

Universidad Nacional de Córdoba



Facultad De Ciencias Exactas Físicas y Naturales

Cátedra de Síntesis de Redes Activas

Trabajo de Laboratorio 4

Profesor Titular: Dr. Ing. Pablo Ferreyra

Profesor Adjunto: Ing. César Reale

Integrantes:

Mouton Laudin, Alfonso.

Rodríguez Alba, Iván.

Espejo, Alejandro Andrés.

febrero, 2025



Universidad
Nacional
de Córdoba

Índice

1. Enunciado	2
1.1. Circuito 1	2
1.2. Metodología	3
2. Introducción	4
3. Desarrollo	5
3.1. Pasa Alto	8
3.1.1. Síntesis	8
3.1.2. Simulaciones	10
3.2. Pasa Bajo	11
3.2.1. Síntesis	11
3.2.2. Simulaciones	14
3.3. Filtro Completo	15
3.3.1. Simulaciones	15
3.3.2. Sensibilidad	16
3.3.3. Análisis de Montecarlo	18
3.3.4. Mediciones	20

1. Enunciado

1.1. Circuito 1

En base a la planilla de requerimientos de la figura 1, se pide:

- Aproximar la función de atenuación, mediante polinomios de **chebychev** utilizando como herramienta python o matlab.
- Sintetizar un circuito que satisfaga los requerimientos del punto anterior utilizando topologías bicuadráticas de realimentación positiva o negativa (a elección).
- Simular cada etapa y el filtro total en LTSPICE.
- Calcular la sensibilidad de la frecuencia del polo de cada bicuadrática (ω_p) y del ancho de banda (ω_p/Q_p).
- Analizar la desviación si todos los elementos tienen una tolerancia del 10
- Realizar una simulación de Montecarlo de las desviaciones con LTSPICE.
- Armar el circuito, medir experimentalmente las curvas de atenuación y defasaje. Contrastarlas con lo teórico y las simulaciones.

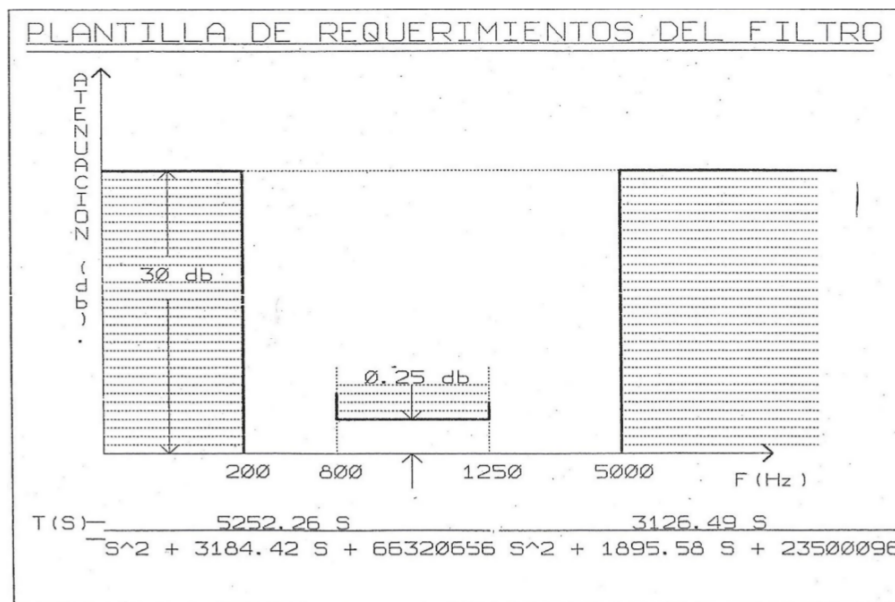


Figura 1: Requerimientos del filtro

1.2. Metodología

En general, para cada uno de los casos particulares solicitados se debe.

- Realizar una sintética introducción teórica.
- Analizar el circuito propuesto, su desarrollo numérico y todos los cálculos analíticos.
- Realizar simulaciones en LTSPICE.
- Armar el circuito y hacer las mediciones en laboratorio.
- Finalmente, compara los valores calculados, simulados y medidos, y extraer conclusiones acerca de las diferencias. Analizar las causas.
- Presentar un informe digital y en papel.

