

课程代码:

座位号:

模拟试卷

《概率论与数理统计》试卷 A

姓名:_____学号:_____专业:_____

学院:_____班级:_____

一、选择题 (本大题共 5 小题, 每题 2 分, 共 10 分)

1. 下列问题可设为离散型随机变量的是 【 】
- A. 新生儿的身高和体重
B. 在区间 $(0,5)$ 内任取 2 个数, 这两个数的差
C. 根据某商店过去销售记录为保证不脱销, 某商品的进货数
D. 两人相约于 10:00-11:00 会面, 他们的会面时刻
2. 假设样本 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 期望 μ 未知, 则下列估计量中关于 σ^2 的无偏估计量是 【 】
- A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ D. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$
3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自 $N(0,1)$ 的样本, 样本均值为 \bar{X} , 样本方差为 S^2 , 则 【 】
- A. $n\bar{X} \sim N(0,1)$ B. $nS^2 \sim \chi^2(n)$
C. $\frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$ D. $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$
4. 如果随机变量 X, Y 的相关系数 $\rho_{XY}=0$, 则下列结论与之等价的是 【 】
- A. $cov(X, Y) = 0$ B. X, Y 相互独立
C. $D(XY) = D(X)D(Y)$ D. X 与 Y 不一定不相关
5. 可以作为随机变量 X 的概率密度函数的是 【 】
- A. $f(x) = \begin{cases} 1/3, & x \in [0,1] \\ 2/9, & x \in [3,6] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ B. $f(x) = \begin{cases} 4x/\pi^2, & x \in (0, \pi) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

$$C. f(x) = \begin{cases} 1 - 5e^{-5x}, & x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad D. f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma}}$$

二、填空题（本大题共 10 空，每空 2 分，共 20 分）

6. 设 A、B、C 为 3 个随机事件，则 A、B、C 至少有一个发生表示为_____，若 $P(A) = P(B) = 0.25, P(C) = 1/3, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = 1/12$ ，则 A、B、C 至少有一个事件发生的概率为_____。
7. 设随机变量 X 服从指数分布，概率密度函数 $f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，则随机变量 X 的分布函数为 $F(x) =$ _____, 期望为_____, 方差为 $D(X) =$ _____。
8. 随机变量 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ ，则 $2X - Y$ 服从分布为_____。
9. 随机变量 X 与 Y 相互独立，对应分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$ 设 $M = \max\{X, Y\}$ ，则其分布函数为_____。
10. 在假设检验中，容易出现两类错误， $P\{\text{拒绝}H_0|H_0\text{为真}\} = \alpha$ 为_____概率。
11. 在正态总体期望 μ 已知，方差未知时，n 个简单随机样本，统计量 $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ 服从_____分布。
12. 在掷骰子游戏中，假设骰子密度均匀，外形规则，连续掷骰子 3 次，这 3 次点数都大于 3 的概率是_____。

三、计算题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

13. 有朋自远方来，不亦乐乎。甲乙两人相约在甲所在地见面，假设乙前往目的地的交通有火车，飞机，汽车三种方式，其乘坐的概率分别为 0.3，0.5，0.2，假设这三种交通方式晚点的概率分别为 0.05，0.01，0.1。
求：1) 乙前往目的地晚点的概率；（6 分）
2) 现假设乙已经晚点，未在约定时间见面，乙乘火车的概率是多少？（4 分）
14. 设离散型随机变量分布律为 $P\{X = k\} = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, 3, \dots$ ，
求(1) X 为偶数的概率；（6 分）
(2) 计算 X 的区间概率 $P\{2 < X \leq 5\}$ 。（4 分）
15. 设二维随机向量 (X, Y) 的概率密度函数为
- $$f(x, y) = \begin{cases} 1/4, & x \in [0, 2], y \in [0, 2], \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
- 求 (1) X, Y 的边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$ ，并判断 X 与 Y 是否相互独立。（6 分）
(2) 求随机变量函数 $Z = X + Y$ 的概率密度函数。（4 分）

四、统计题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

16. 设总体 X 服从泊松分布 X_1, X_2, \dots, X_n ，为简单随机样本，其样本观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n 。

(1) (8 分) 试求泊松分布未知参数 λ 的最大似然估计。（其中 $\lambda > 0$ ）

(2) (2 分) 请问你所得到的最大似然估计值是否满足无偏性？

17. 从一批滚珠中抽样 5 个，测得其直径样本均值和方差为： $\bar{x} = 14.95$,

$s^2 = 0.2062$ 。若直径 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。

（注： $\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.65) = 0.95, t_{0.025}(4) = 2.7764, t_{0.025}(5) = 2.5706$ ，保留四位小数）

18. 某工厂对某项工艺进行了技术革新，从革新后的产品中随机抽取 26 件，测得其零件的厚度，计算得样本方差为 $s^2 = 0.00066 (\text{mm}^2)$ 。设零件厚度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，已知革新前零件的厚度 $\sigma^2 = 0.0012$ ，问这批产品厚度的方差较以往有无显著性变化？（显著性水平 $\alpha = 0.05$ 保留三位小数）

（注： $\chi_{0.025}^2(25) = 37.652, \chi_{0.025}^2(26) = 38.885, \chi_{0.975}^2(25) = 13.120, \chi_{0.975}^2(26) = 13.844$ 。）

五、应用题（本大题共 1 小题，共 10 分）

19. 现有一本 20 万字的长篇小说需进行排版。假定 (1) 每个字是否被错排是相互独立的；(2) 每个字被错排的概率为 $p = 1 \times 10^{-5}$ 。

试求这本小说出版后发现 5 个以上错字的概率。

（注： $\Phi(3.5) = 0.9998, \Phi(2.12) = 0.9830, \Phi(1.5) = 0.9332$ ）