derivaten av en rot.

$$\frac{df}{dt} = \sqrt{2g} \cdot \frac{d(n(t)/kc)^{\frac{1}{2}}}{dt} = \frac{\sqrt{2g}}{2} (n(t)/kc)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{n(t)/kc}} = \sqrt{\frac{2g \cdot kc}{4n(t)}} = \sqrt{\frac{gk_c}{2n(t)}}$$

Exempel av det lineariserade utloppet i första vattentanken omkring arbetspunkten n_{10} blir då:

$$\Delta u_{\text{out}}(k-1) = a \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} \frac{\Delta n_1(k-1)}{k_c} = a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} \Delta n_1(k-1)$$

A.2.2 Lineariserade systemekvationer för första och andra vattentanken

Använd Δn_1 , Δn_2 , och Δu i de lineariserade ekvationerna omkring arbetspunkterna n_{10} och n_{20} för att linearisera ekvationerna från A.1.1.1 och A.1.2:

$$\frac{(A(\Delta n_1(k) - \Delta n_1(k-1)))}{k_c} = (k_p * \Delta u(k-1) - a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} \Delta n_1(k-1)) dT$$

$$\frac{(A(\Delta n_2(k) - \Delta n_2(k-1)))}{k_c} = \left(a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} \Delta n_1(k-1) - a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{20}}} \Delta n_2(k-1) \right) dT$$

A.2.3 Systemekvationer inför z-transformationen för första vattentanken

Om du inte redan har ordnat de olika koefficienterna så att alla termer med Δn_1 finns på vänstra sidan i ekvationen och de med Δu på högre sidan, så gör det nu här:

$$\text{Tank 1: } \Delta n_1(k) + \Delta n_1(k-1) * \left(\frac{ak_c dT}{A} \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} - 1 \right) = \frac{k_p * k_c * dT}{A} * \Delta u(k-1)$$

$$\text{Tank 2: } \Delta n_1(k) + \Delta n_1(k-1) * \left(\frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} - 1 \right) = \frac{k_p * k_c * dT}{A} * \Delta u(k-1)$$

A.2.4 Systemekvationer inför z-transformationen för andra vattentanken

Formen för ekvationen inför z-transformationen ska vara så att alla termer som rör utgången ska vara på vänster sidan och termer som har med ingången att göra ska vara på höger sidan. För den andra vattentanken är ingången flödet från första tanken in i den andra tanken. Flödet är en funktion av första tankens nivåhöjd (Δn_1). Utgången är utflödet på andra tanken vilket är en funktion av andra tankens nivåhöjd (Δn_2). Med andra ord, för andra tanken är Δn_1 ingången och Δn_2 utgången. Ställ upp denna form för systemekvationer för andra vattentanken:

$$\Delta n_2(k) + \Delta n_2(k-1) * \left(\frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{20}}} - 1 \right) = \frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} \Delta n_1(k-1)$$

A.3 z-transformation av systemekvationerna

Syftet med att z-transformera systemekvationerna är att lätt kunna få fram överföringsfunktionerna av både delsystem (=vattentank). Fördelen blir att seriekopplade överföringsfunktioner i z-planet kan multipliceras med varandra för att få fram överföringsfunktionen från u till n_2 , se bild A.2 nedan.

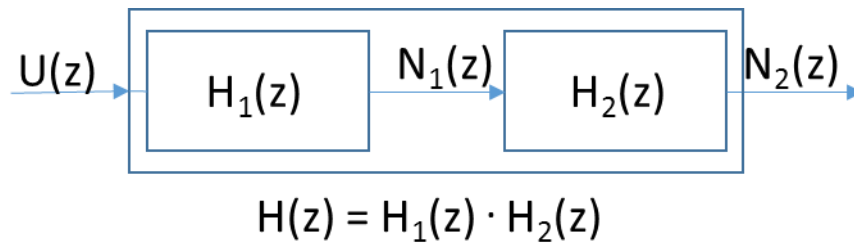


Bild A.2 seriekoppling av överföringsfunktioner $H_1(z)$ och $H_2(z)$

A.3.1 Z-transformationen av överföringsfunktionen $H_1(z)$

$H_1(z)$ är överföringsfunktionen av första vattentanken, dvs från u till n_1 .

- a) Börja med att z-transformera ekvationen i A.2.3.

$$\Delta N_1 + \left(\frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} - 1 \right) \Delta n_1 Z^{-1} = \frac{dT k_p k_c}{A} * \Delta U Z^{-1}$$

- b) Klamra sedan ut ΔN_1 på vänstra sidan och ΔU på högra.

$$\Delta N_1 \left(1 + \left(\frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} - 1 \right) Z^{-1} \right) = \Delta U \frac{dT k_p k_c}{A} Z^{-1}$$

- c) Bestäm slutligen $H_1(z) = \Delta N_1 / \Delta U$. (Ange både, en negativ och positiv representation).

Negativ:

$$H_1(z) = \frac{\Delta N_1}{\Delta U} = \frac{\frac{(dT * Kc * Kp)}{A} Z^{-1}}{1 - Z^{-1} + a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} Z^{-1}}$$

Positiv (lyfter ut Z^{-1}):

$$H_1(z) = \frac{\Delta N_1}{\Delta U} = \frac{\frac{(dT * Kc * Kp)}{A}}{z - 1 + a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}}}$$

A.3.2 Z-transformationen av överföringsfunktionen $H_2(z)$

- a) Börja med att z-transformera ekvationen i A.2.4.

$$\Delta N_2 + \Delta N_2 \cdot \left(\frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{20}}} - 1 \right) \cdot Z^{-1} = \frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} \cdot \Delta N_1 \cdot Z^{-1}$$

- b) Klamra sedan ut ΔN_2 på vänstra sidan och ΔN_1 på högra.

$$\Delta N_2 \left(1 + \left(\frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{20}}} - 1 \right) Z^{-1} \right) = \Delta N_1 \cdot \frac{adT}{A} \sqrt{\frac{gk_c}{2n_{10}}} \cdot Z^{-1}$$

- c) Bestäm slutligen $H_2(z) = \Delta N_2 / \Delta N_1$. (Ange både, en negativ och positiv representation).

