第 1 章 信号与系统基本概念评分标准与答案

本章布置题目为：

1-1，1-3，1-4（2）（3）（5），1-5，1-6（1），1-7，1-14

判分标准（正确得分）

1-1 信号$f(t)$如图 1-8(例 1-1 的波形)所示，分别按以下顺序求f（-3t-2）。

（1）反褶、尺度、移位-----10 分

（2）尺度、移位、反褶----10 分

1-2 试计算图 1-29 所示函数$f_1(t)$和$f_2(t)$的卷积积分。（图略）

1-3 设某有限长实数序列为

$$x(n) = \{8,7,\underline{9},5,1,7,9,5\}$$

（1）画出$x(n)$和$x(-n)$的波形；---4 分

（2）计算 $x_e(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)+x(-n)\right]$并画出波形；----2 分

（3）计算 $x_0(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)-x(-n)\right]$并画出波形；-----2 分

（4）求 $x_1(n)=x_e(n)+x_0(n)$，将$x_1(n)$和$x(n)$比较，你能得出什么结论？---2 分

1-4 判断下列每个序列是否是周期性的；若是周期性的，试确定其周期。

(1) $f(t)=\cos 20t+\cos 22t$

(2) $f(t)=4\sin 7t+5\sin 2\pi t$ ------6 分

(3) $x(n)=A\cos(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8})$ -------6 分

(4) $x(n)=A\sin(\frac{13}{3}\pi n)$

(5) $x(n)=e^{j(\frac{\pi}{6}-n)}$ ------6 分

(6) $x(n)=\cos\frac{n\pi}{12}+\sin\frac{n\pi}{18}$

1-5 有一个连续正弦信号 $x(t)=\cos(2\pi ft+\varphi)$，其中 $f=20Hz$，$\varphi=\frac{\pi}{6}$。---12 分

(1) 求其周期 T；

(2) 在 $t=nT_S$ 时刻对其抽样，$T_S=0.02s$，写出抽样后序列 $x(n)$ 的表达式；

(3) 求 $x(n)$ 的周期 N。

1-6 判断下列系统的线性和时不变性。

(1) $y(n)=2x(n)+3$ -----10 分

(2) $y(n)=x(n)\sin(\frac{2}{7}\pi n+\frac{\pi}{6})$

1-7 已知线性时不变系统激励 $x_1(t)$ 和响应 $y_1(t)$ 的波形如图 1-30a 和 b 所示，试求激励如图 1-30c 所示的 $x_2(t)$ 波形时的响应 $y_2(t)$ 的波形。 （图略） -----15 分

1-8 试证明；序列的“卷积和”满足交换律和分配律。

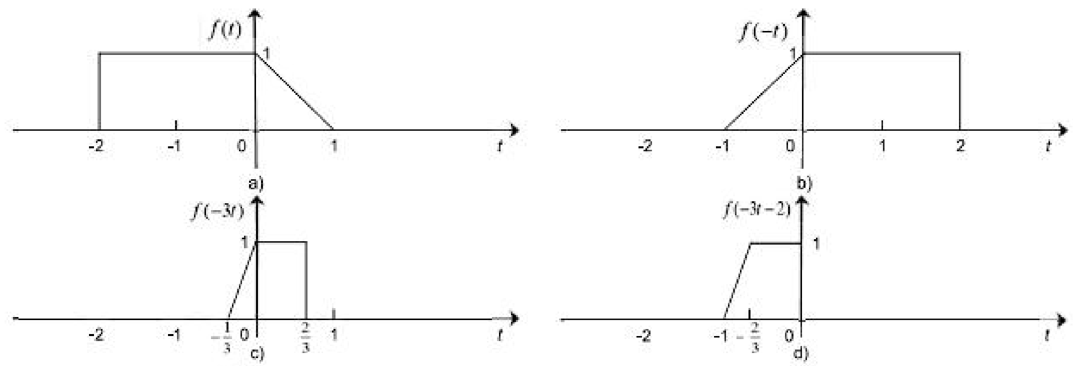
1-13 如果系统的输出变化不会发生在输入变化之前，则称该系统为因果系统，证明此定义等价于：当 n<0 时，线性时不变系统的单位脉冲响应 $h(n)$=0，则该系统必然为因果系统。

1-14 设时域离散线性时不变系统的单位脉冲响应 $h(n)$和输入激励信号 $x(n)$分别为 $h(n)=(\frac{j}{2})^n u(n)$， $j=\sqrt{-1}$ 和 $x(n)=\cos(\pi n)u(n)$。求系统对 $x(n)$的稳态响应 $y(n)$（这里稳态响应指 n 足够大时的响应）。------15 分