2. Introducción

Aquí se presentará una breve introducción teórica del tema a desarrollar.
Características principales de los polinomios de Chebyshev en el diseño de los filtros.

- **Atenuaciones Específicas:** Estos polinomios permiten diseñar los filtros con características determinadas de atenuación en la banda de paso. Esto significa que es posible lograr grandes atenuaciones con respecto a otros polinomios como los de Butterworth.
- **Orden Bajo:** Estos polinomios permiten minimizar el orden con mayores atenuaciones, esto permite que los mismos tengan un menor coste y sean más fáciles de implementar.
- **Optimización del ancho de banda:** Estos polinomios permiten optimizar el ancho de banda del filtro manteniendo la misma atenuación en la banda de paso.
- **Flexibilidad del diseño:** Permiten ajustar los parámetros del filtro tales como la atenuación máxima en la banda de paso y la frecuencia de corte, satisfaciendo los requerimientos dados.

3. Desarrollo

De acuerdo a lo especificado en la plantilla de requerimientos podemos extraer del mismo la siguiente información:

- Banda de Paso: Desde 800 hasta 1250 [Hz] con una atenuación máxima de 0.25 [dB].
- Banda de Rechazo: Menores a 200 y mayores a 5000 [Hz] con una atenuación mínima de 30 [dB].

Con estos criterios dados, utilizaremos python para sintetizar el filtro de la siguiente manera:

Para ello, colocamos las especificaciones dadas como parámetros de entrada.

```
fp = [800, 1250] #Puntos banda de Paso [Hz]
fs = [200, 5000] #Puntos banda de Rechazo [Hz]

wp = np.dot(2*np.pi, fp) #Puntos banda de paso [Rad/s]
ws = np.dot(2*np.pi, fs) #Puntos banda de Rechazo [Rad/s]

Ap = 0.25 #Atenuación Máxima Banda de Paso [dB]
As = 30 #Atenuación Mínima Banda de Rechazo [dB]
```

Figura 2: Especificaciones

Luego, utilizaremos la librería **scipy** para obtener el polinomio de chebyshev de la siguiente manera, además utilizaremos la librería **control** para colocarlo de forma de función de transferencia y lograr hacer el diagrama de bode de una manera más sencilla:

```
N, wn = signal.cheb1ord(wp, ws, Ap, As, analog = True) #Retorna el orden mínimo del filtro y las frecuencias de corte
b, a = signal.cheby1(N, Ap, wn, btype = "bandpass", analog = True) #Retorna los coef del numerador(b) y del denominador (a) del filtro sintetizado

FiltroAten = ct.TransferFunction(a, b)
Filtro = ct.TransferFunction(b, a)
```

Figura 3: Obtención del polinomio

Con esto podemos graficar la respuesta en bode (En atenuación) para compararla con lo especificado.