Negativ:

$$H_2(z) = \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = \frac{\frac{(dT * Kc * Kp)}{A} a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} Z^{-1}}{1 - Z^{-1} + a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} Z^{-1}}$$

Positiv (lyfter ut Z^{-1} igen):

$$H2(z) = \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = \frac{\frac{(dT * Kc * Kp)}{A} a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}}}{Z - 1 + a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}}}$$

A.3.3 Z-transformationen av hela överföringsfunktionen H(z)

Genom multiplikation av de seriekopplade delsystemen får man den totala överföringsfunktionen $H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$

a) Visa att $H(z) = \frac{\Delta N_2}{\Delta U}$

$$H_1(z) = \frac{\Delta N_1}{\Delta U}, H_2(z) = \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1}$$

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) = \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} \cdot \frac{\Delta N_1}{\Delta U} = \frac{\Delta N_2}{\Delta U}$$

b) Bestäm $H(z)$ (OBS: uttrycket behöver inte förenklas, det är bra om man ser de enskilda polerna)

$$H(z) = \frac{\Delta N_2}{\Delta U} = \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} \cdot \frac{\Delta N_1}{\Delta U} = \frac{\left(\frac{dT \cdot Kc \cdot Kp}{A}\right) a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} z^{-1}}{1 - z^{-1} + a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} z^{-1}} \cdot \frac{\left(\frac{dT \cdot Kc \cdot Kp}{A} z^{-1}\right)}{1 - z^{-1} + a \sqrt{\frac{g}{2k_c n_{10}}} z^{-1}}$$

A.3.4 Jämförelse med den allmänna överföringsfunktionen för differensekvationer första ordningen

I förra inlämningsuppgiften utgick vi från den allmänna differensekvationen första ordning för att beskriva dynamiken i varje vattentank.

För nivå n_1 och n_2 i var sin vattentank (allmän differensekvation första ordning) blir ekvationen följande (med anpassningen av koefficienterna a och b till α och β för att skilja från koefficienterna ovan):

$$n_1(k) = \alpha_1 \cdot n_1(k-1) + \beta_1 \cdot u(k-1)$$

$$n_2(k) = \alpha_2 \cdot n_1(k-1) + \beta_1 \cdot u(k-1)$$

a) Vilka är z-transformationen av överföringsfunktionerna av de här ekvationerna, som du redan har bestämt i förra inlämningsuppgiften (1504e) under **C.2.4 b)** och c):

$$\frac{H_1(z)}{U_1(z)} = \frac{0.1656z^{-1}}{1 - 0.8041z^{-1}}$$

$$A_1: 0.0718$$

$$A_2: 0.4258$$

$$B_1: 0.1075$$

$$B_2: 0$$

$$\frac{H_2(z)}{U_1(z)} = \frac{0.1075z^{-1}}{1 - 0.0718z^{-1} + 0.4258z^{-1}} = \frac{0.1075Z}{z^2 - 0.0718 + 0.4258}$$

b) Vilka är relationerna mellan α_1 , α_2 , β_1 , β_2 och koefficienterna i dina lösningar till A.3.1 och A.3.2 i denna inlämningsuppgift (1504f)?

Den allmänna differensekvationen för vår första vattentank(1) av ordningen ett är:

$$n1(k) = \alpha_1 \cdot n1(k-1) + \beta_1 \cdot u(k-1)$$

Flytta över alla n-termer till vänster sida:

$$n1(k) - \alpha_1 \cdot n1(k-1) = \beta_1 \cdot u(k-1)$$

Sedan z-transformerar hela ekvationen:

$$N1 - \alpha_1 \cdot N1z^{-1} = \beta_1 \cdot U z^{-1}$$

Därefter bryter vi ut N1 utsignal ur vänsterledet och U insignal ur högerledet:

$$N1[1 - \alpha_1 \cdot z^{-1}] = U[\beta_1 \cdot z^{-1}]$$

Kvoten för systemets överföringsfunktion $H(z)$ i negativ representation blir:

$$H(z) = \frac{N_1}{U} = \frac{\beta_1 \cdot z^{-1}}{1 - \alpha_1 \cdot z^{-1}}$$

Överföringsfunktionen $H(z)$ i positiv representation ger:

$$H(z) = \frac{N_1}{U} = \frac{\beta_1 \cdot z^{-1}}{1 - \alpha_1 \cdot z^{-1}} \cdot \frac{z}{z} = \frac{\beta_1}{z - \alpha_1}$$

Den allmänna differensekvationen för vår andra vattentank(2) av ordningen ett är:

$$n2(k) = \alpha_2 \cdot n1(k-1) + \beta_2 \cdot u(k-1)$$

Flytta över alla n-termer till vänster sida:

$$n2(k) - \alpha_2 \cdot n1(k-1) = \beta_2 \cdot u(k-1)$$

Sedan z-transformerar hela ekvationen:

$$N2 - \alpha_2 \cdot N2z^{-1} = \beta_2 \cdot U z^{-1}$$

Därefter bryter vi ut N1 utsignal ur vänsterledet och U insignal ur högerledet:

$$N2[1 - \alpha_2 \cdot z^{-1}] = U[\beta_2 \cdot z^{-1}]$$

Kvoten för systemets överföringsfunktion $H(z)$ i negativ representation blir:

$$H(z) = \frac{N_2}{U} = \frac{\beta_2 \cdot z^{-1}}{1 - \alpha_2 \cdot z^{-1}}$$

Överföringsfunktionen $H(z)$ i positiv representation ger:

$$H(z) = \frac{N_2}{U} = \frac{\beta_2 \cdot z^{-1}}{1 - \alpha_2 \cdot z^{-1}} \cdot \frac{z}{z} = \frac{\beta_2}{z - \alpha_2}$$

A.3.5 Jämförelse med den allmänna överföringsfunktionen för differensekvationer andra ordningen

För nivån n2 har du i förra inlämningsuppgiften (1504e, uppgift A.7.2 d) och e)) z-transformerat den allmänna differensekvationen andra ordning enligt:

$$n2(k) = a_1 \cdot n2(k-1) + a_2 \cdot n2(k-2) + b_1 \cdot u1(k-1) + b_2 \cdot u1(k-2)$$

Samt bestämt överföringsfunktionen $H(z) = N2(z) / U(z)$.

- a) Vilka är z-transformationen ($H(z)$) av överföringsfunktionerna av denna ekvation, som du redan har bestämt i förra inlämningsuppgiften under A.7.2 d) och e):

Vi har fått singulärfel som alla andra...

För mer information se bilden nedanför från labb E.

- c) Bestäm också parametrarna a_1 , a_2 , b_1 och b_2 i differensekvationen andra ordning med hjälp av mätresultaten i tabellen A.8. Visa hur du har ställt upp och löst ekvationen. (Det går bra att använda papper eller Matlab, bara du visar och förklarar hur du har gjort).

```
A = [22.8 21.8 65 65; 21.8 17.2 65 65; 17.2 12.8 65 65; 12.8 8.4 65 65];
B = [21.4 ; 22.8 ; 21.8 ; 17.2];
konst = A\B
```

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 3.416071e-18.

