CMOS 模拟集成电路设计公式推导

Allen 著 （第二版）

因为书中部分公式没有给出完整的推导，有的也没有给出方程，其中部分例题只有结果，这里我们花了点时间，将书中这些不详细的地方，重新整理了一遍，希望对大家 CMOS 模拟集成电路的学习有所帮助。

说明：

1. 第一章、第二章中没有什么需要补充，所以这里就没有列出；
2. 公式推导为第三、四、五、六章；
3. 希望有人能够完成剩余的部分章节，对以后大家的学习会起到很大的帮助；
4. 因水平有限，在原理上还有需要改进的地方，恳请大家提出批评及建议 yangfanbunny@126.com ；

第三章

1、 线性区——>饱和区　P61

MOS 管工作的这两个区，从 $i_D - v_{DS}$ 曲线中，我们可以看到，他们有一个临界点，那么在这个临界点上，他们的电流表达式应该是一致的，推导过程如下：
由于线性区的电流表达式为：

$$i_D = K_N \frac{W}{L}\left[\left(V_{GS} - V_T\right) - \frac{v_{DS}}{2}\right] v_{DS} \qquad 0 < v_{DS} \le V_{GS} - V$$

两个区的临界条件为 $v_{DS(sat)} = v_{GS} - V_T$ ，那么只要将该条件带至上式就可以得到饱和区的漏极电流（此漏极电流没有考虑沟道长度调制效应）

得：$i_D = K_N \frac{W}{2L}\left(v_{GS} - V_T\right)^2 \qquad 0 < v_{GS} - V_T \le v_L$

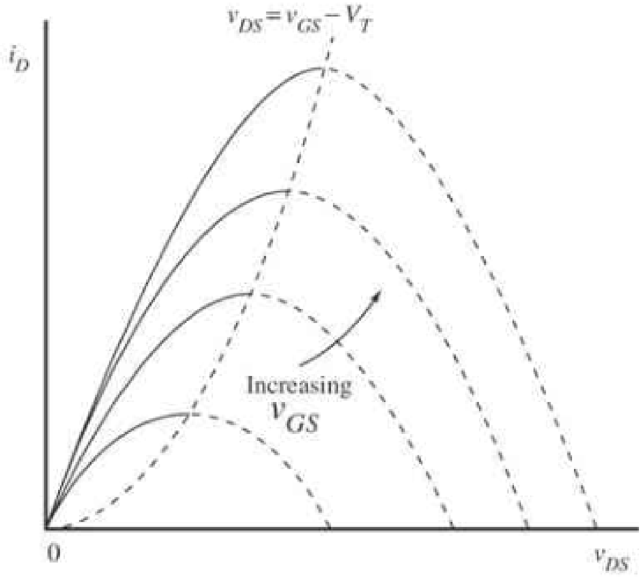


图 1　MOS 管的 $i_D - v_{DS}$ 曲线

2、 MOS 跨导常见的几种表达形式

形式 1：$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} = K \frac{W}{L}\left(v_{GS} - V_T\right)(1 + \lambda v_{DS})$

（跨导的定义：考虑了沟道长度调制效应）

下面一种形式忽略了沟道长度调制效应

形式 2： $g_m = K\ \dfrac{W}{L}(v_{GS} - V_T) = \dfrac{2i_D}{v_{GS} - V_T} = \sqrt{2K\dfrac{W}{L}i_D} = \sqrt{2\beta i_D}$

(其中 $i_D = K\ \dfrac{W}{2L}(v_{GS} - V_T)^2$)

3、 MOS 管的沟道电导

$$g_{ds} = \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} = K\ \frac{W}{L}(v_{GS} - V_T)^2 \times \lambda = \frac{i_D}{1+\lambda v_{DS}} \times \lambda \cong \frac{1}{r_{ds}}$$

其中饱和区漏极电流 $I_D = K_N\dfrac{W}{2L}(V_{GS} - V_T)^2(1+\lambda V_{DS})$，

一般称 r_{ds} 为 MOS 管的输出电阻，有些书中为 r_0

4、 例 3.3-1 ，P72

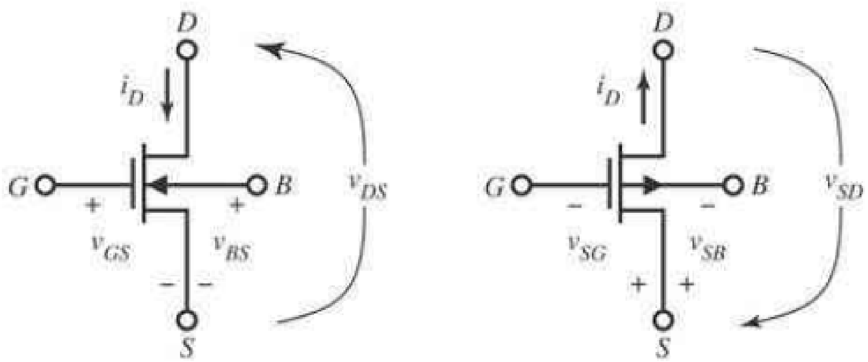


图 2　N 型、P 型 MOS 管的常用正符号

该例题只要把书中表 3.3-1 的公式代入数值计算即可：

N 管为：

$$g_m = \sqrt{2k' I_D W/L} = \sqrt{2 * 110\text{u}A/V^2 * 50uA} \cong 105uA/V$$

$$g_{mb} = \frac{\gamma\sqrt{2I_D\beta}}{2\sqrt{2|\phi_F| + |V_{SB}|}} = \frac{0.4V^{\frac{1}{2}}\sqrt{2\times 50uA \times 110uA/V^2}}{2\sqrt{0.7V + 2V}} \cong 12.8uA/V$$

$$g_{ds} \cong \lambda I_D = 0.04V^{-1} \times 50uA = 2uA/V$$

P 管为：

$$g_m = \sqrt{2k' I_D W/L} = \sqrt{2 * 50\text{uA}/V^2 * 50uA} \cong 70.7uA/V$$

$$g_{mb} = \frac{\gamma\sqrt{2I_D\beta}}{2\sqrt{2|\phi_F| + |V_{SB}|}} = g_m \frac{\gamma}{2\sqrt{2|\phi_F| + |V_{SB}|}} = 70.7uA/V \frac{0.57V^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{0.7V + 2V}} \cong 12.0uA/V$$

$$g_{ds} \cong \lambda I_D = 0.05V^{-1} \times 50uA = 2.5uA/V$$

第四章

1、 MOS 管的输出电阻，式 4.3-2，P103

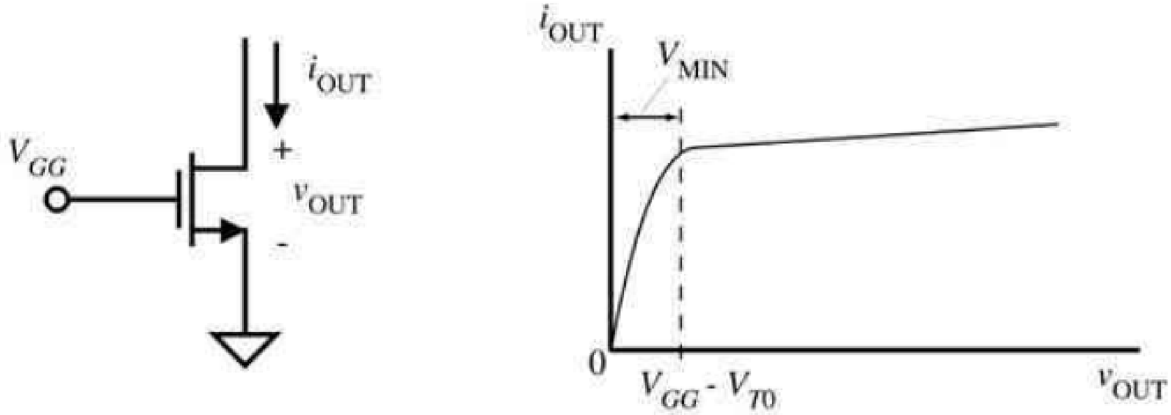


图 3　电流漏及其电流电压特性

因为 MOS 官的饱和区漏极电流 $I_D = K_N \dfrac{W}{2L}\left(V_{GS}-V_T\right)^2(1+\lambda V_{DS})$，

那么 $r_{out} = \dfrac{1}{\dfrac{\partial I_D}{\partial v_{DS}}} = \dfrac{1}{K_N \dfrac{W}{L}\left(v_{GS}-V_T\right)^2 \times \lambda} = \dfrac{1+\lambda v_{DS}}{\lambda I_D} \cong \dfrac{1}{\lambda I_D} = \dfrac{1}{g_{ds}}$

2、 MOS 管的输出电压范围，式 4.3-3 ，P103

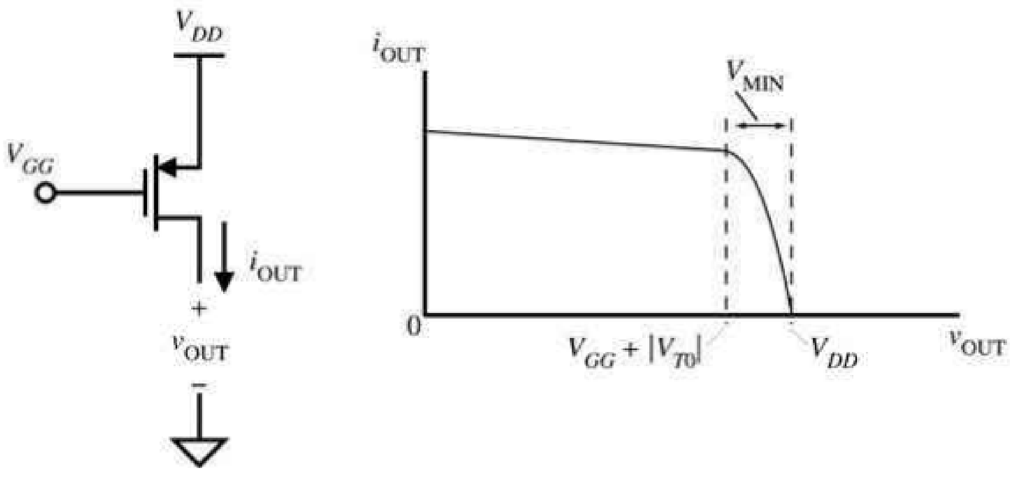


图 4　　电流源及其电流电压特性

Pmos 管的饱和条件为　　　$v_{SD} \geq v_{SG} - |V_{TP}|$

则　　　　　　　　　　　$v_S - v_D \geq v_S - v_G - |V_{TP}|$

$$v_D \leq v_G + |V_{TP}|$$

即　　　　　　　　　　　$v_{out} \leq v_{GG} + |V_{TP}|$

3、 式 4.3-4，P104

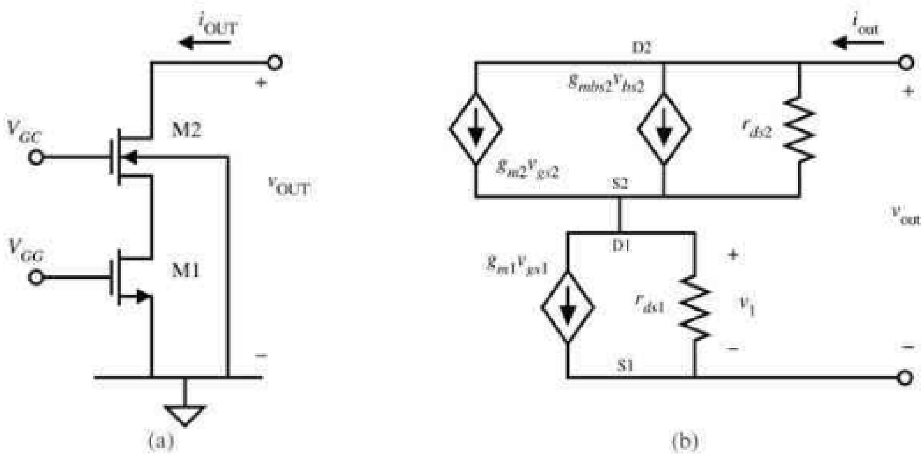


图 5　CASCODE 结构及其小信号模型

使用节点法

$$i_{out} = g_{m2}v_{gs2} + g_{mb2}v_{bs2} + (v_{out} - i_{out}r)/r_{ds2}$$

$$i_{out}r_{ds2} = g_{m2}v_{gs2}r_{ds2} + g_{mb2}v_{bs2}r_{ds2} + v_{out} - i_{out}r$$

$$v_{out} = i_{out}(r_{ds2}+r) - (g_{m2}v_{gs2}+g_{mb2}v_{bs2})\ r_{ds2}$$

其中 $v_{gs2} = v_{bs2} = -i_{out}r$， 所以 $r_{out} = \dfrac{v_{out}}{i_{out}} = r + r_{ds2} + \left[\left(g_{m2} + g_{mb2}\right)r_{ds2}\right]r$

又因为一般情况下， $g_m \cong 10g_{mb} \cong 100g_{ds}$

所以有时在计算中常略去 g_{mb}、 g_{ds}，以后也会经常遇到这样的近似，

所以 $r_{out} \cong (g_{m2}r_{ds2})r$

注：CASCODE 结构很重要，其输出电阻应做为结论来记忆

4、 例 4.3-1 ，P105，

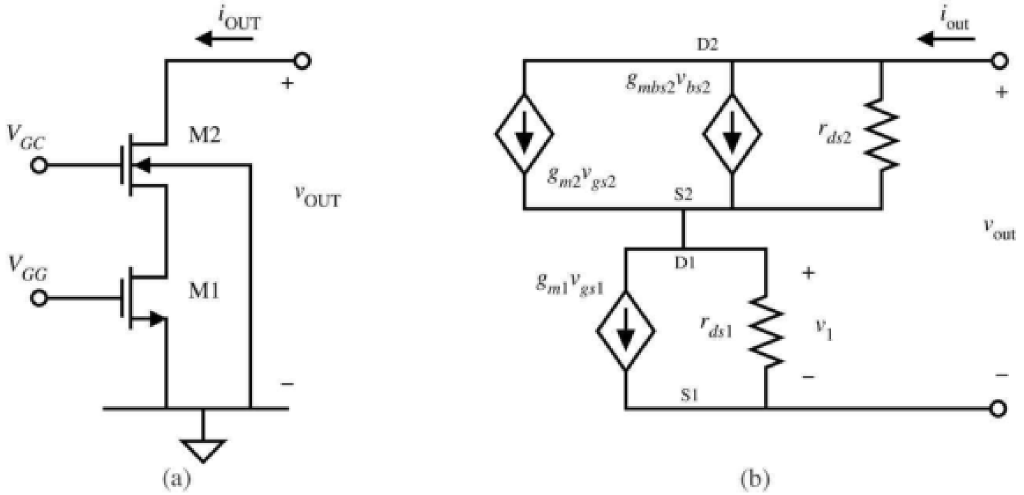


图 6　CASCODE 结构及其小信号模型

该例题的计算，只要将上面讲到的结论性的公式代入数值即可：

（a）$r_{out} \cong \dfrac{1}{\lambda I_D} = \dfrac{1}{0.04V^{-1} \times 100uA} = 250K\Omega$

