

新疆大学《概率论与数理统计》2023-2024 学年 第一学期期末试卷

一、单项选择(共 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

1. 某人每次射击命中目标的概率为 $p(0 < p < 1)$, 他向目标连续射击, 则第一次未中第二次命中的概率为 ()

- A. p^2 B. $(1-p)^2$
C. $1-2p$ D. $p(1-p)$

2. 已知 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$, 且 $A \subset B$, 则 $P(A|B)=$ ()

- A. 0 B. 0.4
C. 0.8 D. 1

3. 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(A)=0.6$, $P(B-A)=0.2$, 则 $P(A-B)=$ ()

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

$$f(x) = \begin{cases} A \cos x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}], \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

4. 设随机变量 X 的密度函数为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 2

5. 下列函数中可作为某随机变量的概率密度的是 ()

- A. $\begin{cases} \frac{100}{x^2}, & x > 100, \\ 0, & x \leq 100 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{10}{x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} -1, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{1}{2}, & \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

6. 设二维随机变量(X, Y)的协方差 $Cov(X, Y)=1/6$, 且 $D(X)=4$, $D(Y)=9$, 则 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} 为 ()

- A. $\frac{1}{216}$ B. $\frac{1}{36}$
C. $\frac{1}{6}$ D. 1

7. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_0 为来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $\bar{X} \sim$ ()

- A. $N(\mu, 10\sigma^2)$ B. $N(\mu, \sigma^2)$

- C. $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{10}\right)$ D. $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{\sqrt{10}}\right)$

二、计算题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $P(A)=0.3$, $P(B|A)=0.6$, 则 $P(AB)=$ _____

2. 10 件同类产品中有 1 件次品, 现从中不放回地接连取 2 件产品, 则在第一次取得正品的条件下, 第二次取得次品的概率是 _____

3. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \sin x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x \geq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ 其概率密度为 $f(x)$, 则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 设 x_1, x_2 都服从区间 $(0, 1)$ 的均匀分布, 则. $E(X_1 + X_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 设 x_1, x_2, x_3, x_4 为总体 x 的样本, $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + kX_3 + \frac{1}{12}x$ 为总体均值的无偏估计量, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$

三、计算题 (共 4 小题, 每小题 8 分, 共 32 分)

1. 设事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(A \cup B) = 0.6$, $P(A) = 0.2$, 求 $P(B)$.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 只能取下列数组中的值:

$$(0, 0), (-1, 1), (-1, -\frac{1}{3}), (2, 0),$$

且取这些值的概率依次为 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}$.

(1) 写出 (X, Y) 的分布律: (4 分) (2) 分别求 (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布律 (4 分)

3. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} kx & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 求 (1) k 的值; (2) $Y = 3X - 1$ 的概率密度.

4. 设 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

(1) 判断 x 与 y 是否独立 (4 分); (2) 求 $P\{X \leq 0.5, Y \leq 2\}$. (4 分)

四、应用题 (共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

1. 设品牌空调在夏季销售的销售量 X (台) 服从区间 $(0, 100)$ 内的均匀分布, 所得利润 Y (以万元计) 为 $r=X(-100+3X)$, 求该品牌空调获得利润 Y 的数学期望.

2. 设总体 x 的概率密度函数为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta^2}{x^3} e^{-\frac{\theta}{x}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 θ 是未知参数且大于零., X_1, X_2, \dots, X_n 是容量为 n 的简单随机样本, 试求参数 θ 的最大似然估计量.

3. 某生产厂家生产的圆盘形玩具的直径 $X \sim N(\mu, 0.24)$, 规定直径的标准为 $\mu_0 = 7.2cm$, 产品监察部门随机抽查了这种玩具 6 个, 测得这 6 个玩具的直径为 6.9cm, 6.8cm, 7.2cm, 7.0cm, 6.6cm, 7.5cm. 试用这些数据说明: 玩具的直径是否符合规定的标准? ($\alpha = 0.05$). ($\mu_{\alpha/2} = 1.645, \mu_{\alpha/2s} = 1.96, t_{\alpha/2}(5) = 2.015, t_{\alpha/2s}(5) = 2.5706$)