> In Koefficienter (line 3)

konst =

1.0e+15 *

0.0000

-0.0000

1.0791

-1.0791

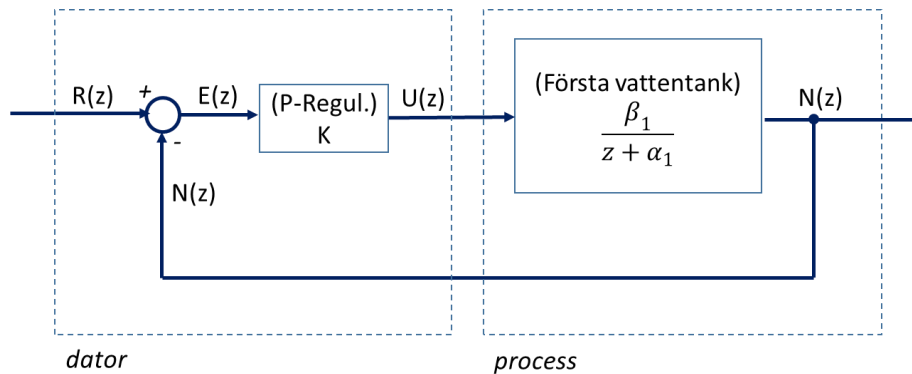
- b) Jämför denna överföringsfunktion $H(z)$ med parametrarna a_1 , a_2 , b_1 , b_2 med produkten av överföringsfunktionerna för första och andra tanken och koefficienterna α_1 , α_2 , β_1 , β_2 (dvs produkten av lösningarna i denna inlämningsuppgift A.3.3)). Vilket är sambandet mellan a_1 , a_2 , b_1 , b_2 och α_1 , α_2 , β_1 , β_2 ?

Singulärfel

A.4 Beräkning av egenskaper hos tidsdiskreta system

Kunskapen om den matematiska beskrivningen av reglersystem kan användas för att analysera och beräkna kritiska egenskaper hos tidsdiskreta system.

Vi utgår i detta avsnitt från en P-reglering för nivåregleringen av första vattentanken enligt figur A.4.



Figur A.4: P-reglering av nivå i första vattentanken

A.4.1 Stabilitet

Som övning kan vi analysera K-förstärkningen i P-regulatorn och räkna ut den kritiska förstärkningen K_0 där det slutna systemet börjar självsvänga.

Läs i kursboken i kap. 18.4 hur man gör och vilka regel för systemets poler som gäller.

A.4.1.1 Stabilitetsmarginal för förstärkningen "K" i en P-regulator

Figur A.4. visar blockscheman från P-regleringen av nivån i första vattentanken. Du ska räkna ut den kritiska förstärkningen K_0 precis innan systemet börjar självsvänga. För detta behöver du bestämma polerna för systemets överföringsfunktion $H(z)$ och välja K så att polen ligger på enhetskretsen (på "vänster" sidan, dvs $p=1$).

- a) Vilket är det slutna systemets överföringsfunktion $H(z)$? Visa de olika steg hur du kommer fram till den.

$$h1(k) = \alpha1 * h1(k - 1) + \beta1 * u(k - 1)$$

Processen skall regleras med tidsdiskret proportionell regulator som har förstärkningen K .

$$H_z(z) = \frac{\beta1 * z^{-1}}{a + a1 * z^{-1}} = \frac{\beta1}{z + a1}$$

$$H_z(z) = \frac{K * \beta1}{z + \alpha1 + \beta1 * K}$$

- b) Vilket är det sk karakteristiska polynomet (dvs nämnaren av $H(z)$ som man sätter lika med 0)

$$z + \alpha1 + \beta1 * K = 0$$

- c) Vilket är villkoren för polställen z ?

$$\text{Polen blir i } z = -\alpha1 - \beta1K.$$

- d) Hur stor blir förstärkningen K om z ligger på enhetskrets, dvs $z=-1$

$$\alpha1 = 0.718$$

$$\beta1 = 0.4258$$

$$-\alpha1 - \beta1K > -1$$

$$-\beta1K > -1 + \alpha1$$

$$\beta1K < 1 - \alpha1$$

$$K < \frac{1 - \alpha1}{\beta1}$$

$$K = 0.1623$$

A.4.2 Statisk noggrannhet

Vi vet från teorin och de praktiska experimenten att en p-regulator resulterar i ett kvarstående fel som är större om förstärkningen K är mindre. Med formeln och exempel i kap. 18.5 i kursboken kan vi räkna ut det kvarstående felet för vår P-regulator i vattenmodellen enligt fig. A.4 ovan.

A.4.2.1 Beräkning av kvarstående fel i en P-regulator

Figur A.4. visar blockscheman från P-regleringen av nivån i första vattentanken. Du ska räkna ut det kvarstående felet vid en stegformade börvärdesändring med "r" som stegets höjd.

- a) Vilket är formeln för att räkna ut det kvarstående felet med det givna systemet enligt fig A.4? (Inklusive givare).

$$e_0 = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{r}{1 + H_r * H_p}$$

- b) Vilket blir resultatet för det kvarstående felet enligt formeln?

$$\alpha_1 = 0.718$$

$$\beta_1 = 0.4258$$

$$K = 0.1623$$

$$e_0 = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{r}{1 + K * \frac{\beta_1}{z + \alpha_1}} \rightarrow \frac{1}{1 + 0.1623 * \frac{0.4258}{-1 + 0.718}} \approx 1.32$$

A.5 Dimensionering av tidsdiskreta regulatorer med polplaceringsmetoden

Den stora fördelen med att ta fram en matematisk modell av hela systemet är att man får kunskap om polerna i systemet och hur de beror på parametrarna. Polerna (och delvis också nollställerna) är avgörande för systemets egenskaper, som t.ex stabilitet, snabbhet och formen på stegsvaret.

Som beskriven i kursboken i kap. 19.2 så är tanken med polplaceringsmetoden att genom val av regulatorn kunna påverka polerna hos ett system så att de hamnar i ett önskat läge. Målet är att kunna få ett system med önskade egenskaper.

Regulatornstrukturen som enligt kursboken anses mest fördelaktig visas i figuren A.5. Som man ser, så består regulatorn av flera block.

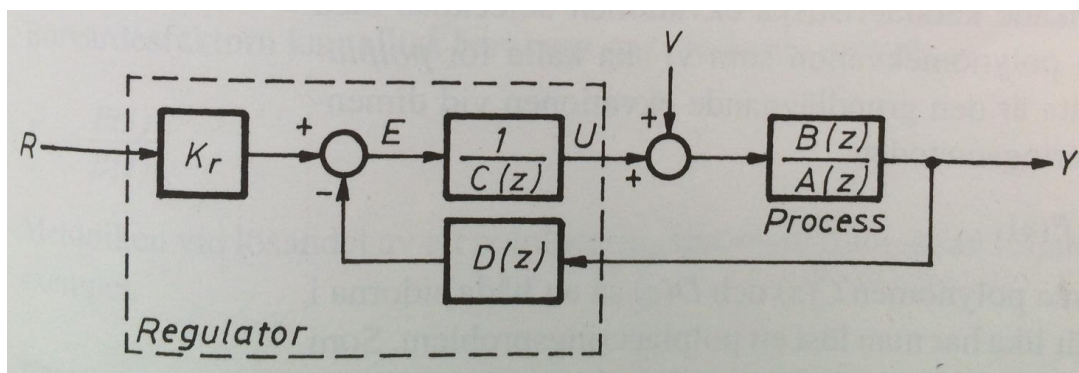


Fig. A.5: Regulatorstruktur vid polplacering, kursboken s.351. Y i bokens illustration är vårt N.