（b）$g_m = \sqrt{2k' I_D W / L =} \sqrt{2 \times 100\text{uA} / V^2 \times 100uA} \cong 148uA / V$

所以 $r_{out} \cong (g_{m2} r_{ds2}) r_{ds1} = 148uA / V \times 250\Omega \times 250\Omega = 9.25M\Omega$

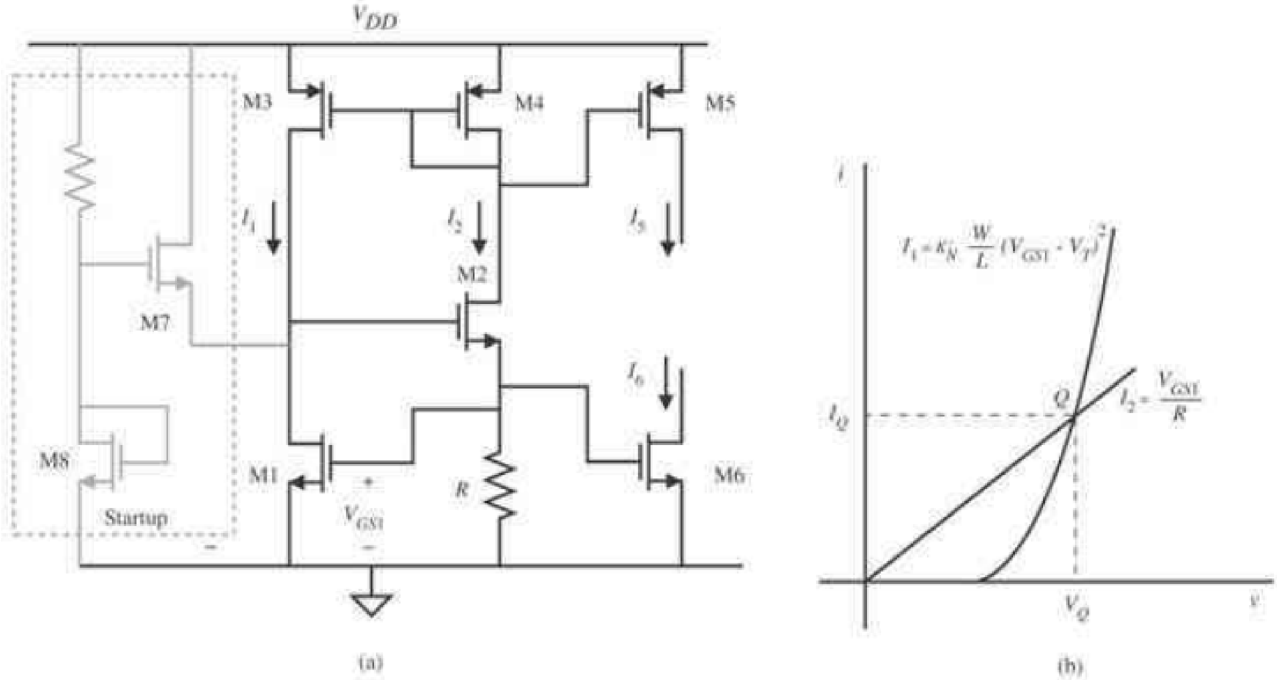
5、 式 4.5-12，P112

通过流过 M1 的电流和流过 R 的电流相等有：

$$I_1 = \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2 = I_2 = \frac{V_{GS1}}{R}$$

$$I_2 R = V_{GS1} = V_T + \sqrt{\frac{2I_1 L_1}{K_N W_1}}$$

该推导过程比较复杂，我们只要画出小信号模型，写出…



(a) (b)

6、威尔逊电流源的输出电阻，P114

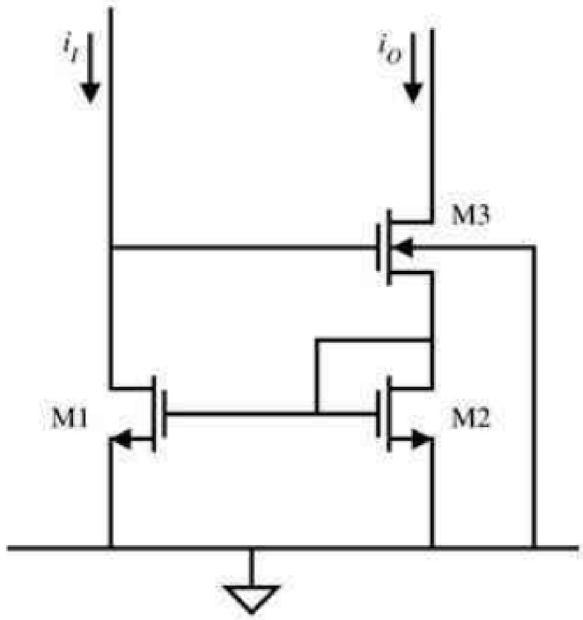


图 7　威尔逊电流镜

该推导过程比较复杂，我们只要画出小信号模型，写出 $v_{out} - i_{out}$ 的方程就可以得到输出电阻，

由小信号模型有：

$$v_{out} = (i_{out} - v_{gs3}g_{m3} - g_{mb3}v_{bs3})r_{ds3} + i_{out}\frac{r_{ds2}}{1 + g_{m2}r_{ds2}}$$

$$v_{out}=(r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})i_{out}-(v_{gs3}g_{m3}+g_{mb3}v_{bs3})r_{ds3}$$

下面工作就是想办法把右边的等效为 i_{out} 与某项的乘积，然后 i_{out} 移至左边，剩下的就是输出电阻。看上式，我们能够做的就是将右边第二项中的电压项，替换为有 i_{out} 的项。

$$v_{gs3}=-g_{m1}v_{gs1}r_{ds1}-i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}$$

$$v_{gs1}=v_{gs2}=-v_{bs3}=i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}$$

将这两项带入到上面的 v_{out} 中，得到：

$$v_{out}=(i_{out}-v_{gs3}g_{m3}-g_{mb3}v_{bs3})r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}i_{out}$$

$$v_{out}=(r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})i_{out}-(v_{gs3}g_{m3}+g_{mb3}v_{bs3})r_{ds3}$$

$$v_{out}=(r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})i_{out}-[(-g_{m1}v_{gs1}r_{ds1}-i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})g_{m3}-g_{mb3}v_{gs2}]r_{ds3}$$

$$v_{out}=(r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})i_{out}-[(-g_{m1}i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}r_{ds1}-i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})g_{m3}-g_{mb3}i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}]r_{ds3}$$

$$v_{out}=(r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}})i_{out}-(-g_{m1}i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}r_{ds1}g_{m3}-i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}g_{m3})r_{ds3}+g_{mb3}i_{out}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}r_{ds3}$$

$$v_{out}=(r_{ds3}+\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}+g_{m1}g_{m3}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}r_{ds1}r_{ds3}+g_{m3}r_{ds3}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}+\eta g_{m3}\frac{r_{ds2}}{1+g_{m2}r_{ds2}}r_{ds3})i_{out}$$

$$v_{out}=[r_{ds3}+r_{ds2}(\frac{1+g_{m1}g_{m3}r_{ds1}r_{ds3}+g_{m3}r_{ds3}+\eta g_{m3}r_{ds3}}{1+g_{m2}r_{ds2}})]i_{out}$$

最终我们得到：

$$r_{out}=\frac{v_{out}}{i_{out}}=r_{ds3}+r_{ds2}(\frac{1+g_{m1}g_{m3}r_{ds1}r_{ds3}+g_{m3}r_{ds3}(1+\eta)}{1+g_{m2}r_{ds2}})$$

7、 有源器件实现的基准电压，图 4.5-2（b），P117

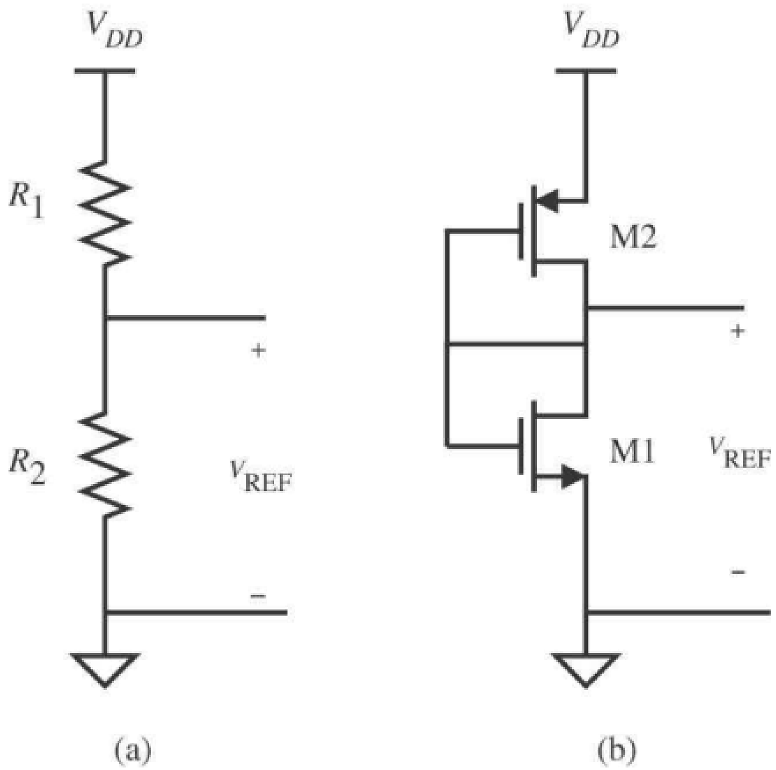


图 8　分压式基准电压

$$\beta_N(V_{REF}-V_T)^2=\beta_P(V_{DD}-V_{REF}-|V_{TP}|)^2$$

即 $\sqrt{\beta_N}(V_{REF}-V_T)=\sqrt{\beta_P}(V_{DD}-V_{REF}-|V_{TP}|)$

法一：左边保留V_{REF}

$$(\sqrt{\frac{\beta_N}{\beta_P}}+1)V_{REF}=V_{DD}-|V_{TP}|+\sqrt{\frac{\beta_N}{\beta_P}}V_T$$

所以$V_{REF}=\dfrac{V_{DD}+\sqrt{\frac{\beta_N}{\beta_P}}V_T-|V_{TP}|}{\sqrt{\frac{\beta_N}{\beta_P}}+1}$ (1)

法二：右边保留V_{REF}

$$-(\sqrt{\frac{\beta_P}{\beta_N}}+1)V_{REF}=-V_T-\sqrt{\frac{\beta_P}{\beta_N}}(V_{DD}-|V_{TP}|)$$

所以$V_{REF}=\dfrac{V_T+\sqrt{\dfrac{\beta_P}{\beta_N}}(V_{DD}-|V_{TP}|)}{\sqrt{\dfrac{\beta_P}{\beta_N}}+1}$ (2)

(1)\(2)其实是一样的，只要在（1）中分子分母同时乘以$\sqrt{\dfrac{\beta_P}{\beta_N}}$，就可以化为（2）

8、 式 4.5-5，P118

按照灵敏度的定义，代入对应的V_{REF}即可

$$S_{V_{DD}}^{V_{REF}}=\frac{V_{DD}}{V_{REF}}\left(\frac{\partial V_{REF}}{\partial V_{DD}}\right)=\frac{V_{DD}}{\frac{KT}{q}\ln\frac{V_{DD}}{RI_S}}\frac{KT}{q}\frac{RI_S}{V_{DD}}\frac{1}{V_{DD}}=\frac{1}{\ln\frac{V_{DD}}{RI_S}}$$

9、 式 4.5-8，P119，

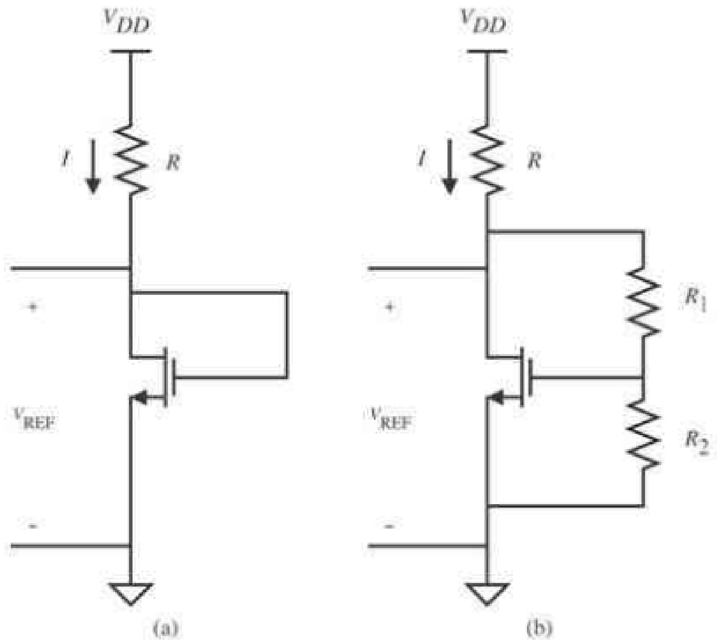


图 9　基准电压

$$\frac{V_{DD}-V_{GS}}{R}=I_D=\frac{\beta}{2}(V_{GS}-V_T)^2$$

$V_{GS}=V_{REF}$

由以上两式有：

$$\frac{V_{DD}-V_{REF}}{R}=\frac{\beta}{2}(V_{REF}-V_T)^2$$

$$\frac{2}{R\beta}(V_{DD}-V_{REF})=V_{REF}{}^2-2V_TV_{REF}+V_T{}^2$$

$$V_{REF}{}^2+(\frac{2}{R\beta}-2V_T)V_{REF}+V_T{}^2-\frac{2}{R\beta}V_{DD}$$

所以$V_{REF}=\dfrac{2V_T-\frac{2}{R\beta}\pm\sqrt{(\frac{2}{R\beta}-2V_T)^2-4(V_T{}^2-\frac{2}{R\beta}V_{DD})}}{2}$

$$V_{REF}=V_T-\frac{1}{R\beta}\pm\sqrt{(\frac{1}{R\beta}-V_T)^2-V_T{}^2+\frac{2}{R\beta}V_{DD}}$$

$$V_{REF}=V_T-\frac{1}{R\beta}\pm\sqrt{\frac{2(V_{DD}-V_T)}{R\beta}+\frac{1}{R^2\beta^2}}$$

