Universidad Nacional de Córdoba

Facultad De Ciencias Exactas Físicas y Naturales

Cátedra de Síntesis de Redes Activas

Trabajo de Laboratorio 4

Profesor Titular: Dr. Ing. Pablo Ferreyra
Profesor Adjunto: Ing. César Reale
Integrantes:
Mouton Laudin, Alfonso.
Rodríguez Alba, Iván.
Espejo, Alejandro Andrés.

diciembre, 2024

Índice

1. Enunciado

1.1. Circuíto 1

En base a la planilla de requerimientos de la figura 1, se pide:

- Aproximar la función de atenuación, mediante polinomios de **chebychev** utilizando como herramiento python o matlab.
- Sintetizar un circuíto que satisfaga los requerimientos del punto anterior utilizando topologías bicuadráticas de realimentación positiva o negativa (a elección).
- Simular cada etapa y el filtro total en LTSPICE.
- Calcular la sensibilidad de la frecuencia del polo de cada bicuadrática (ω_p) y del ancho de banda (ω_p/Q_p).
- Analizar la desviación si todos los elementos tienen una tolerancia del 10
- Realizar una simulación de Montecarlo de las desviaciones con LTSPICE.
- Armar el circuíto, medir experimentalmente las curvas de atenuación y defasaje. Contrastarlas con lo teórico y las simulaciones.

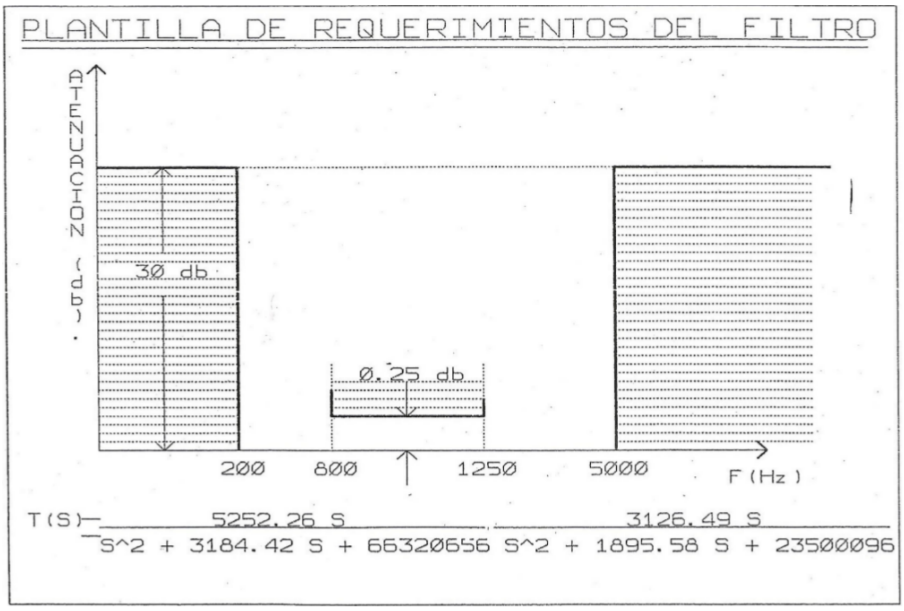

Figura 1: Requerimientos del filtro

1.2. Metodología

En general, para cada uno de los casos particulares solicitados se debe.

- Realizar una sintética introducción teórica.
- Analizar el circuíto propuesto, su desarrollo numérico y todos los cálculos analíticos.
- Realizar simulaciones en LTSPICE.
- Armar el circuíto y hacer las mediciones en laboratorio.
- Finalmente, compara los valores calculados, simulados y medidos, y extraer conclusiones acerca de las diferencias. Analizar las causas.
- Presentar un informe digital y en papel.

2. Introducción

Aquí se presentará una breve introducción teórica del tema a desarrollar.
Características principales de los polinomios de Chebyshev en el diseño de los filtros.

- **Atenuaciones Específicas**: Estos polinomios permiten diseñar los filtros con características determinadas de atenuación en la banda de paso. Esto significa que es posible lograr grandes atenuaciones con respecto a otros polinomios como los de Butterworth.
- **Orden Bajo**: Estos polinomios permiten minimazar el orden con mayores atenuaciones, esto permite que los mismos tengan un menor coste y sean más fáciles de implementar.
- **Optimización del ancho de banda**: Estos polinomios permiten optimizar el ancho de banda del filtro manteniendo la misma atenuación en la banda de paso.
- **Flexibilidad del diseño**: Permiten ajustar los parámetros del filtro tales como la atenuación máxima en la banda de paso y la frecuencia de corte, satisfaciendo los requerimientos dados.

3. Desarrollo

De acuerdo a lo especificado en la plantilla de requerimientos podemos extraer del mismo la siguiente información:

- Banda de Paso: Desde 800 hasta 1250 [Hz] con una atenuación máxima de 0.25 [dB].
- Banda de Rechazo: Menores a 200 y mayores a 5000 [Hz] con una atenuación mínima de 30 [dB].

Con estos criterios dados, utilizaremos python para sintetizar el filtro de la siguiente manera:

Para ello, colocamos las especificaciones dadas como parámetros de entrada.

```
fp = [800, 1250] #Puntos banda de Paso [Hz]
fs = [200, 5000] #Puntos banda de Rechazo [Hz]

wp = np.dot(2*np.pi, fp)  #Puntos banda de paso [Rad/s]
ws = np.dot(2*np.pi, fs)  #Puntos banda de Rechazo [Rad/s]

Ap = 0.25 #Atenuación Máxima Banda de Paso [dB]
As = 30 #Atenuación Mínima Banda de Rechazo [dB]
```

Figura 2: Especificaciones

Lugo, utilizaremos la librería **scipy** para obtener el polinomio de chebyshev de la siguiente manera, además utilizaremos la librería **control** para colocarlo de forma de función de transferencia y lograr hacer el diagrama de bode de una manera más sencilla:

```
N, wn = signal.cheb1ord(wp, ws, Ap, As, analog = True)  #Retorna el orden mínimo del filtro y las frecuencias de corte
b, a = signal.cheby1(N, Ap, wn, btype = "bandpass", analog = True) #Retorna los coef del numerador(b) y del denominador (a) del filtro sintetizado

FiltroAten = ct.TransferFunction(a, b)
Filtro = ct.TransferFunction(b, a)
```

Figura 3: Obtención del polinomio

Con esto podemos graficar la respuesta en bode (En atenuación) para compararla con lo espeficicado.