Den totala överföringsfunktionen $H(z)$ blir:

$$H_{tot} = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{A(z)C(z) + B(z)D(z)}$$

A.5.1 Regulator med polplacering för första vattentanken

A.5.1.1 Processbeskrivning i negativ representation

Vilket är $B(z)$ och $A(z)$ enligt fig. A.5 om vi utgår från att det är nivån n_1 i första vattentank som ska regleras? Anta att kvoten $B(z)/A(z)$ motsvarar $H_1(z)$ som du redan räknade ut i uppgift A.3.4.

$$A(z) = -0.1656z^{-1}$$

$$B(z) = 0.8041z^{-1}$$

A.5.1.2 Polplaceringsekvationen

- a) Vilka är gradtalen n_a , n_b , n_c , n_d , n_p till de olika polynomerna? (Följ beskrivningen i kursboken)

$$n_a = 1$$

$$n_b = 1$$

$$n_c = n_b - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$n_d = n_a - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$n_p = n_a + n_b - 1 = 1 + 1 - 1 = 1$$

- b) Vilken struktur får $C(z)$ och $D(z)$, och vilka parameter ska sedan bestämmas?

$$C(z) \text{ får strukturen } C(z) = 1$$

$$D(z) \text{ får strukturen } D(z) = d_0$$

- c) Vad betyder strukturen av $C(z)$ och $D(z)$ för regulatören?

$C(z)$ är en förstärkning med faktorn 1 (ingen funktion). $D(z)$ är en konstant. Detta resulterar i en nästan vanlig p-regulator.

- d) Hur ser polplaceringsekvationen $P(z)$ ut?

$$P(z) = A(z) * C(z) + B(z) * D(z) = (1 + \alpha_1 z^{-1}) + d_0 \beta_1 z^{-1} \\ = 1 + (\alpha_1 + d_0 \beta_1) z^{-1}$$

- e) Vilka koefficienter får vi i fall med en "dead-beat-reglering", dvs med ett polynom med polen i origo, $P(z) = (1 - 0z^{-1})^n$?

Dead-beat-reglering innebär att alla poler ska placeras i origo

Polynomet blir $P(z) = (1 - 0z^{-1})^n = 1$

$P(z) = A(z)C(z) + B(z)D(z)$ ger:

$$1 = (1 - \alpha_1 \cdot z^{-1}) \cdot (1) + (\beta_1 \cdot z^{-1}) \cdot (d_0)$$

Hitta (d_0):

$$1 - 1 = (-\alpha_1 \cdot z^{-1}) + (\beta_1 \cdot z^{-1}) \cdot (d_0)$$

$$0 = (-\alpha_1 \cdot z^{-1}) + (\beta_1 \cdot z^{-1}) \cdot (d_0)$$

$$(\alpha_1 \cdot z^{-1}) = (\beta_1 \cdot z^{-1}) \cdot (d_0)$$

$$\frac{\alpha_1 \cdot z^{-1}}{\beta_1 \cdot z^{-1}} = (d_0)$$

$$\text{Ger koefficienten } d_0 = \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{0.0718}{0.04258} = 1.686$$

A.5.1.3 Börvärdesfaktorn K_r

Hur räknar man ut K_r ? Förklara varför man ska sätta in $z=1$?

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1}{0.8041} = 1.24 \text{ Man sätter } z = 1 \text{ eftersom att man vill undvika kvarstående fel.}$$

D.v.s. att man vill ha en lika stor ändring på utsignalen som på börvärdet.

A.5.2 Regulator med polplacering för andra vattentanken

A.5.2.1 Processbeskrivning i negativ representation

Vilket är $B(z)$ och $A(z)$ enligt fig. A.5 om vi utgår från att det är nivån h_2 i andra vattentanken som ska regleras? (Använd dina resultat från uppgift A.3.5).

Kvoten för systemets överföringsfunktion $H(z)$ är följande:

$$H(z) = \frac{Y_2}{U_1} = \frac{b_1 * z^{-1} + b_2 * z^{-2}}{1 - a_1 * z^{-1} - a_2 * z^{-2}}$$

Där uppgift A.3.5, ger $A(z) = 1 - 0.0718z^{-1} + 0.4258z^{-2}$ & $B(z) = 0.1075z^{-1}$

A.5.2.2 Polplaceringsekvationen

- a) Vilka är gradtalen n_a , n_b , n_c , n_d , n_p till de olika polynomerna? (Följ beskrivningen i kursboken)

$$n_a = 2$$

$$n_b = 2$$

$$n_c = n_b - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$n_d = n_a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$n_p = n_a + n_b - 1 = 2 + 2 - 1 = 3$$

- b) Vilken struktur får $C(z)$ och $D(z)$, och vilka parameter ska sedan bestämmas?

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1}$$

$$D(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$$

- c) Hur ser polplaceringsekvationen $P(z)$ ut?

$$P(z) = A(z) * C(z) + B(z) * D(z)$$

$$= (1 - 0.0718z^{-1} - 0.4258z^{-2}) * 1 + 0.1075z^{-1} * d_0 + d_1 z^{-1}$$

- d) Vilka koefficienter får vi om vi vill ha en dubbelpol i 0,3?

$$d_0 = -4.9135$$

$$d_1 = 4.7981$$

A.5.2.3 Börvärdesfaktorn Kr

Räkna ut Kr:

$$kr = \frac{P(1)}{B(1)} = 15.7209$$

A.5.2.4 Programmeringen av D(z)

I denna uppgift ska du reda ut hur D(z) kan programmeras i Matlab.

D(z) är enligt fig. A.5 överföringsfunktionen som har N(z) som ingång. Utgången har ingen beteckning i figuren men vi kan skriva den som Y₂(z).

Anta att D(z) är en överföringsfunktion andra gradens, så skulle man kunna beskriva följande sammanhang:

$$D(z) = d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \quad (\text{vårt antagande})$$

$$D(z) = Y_2(z)/N(z) \quad (\text{enligt definition av en överföringsfunktion})$$

=>

$$N(z)(d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}) = Y_2(z)$$

Med hjälp av denna ekvation kan man direkt komma fram till det tidsdiskreta fallet:

$$y_2(k) = d_0 n(k) + d_1 n(k-1) + d_2 n(k-2)$$

som lätt går att programmera i Matlab när n(k) är känd och y₂(k) ska räknas ut.

