TD 7 – k-Connexité

Exercice 1 Prouves la proposition suivante :
Soit G un graphe k-connexe, et soient X et Y deux sous-ensembles de V de taille k alors G possède k (X, Y)-chemins disjoints.

Exercice 2 Soit $G = (V, E)$. Prouvez ou infirmez les énoncés suivants :

1. Un graphe G est 2-connexe si et seulement si il existe T_1 et T_2 deux arbres couvrants de G tel que $E(T_1) \cap E(T_2) = \emptyset$.
2. Si G est k-connexe alors $\delta(G) \geq k$.

Exercice 3 Un graphe G est k-arête connexe si pour tout sous-ensemble X de E de taille inférieure à k $G' = (V, E \setminus X)$ est connexe.

Si G est k-arête connexe, est-ce qu'il est k-connexe ?

Qu'en est-il de la réciproque ?

Exercice 4 Soit $G = (V, E)$ un graphe 2-connexe. Montrez que pour toute paire de sommets x, y il existe un cycle C qui les contient.

Exercice 5 Soit $D = (V, A)$ un graphe orienté et soient x et y deux sommets distincts de D. Montrez que trouvez le nombre maximum de chemins arcs-disjoints entre x et y dans D peut être modélisé en un problème de flot maximum.

Exercice 6 Soit $D = (V, A)$ un graphe orienté et soient x et y deux sommets distincts de D. Montrez que trouvez le nombre maximum de chemins sommets-disjoints peut se modéliser par le problème traité à l'exercice précédent.

En déduire que le problème qui consiste à chercher le nombre maximum de chemins sommets-disjoints entre deux sommets d'un graphe non orienté peut être modélisé en un problème de flots.