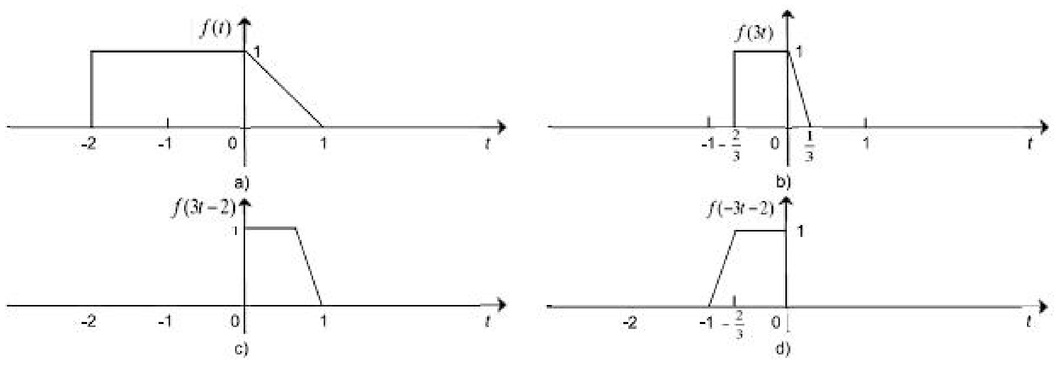
参考答案

1-1

（1）10 分



（2）10 分



1-2 改变两函数的自变量为τ，则有

$$f_1(\tau)=\begin{cases} & (-0.5\le\tau\le 1)\\ 0 & (\tau\text{为其他值})\end{cases}\quad,\ f_2(\tau)=\begin{cases}\frac{1}{2}\tau & (0\le\tau\le 2)\\ 0 & (\tau\text{为其他值})\end{cases}$$

将 $f_2(\tau)$反褶为$f_2(-\tau)$ ，使之沿τ轴自左至右平移 t，得到$f_2(t-\tau)$，其中参变量 t 1自-∞逐渐向右平移。由于$f_1(\tau)$和$f_2(t-\tau)$均为有限长波形，因此相乘和积分应分几个区间进行。

(1) $1\le t\le 1.5$，$f_1(\tau)$和$f_2(t-\tau)$两波形重叠区间为$-0.5<\tau<t$，因此：

$$f(t)=f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(\tau)f_1(t-\tau)=\int_{-0.5}^{t}1*\frac{1}{2}(t-\tau)d\tau=\frac{t^2}{4}+\frac{t}{4}+\frac{1}{16}$$

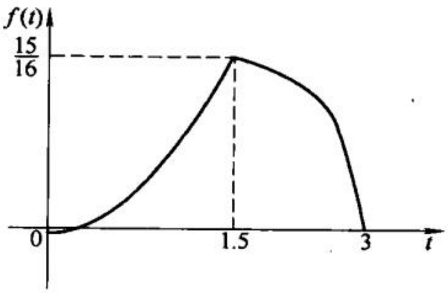
(2) $-0.5\le t\le 1$，$f_1(\tau)$和$f_2(t-\tau)$两波形重叠区间为$-0.5\le\tau\le 1$，因此：

$$f(t)=\int_{-0.5}^{1}1*\frac{1}{2}(t-\tau)d\tau=\frac{3}{4}t-\frac{3}{16}$$

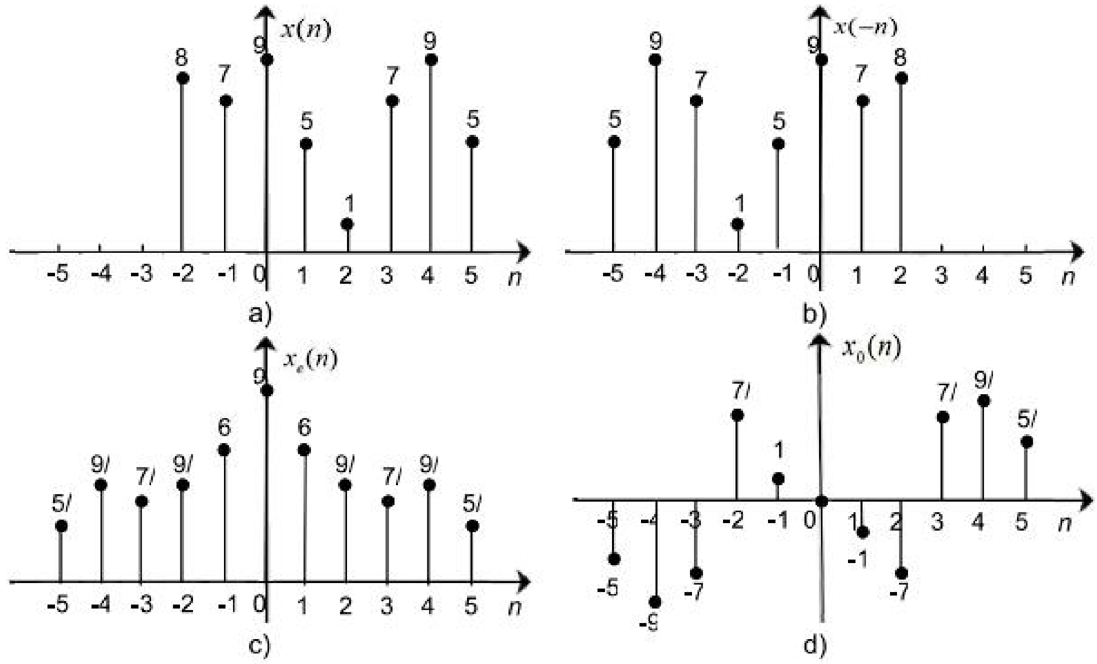
(3) $1.5\le t\le 3$，$f_1(\tau)$和$f_2(t-\tau)$两波形重叠区间为$t-2\le\tau\le 1$，因此：