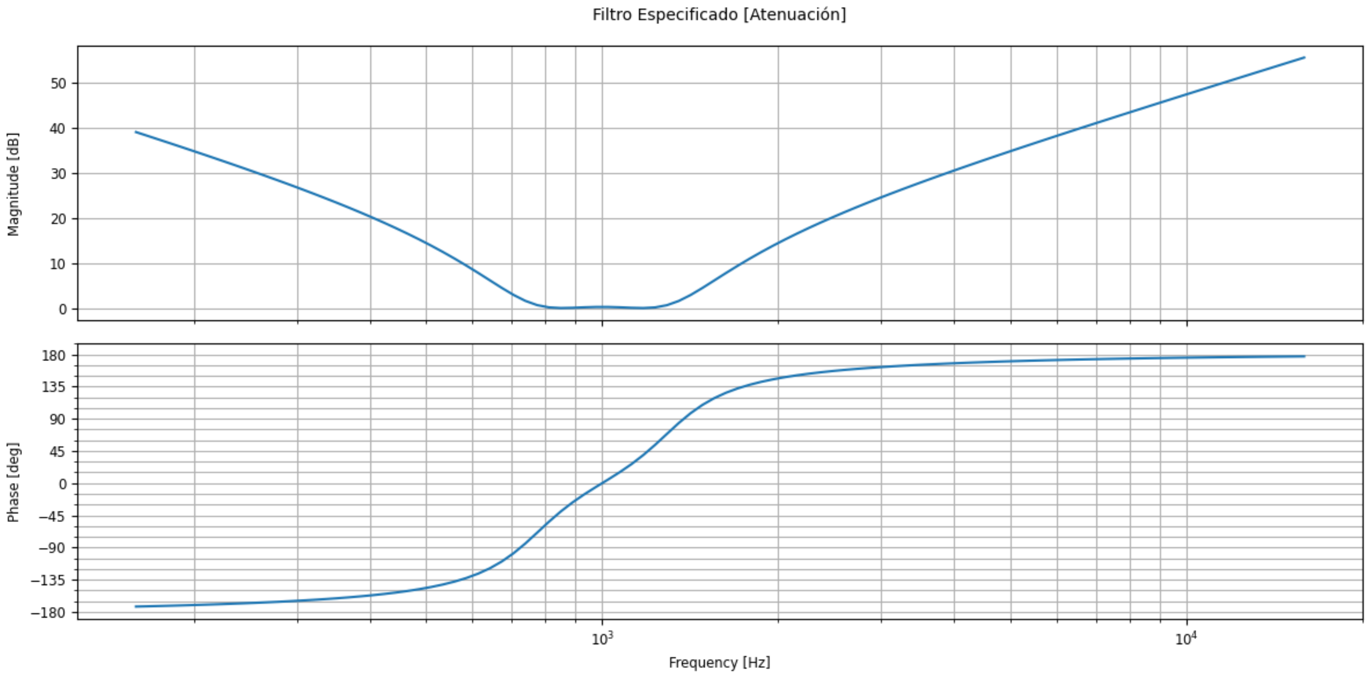

Figura 4: Bode del filtro

La función de transferencia dada del filtro, será la siguiente:

```
                  1.642e+07 s^2
--------------------------------------------------------
s^4 + 5080 s^3 + 9.586e+07 s^2 + 2.006e+11 s + 1.559e+15
```

Figura 5: Función de Transferencia

Se aprecia que el filtro tiene un comportamiento de pasa banda, es por eso que podemos separarlo en dos filtros, un pasa alto y un pasa bajo, de manera que sea posible sintetizarlo mediante topologías bicuadráticas.

Para la topología de un filtro pasa bajo, se obtiene la siguiente función de transferencia:

```
       1.642e+07
-------------------------
s^2 + 3184 s + 6.632e+07
```

Figura 6: Pasa Bajo

En cambio, para la topología de un filtro pasa alto, se obtiene la siguiente función de transferencia:

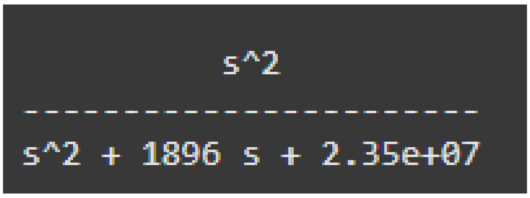

Figura 7: Pasa Alto

Si graficamos la respuesta en frecuencia de cada bicuadrática y el conjunto de las mismas, vemos que se responde correctamente a lo especificado:

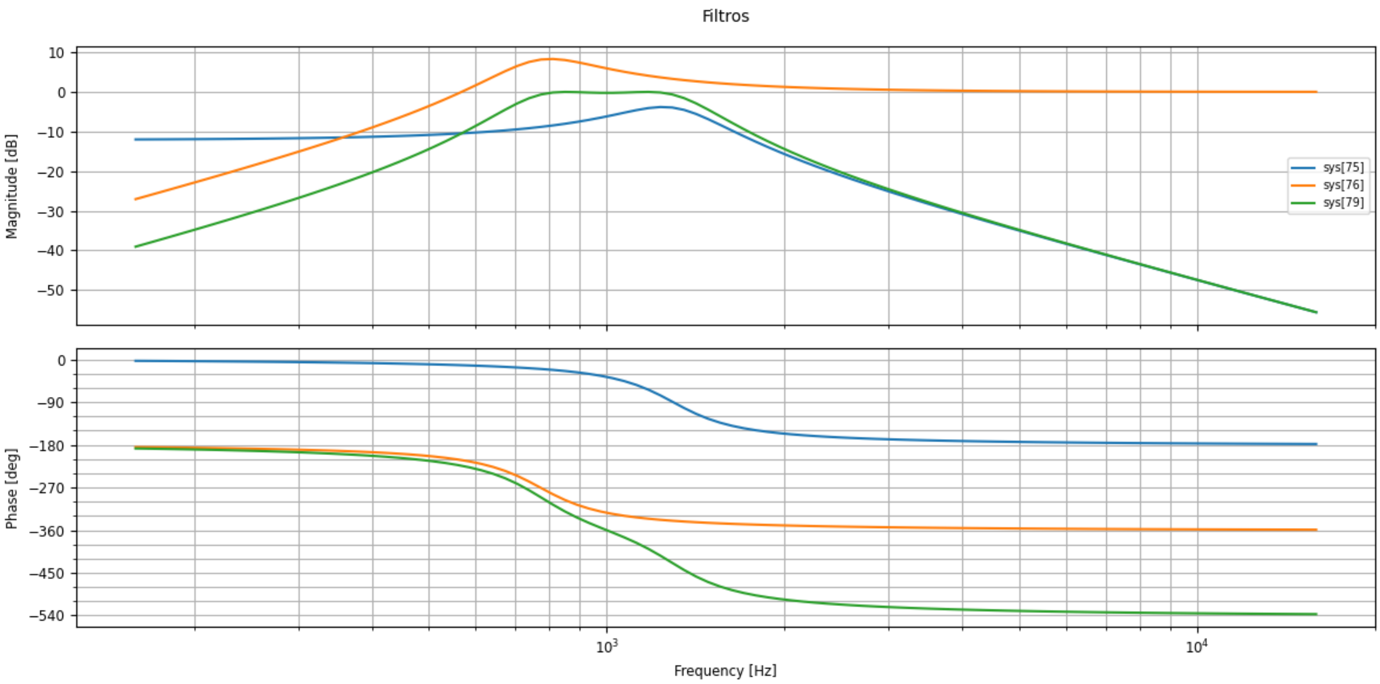

Figura 8: Respuesta en Frecuencia

3.1. Pasa Alto

3.1.1. Síntesis

Para sintetizar esta bicuadrática, se utilizará la topología de realimentación positiva "Sallen key". La función de transferencia a lograr es la siguiente:

$$\boxed{\frac{s^2}{s^2 + 1896 * s + 2{,}35 * 10^7}}$$

El circuíto modelo a utilizar y calcular es el siguiente:

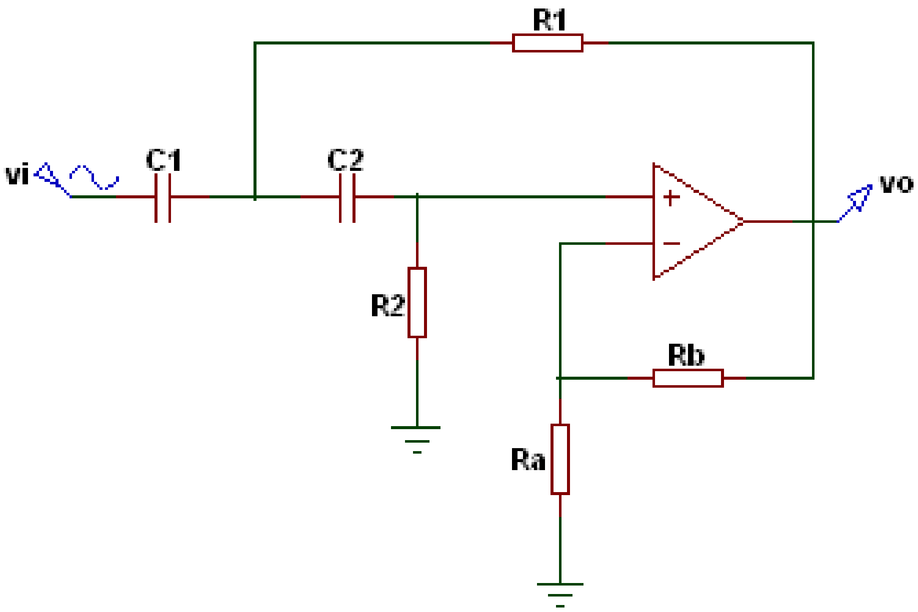

Figura 9: Sallen Key Pasa Alto

Con este circuíto, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones en base a la siguiente red y planteando que el amplificador operacional es ideal y no posee polos que modifiquen la respuesta del filtro:

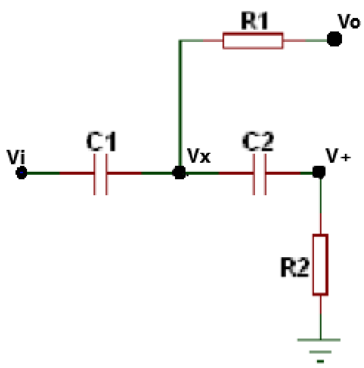

Figura 10: Red Pasa Alto

Utilizando el método de nodos se plantea el **Sistema de Ecuaciones** dado:

- $V_i * sC_1 + V_o * \frac{1}{R_1} = V_x * (sC_1 + sC_2 + \frac{1}{R_1}) - V_+ * (sC_2)$
- $0 = -V_x * (sC_2) + V_+ * (\frac{1}{R_2} + sC_2)$

Si resolvemos para determinar V_+, nos quedará la siguiente solución, haciendo que $C_1 = C_2 = C$:

$$V_+ = \frac{V_i*(s^2C^2)+V_o*(s\frac{C}{R_1})}{s^2C^2+sC(\frac{2}{R_2}+\frac{1}{R_1})+\frac{1}{R_2R_1}}$$