Använd nu D(z) från uppgift A.5.2.2 för att komma fram till den tidsdiskreta formel som ska programmeras i Matlab:

$$d_0 = -4.9135$$

$$d_1 = 4.7981$$

$$y_2(k) = -4.9135 * n(k) + 4.7981 * n(k-1)$$

A.5.2.5 Programmeringen av 1/C(z)

Gör nu samma sak för överföringsfunktionen 1/C(z) som du gjorde i uppgiften innan för att få fram programmeringen för D(z). Dvs:

- Vad är ingångssignalen och vad är utgångssignalen till blocket 1/C(z)
Insignalen blir e(k) (felvärdet). Och utsignalen blir styrvärdet(u(k)).
- Skriv upp sammanhangen mellan överföringsfunktionen och in- och utgångarna, välj C(z) enligt resultat från A.5.2.2.
 $C(z) = 1$
- Gör en invers z-transformation och skriv upp programråden för att beräkna u(k) utifrån e(k).
 $u(k) = 1 + -7.1838 * e(k)$

c) MATLABDEL SOM FÖRBEREDNING

Denna del kan utföras i en vanlig datasal på Mah eller på en dator med installerad Matlablicens (helst R2015b).

B.1 Programmering av regulatorer med polplacering

Du har i teoridelen tagit fram två olika regulatorer med polplacering som ska programmeras i Matlab för att kunna testas med vattenmodellen. Vi har inte än identifierad alla modellparameter vilket betyder att du måste ta med dem i ditt program i initialiseringsdelen. Där kan du sedan ange parametrarna som konstanter.

Verktygslådan med Matlabfunktionerna som vi påbörjade i förra inlämningsuppgiften kommer att utvidgas med två nya funktioner:

- `vm_poln1()`: Regulator med polplacering för regleringen av nivån n_1 i första vattentank.
- `vm_poln2()`: Regulator med polplacering för regleringen av nivån n_2 i andra vattentank.

B.2.1 Regulator med polplacering för regleringen av nivån n_1 (function `vm_poln1`)

Utgå från t.ex. funktionen `vm_P()` för att lägga till de tre blockar enligt fig. A.5 som du bestämde som resultat i uppgiften A.5.1.2 och A.5.1.3 så att regleringen av nivån i första vattentanken blir till en "dead-beat-reglering".

B.2.1.1 function `vm_poln1()`

Kopiera in din Matlab-kod för regulatorn-delen som visar hur du har programmerat de olika blockar (K_r , $1/C(z)$, $D(z)$).

```
%Reglering dubbelpol
e(k) = bv - h1(k);           %Beräkning utav felvärde
u(k) = min(255, round(u(k))); %Beräkning utav styrvärde
analogWrite(a, u(k), 'DAC1'); %Skrivning av styrvärde till motor
```


B.2.2 Regulator med polplacering för regleringen av nivån n2 (function vm_poln2)

Utgå från t.ex. funktionen vm_polh1() för att lägga till de tre blockar enligt fig. A.5 som du bestämde som resultat i uppgiften A.5.2.2 - A.5.2.5 så att regleringen av nivån i andra vattentanken tvingar polarna av systemet till en dubbelpol i 0,3 och en pol i 0,5.

B.2.2.1 function vm_polh2()

Kopiera in din Matlab-kod för regulatorn-delen som visar hur du har programmerat de olika blockar (Kr, 1/C(z), D(z)).

```
%Reglering dubbelpol
e(k) = bv - h2(k);
h2a(k) = d0 * h2(k) + d1 * h2(k-1);
u(k) = e(k) + c1*u(k-1);
u(k) = min(255, round(u(k)));
analogWrite(a, u(k), 'DAC1');

%Beräkning utav felvärde
%Beräkning utav styrvärde
%Intervallet 0 > u > 255
%Skriver styrvärde till vattenpump
```

d) PRAKTISK DEL: Matlab (R2015b), vattentankmodell

Kompendium om utrustningen på its learning beskriver hur vattentankmodellen, Arduino och Matlab ska kopplas ihop!

Första delen av de praktiska uppgifterna handlar om att försöka identifiera vissa modellparameter som används i formlerna. Genom experiment kan vi uppskatta deras fysikaliska värden.

Med en rad uppskattade modellparametrar kan vi sedan räkna ut de kvantitativa värden från den teoretiska delen och jämföra resultaten med varandra.

Slutligen ska ni också få testa båda regulatorer som ni tog fram med polplaceringsmetoden.

C.1 Systemidentifiering av modellparametrarna

I vår matematiska modellering av vattenmodellen i kap. A.1 antog vi att vattenbehållarna är identiska. För att beskriva dem använde vi oss av följande modellparametrar med motsvarande enheter:

- Datoralgoritm:
 - dT = samplingstid [sek]
 - $u(k)$ = styrsignal till pumpen [0..255],
 - $n(k)$ = mätvärde efter A/D-omvandlaren [0..1023]
- Vattentank:
 - A är arean i vattentanken [m^2]
 - a = arean av hålen för utflödet [m^2]
 - u_1, u_2, u_3 = in- och utflöden till, ut och mellan tankarna [l/sek] eller [m^3 /sek]
 - $g = 9,81$ m/s², gravitationskonstanten
 - $y = h_1$ eller h_2 : vattennivån i vattentanken [m]
- Koppling mellan dator och vattentank
 - k_p = kopplingskoefficienten mellan styrvärdet u [0..255] och flödet u_1 [m^3 /sek]
 - k_c = kopplingskoefficienten mellan vattennivån [m] och mätningen $n(k)$ av vattennivån [m^{-1}]

C.1.1 Praktiska experiment för att bestämma A och k_p

C.1.1.1 Experiment för att bestämma arean A i tanken

Det enklaste sättet att bestämma arean A i tanken är att hålla fingret vid hålet i botten och samtidigt fylla tanken med vatten tills höjden av 20 cm är nått. Det finns mätbägare i labben samt hinkar med destillerat vatten som kan användas. (Alternativet är att låta en full tank rinna ut i mätbägaren).

- a) Ange hur du räknar ut A utifrån volymen av vattnet samt vilket värde du får:

$$V = B * H \rightarrow B = \frac{V}{H}$$

$$\frac{(615 * 10^{-6})}{0.2} = 3075 * 10^{-6}$$

- b) Tidigare uppskattningar påstår att $A=2734 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, kan du bekräfta det?

Våra beräkningar har gett oss att $A=3075 \cdot 10^{-6}$. Detta på grund av felkällor, t.ex. att vi hade en lutande tank kan ha gett oss den felmarginal som har uppstått.

C.1.1.2 Experiment för att bestämma kp-kopplingskoefficienten

Kopplingskoefficienten kp anger hur mycket vatten som pumpen pumpar in i första tanken. Om vi antar att pumpstyrningen är lineärt så kan vi bestämma kp genom att mäta tiden som pumpen behöver för att fylla första tanken upp till 20cm när vi sätter styrsignalen u till maximalvärde = 255. Glöm inte att täppa till utflödet!