$$f(t)=\int_{t-2}^{1}1*\frac{1}{2}(t-\tau)d\tau=-\frac{t^2}{4}+\frac{t}{2}+\frac{3}{4}$$

$$f(t)=\begin{cases}\frac{t^2}{4}+\frac{t}{4}+\frac{1}{16} & -0.5\leqslant t\leqslant 1\\ \frac{3}{4}t-\frac{3}{16} & 1\leqslant t\leqslant 1.5\\ -\frac{t^2}{4}+\frac{t}{2}+\frac{3}{4} & 1.5\leqslant t\leqslant 3\\ 0 & t\leqslant -0.5, t\geqslant 3\end{cases}$$



1-310 分



1-4

(1) $\cos 20t$ 周期是$\dfrac{\pi}{10}$， $\cos 22t$ 周期是$\dfrac{\pi}{11}$，所以最小周期是$T=\pi$。

(2) $4\sin 7t$ 周期是$\dfrac{2\pi}{7}$， $\sin(2\pi t)$ 周期是 1，不存在公倍数，非周期函数。6 分

(3) $T=\dfrac{2\pi}{3\pi/7}=\dfrac{14}{3}$，取整数，最小周期是$N=14$。6 分

(4) $T=\dfrac{2\pi}{13\pi/3}=\dfrac{6}{13}$，取整数，最小周期是$N=6$。

(5) 2π 是无理数，不存在整数，非周期函数.6 分

(6) $\cos\dfrac{n\pi}{12}$ 周期是 24， $\sin\dfrac{n\pi}{18}$ 周期是 36，所以最小周期是$N=72$。

1-512 分

1) $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{20}\text{s}$

2) $t=0.02T_S$ 代入正弦信号表达式得： $x(n)=\cos(0.8\pi n+\dfrac{\pi}{6})$

3) $T=\dfrac{2\pi}{0.8\pi}=\dfrac{5}{2}$，取整数 $N=5$

1-6

设 a 为任意常数，

(1) $T[ax(n)]=2ax(n)+3\neq ay(n)$不满足比例性，非线性系统。

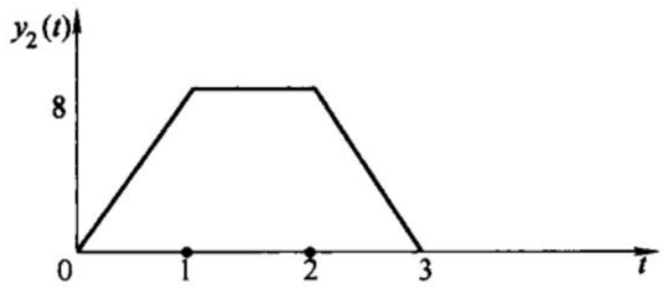
$T[x(n-n_0)]=2x(n-n_0)+3=y(n-n_0)$，时不变系统。10 分

(2) $T[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]=a_1x_1(n)\sin(\frac{2}{7}\pi n+\frac{\pi}{6})+a_2x_2(n)\sin(\frac{2}{7}\pi n+\frac{\pi}{6})=a_1y_1(n)+a_2y_2(n)$

，满足叠加原理，是线性系统。

$T[x(n-n_0)]=x(n-n_0)\sin(\frac{2}{7}\pi n+\frac{\pi}{6})\neq x(n-n_0)\sin(\frac{2}{7}\pi(n-n_0)+\frac{\pi}{6})=y(n-n_0)$时变系统

1-715 分



1-8

（1）交换律

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m),令t=n-m,则$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(n-t)*h(t)=h(t)*x(t)$$

（2）分配律

$$x(n)*[h_1(n)+h_2(n)]=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)[h_1(n-m)+h_2(n-m)]$$

$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h_1(n-m)+\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h_2(n-m)$$

$$=x(n)*h_1(n)+x(n)*h_2(n)$$

1-1415 分

解　$x(n)=\cos(\pi n)u(n)=(-1)^n u(n)$

$$y(n)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h(m)x(n-m)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\mathrm{j}}{2}\right)^m u(m)(-1)^{n-m}$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\mathrm{j}}{2}\right)^m(-1)^{n-m}=(-1)^n\sum_{m=0}^{n}\left(-\frac{\mathrm{j}}{2}\right)^m$$

$$=(-1)^n\frac{1-\left(1-\dfrac{\mathrm{j}}{2}\right)^{n+1}}{1+\dfrac{\mathrm{j}}{2}}$$

当$n\to\infty$时，　稳态解为

$$y(n)=(-1)^n\left(\frac{4}{5}-\mathrm{j}\frac{2}{\mathrm{j}}\right)$$