Donde podemos identificar:

- $D = s^2C^2 + sC(\frac{2}{R_2} + \frac{1}{R_1}) + \frac{1}{R_2R_1}$
- $N_{ff} = s^2C^2$
- $N_{fb} = s\frac{C}{R_1}$

Ahora $k = \frac{R_a+R_b}{Ra}$ y la solución del filtro es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k.N_{ff}}{D-k.N_{fb}} = \frac{k.s^2C^2}{s^2C^2+sC(\frac{2}{R_2}+\frac{1}{R_1})+\frac{1}{R_2R_1}-k.s\frac{C}{R_1}}$$

Si expresamos de otra forma e igualamos a nuestra función de transferencia deseada:

$$\boxed{\frac{s^2}{s^2 + 1896 * s + 2{,}35 * 10^7} = \frac{k.s^2}{s^2 + \frac{s}{C}.(\frac{2}{R_2} + \frac{1-k}{R_1}) + \frac{1}{R_1R_2C^2}}}$$

Por lo que la solución al sistema, planteando que $k = 1$, serán los siguientes componentes pasivos:

- $C_1 = C_2 = 1[F] \rightarrow 1[uF]$
- $R_1 = 40{,}34[u\Omega] \rightarrow 40{,}34[\Omega]$
- $R_2 = 1{,}055[m\Omega] \rightarrow 1{,}055[k\Omega]$

Para que $k = 1$ entonces, el AO deberá ser colocado como un buffer.

3.1.2. Simulaciones

Simularemos el siguiente circuíto con la topología dada y los elementos pasivos ya calculados:

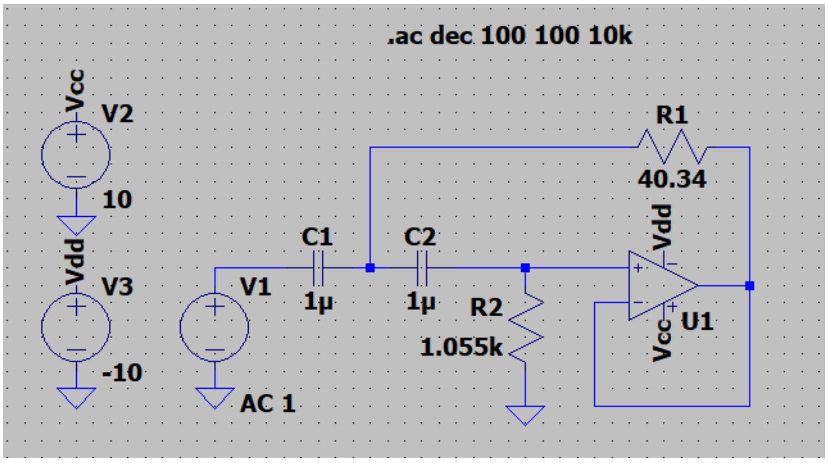

Figura 11: Circuíto Simulado

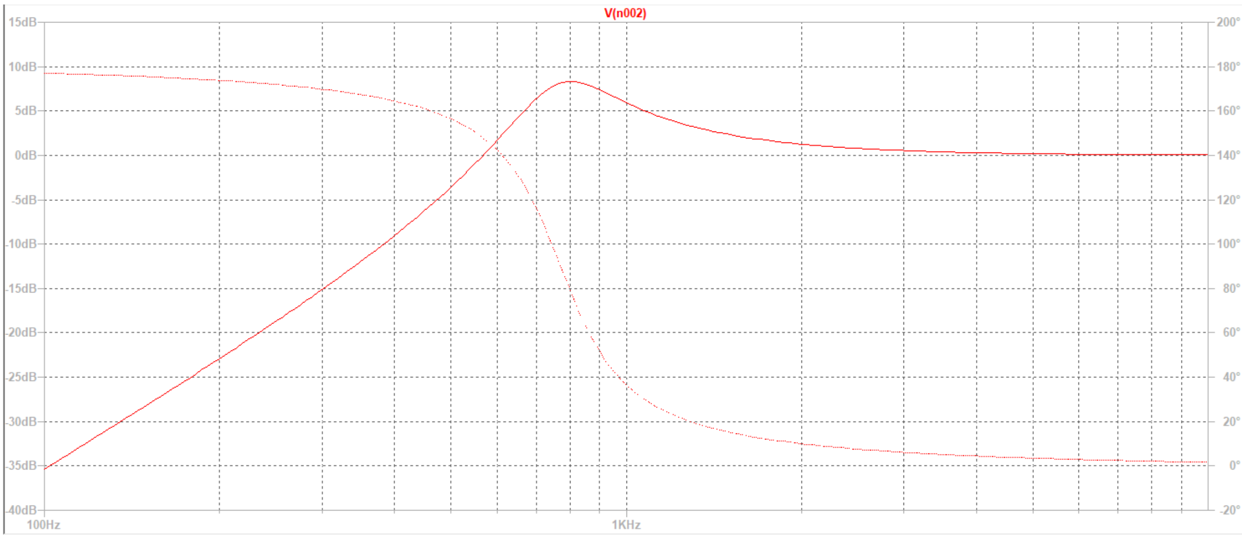

Figura 12: Bode Filtro Pasa Alto

3.2. Pasa Bajo

3.2.1. Síntesis

Para sintetizar esta bicuadrática, también se utilizará la topología de realimentación positiva ”Sallen key”. La función de transferencia a lograr es la siguiente:

$$\boxed{\frac{1{,}642 * 10^7}{s^2 + 3184 * s + 6{,}632 * 10^7}}$$

El circuíto modelo a utilizar y calcular es el siguiente:

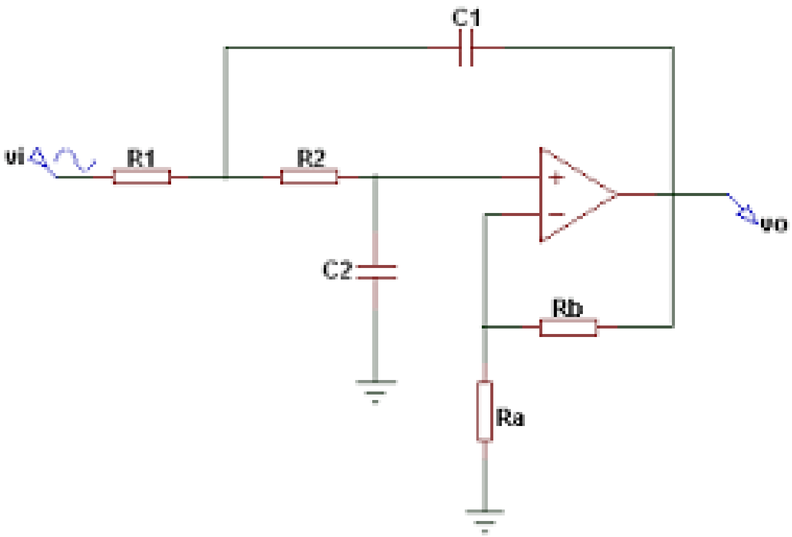

Figura 13: Sallen Key Pasa Bajo

Con este circuíto, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones en base a la siguiente red y planteando que el amplificador operacional es ideal y no posee polos que modifiquen la respuesta del filtro:

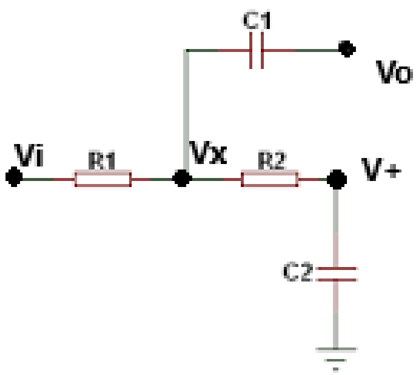

Figura 14: Red Pasa Bajo

Utilizando el método de nodos se plantea el **Sistema de Ecuaciones** dado, haciendo que $C_1 = C_2 = C$ y $R_1 = R_2 = R$:

- $\frac{V_i}{R} + V_o.sC = V_x.(\frac{2}{R} + sC) - V_+.(\frac{1}{R})$
- $0 = -V_x.(\frac{1}{R}) + V_+.(\frac{1}{R} + sC)$

Si resolvemos para determinar, obtendremos la siguiente expresión:

$$V_+ = \frac{V_i + V_o.sCR}{s^2C^2R^2 + 3SCR + 1}$$

Donde podemos identificar:

- $D = s^2C^2R^2 + 3SCR + 1$
- $N_{ff} = 1$
- $N_{fb} = sCR$

Ahora $k = \frac{R_a + R_b}{Ra}$ y la solución del filtro es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k.N_{ff}}{D - k.N_{fb}} = \frac{k}{s^2C^2R^2 + 3SCR + 1 - k.sCR} = \frac{k}{s^2C^2R^2 + SCR(3-k) + 1}$$

Si expresamos de otra forma e igualamos a nuestra función de transferencia deseada:

$$\boxed{\frac{1{,}642 * 10^7}{s^2 + 3184 * s + 6{,}632 * 10^7} = \frac{k.\frac{1}{C^2R^2}}{s^2 + s\frac{3-k}{CR} + \frac{1}{C^2R^2}}}$$

Ahora:

$$CR = 122{,}79{,}10^-6$$
$$k = 2{,}609$$

Si hago que $C = 1[F]$ para luego escalar, entonces:

- $C_1 = C_2 = 1[F] \rightarrow 0{,}1[uF]$
- $R_1 = R_2 = 122{,}79[u\Omega] \rightarrow 1{,}228[K\Omega]$

Esto nos dará la siguiente función de transferencia, la cual tendremos que escalar para obtener la esperada.

$$\frac{173{,}01 * 10^6}{s^2 + 3184 + 6{,}632 * 10^7}$$

El factor de escala será de $G = 0{,}094908$, esto lo podemos lograr mediante un divisor resistivo a la entrada de la red atenuando para lograr lo requerido, es posible sólo agregando una resistencia adicional y mediante thevenin, teniendo en cuenta que:

- $R_1 = R_3 // R_4 = 1{,}228[k\Omega]$
- $G = 0{,}094908 = \frac{R_4}{R_4 + R_3}$

Resolviendo este sistema de ecuaciones:

- $R_3 = 1{,}3568[k\Omega]$
- $R_4 = 12{,}939[k\Omega]$

Además para obtener el k deseado:

- $R_a = 621{,}5[\Omega]$
- $R_b = 1[k\Omega]$

3.2.2. Simulaciones

Simularemos el siguiente circuíto con la topología dada y los elementos pasivos ya calculados:

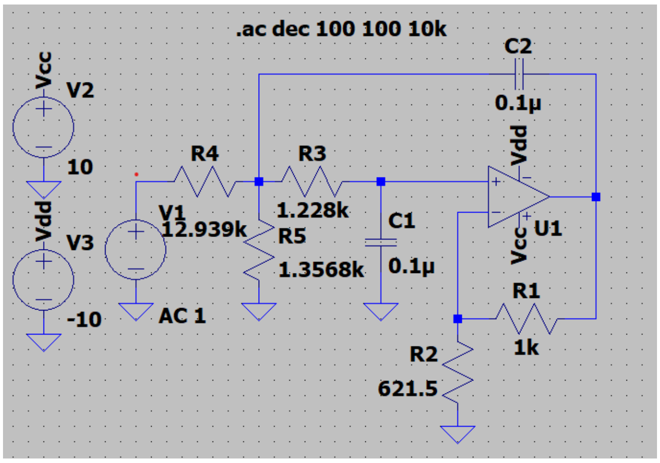

Figura 15: Circuíto Simulado

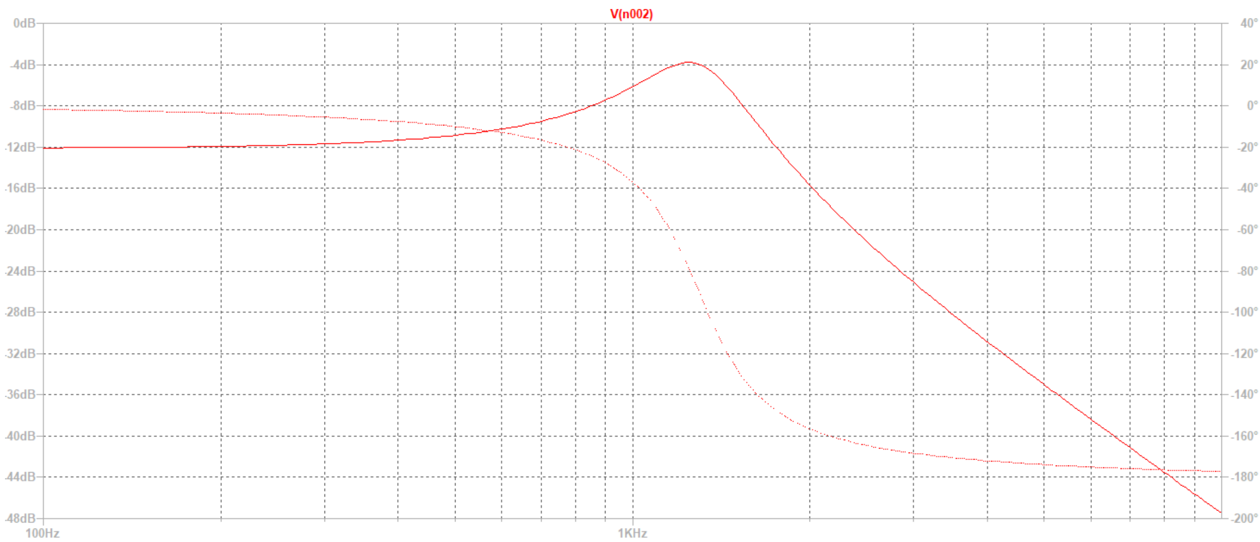

Figura 16: Bode Filtro Pasa Bajo

3.3. Filtro Completo

Para la realización del filtro completo, tan sólo es necesario conectar ambos circuitos ya calculados de forma salida-entrada.

3.3.1. Simulaciones

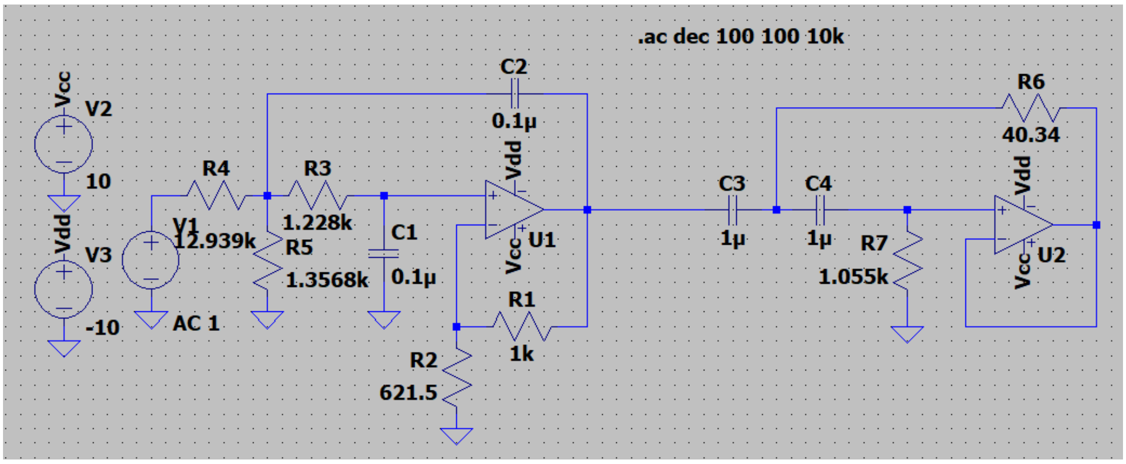

Figura 17: Circuíto Simulado

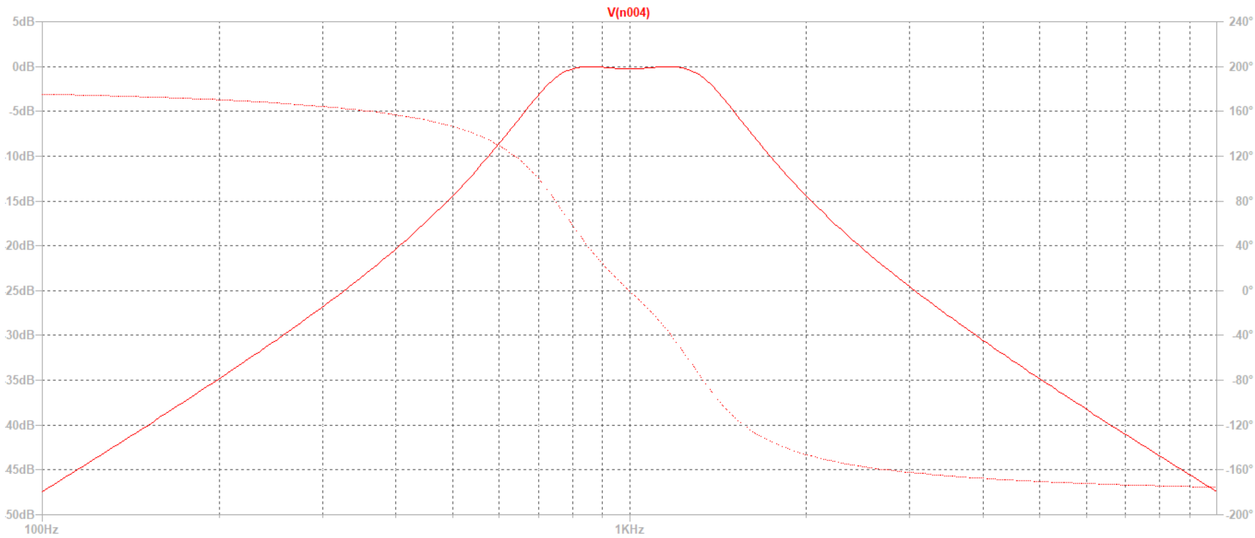

Figura 18: Bode Filtro Pasa Banda

Realizando un ajuste a las frecuencias de importancia y determinando mediante cursores:

- $800[Hz] : -0{,}257[dB]$
- $1250[Hz] : -0{,}266[dB]$
- $200[Hz] : -34{,}8[dB]$
- $5000[Hz] : -34{,}88[dB]$

Podemos comprobar que este filtro cumple con lo especificado.

3.3.2. Sensibilidad

Para calcular la sensibilidad de la frecuencia de los polos ω_p y el ancho de banda (ω_p/Q_p), se toma las expresiones dadas anteriormente para cada caso (bicuadrática), donde:

Pasa Bajo

$$\boxed{\frac{\omega_p^2}{s^2+\frac{\omega_p}{Q_p}.s+\omega_p^2}=\frac{k.\frac{1}{C^2R^2}}{s^2+s\frac{3-k}{CR}+\frac{1}{C^2R^2}}}$$

Siendo entonces:

- $\omega_p = \frac{1}{CR}$
- $\omega_p/Q_p = \frac{3-k}{CR}$

Siendo $k = \frac{R_a+R_b}{Ra}$.

Entonces:

$$S(\frac{\omega_p}{R}) = \frac{R.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial R} = -1$$
$$S(\frac{\omega_p}{C}) = \frac{C.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial C} = -1$$
$$S(\frac{\omega_p}{k}) = \frac{k.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial k} = 0$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{R}) = \frac{R.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial R} = 0$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{C}) = \frac{C.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial C} = 0$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{k}) = \frac{k.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial k} = \frac{-k}{k-3} = 6{,}67$$

Se desarrollará una tabla para determinar las variaciones y ajustar tolerancias de los componentes, asegurando la mínima desviación posible, Además se procederá a colocar valores comerciales de componentes con su respectiva serie.

	Sensibilidad			Efecto Total	
Elemento	Wp	Wp/Qp	Tolerancia	Wp	Wp/Qp
R	-1	0	5%	5,00%	0,00%
C	-1	0	5%	5,00%	0,00%
k	0	6,67	1%	0,00%	6,67%
			TOTAL	10,00%	6,67%

Figura 19: Variación de los parámetros Pasa Bajo

Pasa Alto

$$\boxed{\frac{s^2}{s^2+\frac{\omega_p}{Q_p}.s+\omega_p^2}=\frac{k.s^2}{s^2+\frac{s}{C}.(\frac{2}{R_2}+\frac{1-k}{R_1})+\frac{1}{R_1R_2C^2}}}$$

Siendo entonces:

- $\omega_p=\frac{1}{C\sqrt{R_1R_2}}$
- $\omega_p/Q_p=\frac{2R_1+R_2.(1-k)}{C.R_1.R_2}$

Siendo $k=\frac{R_a+R_b}{Ra}$.

Entonces:

$$S(\frac{\omega_p}{R_1})=\frac{R_1.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial R_1}=-0{,}5$$
$$S(\frac{\omega_p}{R_2})=\frac{R_2.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial R_2}=-0{,}5$$
$$S(\frac{\omega_p}{C})=\frac{C.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial C}=-1$$
$$S(\frac{\omega_p}{k})=\frac{k.\partial\omega_p}{\omega_p.\partial k}=0$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{R_1})=\frac{R_1.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial R_1}=\frac{R_2.(k-1)}{2.R_1-(k-1).R_2}=0$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{R_2})=\frac{R_2.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial R_2}=\frac{2.R_1}{R_2.(k-1)-2.R_1}=-1$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{C})=\frac{C.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial C}=-1$$
$$S(\frac{\omega_p/Q_p}{k})=\frac{k.\partial(\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p).\partial k}=\frac{k.R_2}{k.R_2-2.(R_1+0{,}5.R_2)}=-13{,}076$$

De la misma manera, desarrollamos una tabla:

	Sensibilidad			Efecto Total	
Elemento	Wp	Wp/Qp	Tolerancia	Wp	Wp/Qp
R1	-0,5	0	5,00%	2,50%	0,00%
R2	-0,5	-1	5,00%	2,50%	5,00%
C	-1	-1	1,00%	1,00%	1,00%
k	0	-13,076	1,00%	0,00%	13,08%
			TOTAL	6,00%	19,08%

Figura 20: Variación de los parámetros Pasa Alto

3.3.3. Análisis de Montecarlo

Para este análisis se colocarán los valores comerciales de los componentes pasivos con las tolerancias dadas anteriormente.

