

TD 6

Exercice 1 Laquelle de ces affirmations suivantes est vraie ?

- $\chi \leqslant \omega$
- $\omega \leqslant \chi$

Exercice 2 Soit $G = (A, B, E)$ le graphe biparti complet $K_{n,n}$ moins un couplage parfait avec $2n$ sommets. Trouvez une permutation des sommets π_1 tel que l'algorithme glouton utilise seulement deux couleurs. Trouvez une permutation π_2 tel que l'algorithme glouton affecte un nombre maximum de couleurs. Combien de couleurs seront utilisées ?

Exercice 3 Soit $G = (V, E)$ un graphe non-orienté. Soit v un sommet d'articulation de G . Soit G_1 et G_2 les blocs de G . Montrez que $\chi(G) = \max\{\chi(G_1), \chi(G_2)\}$.

Exercice 4 Un graphe G est k -dégénéré, si on peut obtenir le graphe K_1 en supprimant successivement les sommets de G de degré au plus k .

1. Montrez qu'un graphe est k -dégénéré si et seulement si pour tout sous-graphe F de G , il existe un sommet de F de degré au plus k .
2. Caractérissez les graphes 1-dégénérés.
3. Montrez que les graphes k -dégénérés sont $k+1$ colorables.

Exercice 5 Montrez le théorème de Vizing : $\chi' \leqslant \Delta + 1$