而实际计算中会发现，取“—”项时，V_{REF}会出现负值，故取“+”值

$$V_{REF}=V_T-\frac{1}{R\beta}+\sqrt{\frac{2(V_{DD}-V_T)}{R\beta}+\frac{1}{R^2\beta^2}}$$

10、 式 4.5-8 下一行中的计算，P119

$$V_{REF}=0.7V-\frac{1}{110\text{u}A/V^2\times2\times100K\Omega}+\sqrt{\frac{2(5V-0.7V)}{110\text{u}A/V^2\times2\times100K\Omega}+(110\text{u}A/V^2\times2\times100K\Omega)^2}$$

$$V_{REF}\cong1.281V$$

$$S_{V_{DD}}^{V_{REF}}=\frac{V_{DD}}{V_{REF}}(\frac{\partial V_{REF}}{\partial V_{DD}})=\frac{V_{DD}}{V_{REF}}(\sqrt{\left[\frac{R\beta}{2}(V_{REF}-V_T)^2+V_{REF}-V_T\right]}(V_{REF}-V_T)^2+1)^{-1}$$

$$S_{V_{DD}}^{V_{REF}}=\frac{V_{DD}}{V_{REF}}\sqrt{R^2\beta^2(V_{REF}-V_T)^2+2R\beta(V_{REF}-V_T)+1}$$

$$S_{V_{DD}}^{V_{REF}}=\frac{1}{R\beta(V_{REF}-V_T)+1}\frac{V_{DD}}{V_{REF}}$$

代入值得：

$$S=\frac{1}{110\text{u}A/V^2\times2\times100K\Omega\times(1.281V-0.7V)+1}\times\frac{5V}{1.281V}\cong0.283$$

11、 P122,式 4.5-13

$$I_1=\frac{\beta}{2}(V_{GS}-V_T)^2=\frac{\beta_1}{2}(I_2R-V_T)^2=\frac{\beta_1}{2}(I_1R-V_T)^2$$

两边取平方

$$I_2^2-(\frac{2V_{T1}}{R}+\frac{2}{\mathrm{R}^2\beta})\ I_2+\frac{V_{T1}^2}{R^2}=0$$

$$I_2=\frac{V_{T1}}{R}+\frac{1}{\mathrm{R}^2\beta_1}\pm\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{2V_{T1}}{R}+\frac{2}{\mathrm{R}^2\beta})^2-\frac{4V_{T1}^2}{R^2}}$$

取“+”项得平衡点电流

$$I_Q=I_2=\frac{V_{T1}}{R}+\frac{1}{\beta_1R^2}+\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2V_{T1}}{\beta_1R}+\frac{1}{\beta_1{}^2R^2}}$$

12、 式 4.5-16，P123

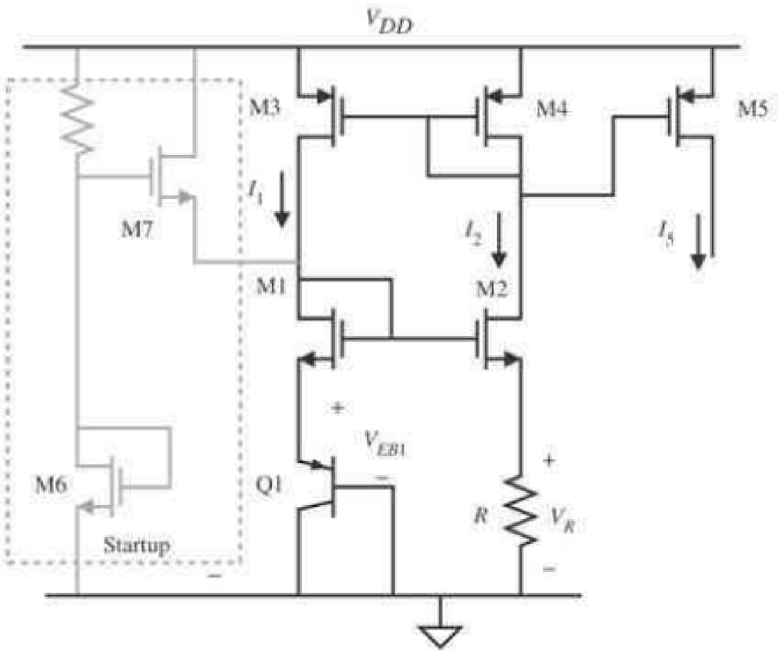


图 10　基于发射极电压的基准电路

由式 2.5-17 $\frac{dv_D}{dT}=-\frac{V_{G0}-V_D}{T}-\frac{3V_T}{T}$

以及式 4.5-4 $V_{REF}=\frac{KT}{q}\ln\frac{V_{DD}}{RI_S}$

得到式 4.5-16

$$TC_F=\frac{1}{V_{REF}}\frac{\partial V_{REF}}{\partial T}\cong\frac{V_{REF}-V_{G0}}{V_{REF}\times T}-\frac{3K}{V_{REF}\times q}-\frac{KT}{V_{REF}\times q}(\frac{1}{R}\frac{dR}{dT})$$

13、 P128，式 4.6-24

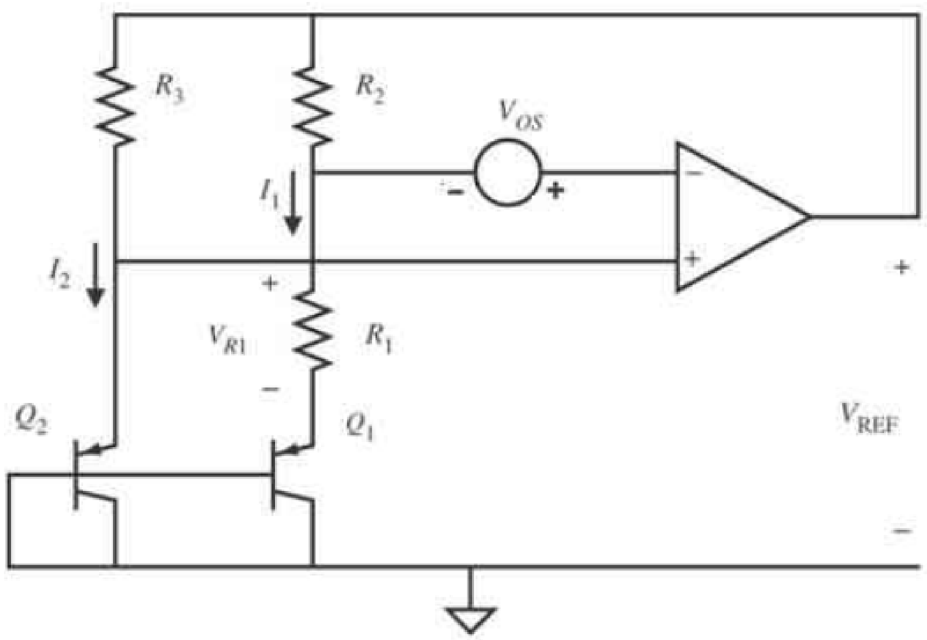


图 11 传统的带隙基准

$$V_{R1}=V_{EB2}-V_{OS}-V_{EB1}=V_T\ln(\frac{I_2A_{E1}}{I_1A_{E2}})-V_{OS}$$

$$I_2R_3=I_1R_2-V_{OS}$$

$$I_2=I_1\frac{R_2}{R_3}(1-\frac{V_{OS}}{I_1R_2})$$

$$V_{REF}=V_{EB2}+I_2R_3=V_{EB2}+I_1R_2-V_{OS}$$

$$V_{REF}=V_{EB2}-V_{OS}+\frac{V_{R1}}{R1}R_2$$

$$V_{REF} = V_{EB2} - V_{OS} + \frac{R_2}{R_1}[V_T \ln(\frac{A_{E1}}{A_{E2}} \frac{R_2}{R_3}(1-\frac{V_{OS}}{I_1 R_2})) - V_{OS}]$$

$$V_{REF} = V_{EB2} - (1+\frac{R_2}{R_1})V_{OS} + \frac{R_2}{R_1} V_T \ln(\frac{A_{E1}}{A_{E2}} \frac{R_2}{R_3}(1-\frac{V_{OS}}{I_1 R_2}))$$

第五章

1、 式 5-1-5，P140

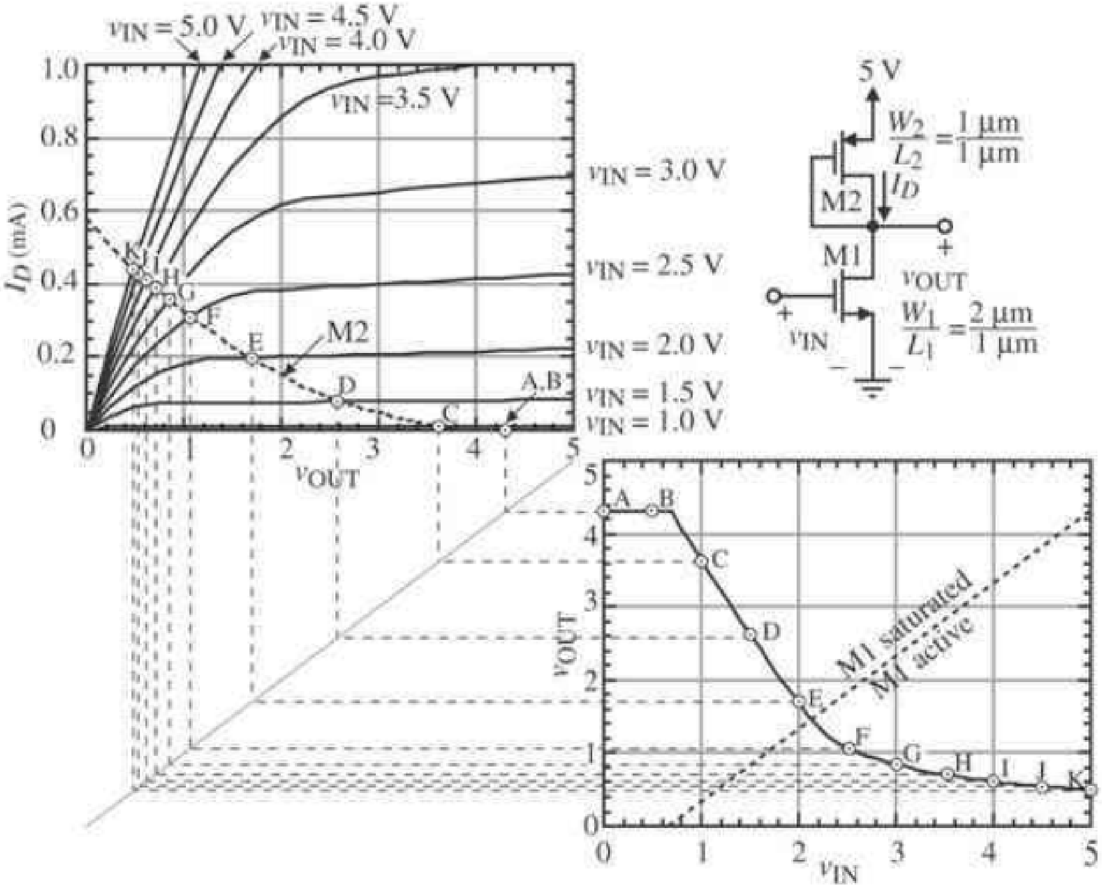


图 12　　有缘负载反相器电压转移函数图解

由 $i_{D1}=i_{D2}$ 有即

$$\beta_1((V_{DD}-V_T)v_{OUT}-\frac{v^2{}_{OUT}}{2})=\frac{1}{2}\beta_2(v_{OUT}+|V_{TP}|-V_{DD})^2$$

$$\beta_1(V_{DD}-V_T)v_{OUT}-\beta_1\frac{v^2{}_{OUT}}{2}=\frac{\beta_2}{2}v^2{}_{OUT}+\beta_2 v_{OUT}(|V_{TP}|-V_{DD})+\frac{\beta_2}{2}(|V_{TP}|-V_{DD})^2$$

$$v^2{}_{OUT}+2(|V_{TP}|-V_{DD})+\frac{\beta_2}{\beta_1+\beta_2}(|V_{TP}|-V_{DD})^2=0$$

所以

$$v_{OUT}=V_{DD}-|V_{TP}|\pm\frac{1}{2}\sqrt{4(|V_{TP}|-V_{DD})^2-4\frac{\beta_2}{\beta_1+\beta_2}(|V_{TP}|-V_{DD})^2}$$

$$=V_{DD}-|V_{TP}|\pm\sqrt{(|V_{TP}|-V_{DD})^2(1-\frac{\beta_2}{\beta_1+\beta_2})}$$

$$=V_{DD}-|V_{TP}|\pm(V_{DD}-|V_{TP}|)\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_1+\beta_2}}$$

$$=V_{DD}-|V_{TP}|\pm\frac{V_{DD}-|V_{TP}|}{\sqrt{1+\frac{\beta_2}{\beta_1}}}$$

我们取 $v_{OUT}(\min)=V_{DD}-|V_{TP}|-\frac{V_{DD}-|V_{TP}|}{\sqrt{1+\frac{\beta_2}{\beta_1}}}$