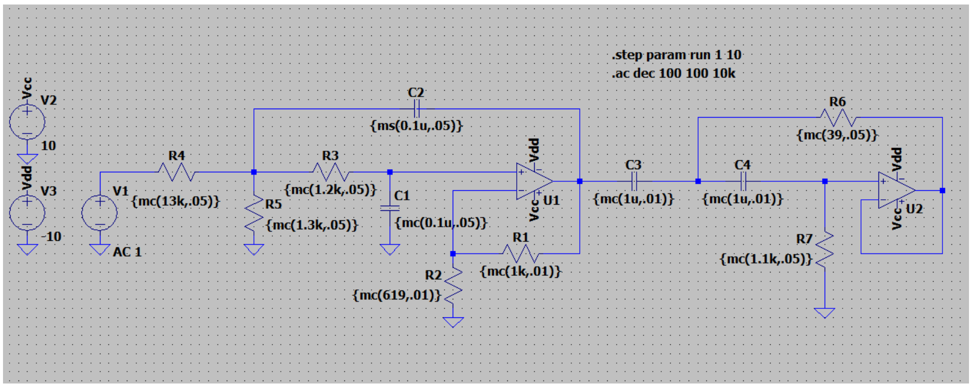

Figura 21: Circuíto a Simular

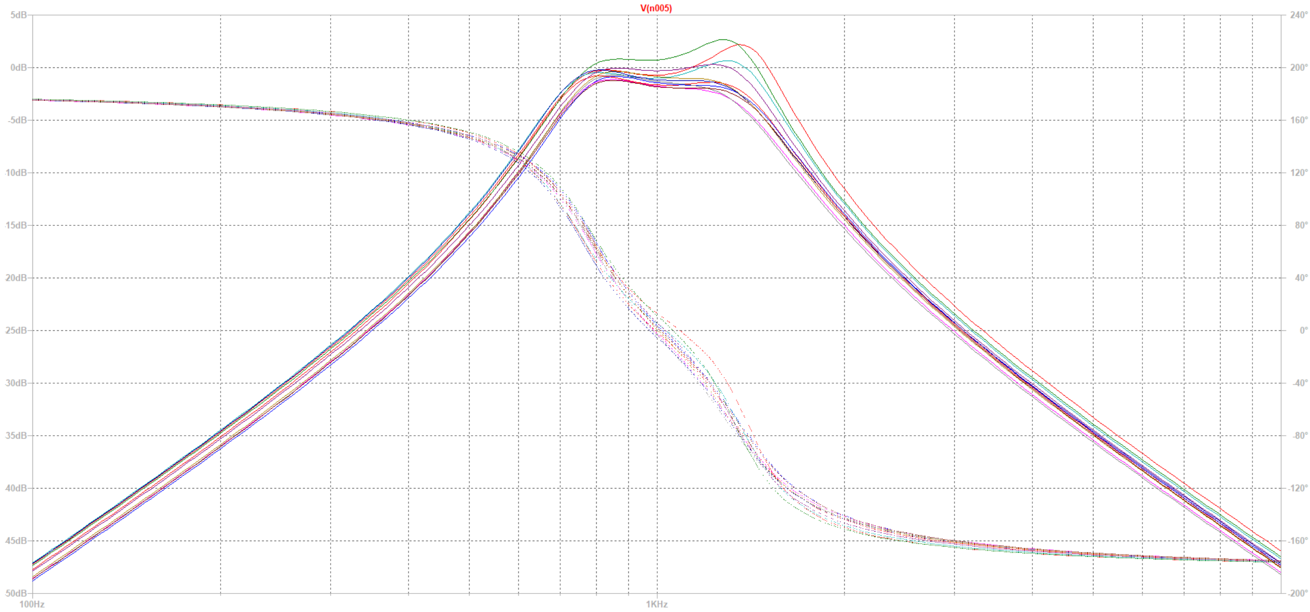

Figura 22: Simulación Monte-Carlo

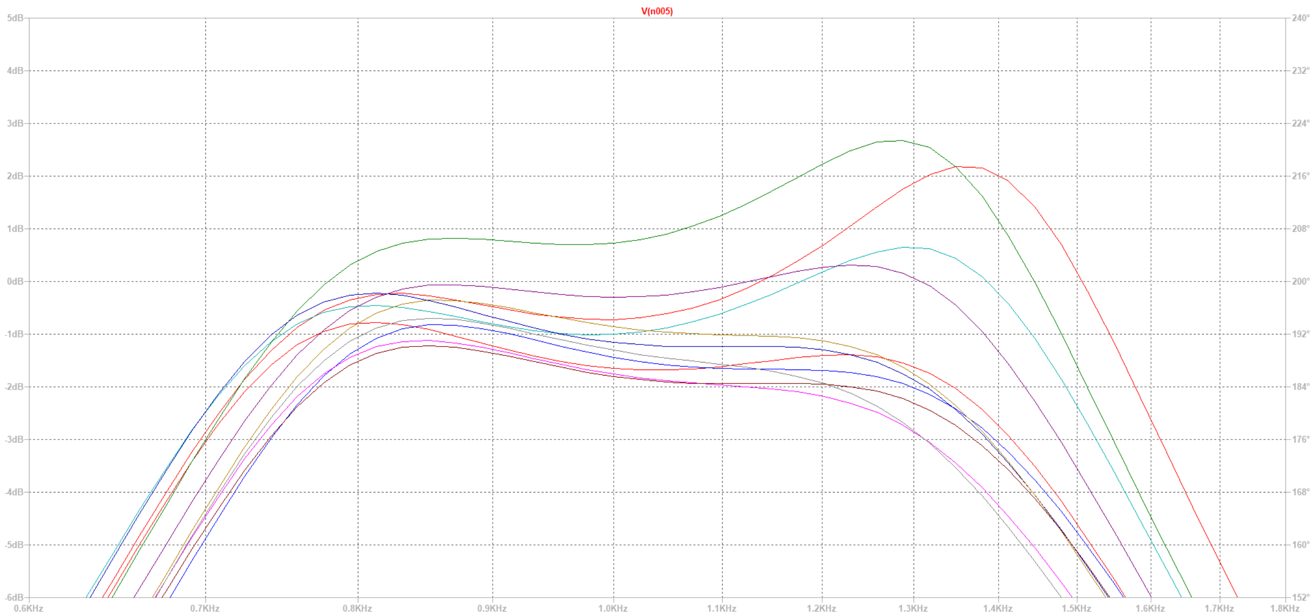

Figura 23: Zoom Monte-Carlo