-Volymen V_t i tanken vid 20cm nivåhöjd har du redan bestämt till: $615 * 10^{-6} \text{ m}^3$

-Tiden T_t som det tog pumpen att fylla tanken var: 19.1sek

- styrsignalen u_{\max} var 255

Visa hur du beräknar kp och ange vilket värde du får för kp:

$$flöde = \frac{V_t}{T_t} = \frac{615 * 10^{-6}}{19.2} = 3.21 * 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 3.21 * 10^{-2} \text{ l/s}$$

C.1.2 Bestämning av andra koefficienter

C.1.2.1 Beräkning av kopplingskoefficienten k_c

Kopplingskoefficienten k_c anger hur nivån i vattentanken omvandlas till ett heltal i datorn. Höjdmätningen antas vara lineärt mellan 0..0,2m och resultera i en spänning mellan 0..10V. Denna spänning måste delas upp med en spänningsdelare då Arduino Due kräver analoga ingångar mellan 0..3.3V. Analoga ingångar omvandlas till digitala heltal med en 10-bitars omvandlare.

Visa hur du beräknar k_c och ange vilket värde du får för k_c :

H = vattennivå i tank

V_1 = spänning från tank

V_r = Spänning efter spänningsdelning

K_c = digitalt värde

$$V_1 = 50h$$

$$V_r = \frac{V_1}{3}$$

$$K_c = \frac{V_r}{\frac{3.3}{1023}}$$

C.1.2.2 Tidigare beräkningar för a

Areal a för hålet av utflöden har tidigare beräknats till: $7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

Vi antar att båda hål samt båda tank är likadana. Testet om det stämmer kan vi göra genom att kolla upp resultatet som ni fick när ni i förra inlämningsuppgiften gjorde stegsvaret av det öppna systemet (uppgift C.2.1). Kolla upp de slutgiltiga värdena för h_1 och h_2 (h_1 -ost, h_2 -ost). Förhoppningsvis har ni kört experimentet länge nog för att kunna se vilka värdena blir. Om tankarna och hålen är mer eller mindre identiska så ska h_1 och h_2 blir lika stora.

Kan du bekräfta att h_1 och h_2 i det öppna stegsvaret blir lika varandra?

Efter experimenterande har vi kommit fram till att vattennivåerna är desamma, vår plot visar dock inte detta resultat utan verkligheten visar nivåernas likhet.

En annan kontroll som kan genomföras är att tidigare genomförda praktiska resultat visade att kvoten av a/A är ungefär lika med $2,1 \cdot 10^{-3}$. Är det något du kan bekräfta med dina mätningar av A ?

$$\frac{a}{A} = \frac{7 \cdot 10^{-6}}{3075 \cdot 10^{-6}} = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ det blev riktigt nära.}$$

C.1.2.3 Arbetspunkt för linearisering av vattenflödet.

Ett bra val för arbetspunkterna h_{10} och h_{20} är ca hälften av höjden, dvs 0,1m.

Vad blir det för respektive värden för n_{10} och n_{20} ?

Vi använder oss av en upplösning på 10 bitar, detta resulterar i 1024 steg. 0.1 är i detta fall halva tanken.

$$K_c = \frac{1024}{2} = 512$$

Alltså är k_c 512 (50%).

C.1.2.4 Val av samplingstid ΔT

Välj samma samplingstid som ni använde i era regulatorer i första inlämningsuppgift. Om ni har använt er av flera olika så välj antingen 0,8 sek eller 1 sek.

Vad väljer ni för $\Delta T = 1$ sek

C.2 Sammanställning och jämförelse av olika numeriska resultat

Slutligen ska vi nu ha bestämt alla kvantitativa värden som behövs för att kunna räkna ut de numeriska resultaten från teoridelen.

C.2.1 Sammanställning av numeriska resultat

Gå igenom alla teoretiska uppgifter och räkna ut de numeriskt. Fyll samtidigt i tabellen nedan:

Uppgift	Parameter	Numeriskt värde (OBS: i "scientific" eller "e"-notation!)
A.3.4	a	$7 * 10^{-6} m^2$
A.3.4	dT	1
A.3.4	A	$3075 * 10^{-6}$
A.3.4	g	9.82
A.3.4	kc	512
A.3.4	n_1	512
A.3.4	k_p	0,0245 liter / s
A.3.4	n_2	512
A.3.4	α_1	0.0718
A.3.4	β_1	0.4258
A.3.4	α_2	0.1075
A.3.4	β_2	0
A.3.4	$\frac{N_1(z)}{U(z)} = \frac{\beta_1}{z + \alpha_1}$	$\frac{H1(z)}{U1(z)} \frac{0.1656z^{-1}}{1 - 0.8041z^{-1}}$
A.3.4	$\frac{N_2(z)}{N_1(z)} = \frac{\beta_2}{z + \alpha_2}$	$\frac{0.1075Z}{z^2 - 0.0718 + 0.4258}$
A.3.5	a_1	Singulärfel
A.3.5	a_2	Singulärfel
A.3.5	b_2	singulärfel
A.3.5	$\frac{N_2}{U_1} = \frac{\beta_1\beta_2}{z^2 + (\alpha_1 + \alpha_2)z + \alpha_1\alpha_2}$	—singulärfel
A.4.1	K	21.79
A.4.2.1	e_0	-12.78
A.5.1.2	$d_0 = \frac{-\alpha_1}{\beta_1}$	1.24
A.5.1.3	Kr	15.7209
A.5.2.2	c_1	0
A.5.2.2	d_0	-4.9135
A.5.2.2	d_1	4.7981
A.5.2.3	Kr	15.7209

C.2.2 Jämförelse mellan "Black box" och "White box" systemidentifikation

I förra inlämningsuppgiften använde ni minsta kvadratmetoden för att uppskatta vattenmodellens överföringsfunktion utifrån stegsvaren. Hur jämförs resultaten med den matematiska modellen i den här inlämningsuppgiften?

$$\frac{H1(z)}{U1(z)} = \frac{0.1656z^{-1}}{1 - 0.8041z^{-1}}$$

A1:0.718
A2:0.4258
B1:0.1075
B2:0

$$\frac{H2(z)}{U1(z)} = \frac{0.1075z^{-1}}{1 - 0.718z^{-1} + 0.4258z^{-2}} = \frac{0.1075Z}{z^2 - 0.718z + 0.4258}$$

	Black-box identifikation (stegsvar, minsta kvadratmetoden)	White-box systemidentifikation (mat.-fysik. systemmodellering)
$H_1(z)=N_1/U$	Resultat från C.2.4.b) för a och b $\frac{b}{z-a} = \frac{0.1656}{z-0.8041}$	Resultat från A.3.4 för β_1 och α_1 $\frac{\beta_1}{z + \alpha_1} = \frac{0.1075}{z + 0.0718}$
$H_2(z)=N_2/U$	Resultat från C.2.4.c) för a1, a2, b1 och b2 $\frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 - a_1z^{-1} - a_2z^{-2}} = \frac{0.1075z^{-1} + 0.1075z^{-2}}{1 - 0.718z^{-1} + 0.4258z^{-2}}$	Resultat från A.3.5 för a1, a2, b1 och b2 $\frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 - a_1z^{-1} - a_2z^{-2}} = \text{Gav singular fel i matlab}$

Är resultaten mer eller mindre samma sak, eller vad är skillnaden? Om det finns större skillnader kan du förklara dem?