这里取“—”号，因为这里的输出电压仅有 M1 决定，所以最小值应该取方程解中的最小值，注意同差分中的 ICMR 求解的区别，差分中的范围求解受到两路的限制，所以差分中的输出电压的最大值应取解中的最小值（就是最大中的取最小），最小值取解中的最大值（就是最小取最大）。

2、 式 5-1-9，P140

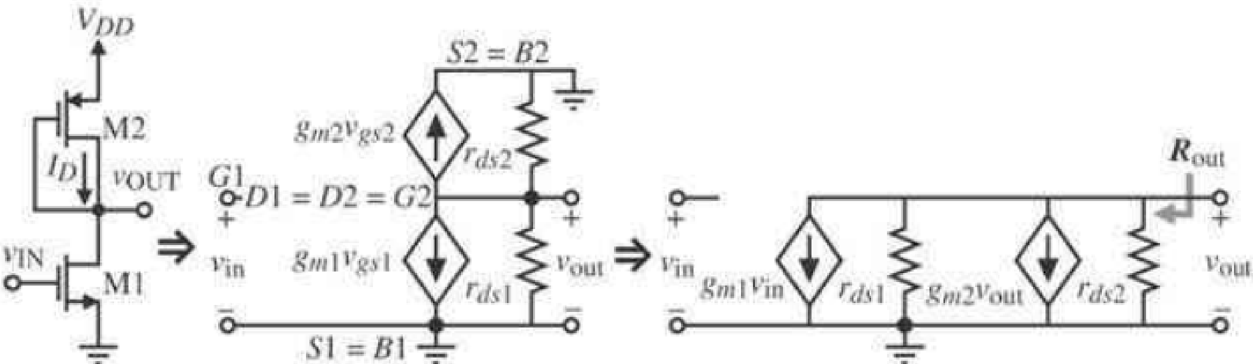


图 13　有源负载反相器的小信号模型

考虑频率特性时，只要在小信号模型中将每个管子的 S、G、D、B 四个节点标注在图中，四者经过组合后，就自然得到了寄生电容，而不必从电路结构图中再去细细分析他们的关系。

列节点方程

$$V_{out}(sC_{out}+G_{out})+sC_M(V_{out}-V_{in})+g_mV_{in}=0$$
$$V_{out}(sC_{out}+G_{out}+sC_M)+(g_m-sC_M)V_{in}=0$$

得到：$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}=\frac{sC_M-g_m}{sC_{out}+G_{out}+sC_M}$

$$=\frac{-R_{out}(g_m - sC_M)}{R_{out}(sC_{out}+G_{out}+sC_M)}=\frac{-g_m R_{out}(1-\frac{sC_M}{g_m})}{1+\frac{s(C_{out}+C_M)}{g_{m2}}}=\frac{-g_m R_{out}(1-\frac{s}{z_1})}{1-\frac{s}{p_1}}$$

其中 $z_1=\frac{g_m}{C_M}$， $p_1=\frac{-1}{R_{out}(C_{out}+C_M)}\cong-\frac{g_{m2}}{C_{out}+C_M}=-\frac{\sqrt{2K_2\frac{W_2}{L_2}I_{D2}}}{C_{out}+C_M}$

3、 例题 5.1-1，P141

输出电压范围

$$v_{OUT}(\max)\cong V_{DD}-|V_{TP}|=5V-0.7V=4.3V$$

$$v_{OUT}(\min)=V_{DD}-|V_{TP}|-\frac{V_{DD}-|V_{TP}|}{\sqrt{1+\frac{\beta_2}{\beta_1}}}=5V-0.7V-\frac{5V-0.7V}{\sqrt{1+\frac{50\mathrm{uA/V^2}}{110\times 2\mathrm{uA/V^2}}}}\cong 0.418V$$

$$A_v=-\frac{g_{m1}}{g_{m2}+g_{ds1}+g_{ds2}}\cong-\frac{g_{m1}}{g_{m2}}=-\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}=-\sqrt{\frac{K_1\frac{W_1}{L_1}}{K_2\frac{W_2}{L_2}}}=-\sqrt{\frac{110\times 2\mathrm{uA/V^2}}{50\mathrm{uA/V^2}}}\cong-2.098$$

$$R_{out}=\frac{1}{g_{m2}+g_{ds1}+g_{ds2}}\cong\frac{1}{\sqrt{2\beta_2 I_D}+(\lambda_1+\lambda_2)I_D}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2\times 50u\mathrm{A/V^2}\times 100uA}+(0.04V^{-1}+0.05V^{-1})\times 100uA}\cong 9.17K\Omega$$

输出电阻还可以近似为

$$R_{out}\cong\frac{1}{g_{m2}}=\frac{1}{\sqrt{2\beta_2 I_D}}=\frac{1}{\sqrt{2\times 50u\mathrm{A/V^2}\times 100uA}}=10K\Omega$$

零点为：

$$z_1=\frac{g_m}{C_M}=\frac{g_{m1}}{C_M}=\frac{\sqrt{2K_1\frac{W_1}{L_1}I_{D1}}}{C_{gd1}}=\frac{\sqrt{2\times 110u\mathrm{A/V^2}\times 2\times 100uA}}{0.5fF}\cong 4.2\times 10^{11}rad/s$$

极点为：

$$p_1=\frac{-1}{R_{out}(C_{out}+C_M)}=\frac{-1}{9.17K\Omega\times(10fF+10fF+2fF+0.5fF+1pF)}\cong-106.7\times 10^{6}rad/s$$

$3\,dB$ 带宽为 $\frac{|p_1|}{2\pi}=\frac{106.7\times10^6\,rad/s}{2\pi}\cong17MHz$

4、 式 5.1-19，P143

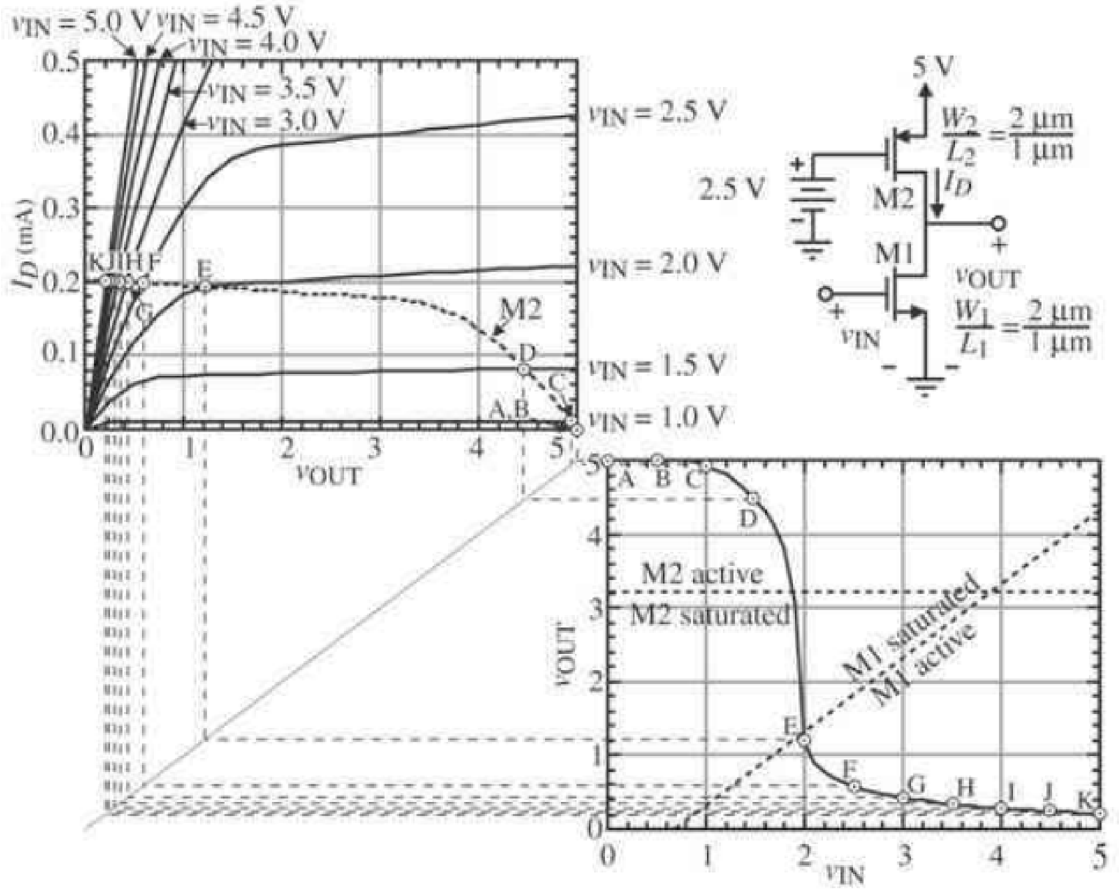


图 14　电流源负载反相器的电压传递函数图解

$i_{D1}=i_{D2}$，令 $v_{IN}=V_{DD}$

得到：$\beta_1((V_{DD}-V_T)v_{OUT}-\frac{v^2_{OUT}}{2})=\frac{1}{2}\beta_2(V_{SG2}-|V_{TP}|)^2$

即　$\beta_1(V_{DD}-V_T)v_{OUT}-\beta_1\frac{v^2_{OUT}}{2}=\frac{1}{2}\beta_2(V_{SG2}-|V_{TP}|)^2$

$$v^2_{OUT}-2(V_{DD}-V_T)v_{OUT}+\frac{\beta_2}{\beta_1}(V_{SG2}-|V_{TP}|)^2=0$$

所以　$v_{OUT}=V_{DD}-V_T\pm\frac{1}{2}\sqrt{4(V_{DD}-V_T)^2-4\frac{\beta_2}{\beta_1}(V_{SG2}-|V_{TP}|)^2}$

$$= (V_{DD} - V_T) \pm (V_{DD} - |V_{TP}|)\sqrt{1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}(\frac{V_{SG2} - |V_{TP}|}{V_{DD} - V_T})^2}$$

因为 M1 决定了反相器的输出电压的范围，所以输出电压的最小值应该取方程中的最小值，

即 $$v_{OUT}(\min) = (V_{DD} - V_T) - (V_{DD} - |V_{TP}|)\sqrt{1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}(\frac{V_{SG2} - |V_{TP}|}{V_{DD} - V_T})^2}$$

5、 例 5.1-2，P144

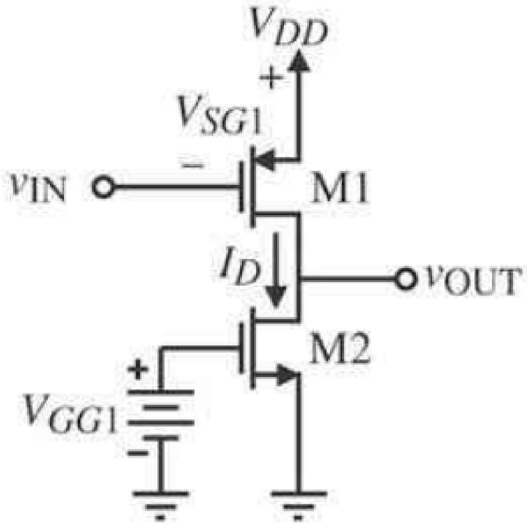


图 15　　电流漏

$$A_v = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}} = -\sqrt{\frac{2K_1\frac{W_1}{L_1}}{I_D}} \times \left(\frac{-1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)$$

$$= -\sqrt{\frac{2\times 110\text{uA/V}^2 \times 2}{291uA}} \times \frac{-1}{(0.4V^{-1} + 0.5V^{-1})} \cong -9.2$$

$$R_{out} = \frac{1}{g_{ds1} + g_{ds2}} \cong \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2)I_D} = \frac{1}{(0.4V^{-1} + 0.5V^{-1}) \times 291uA} \cong 38.2K\Omega$$

极点 $$p_1 = \frac{-1}{R_{out}(C_{out} + C_M)} = -\frac{g_{ds1} + g_{ds2}}{C_M + C_{out}} = -\frac{(\lambda_1 + \lambda_2)I_D}{C_{gd1} + (C_{gd2} + C_{db1} + C_{db2} + C_L)}$$

$$= -\frac{(0.4V^{-1} + 0.5V^{-1}) \times 291uA}{0.5fF + 0.5fF + 10fF + 10fF + 1pF} \cong -25.6\times 10^{6} rad$$

3 dB 带宽为 $\frac{|p_1|}{2\pi}=\frac{25.6\times10^6 rad/s}{2\pi}\cong 4.08MHz$

6、 例题 5.1-2 上面文字中的零极点计算，P144 页

$$p_1=\frac{-1}{R_{out}(C_{out}+C_M)}=-\frac{g_{ds1}+g_{ds2}}{C_M+C_{out}}=-\frac{(\lambda_1+\lambda_2)I_D}{C_{gd1}+(C_{gd2}+C_{db1}+C_{db2}+C_L)}$$

$$=-\frac{(0.4V^{-1}+0.5V^{-1})\times 200uA}{0.5fF+0.5fF+10fF+10fF+1pF}\cong -17.6\times10^6 rad/s$$

