

课程代码:

座位号:

## 模拟试卷

### 《概率论与数理统计》试卷 A

姓名:\_\_\_\_\_ 学号:\_\_\_\_\_ 专业:\_\_\_\_\_

学院:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_

#### 一、选择题 (本大题共 5 小题, 每题 2 分, 共 10 分)

1. 下列问题可设为离散型随机变量的是 【 】  
A. 新生儿的身高和体重  
B. 在区间(0, 5)内任取 2 个数, 这两个数的差  
C. 根据某商店过去销售记录为保证不脱销, 某商品的进货数  
D. 两人相约于 10: 00-11: 00 会面, 他们的会面时刻
2. 假设样本  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$ , 期望  $\mu$  未知, 则下列估计量中关于  $\sigma^2$  的无偏估计量是 【 】  
A.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$       B.  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$   
C.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$       D.  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$
3. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为取自  $N(0, 1)$  的样本, 样本均值为  $\bar{X}$ , 样本方差为  $S^2$ , 则 【 】  
A.  $n\bar{X} \sim N(0, 1)$       B.  $nS^2 \sim \chi^2(n)$   
C.  $\frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$       D.  $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$
4. 如果随机变量  $X, Y$  的相关系数  $\rho_{XY}=0$ , 则下列结论与之等价的是 【 】  
A.  $cov(X, Y) = 0$       B.  $X, Y$  相互独立  
C.  $D(XY) = D(X)D(Y)$       D.  $X$  与  $Y$  不一定不相关
5. 可以作为随机变量  $X$  的概率密度函数的是 【 】  
A.  $f(x) = \begin{cases} 1/3, & x \in [0, 1] \\ 2/9, & x \in [3, 6] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$       B.  $f(x) = \begin{cases} 4x/\pi^2, & x \in (0, \pi) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

$$C. f(x) = \begin{cases} 1 - 5e^{-5x}, & x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad D. f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma}}$$

## 二、填空题 (本大题共 10 空, 每空 2 分, 共 20 分)

6. 设 A、B、C 为 3 个随机事件, 则 A,B,C 至少有一个发生表示为 \_\_\_\_\_, 若  $P(A) = P(B) = 0.25, P(C) = 1/3, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = 1/12$ , 则 A,B,C 至少有一个事件发生的概率为 \_\_\_\_\_。
7. 设随机变量 X 服从指数分布, 概率密度函数  $f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$ , 则随机变量 X 的分布函数为  $F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ , 期望为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 方差为  $D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 随机变量  $X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ , 则  $2X-Y$  服从分布为 \_\_\_\_\_。
9. 随机变量 X 与 Y 相互独立, 对应分布函数分别为  $F_X(x), F_Y(y)$  设  $M = \max\{X, Y\}$ , 则其分布函数为 \_\_\_\_\_。
10. 在假设检验中, 容易出现两类错误,  $P\{\text{拒绝 } H_0 \mid H_0 \text{ 为真}\} = \alpha$  为 \_\_\_\_\_ 概率。
11. 在正态总体期望  $\mu$  已知, 方差未知时,  $n$  个简单随机样本, 统计量  $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$  服从 \_\_\_\_\_ 分布。
12. 在掷骰子游戏中, 假设骰子密度均匀, 外形规则, 连续掷骰子 3 次, 这 3 次点数都大于 3 的概率是 \_\_\_\_\_。

## 三、计算题 (本大题共 3 小题, 每题 10 分, 共 30 分)

13. 有朋自远方来, 不亦乐乎。甲乙两人相约在甲所在地见面, 假设乙前往目的地的交通有火车, 飞机, 汽车三种方式, 其乘坐的概率分别为 0.3, 0.5, 0.2, 假设这三种交通方式晚点的概率分别为 0.05, 0.01, 0.1。  
求: 1) 乙前往目的地晚点的概率; (6 分)  
2) 现假设乙已经晚点, 未在约定时间见面, 乙乘火车的概率是多少? (4 分)

14. 设离散型随机变量分布律为  $P\{X = k\} = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, 3, \dots$ ,

- 求 (1) X 为偶数的概率; (6 分)  
(2) 计算 X 的区间概率  $P\{2 < X \leq 5\}$ 。 (4 分)

15. 设二维随机向量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1/4, & x \in [0, 2], y \in [0, 2], \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- 求 (1) X, Y 的边缘密度  $f_X(x), f_Y(y)$ , 并判断 X 与 Y 是否相互独立。 (6 分)  
(2) 求随机变量函数 Z=X+Y 的概率密度函数。 (4 分)

#### 四、统计题 (本大题共 3 小题, 每题 10 分, 共 30 分)

16. 设总体  $X$  服从泊松分布  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 为简单随机样本, 其样本观测值为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。

(1) (8 分) 试求泊松分布未知参数  $\lambda$  的最大似然估计。(其中  $\lambda > 0$ )

(2) (2 分) 请问你所得到得最大似然估计值是否满足无偏性?

17. 从一批滚珠中抽样 5 个, 测得其直径样本均值和方差为:  $\bar{x} = 14.95$ ,  $s^2 = 0.2062$ 。若直径  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 求  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间。  
(注:  $\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.65) = 0.95, t_{0.025}(4) = 2.7764, t_{0.025}(5) = 2.5706$ , 保留四位小数)

18. 某工厂对某项工艺进行了技术革新, 从革新后的產品中随机抽取 26 件, 测得其零件的厚度, 计算得样本方差为  $s^2 = 0.00066 (\text{mm}^2)$ 。设零件厚度服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 已知革新前零件的厚度  $\sigma^2 = 0.0012$ , 问这批产品厚度的方差较以往有无显著性变化? (显著性水平  $\alpha = 0.05$  保留三位小数)

(注:  $\chi^2_{0.025}(25) = 37.652, \chi^2_{0.025}(26) = 38.885, \chi^2_{0.975}(25) = 13.120, \chi^2_{0.975}(26) = 13.844$ .)

#### 五、应用题 (本大题共 1 小题, 共 10 分)

19. 现有一本 20 万字的长篇小说需进行排版。假定(1)每个字是否被错排是相互独立的; (2)每个字被错排的概率为  $p = 1 \times 10^{-5}$ 。

试求这本小说出版后发现有 5 个以上错字的概率。

(注:  $\Phi(3.5) = 0.9998, \Phi(2.12) = 0.9830, \Phi(1.5) = 0.9332$ )