B koefficienterna är nästintill identiska med endast en skillnad på ca 0.06 och även a är ganska varandra vilket är bra. Det vi kan konstatera är att om vi skulle haft fler mätvärden från förra labben så skulle vi med sannolikhet kommit närmare värdena från white-box.

C.2.3 Jämförelse mellan empiriska och teoretiska parameteridentifikation

I förra labbinlämningsuppgift genomförde ni experiment med P-regleringen där ni i uppgift C.3.1 bestämde kvarstående felet samt i uppgift C.3.2 den kritiska förstärkningen.

- a) Om du jämför dina resultatet från experimentet med de teoretiska uträkningen för kvarstående felet från uppgift A.4.2.1 i denna inlämning, vilka är de två värdena? Är det samma resultat?

Vi får inte riktigt samma svar men liknande iallafall.

- b) Vilken kritisk förstärkning fick du i experimentet (C.3.2 förra inlämningsuppgift) och vilka teoretiska resultat fick du fram från A.4.1 (denna inlämningsuppgift)?

Kommentera skillnader eller likheter.

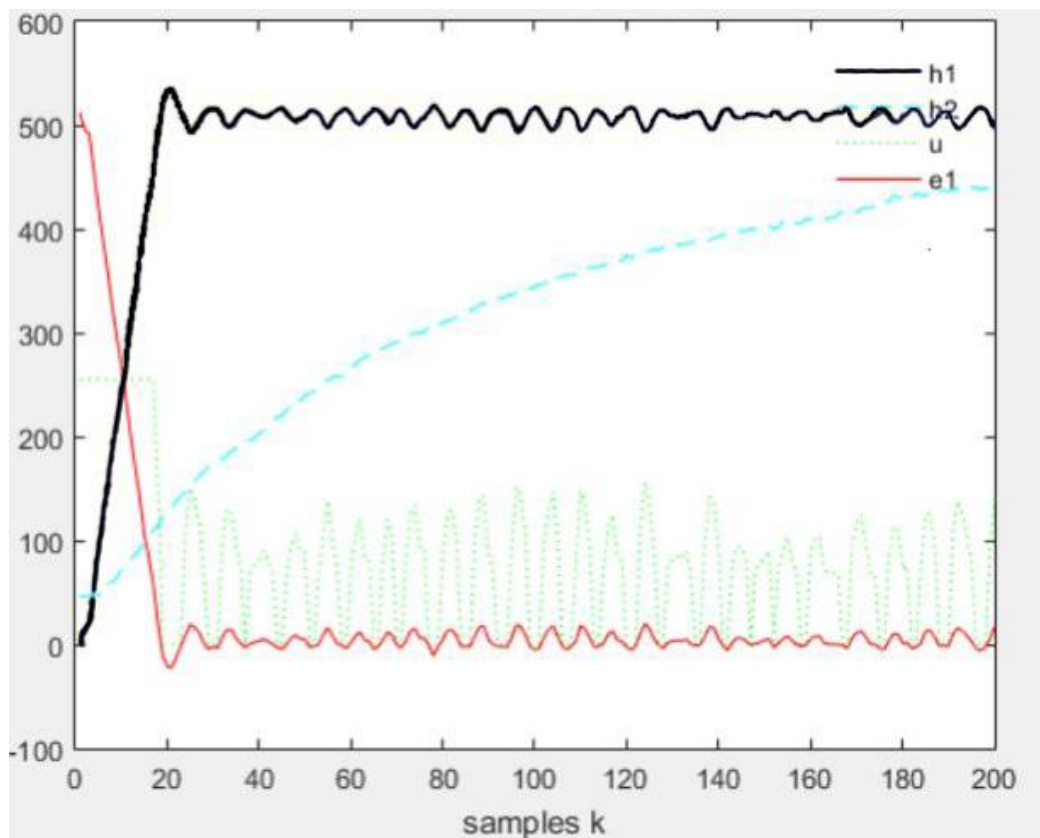
Förra uppg. Hade vi 3 som kritisk förstärkning, det är stor skillnad från denna lab.

C.3 Experiment med regulatorer med polplacering

C.3.1 Experiment med "dead-beat"-regulatorn för första vattentanken

Reglera vattennivån n_1 i första tanken genom att utföra funktionen `vm_poln1()`. Använd "512" som börvärde för n_1 .

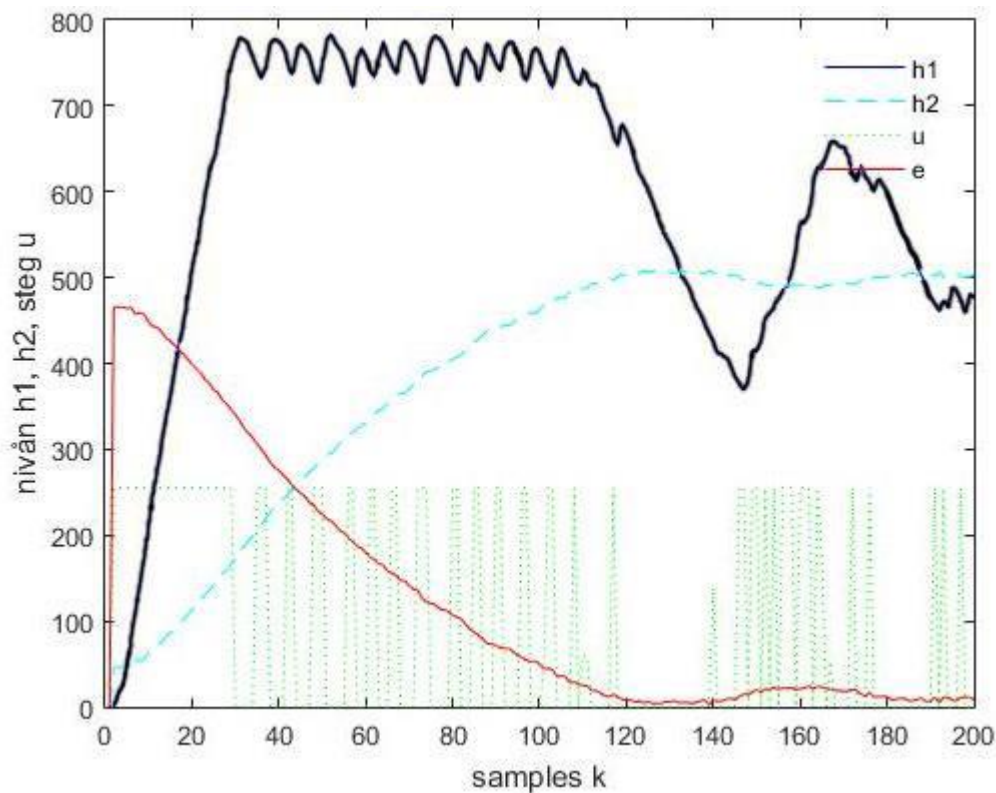
Klistra in grafen här:



C.3.2 Experiment med polplacerings-regulatorn för nivå n2

Reglera vattennivån n2 i andra vattentanken genom att utföra funktionen `”vm_poln2()”`. Använd `”512”` som börvärde för n2.