3 dB 带宽为 $\frac{|p_1|}{2\pi}=\frac{17.6\times10^6 rad/s}{2\pi}\cong 2.8MHz$

7、 式 5.1-29， P146

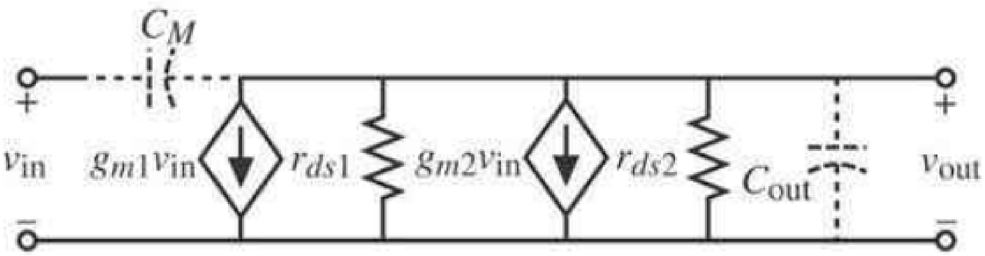


图 16　推挽反相器的小信号模型

节点方程为：

$$g_{m1}v_{in}+g_{ds1}v_{out}+g_{m2}v_{in}+g_{ds2}v_{out}=0$$

$$(g_{m1}+g_{m2})\ v_{in}+(g_{ds1}+g_{ds2})\ v_{out}=0$$

得：$\frac{v_{out}}{v_{in}}=-\frac{g_{m1}+g_{m2}}{g_{ds1}+g_{ds2}}$

注：与二极管接法的 pmos 管比较，找出产生差别的原因？

（因为二极管饥饿法中的 pmos 管的 g_{m2} 受输出的控制，而这里的 g_{m2} 受输入的控制，故在最终表达式中，g_{m2} 从分母移至分子。）

8、 例 5.1-3，P146

$$R_{out}=\frac{1}{g_{ds1}+g_{ds2}}\cong\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2)I_D}=\frac{1}{(0.4V^{-1}+0.5V^{-1})\times 300uA}\cong 37K\Omega$$

$$p_1=\frac{-1}{R_{out}(C_{out}+C_M)}=-\frac{1}{R_{out}((C_{gd1}+C_{gd2})+(C_{db1}+C_{db2}+C_L))}$$

$$=-\frac{1}{37K\Omega(0.5fF+0.5fF+10fF+10fF+1pF)}\cong -26\times 10^6 rad/s$$

$3dB$ 带宽为 $\frac{|p_1|}{2\pi}=\frac{26\times 10^6 rad/s}{2\pi}\cong 4.14MHz$

零点为 $z_1=\frac{g_{m1}+g_{m2}}{C_M}=\frac{g_{m1}+g_{m2}}{C_{gd1}+C_{gd2}}=\frac{\sqrt{2\beta_1 I_{D1}}+\sqrt{2\beta_2 I_{D2}}}{C_{gd1}+C_{gd2}}$

$$=\frac{\sqrt{2\times 1\times 110uA/V^2\times 300uA}+\sqrt{2\times 2\times 50uA/V^2\times 300uA}}{0.5fF+0.5fF}$$

$$\cong 5.02\times 10^{11} rad/s$$

频率为 $f=\frac{z_1}{2\pi}\cong 79.9GHz$

9、 公式 5.2-9 下条件 $v_{ID}<2(\frac{I_{SS}}{\beta})^{\frac{1}{2}}$ ——即差模输入范围的推导，P150

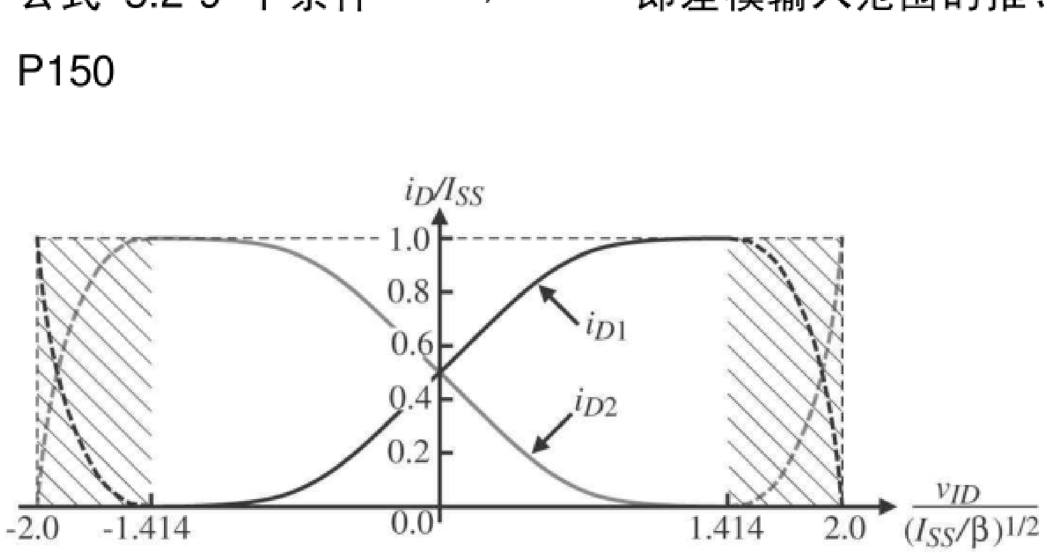


图 17 CMOS 差分放大器的大信号跨导特性

法一：数学方法，认为$\sqrt{\ }$下应该大于 0。

法二：电路分析。

给M_1施加一个v_{ID}，为使偏置电流I_{SS}完全流过两个晶体管中的一个，对v_{ID}要有限制。

设M_1中电流等于I_{SS}，同时减小至开启电压，有$V_{DS5}=-V_T$。

$V_{GS1}=V_T+\sqrt{\dfrac{2I_{SS}}{K'_N\dfrac{W}{L}}}=V_T+\sqrt{2}V_{ON}$，$V_{ON}$为漏极电流为$\dfrac{I_{SS}}{2}$是的过驱动电压，使偏置电流完全流过$M_1$。

所以$v_{ID\max}=V_{GS1}+V_{DS5}=V_T+\sqrt{2}V_{ON}-V_T=\sqrt{2}V_{ON}$。

反过来M_1截止，M_2导通，v_{ID}可达到$-\sqrt{2}V_{ON}$。

所以$-\sqrt{2}V_{ON}\le v_{ID}\le\sqrt{2}V_{ON}$，

即$-\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{2I_{SS}}{\beta}}\le v_{ID}\le\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{2I_{SS}}{\beta}}$，

$$-2\sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}}\le v_{ID}\le 2\sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}}。$$

10、 图 5.2-5 输入共模范围推导，P153

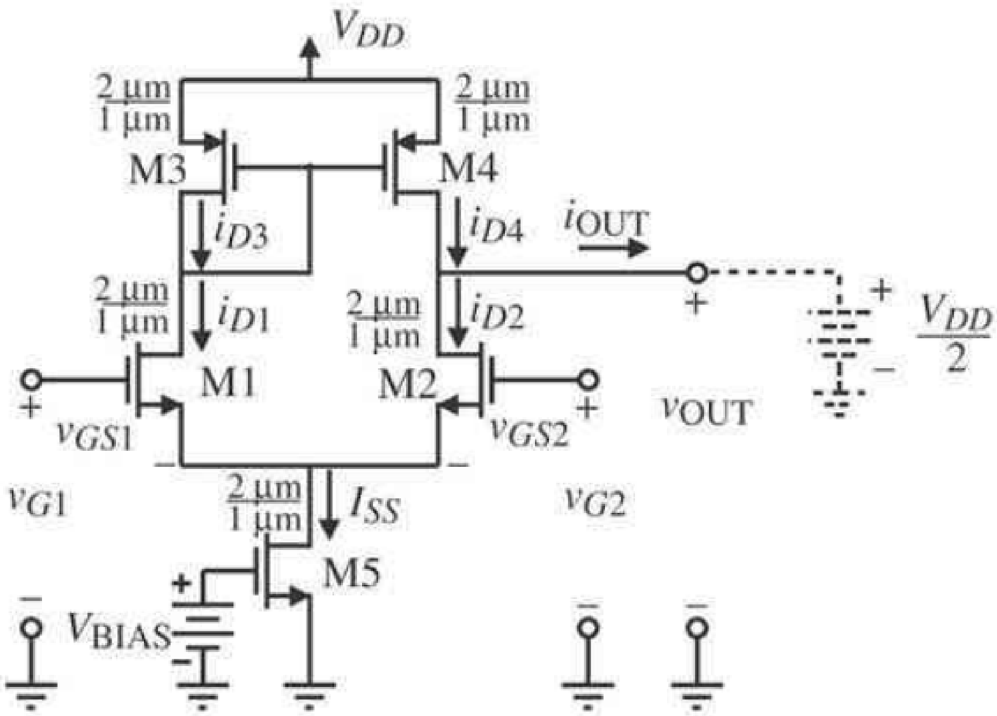


图 18　 电流源负载的 CMOS 差分放大器

从V_{IC}到V_{DD}有M_1,M_3和M_2,M_4两个路径，从V_{IC}到V_{SS}仅有M_5一个路径。由 MOS 管的饱和条件可知，V_{IC}增大可使V_{IC}到V_{DD}支路的 MOS 管退出饱和区，故从V_{IC}到V_{DD}支路决定了V_{IC}的最大值；而V_{IC}减小可使M_5退出饱和区，故M_5决定了的最小值。

求最大值：

（1）支路M_1,M_3

因为M_3已经无条件饱和，所以只要考虑M_1管。

$$V_{DS1} \ge V_{GS1} - V_{T1}$$

$$V_{D1} \ge V_{G1} - V_{T1}$$

$$V_{DD} - V_{SG3} \ge V_{G1} - V_{T1}$$

$$V_{G1} \le V_{DD} - V_{SG3} + V_{T1} \text{（1）}$$

（2）支路M_2,M_4

$$V_{DS2} \geq V_{GS2} - V_{T2}$$

$$V_{D2} \geq V_{G2} - V_{T2}$$

$$V_{DD} - V_{SD4} \geq V_{G2} - V_{T2}$$

$$V_{G2} \leq V_{DD} - V_{T2} + V_{SD4}$$

其中V_{SD4}要满足下式：$V_{SD4} \geq V_{SG4} - |V_{TP}|$

称满足$V_{G2} \leq V_{DD} - V_{T2} + V_{SD4}$的$V_{SD4}$为$V_{SD4(sat)}$，所以得到

$$V_{G2} \leq V_{DD} - V_{T2} + V_{SD4(sat)} \qquad (2)$$

比较（1）和（2），令$V_{T1} = V_{T2}$，而$V_{SG3} = V_{SG4}$， $V_{SD4(sat)} = V_{SG4} - |V_{TP}| < V_{SG4} = V_{SG3}$，所以$V_{G2(\max)} > V_{G1(\max)}$，所以为使$M_1 - M_4$均在饱和区，取$V_{IC\max} = V_{G1(\max)} = V_{DD} - V_{SG3} + V_{T1}$。

求最小值

支路M_5

设M_5饱和，有$V_{DS5(sat)} = V_{GS5} - V_{T5}$

$$V_{DS5} \geq V_{GS5} - V_{T5}$$

$$V_{IC} - V_{GS1} \geq V_{GS5} - V_{T5}$$

$$V_{IC} \geq V_{GS1} + V_{GS5} - V_{T5}$$

$$V_{G1} - V_{SS} \geq V_{GS1} + V_{GS5} - V_{T5}$$

$$V_{G1} \geq V_{SS} + V_{GS1} + V_{GS5} - V_{T5}$$

$$V_{G1} \geq V_{SS} + V_{GS1} + V_{DS5(sat)}$$

所以$V_{IC(\min)} = V_{SS} + V_{GS1} + V_{DS5(sat)}$

补充：P 沟道差分放大器输入共模范围推导

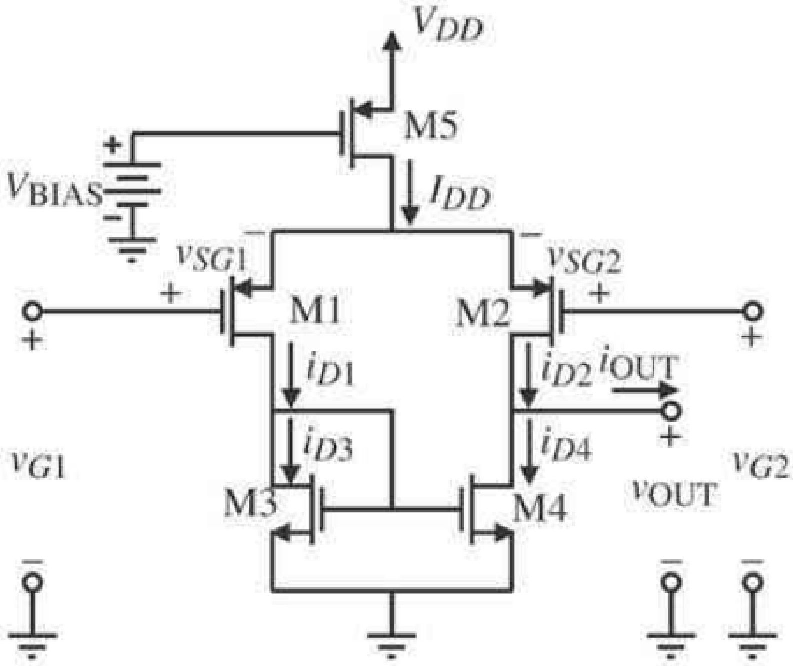


图 19　PMOS 作为输入的 CMOS 差分放大器

从V_{IC}到V_{SS}有M_1,M_3和M_2,M_4两个路径，从V_{IC}到V_{DD}仅有M_5一个路径。由 PMOS 管的饱和条件可知，V_{IC}增大可使M_5退出饱和区，故M_5决定了的最大值；而V_{IC}减小可使V_{IC}到V_{DD}支路的 MOS 管退出饱和区，故从V_{IC}到V_{DD}支路决定了V_{IC}的最小值。

（1）求最大值

$$V_{SD5(sat)} = V_{SG5} - |V_{TP}|$$

$$V_{SD5} \geq V_{SG5} - |V_{TP}|$$

$$V_{DD} - V_{S1} \geq V_{SG5} - |V_{TP}|$$

$$V_{DD} - (V_{G1} + V_{SG1}) \geq V_{SD5(sat)}$$

$$V_{G1} \leq V_{DD} - V_{SG1} + V_{SD5(sat)}$$

所以$V_{IC(\max)} = V_{G1(\max)} = V_{DD} - V_{SG1} + V_{SD5(sat)}$

（2）.求最小值

a.支路M_1,M_3

因为M_3已经无条件饱和，所以只要考虑M_1管。

$$V_{SD1} \geq V_{SG1} - |V_{TP1}|$$
$$V_{G1} \geq V_{D1} + |V_{TP1}|$$
$$V_{G1} \geq V_{GS3} - V_{SS} + |V_{TP1}|$$

b.支路M_2, M_4

$$V_{SD2} \geq V_{SG2} - |V_{TP2}|$$
$$V_{G2} \geq V_{D2} + |V_{TP2}|$$

$$V_{G2} \geq V_{DS4(sat)} - V_{SS} + |V_{TP2}|$$

其中V_{DS4}要满足$V_{DS4} \geq V_{GS4} - V_T$，　$V_{DS4(sat)} = V_{GS4} - V_T$

因为$V_{GS4} = V_{GS3}$，所以$V_{DS4(sat)} < V_{GS4} = V_{GS3}$，所以$V_{G2(\min)} < V_{G1(\min)}$，因此

