

L3 GRAPHS - TD PLUS COURTS CHEMIN

Exercice 1 Dans un graphe pondéré, en présence de cycle négatifs exhibez un exemple où l'algorithme de Dijkstra ne trouve pas le plus court chemin.

Exercice 2 Soit $G = (V, E)$ un graphe valué où les valuations sont $[1, +\infty)$. Nous souhaitons résoudre le problème du plus court chemin, où cette fois la longueur du chemin est calculé en fonction du produit des poids/longueurs des arêtes du chemin. Concevez un algorithme qui permet de trouver un arborescence de plus court chemins avec ce nouveau mode de calcul.

Exercice 3 Soit $G = (V, E)$ un graphe pondéré où toutes les arêtes sont valués entre 0 et 1. Le poids d'une arête représente la probabilité de bon fonctionnement. Étant donné un sommet s nous souhaitons trouver une arborescence de chemins les plus fiables (avec la plus grande probabilité d'arriver).

Exercice 4 Montrez que si nous savons résoudre le problème du plus court chemin en présence de cycle de longueur négative, alors nous savons résoudre le problème du plus long chemin dans un graphe.

Exercice 5 Sur un graphe valué (avec des poids positifs uniquement) est-ce que l'algorithme de Dijkstra (avec les tas de Fibonacci) peut toujours s'exécuter en temps en dessous de $O(m + n \log n)$?