

《概率论与数理统计》模拟题

一、选择题 (本大题共5小题, 每题2分, 共10分)

- 1、 A, B 为两个事件, 则下列说法中, 正确的是 **【 】**
A. 若 $P(B) = 1$, 则 $A \subset B$; B. 若 $B \subset A$, 则 $P(A - B) = P(A) - P(B)$;
C. 若 $P(B) = 0$, 则 $B \subset A$; D. 若 $P(A - B) = 0$, 则 $B = A$.
- 2、设 X, Y 连续型随机变量, 则下列说法不正确的是 **【 】**
A. X, Y 独立则有 $f_X(x)f_Y(y) = f(x, y)$; B. X, Y 独立则有 $\text{Cov}(X, Y) = 0$;
C. 若有 $P(X = 1, Y = 2) = P(X = 1)P(Y = 2)$, 则 X, Y 独立;
D. 若有 $\text{Cov}(X, Y) = 0$, 则有 $D(X + Y) = DX + DY$.
- 3、设总体 $X \sim B(1, p)$, 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的样本, \bar{X} 是它们的样本均值, 则 $k = 0, \dots, n$, $P\{\bar{X} = \frac{k}{n}\} =$ **【 】**
A. p ; B. $1 - p$; C. $C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$; D. $C_n^k (1 - p)^k p^{n-k}$.
- 4、设 X 为某一总体, 其均值为 μ , 方差为 σ^2 , X_1, \dots, X_n 为来自 X 的一组简单随机样本, 以下说法错误的是 **【 】**
A. μ 的无偏估计一定是有效估计; B. σ^2 的有效估计一定是无偏估计;
C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 是 μ 的一个无偏估计; D. 样本方差 S^2 是 σ^2 的无偏估计.
- 5、下列说法正确的是 **【 】**
A. 在假设检验中, 称 $P(\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 不真})$ 为犯第一类错误的概率;
B. 在假设检验中, 称 $P(\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真})$ 为犯第二类错误的概率;
C. 在假设检验中, 选取较大的显著性水平会增加拒绝域的长度;
D. 在假设检验中, 固定样本容量, 可以使两类错误都减小.

二、填空题 (本大题共 9 小题, 10个空, 每空2分, 共20分)

- 6、 A, B 为事件, 用事件的运算关系表示: A, B 中恰有一个发生_____.
- 7、 A, B 为事件, 已知 $P(A \cup B) = 0.7$ 且 $P(A|B) = 0.5$, $P(\bar{B}) = 0.4$. 则 $P(A) =$ _____.
- 8、设 $\xi \sim N(0, 1)$, $\Phi(x) = P(\xi \leq x)$, 且有 $\Phi(1.96) = 0.975$, 则 $P\{|\xi| < 1.96\} =$ _____.
- 9、设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} k - e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则 $k =$ _____.
- 10、设 $\xi \sim N(0, 1)$, 则 $\eta = a\xi + b$ 服从分布_____.
- 11、设随机变量 X 的分布律为: $P(X = -1) = 0.3$, $P(X = 0) = 0.5$, $P(X = 1) = 0.2$, 则 $P(X < 1) =$ _____, $E(X) =$ _____.
- 12、设随机变量 $X \sim U(1, 2)$, 若有 $Y = 2X$, 则 $\rho_{XY} =$ _____.
- 13、总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ_0 已知, 关于总体均值 μ 的右边假设是_____.
- 14、随机变量 X 的期望 $EX = 10$, 方差 $D(X) = 4$, 利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X - 10| \geq 3\} \leq$ _____.

三、计算题(本大题共6小题, 共46分)

15、某研究人员研究某种疾病与个体基因间的关系, 个体中有4人患有该疾病, 有6人没有患病. 由于基因检测非常昂贵, 研究人员不能对所有个体做检测. 按放回抽样和不放回抽样, 从10个个体中随机抽取2人. 则这2人中有一人患病的概率分别是多少?(8分)

16、设某地区成年居民中肥胖者占10%, 不胖不瘦者占82%, 瘦者占8%, 又知肥胖者患高血压的概率为20%, 不胖不瘦者患高血压的概率为10%, 瘦者患高血压病的概率为5%. 试求: (1) 该地区的居民患高血压病的概率; (2) 若在该地区任选一个, 发现此人患高血压病, 则他属于肥胖者的概率有多大?(9分)

17、设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = 1/2, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$. 求 X, Y 中至少有一个小于 $\frac{1}{2}$ 的概率.(8分)

18、设某种商品一周内需求量是一个随机变量, 其概率密度为 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, 且各周的需求量相互独立. (1) 求两周的需求量总和的概率密度; (2) 求两周需求量总和的数学期望.(8分)

19、设 0, 1, 0, 1, 1 为来自于两点分布总体 $B(1, p)$ 的一组样本观测值, 求 p 的矩估计值.(5分)

20、设 X 具有分布律 $P\{X = x\} = \frac{\theta^x e^{-\theta}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, 0 < \theta < \infty$, X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的一组样本, 求 θ 的最大似然估计量.(8分)

四、统计题 (本大题共2 小题, 共14分)

21、设炮弹飞离炮口的速度服从于正态分布, 随机测了9次, 算得样本方差 $S^2 = 11$ (米/秒)², 求方差 σ^2 的90%的置信区间.(保留三位有效数字, $\chi_{0.05}^2(8) = 15.507, \chi_{0.95}^2(8) = 2.733$)(5分)

22、某中药厂从某种药材中提取某种有效成分, 现在改革提炼方法, 对同一质量的药材用新、旧两种方法各做了10次试验, 有效成分获得率的平均值分别为: $\bar{X}_{\text{新}} = 76.23, \bar{X}_{\text{旧}} = 79.43$, 有效成分获得率的样本方差分别为: $S_{\text{新}}^2 = 3.315, S_{\text{旧}}^2 = 3.085$. 假设这两组试验样本分别来自正态分布 $N(\mu_1, \sigma^2), N(\mu_2, \sigma^2)$, 且相互独立. 试问新方法的获得率是否与旧方法的一样? ($\alpha = 0.01$) ($t_{0.005}(18) = 2.8784$)(9分)

五、应用题 (本大题共1 小题, 共10分)

23、检验员逐个地检查某种产品, 每次花10秒钟检查一个, 但也可能有的产品需要重复检查一次再用去10秒钟, 假定每个产品需要重复检查的概率为 $1/2$, 求在8小时内检验员检查的产品多于1900个的概率是多少?(用中心极限定理求解, 用标准正态分布函数 $\Phi(\cdot)$ 表示最后结果)(10分)