$V_{IC(\min)} = V_{GS3} - V_{SS} + |V_{TP1}|$

11、 式 5.2-22 的A_v计算，P155

$$n\text{管 } A_v = \frac{2}{\lambda_2 + \lambda_4}\left(\frac{K_1^{'}W_1}{I_{SS}L_1}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{0.4V^{-1} + 0.5V^{-1}}\sqrt{\frac{110uA/V^2 \times 2}{10uA}} \cong 104.3$$

$$p\text{管 } A_v = \frac{2}{\lambda_2 + \lambda_4}\left(\frac{K_1^{'}W_1}{I_{SS}L_1}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{0.4V^{-1} + 0.5V^{-1}}\sqrt{\frac{50uA/V^2 \times 2}{10uA}} \cong 49.95$$

12、 式 5.2-29，P156

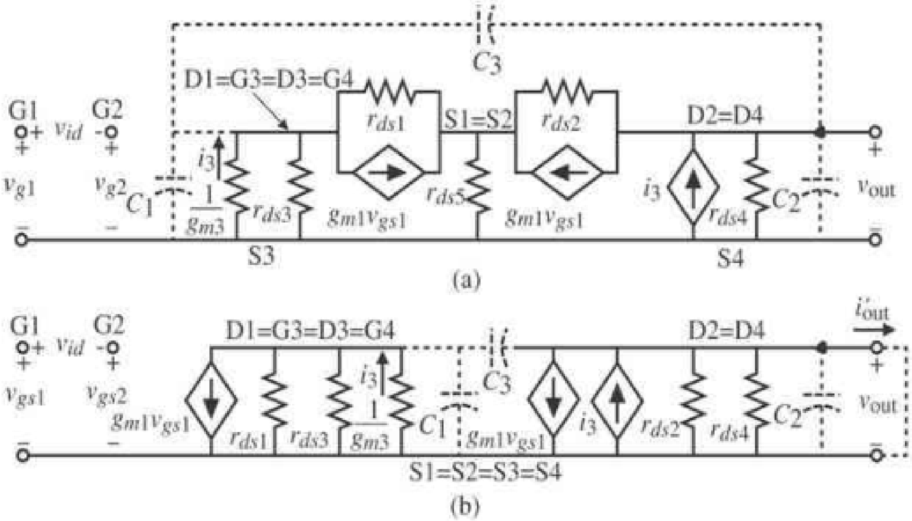


图 20　CMOS 差分放大器的小信号模型

$$\begin{cases} V_{out}\left(sC_2+g_{ds2}+g_{ds4}\right)+g_{m1}V_{gs2}(s)-i_s=0 \\ g_{m1}V_{gs1}(s)(\dfrac{1}{g_{m3}+sC_1})\times g_{m3}=i_s \end{cases}$$

注：因为 M3 为二极管接法，则 gm3 比 gds1、gds2 都大很多，所以并联后可以忽略 rds1、rds2

$$V_{out}\left(sC_2+g_{ds2}+g_{ds4}\right)+g_{m1}V_{gs2}(s)=g_{m1}V_{gs1}(s)\frac{g_{m3}}{g_{ms}+sC_1}$$

$$\therefore V_{out}=\frac{1}{sC_2+g_{ds2}+g_{ds4}}[V_{gs1}(s)\frac{g_{m1}g_{m3}}{g_{m3}+sC_1}-g_{m1}V_{gs2}(s)]$$

$$=\frac{g_{m1}}{g_{ds2}+g_{ds4}}[\frac{g_{m3}}{g_{m3}+sC_1}V_{gs1}(s)-V_{gs2}(s)]\frac{1}{sC_2+g_{ds2}+g_{ds4}}$$

$$=\frac{g_{m1}}{g_{ds2}+g_{ds4}}[\frac{g_{m3}}{g_{m3}+sC_1}V_{gs1}(s)-V_{gs2}(s)]\frac{\omega_2}{s+\omega_2}$$

其中，$\omega_2=\dfrac{g_{ds2}+g_{ds4}}{C_2}$

13、 式 5.3-6，P164

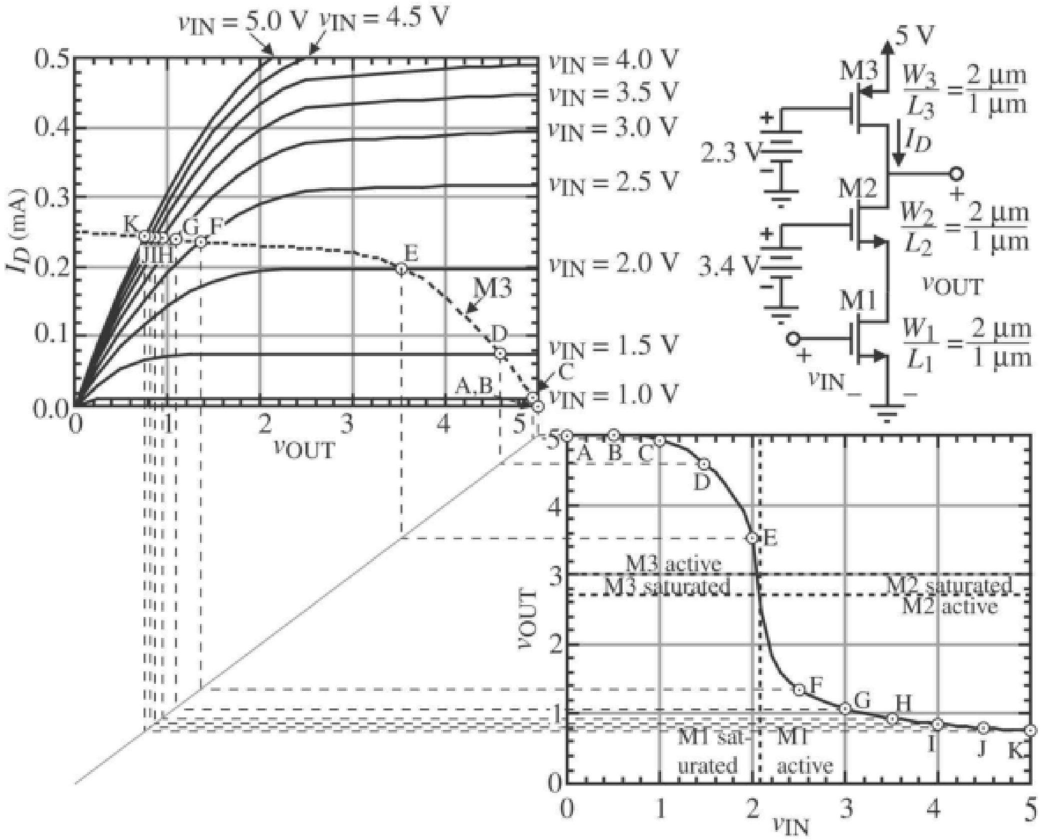


图 21　　共源共栅放大器电压传递函数

线性区 $i_D = \beta[(V_{GS} - V_T)v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2}]$

$\because i_{D2} = i_{D3}$

$\therefore \beta_2[(V_{GG2} - v_{DS1} - V_{T2})(v_{out} - v_{DS1})] = \frac{\beta_3}{2}(V_{DD} - V_{GG3} - |V_{T3}|)^2$

$$v_{out} = \frac{\beta_3}{2\beta_2}\frac{(V_{DD} - V_{GG3} - |V_{T3}|)^2}{V_{GG2} - V_{DS1} - V_{T2}} + v_{DS1}$$

而 $v_{DS1} = \frac{i_D}{\beta_1(V_{DD} - V_T)} = \frac{\beta_3}{2\beta_1}\frac{(V_{DD} - V_{GG3} - |V_{T3}|)^2}{V_{DD} - V_T}$

设 v_{DS1} 和 v_{out} 都很小，

则 $v_{out(\min)} = \frac{\beta_3}{2\beta_2}(V_{DD} - V_{GG3} - |V_{T3}|)^2(\frac{1}{V_{GG2} - V_{T2}} + \frac{1}{V_{DD} - V_{T1}})$

14、 5.6 中的增益推导

5.6-4

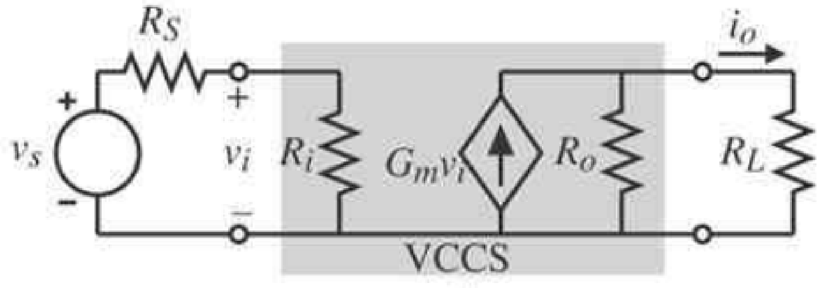


图 22　电压控制电流源电路

$$G_M = \frac{i_o}{v_s} = \frac{\dfrac{G_m v_i R_o R_L}{(R_o + R_L)R_L}}{\dfrac{v_i}{R_i}(R_S + R_i)} = \frac{G_m R_i R_o}{(R_o + R_L)(R_S + R_i)}$$

5.6-5

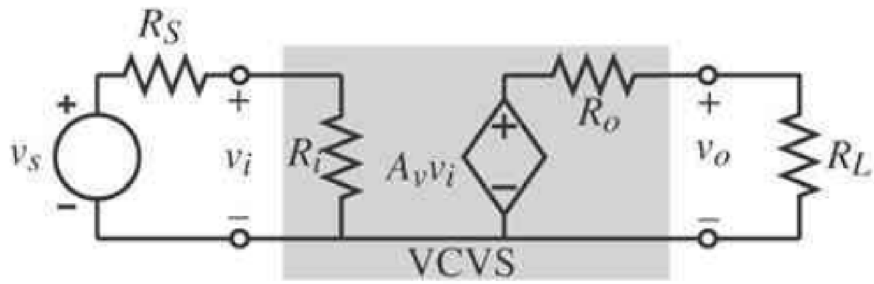


图 23　电压控制电压源电路

$$A_V = \frac{v_o}{v_s} = \frac{\dfrac{A_v v_i R_L}{(R_o + R_L)}}{\dfrac{v_i}{R_i}(R_S + R_i)} = \frac{A_v R_i R_L}{(R_o + R_L)(R_S + R_i)}$$

5.6-6

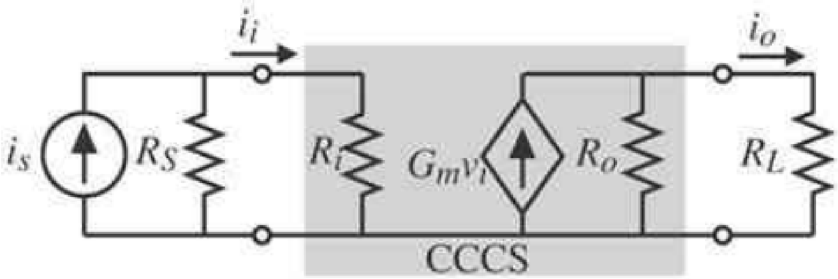


图 24　电流控制电流源电路

$$A_I = \frac{i_o}{i_s} = \frac{\dfrac{G_m v_i R_o R_L}{(R_o+R_L)R_L}}{\dfrac{v_i}{R_s}+\dfrac{v_i}{R_i}} = \frac{G_m R_i R_o R_s}{(R_o+R_L)(R_S+R_i)} = \frac{A_i R_o R_s}{(R_o+R_L)(R_S+R_i)}$$

5.6-7

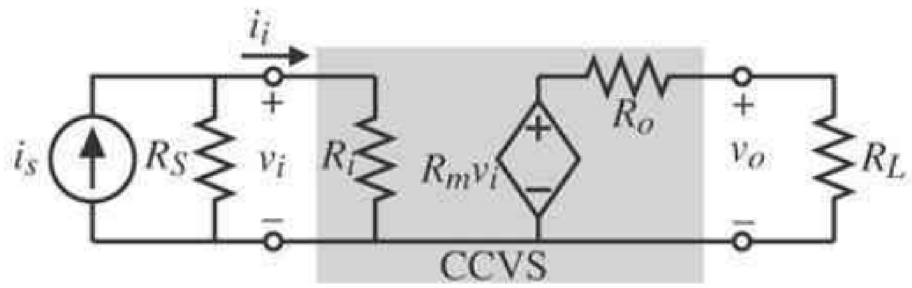


图 25　　电流控制电压源电路

$$R_M = \frac{v_o}{i_s} = \frac{\dfrac{R_m v_i R_L}{R_o+R_L}}{\dfrac{i_i R_i}{R_s R_i}(R_S+R_i)} = \frac{R_m R_L R_s}{(R_o+R_L)(R_S+R_i)}$$

15、 差分的跨导，P190

习题 5.2-15 中共有 5 个类似的差分放大器，由于负载的不一样，使得跨导的最终表达式不一样，下面用定义的方法来寻找差分中的一种通用的求法：

对电路 1、2、3 而言，有 $g_{m1} = \dfrac{I_1}{V_x^+}$， $g_{m2} = \dfrac{I_2}{V_x^-}$，其中 $I_1 = I_2, V_x^+ = V_x^-$

对电路 1、2 而言有：

$$G_{m总} = \frac{I_2}{V_x^+ + V_x^-} = \frac{I_1}{V_x^+ + V_x^-} = \frac{1}{\dfrac{V_x^+}{I_2}+\dfrac{V_x^-}{I_2}} = \frac{1}{\dfrac{1}{g_{m1}}+\dfrac{1}{g_{m2}}} = \frac{g_{m1}g_{m2}}{g_{m1}+g_{m2}}$$