Klistra in grafen här:



C.3.3 Diskussion av stegsvaren

Försök att bedöma om stegsvaren från regleringen i experimenten ovan (C.3.1 och C.3.2) motsvarar förväntningen för placeringen av polerna (i origon för dead-beat, dubbelpol på 0,5 för C.3.2). **Titta på ”kartan” nedan för att få hjälp med att tolka stegsvaren.**

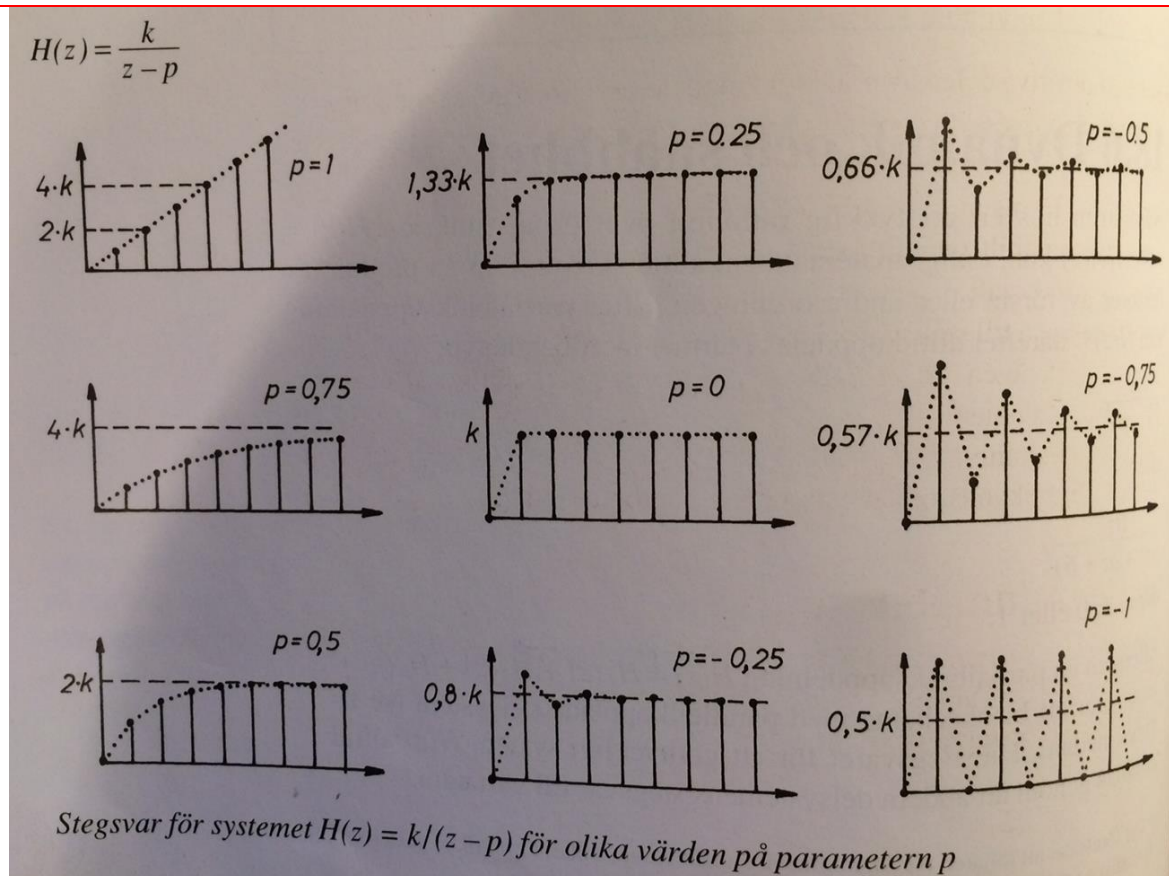


Fig.: Stegsvär av ett tidsdiskret system beroende på polplaceringen i z -planet

e) Reflektion och utvärdering

D.1 Vad tycker du/ni var lärorik med uppgiften? (Minst 5 meningar och minst 75 ord!)

Vi har lärt oss att använda kunskap för att utveckla metoder inom reglerteknik. Vi har även fått lära oss hur man kan bygga en reglering från grunden med hjälp av matematiska metoder. Att få ut detta i kod har även varit lärorikt för oss.

D.2 På vilket sätt har ni fördjupat er i något nytt? Vad kände ni från tidigare och på vilket sätt har ni lärt er något nytt utifrån det ni redan kunde? (Minst 5 meningar och minst 75 ord!)

Vi har fördjupat oss i hur man kan använda sig utav tidigare kunskaper för att utveckla metoder inom reglerteknik. Vi har lärt oss om deadbeat metoden och hur den både funkar samt inte funkar. Att förenkla och anpassa matematiska begrepp har även varit något nytt att lära sig.

D.3 Vad var det svåraste med uppgiften? (Minst 5 meningar och minst 75 ord!)

Det svåraste vad att få ut sina C samt D värden. Lagt mycket tid på detta för att vi stötte på problem vid beräkningarna som senare löste sig. Vi har haft mycket problem med atmel också, kan inte föra över program till arduino vilket gör att matlab inte kan kommunicera med arduinokortet.

Hur mycket tid totalt har ni lagt ner på att lösa uppgiften och hur mycket av denna tid har ni lagt på det som ni anser var det svåraste?

39 timmar

Det som var svårast var att göra om en massa hela tiden på grund av dålig framförhållning i labkonstruktionen. På detta har vi lagt ca. 10-15 timmar.

D.4 Synpunkter, förslag, kommentarer? (Minst 5 meningar och minst 75 ord!)

Alldeles för lång labb med för mycket fokus på teorin. Labb E var mycket bättre där det var mer praktiskt och mindre teori. Känner att vi lärde oss mer från labb E än från denna labben eftersom att det är trots allt mest teori som man snabbt kommer att glömma bort.

Om man får utföra mer praktiskt kommer man ihåg kunskaperna längre och det är något både vi som elever och ni lärare strävar efter.