当 $g_{m1} = g_{m2}$，有 $G_{m总} = \dfrac{g_m}{2}$，这是我们所熟悉的。

对电路三而言有：

$$G_{m总} = \frac{I}{V_x^+ + V_x^-} = \frac{I_1+I_2}{V_{\text{in}}} = \frac{g_{m1}V_x^+ + g_{m2}V_x^-}{V_{\text{in}}}$$

$$= \frac{g_{m1}(V_x^+ + V_x^- - V_x^-) + g_{m2}(V_x^- + V_x^+ - V_x^+)}{V_{\text{in}}}$$

$$= g_{m1} - g_{m1}\frac{V_x^-}{V_{\text{in}}} + g_{m2} - g_{m2}\frac{V_x^+}{V_{\text{in}}}$$

$$= g_{m1} + g_{m2} - \frac{1}{V_{\text{in}}}(g_{m1}V_x^- + g_{m2}V_x^+)$$

$$= g_{m1} + g_{m2} - \frac{g_{m1} + g_{m2}}{2} = \frac{g_{m1} + g_{m2}}{2}$$

结论：对差分输入的差分放大器，如果是差分输出，则 $G_m = g_{m1}$，如果是单端输出，为 $G_m = \frac{g_{m1}}{2}$；但是如果负载为电流源的情况，就应该归纳到该题的电路图 3。

16、 题 5.3-7，P192

$G_{m总}$ 的分析，对电路 1 到 4 而言，有 $G_m = g_{mn}$ 或者 $G_m = g_{mp}$，这是因为输入管的输出电流就等于支路的电流，这就是我们平时遇到的大部分情况。而对电路 5、6 而言，却并非如此，虽然输入电压只加在一个管子的栅端，但是由于上面（或者下面）有 2 个支路，这两个支路将输入管的输出电流给固定了，这里可以借助叠加原理来理解，从而使得输入管中电流变为 2 倍，那么 $G_m = \sqrt{2\beta I_D}$，使得 $G_{m总} = \sqrt{2}g_{mp}$ 或者 $\sqrt{2}g_{mn}$

17、 零极点的直观分析法

该书中有很多地方提到了零极点，我们通过传输函数可以计算出零极点，这里我提供一种个人的方法，该方法在简单的电路中，可以很快的得到零极点，这种方法可以帮助解决学习运放时遇到的公式推导麻烦的问题，希望有人可以将这个方法推广，应用到复杂的电路中。
首先我们知道，对得到的传输函数令分子为零，那么计算得到的 S 就是零点，那么引申下，就是从输入到输出的电流之和为零。所以我们在小信号模型中，只要找到产生电流信号的表达式，然后使得他们的和为零，求解就可以得到零点。

1) P140

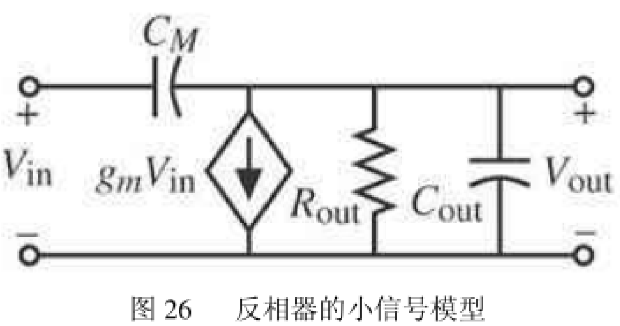


图 26　反相器的小信号模型

从这个小信号模型中，我们可以看出，该零点是因输入到输出的两个电流形成的，一条是输入信号 V_{in} 通过 C_M 直接耦合，另一条是感应电流 g_mV_{in} 产生的，而且两者的方向是相反的，

他们在V_{out}端进行叠加，利用叠加原理，我们建立下面的表达式：

$$\frac{V_{in}}{\frac{1}{SC_M}} = g_m V_{in}$$

求解得到：$S = \frac{g_m}{C_M}$，该结果和通过传输函数计算的结果是一样的。

2) P146

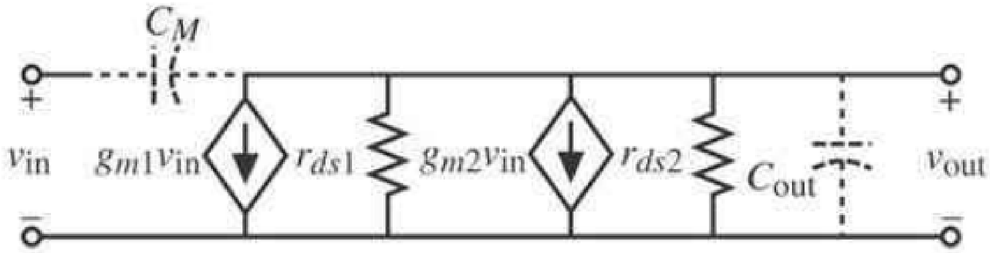


图 27 推挽反相器的小信号模型

从这个小信号模型中，我们可以看出，该零点是因输入到输出的三个电流形成的，一条是输入信号V_{in}通过C_M直接耦合，第二条是感应电流$g_{m1}V_{in}$形成的，第三条是感应电流$g_{m2}V_{in}$型形成的，而且输入信号V_{in}和感应电流的方向是相反的，他们在V_{out}端进行叠加，利用叠加原理，我们建立下面的表达式：

$$\frac{V_{in}}{\frac{1}{SC_M}} = (g_{m1} + g_{m2})V_{in}$$

求解得到$S = \frac{g_{m1} + g_{m2}}{C_M} = \frac{g_{m1} + g_{m2}}{C_{gd1} + C_{gd2}}$，这和书上 5.1-30 的结果是一样的。

注：请注意这里的$g_{m1}V_{in}$、$g_{m2}V_{in}$都是由V_{in}通过电容C_M感应产生的，下面有一种情况，和这个有差别，注意比较。

3) P167

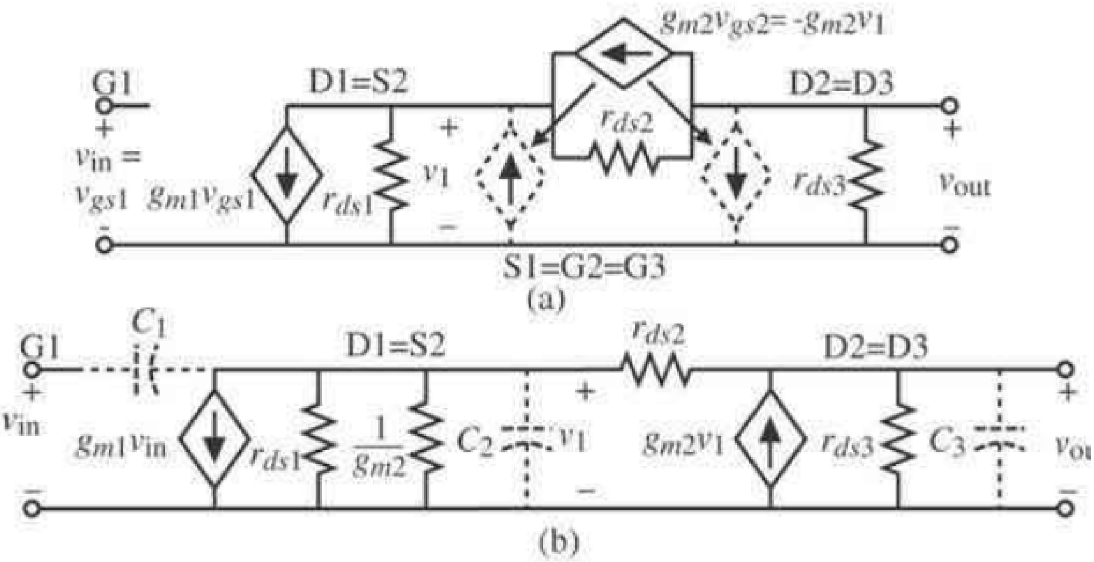


图 28　共源共栅放大器的小信号模型

从这个小信号模型中，我们可以看出，该零点是因输入到输出的三个电流形成的，一条是输入信号 V_{in} 通过 C_1 直接耦合，第二条是感应电流 $g_{m1}V_{in}$ 产生的，第三条感应电流 $g_{m2}V_1$ 是对零点没有贡献的，原因是这两个感应电流时有差别的，其中 $g_{m1}V_{in}$ 是由输入信号 V_{in} 产生的，而 $g_{m2}V_1$ 是由内部的信号 V_1 产生的，所以他们在 V_{out} 端进行叠加时，$g_{m2}V_1$ 这个电流就不能加入，利用叠加原理，我们建立下面的表达式：$\frac{V_{in}}{\frac{1}{SC_1}} = g_{m1}V_{in}$

求解得到：$S = \frac{g_{m1}}{C_1}$，这和书上 5.3-27 的结果是一样的。

4)　P209

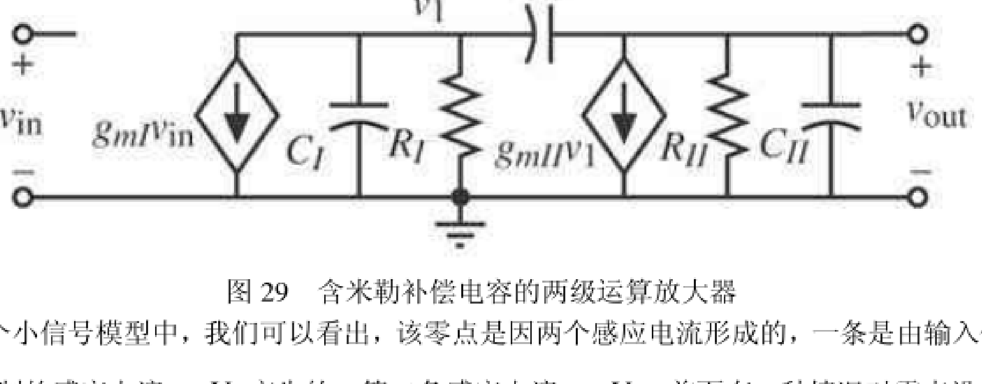


图 29　含米勒补偿电容的两级运算放大器

从这个小信号模型中，我们可以看出，该零点是因两个感应电流形成的，一条是由输入信号 V_{in} 控制的感应电流 $g_{m1}V_{in}$ 产生的，第二条感应电流 $g_{mII}V_1$，前面有一种情况对零点没有贡献的，而这里 $g_{mII}V_1$ 对零点时有贡献的。原因是 V_{in} 产生了 $g_{m1}V_{in}$，而 $g_{m1}V_{in}$ 通过 C_C 感应了

$g_{mII}V_1$，所以他们两个对零点都有贡献，反而V_{in}对零点没有直接的贡献。利用叠加原理，

我们建立下面的表达式：$\dfrac{V_{in}}{\dfrac{1}{SC_C}} = g_{mII}V_1$

求解得到：$S = \dfrac{g_{mII}}{C_C}$，这和书上 6.2-13 结果一样。

5)　P214

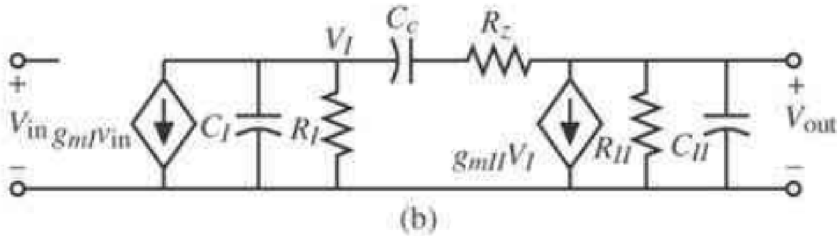


图 30　使用了调零电阻的两级运放的小信号模型

从这个小信号模型中，我们可以看出，该零点是因两个感应电流形成的，一条是由输入信号V_{in}控制的感应电流$g_{mI}V_{in}$产生的，第二条感应电流$g_{mII}V_1$，原理和前一个一样，原因是V_{in}产生了$g_{mI}V_{in}$，而$g_{mI}V_{in}$通过C_C感应了$g_{mII}V_1$，所以他们两个对零点都有贡献，这里唯一不同的就是阻抗是一个电阻和一个电容相串联。利用叠加原理，我们建立下面的表达式：

$$\frac{V_{in}}{\dfrac{1}{SC_C} + R_Z} = g_{mII}V_1$$

求解得到：$S = \dfrac{1}{C_C(\dfrac{1}{g_{mII}} - R_Z)}$，这和书上 6.2-40 结果一样。

第六章

1、 式 6.2-9，P209

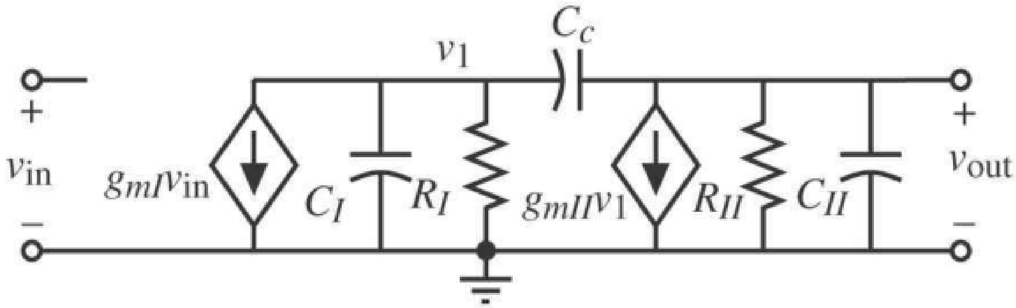


图 31　含米勒补偿电容的两级运算放大器小信号模型

$$\begin{cases} V_1(s)(sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}})+g_{m\mathrm{I}}V_{in}(s)+(V_1(s)-V_{out}(s))sC_c=0 & (1) \\ V_{out}(s)(sC_{\mathrm{II}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{II}}})+g_{m\mathrm{II}}V_1(s)+(V_{out}(s)-V_1(s))sC_c=0 & (2) \end{cases}$$

由（1）得：

$$V_1(s)=\frac{V_{out}(s)sC_c-g_{m\mathrm{I}}V_{in}(s)}{sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}}+sC_c}$$，代入（2）得：

$$V_{out}(s)(sC_{\mathrm{II}}+\frac{1}{R_{\mathrm{II}}}+sC_c)+\frac{V_{out}(s)sC_c-g_{m\mathrm{I}}V_{in}(s)}{sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}}+sC_c}(g_{m\mathrm{II}}-sC_c)=0$$

$$V_{out}(s)(sC_{\mathrm{II}}+\frac{1}{R_{\mathrm{II}}}+sC_c+\frac{sC_c(g_{m\mathrm{II}}-sC_c)}{sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}}+sC_c}-\frac{g_{m\mathrm{I}}(g_{m\mathrm{II}}-sC_c)}{sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}}+sC_c}V_{in}(s)=0$$

$$\therefore\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}=\frac{\dfrac{g_{m\mathrm{I}}(g_{m\mathrm{II}}-sC_c)}{sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}}+sC_c}}{sC_{\mathrm{II}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{II}}}+sC_c+\dfrac{sC_c(g_{m\mathrm{II}}-sC_c)}{sC_{\mathrm{I}}+\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}}+sC_c}}$$

$$=\frac{g_{mI}(g_{mII}-sC_c)}{s^2C_IC_{II}+\frac{sC_{II}}{R_I}+s^2C_cC_{II}+\frac{sC_I}{R_{II}}+\frac{1}{R_IR_{II}}+\frac{sC_c}{R_{II}}+s^2C_cC_I+\frac{sC_c}{R_I}+s^2C_c^2+sC_cg_{mII}-s^2C_c^2}$$

$$=\frac{R_IR_{II}g_{mI}(g_{mII}-sC_c)}{s^2C_IC_{II}R_IR_{II}+sC_{II}R_{II}+s^2C_cC_{II}R_IR_{II}+sC_IR_I+1+sC_cR_I+s^2C_cC_IR_IR_{II}+sC_cR_{II}+sC_cg_{mII}R_IR_{II}}$$

$$=\frac{(g_{mI})(g_{mII})(R_I)(R_{II})(1-\frac{sC_c}{g_{mII}})}{1+s[R_I(C_I+C_c)+R_{II}(C_{II}+C_c)+g_{mII}R_IR_{II}C_c]+s^2R_IR_{II}[C_IC_{II}+C_cC_I+C_cC_{II}]}$$

2、 式 6.2-23，P212

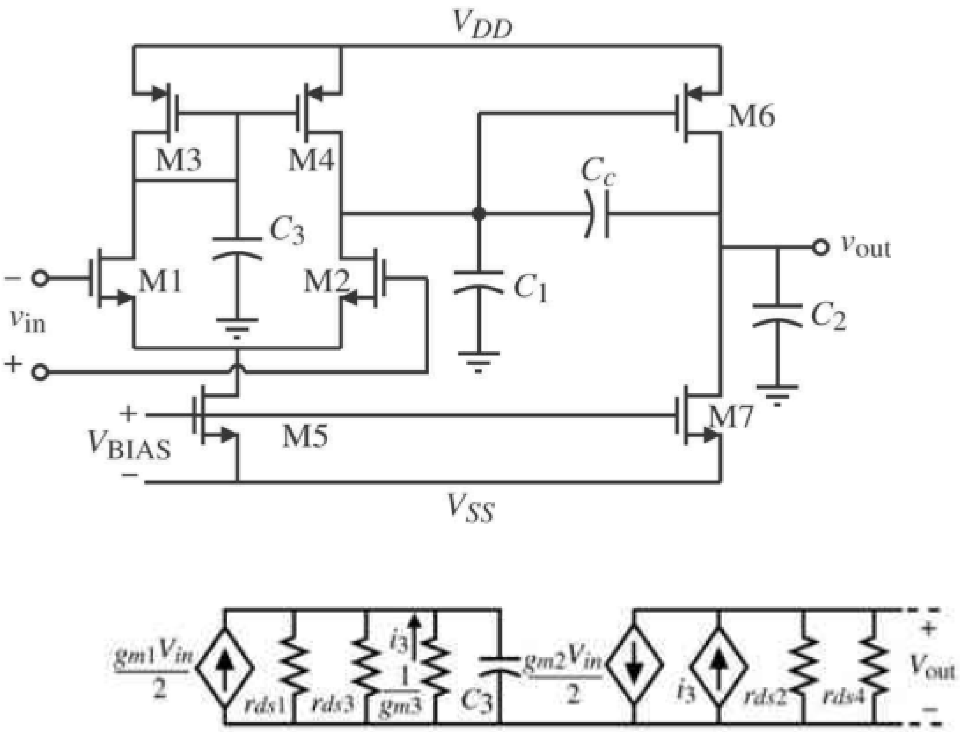


图 32　标出寄生电容的两级运放及小信号模型

$$V_{o1}(s)(g_{ds2}+g_{ds4})+\frac{g_{m2}V_{in}(s)}{2}-i_3=0$$

$$i_3(s)=-\frac{g_{m1}V_{in}(s)}{2}\frac{g_{m3}}{g_{m3}+g_{ds1}+g_{ds3}+sC_3}$$

$$V_{o1}(s)(g_{ds2}+g_{ds4})+\frac{g_{m1}V_{in}(s)}{2}[1+\frac{g_{m3}}{g_{m3}+g_{ds1}+g_{ds3}+sC_3}]=0$$

$$\frac{V_{o1}(s)}{V_{in}(s)}\cong-\frac{g_{m1}}{2(g_{ds2}+g_{ds4})}[\frac{2g_{m3}+sC_3}{g_{m3}+sC_3}]$$

3、 单位增益带宽 GB

定义：主极点延伸与 0db（A=1）轴的交点

证 $GB = A_{v_0} p_1$（设 $p_2 >> GB$）

证明：运放的传递函数

$$A(s) = \frac{A_{v_0}}{(\frac{s}{p_1} - 1)(\frac{s}{p_2} - 1)}$$

当 $s = GB$ 时，$A(s) = 1$

$$\left|\frac{s}{p_2}\right| << 1，\left|\frac{s}{p_1}\right| >> 1 \Rightarrow \frac{A_{v_0}}{\frac{GB}{p_1}} = 1 \Rightarrow GB = A_{v_0} p_1$$

A_{v_0} 或 $A_v(0)$ 是频率接近 0 时的运算放大器的增益

（或 $\omega = 0$，则 $A_v(\omega) = -20\lg\frac{\omega}{\omega_p} = -\infty$，故 $\omega \approx 0$，一般 $\omega = 0.1\omega_p$）

4、 式 6.2-7、6.2-8，P207

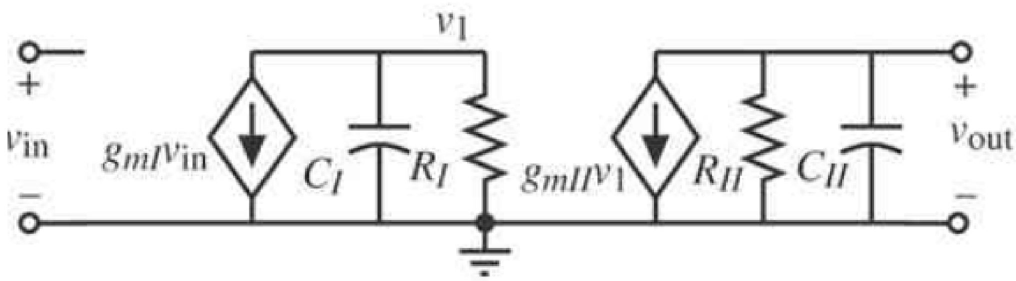


图 33　两级运放的二阶小信号模型

$$\begin{cases} v_1(\frac{1}{R_{\mathrm{I}}} + sC_{\mathrm{I}}) + g_{m\mathrm{I}} v_{in} = 0 \\ v_{out}(sC_{\mathrm{II}} + \frac{1}{R_{\mathrm{II}}}) + g_{m\mathrm{II}} v_1 = 0 \end{cases}$$

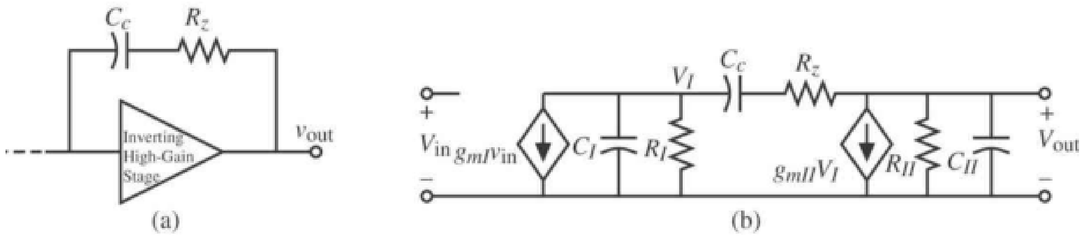
$$\Rightarrow \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-\dfrac{g_{m\mathrm{II}} v_{\mathrm{I}}}{sC_{\mathrm{II}} + \dfrac{1}{R_{\mathrm{II}}}}}{-\dfrac{v_{\mathrm{I}}(\dfrac{1}{R_{\mathrm{I}}} + sC_{\mathrm{I}})}{g_{m\mathrm{I}}}} = \frac{g_{m\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}}{sC_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}} + 1} \frac{g_{m\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}}}{sC_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}} + 1}$$

$$= \frac{g_{m\mathrm{I}} g_{m\mathrm{II}} R_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{II}}}{1 + s(C_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}} + C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}) + s^2 C_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}} C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}} \cong \frac{g_{m\mathrm{I}} g_{m\mathrm{II}} R_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{II}}}{1 + sC_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}} + s^2 C_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}} C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}}$$

（因为 $p_2 = \dfrac{1}{C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}}$，远离零点，所以 p_2 大，$C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}$ 小，所以可以忽略 $C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}$）

$$\therefore p_1^{'} = \frac{1}{C_{\mathrm{I}} R_{\mathrm{I}}}, p_2^{'} = \frac{1}{C_{\mathrm{II}} R_{\mathrm{II}}}$$

5、 式 6.2-41，P215



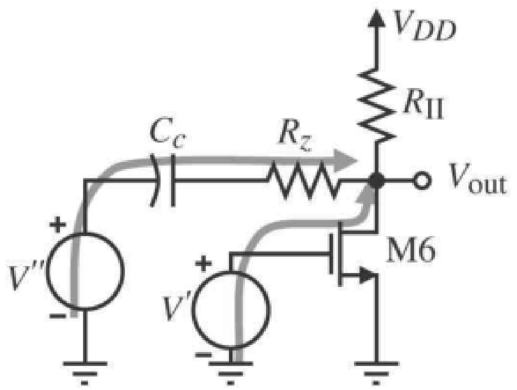


图 34　　带调零电阻的两级运放的小信号模型及电阻控制 RHP 零点示意图

由叠加原理有，

当 $V^{''}$ 存在，$V^{'}$ 为 0 时，$V_{out1} = \dfrac{V^{''}}{R_{\mathrm{II}} + R_z + \dfrac{1}{sC_c}} R_{\mathrm{II}}$

当$V^{'}$存在，$V^{''}$为 0 时，$V_{out2}=\dfrac{R_{II}(R_z+\frac{1}{sC_c})}{R_{II}+R_z+\frac{1}{sC_c}}(-g_{m6}V^{'})$（前面为$(R_z+\dfrac{1}{sC_c})$ R_{II}，后面为共源的输出电流）

$$\therefore V_{out}=V_{out1}+V_{out2}=\frac{-g_{m6}R_{II}(R_z+\frac{1}{sC_c})}{R_{II}+R_z+\frac{1}{sC_c}}V^{'}+\frac{R_{II}}{R_{II}+R_z+\frac{1}{sC_c}}V^{''}$$

$$=\frac{-R_{II}(g_{m6}R_z+\frac{g_{m6}}{sC_c}-1)}{R_{II}+R_z+\frac{1}{sC_c}}V\text{（设}V^{'}=V^{''}=V\text{）}$$

6、 式 6.4-1，P231，

$$PSRR=\frac{A_v(V_{dd}=0)}{A_{dd}(V_{in}=0)}$$

理解：分子为电流电压的纹波为 0 时，即电源稳定时的增益A_v，此时的输入为差模输入V_{in}，$A_v=\dfrac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}}$；分母是$V_{in}=0$，电源电压的纹波$V_{dd}$作为输入时，信号在输出端得出的增益$A_{dd}$，$A_{dd}=\dfrac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{dd}}$

$$\therefore PSRR=\frac{\frac{V_{out}}{V_{in}}(V_{dd}=0)}{\frac{V_{out}}{V_{dd}}(V_{in}=0)}=\frac{\Delta V_{dd}}{\Delta V_{out}}A_v(s)$$

PSRR 体现的是一种抑制电源纹波干扰的能力，故理想运放的$A_{dd}=0(V_{in}=0)$ $\therefore PSRR=\infty$

7、 式 6.4-2，P231

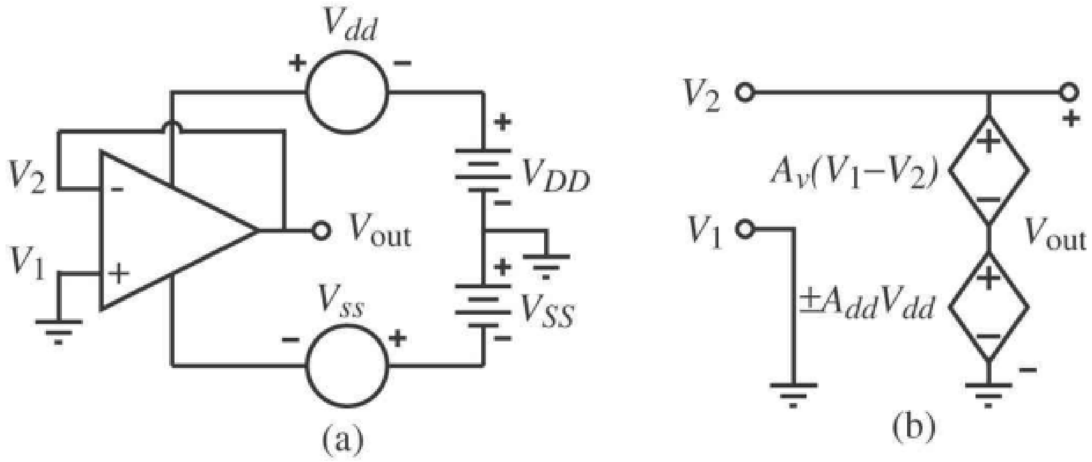


图 35　计算 PSRR 的模型

$V_{out} = A_v(V_1 - V_2) + A_{dd}V_{dd}$ （输入信号+电源纹波）

$$= -A_v V_{out} + A_{dd}V_{dd}$$

$$(1 + A_v)V_{out} = A_{dd}V_{dd}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{dd}} \cong \frac{A_{dd}}{A_v} = \frac{1}{\mathrm{PSRR}^+}$$