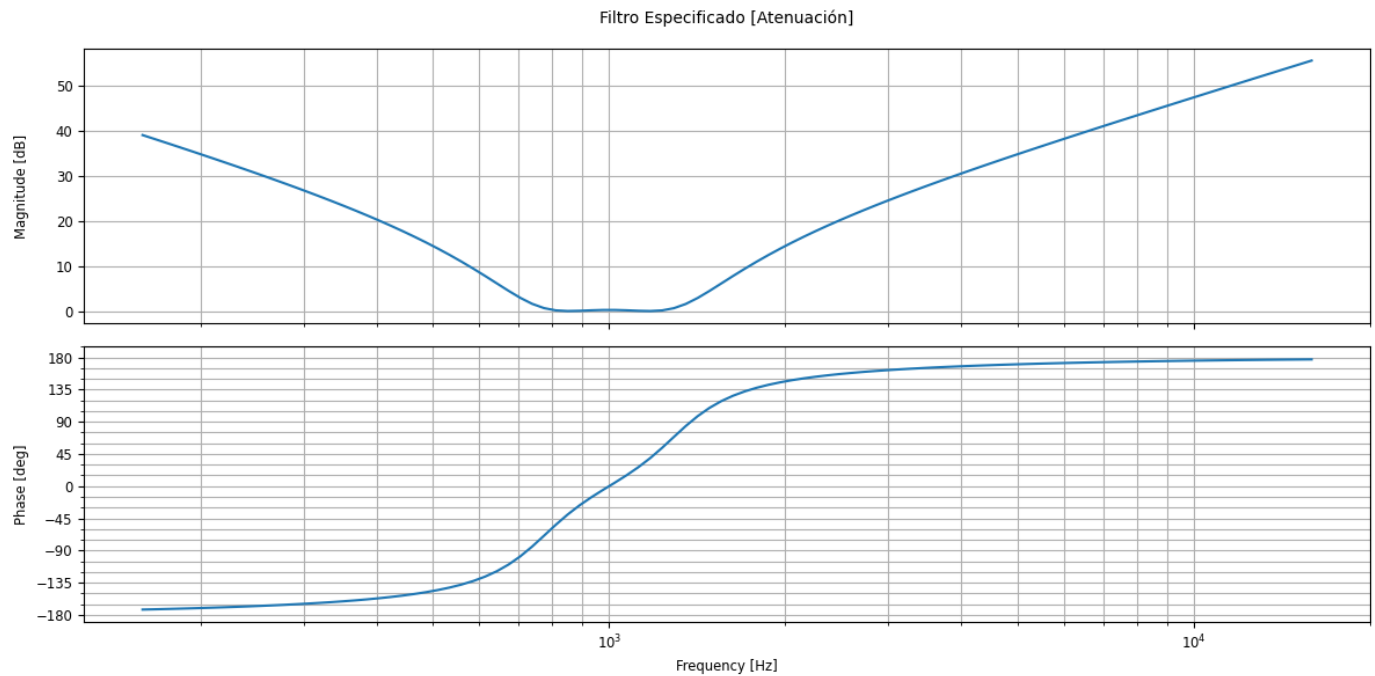


Figura 4: Bode del filtro

La función de transferencia dada del filtro, será la siguiente:

$$\frac{1.642e+07 s^2}{s^4 + 5080 s^3 + 9.586e+07 s^2 + 2.006e+11 s + 1.559e+15}$$

Figura 5: Función de Transferencia

Se aprecia que el filtro tiene un comportamiento de pasa banda, es por eso que podemos separarlo en dos filtros, un pasa alto y un pasa bajo, de manera que sea posible sintetizarlo mediante topologías bicuadráticas.

Para la topología de un filtro pasa bajo, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{1.642e+07}{s^2 + 3184 s + 6.632e+07}$$

Figura 6: Pasa Bajo

En cambio, para la topología de un filtro pasa alto, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{s^2}{s^2 + 1896 s + 2.35e+07}$$

Figura 7: Pasa Alto

Si graficamos la respuesta en frecuencia de cada bicuadrática y el conjunto de las mismas, vemos que se responde correctamente a lo especificado:

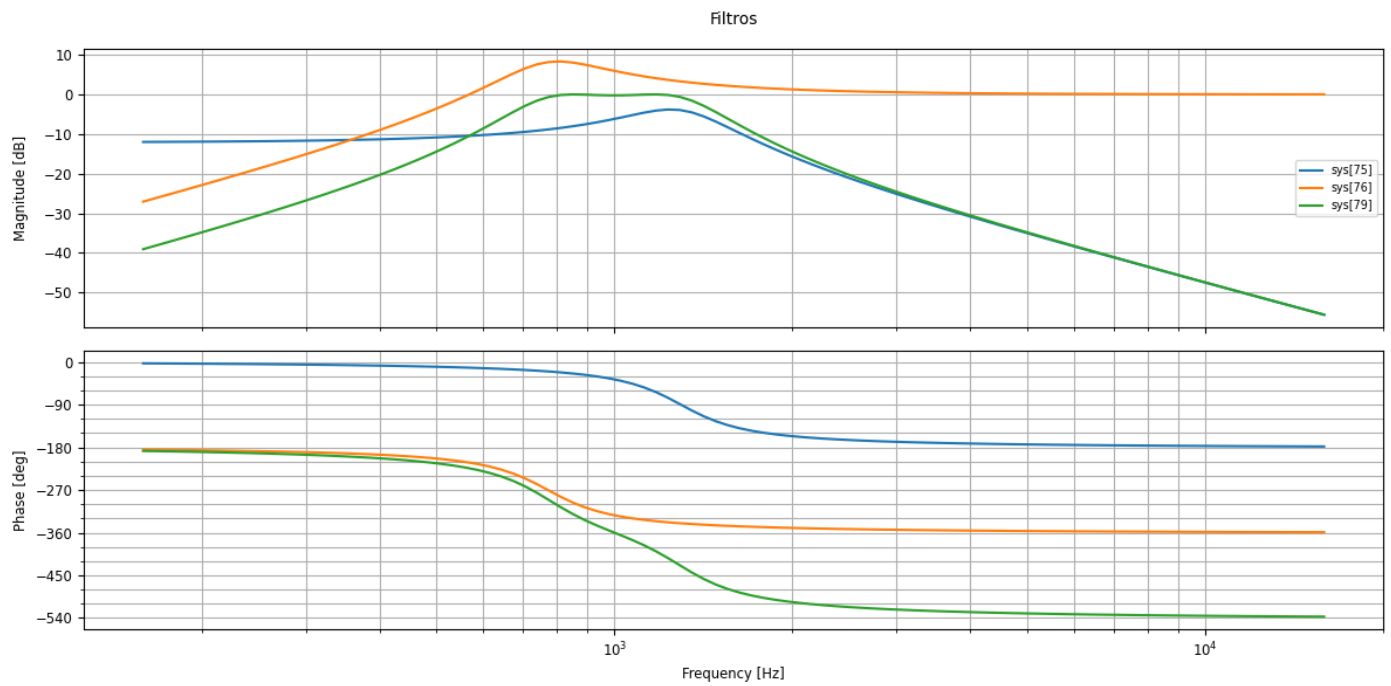


Figura 8: Respuesta en Frecuencia

3.1. Pasa Alto

3.1.1. Síntesis

Para sintetizar esta bicuadrática, se utilizará la topología de realimentación positiva "Sallen key". La función de transferencia a lograr es la siguiente:

$$\frac{s^2}{s^2 + 1896 * s + 2,35 * 10^7}$$

El circuito modelo a utilizar y calcular es el siguiente:

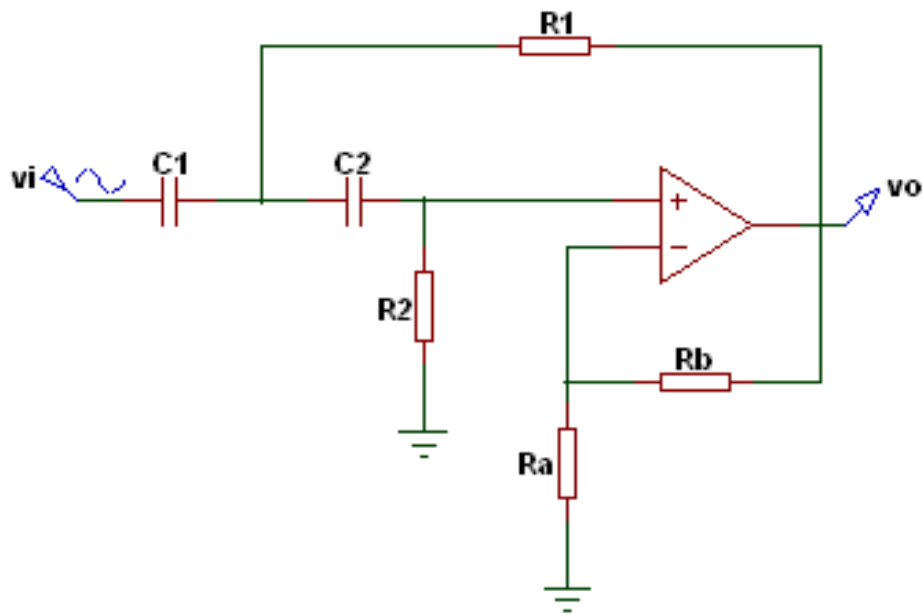


Figura 9: Sallen Key Pasa Alto

Con este circuito, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones en base a la siguiente red y planteando que el amplificador operacional es ideal y no posee polos que modifiquen la respuesta del filtro:

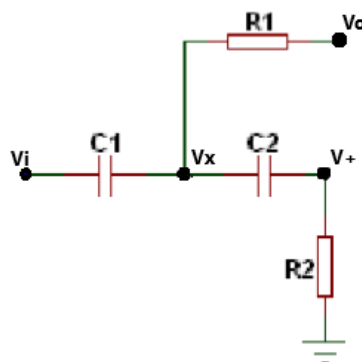


Figura 10: Red Pasa Alto

Utilizando el método de nodos se plantea el **Sistema de Ecuaciones** dado:

- $V_i * sC_1 + V_o * \frac{1}{R_1} = V_x * (sC_1 + sC_2 + \frac{1}{R_1}) - V_+ * (sC_2)$
- $0 = -V_x * (sC_2) + V_+ * (\frac{1}{R_2} + sC_2)$

Si resolvemos para determinar V_+ , nos quedará la siguiente solución, haciendo que $C_1 = C_2 = C$:

$$V_+ = \frac{V_i * (s^2 C^2) + V_o * (s \frac{C}{R_1})}{s^2 C^2 + sC(\frac{2}{R_2} + \frac{1}{R_1}) + \frac{1}{R_2 R_1}}$$

Donde podemos identificar:

- $D = s^2 C^2 + sC(\frac{2}{R_2} + \frac{1}{R_1}) + \frac{1}{R_2 R_1}$
- $N_{ff} = s^2 C^2$
- $N_{fb} = s \frac{C}{R_1}$

Ahora $k = \frac{R_a + R_b}{R_a}$ y la solución del filtro es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k \cdot N_{ff}}{D - k \cdot N_{fb}} = \frac{k \cdot s^2 C^2}{s^2 C^2 + sC(\frac{2}{R_2} + \frac{1}{R_1}) + \frac{1}{R_2 R_1} - k \cdot s \frac{C}{R_1}}$$

Si expresamos de otra forma e igualamos a nuestra función de transferencia deseada:

$$\boxed{\frac{s^2}{s^2 + 1896 * s + 2,35 * 10^7} = \frac{k \cdot s^2}{s^2 + \frac{s}{C} \cdot (\frac{2}{R_2} + \frac{1-k}{R_1}) + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}}$$

Por lo que la solución al sistema, planteando que $k = 1$, serán los siguientes componentes pasivos:

- $C_1 = C_2 = 1[F] \rightarrow 1[uF]$
- $R_1 = 40,34[u\Omega] \rightarrow 40,34[\Omega]$
- $R_2 = 1,055[m\Omega] \rightarrow 1,055[k\Omega]$

Para que $k = 1$ entonces, el AO deberá ser colocado como un buffer.

3.1.2. Simulaciones

Simularemos el siguiente circuito con la topología dada y los elementos pasivos ya calculados:

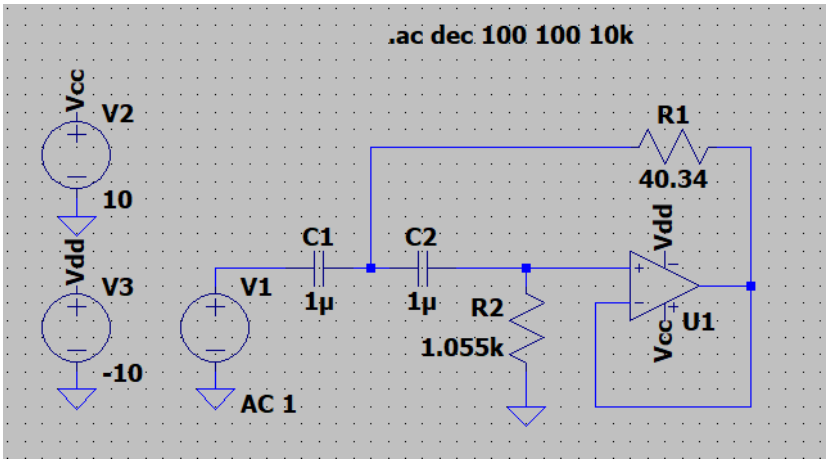


Figura 11: Circuito Simulado

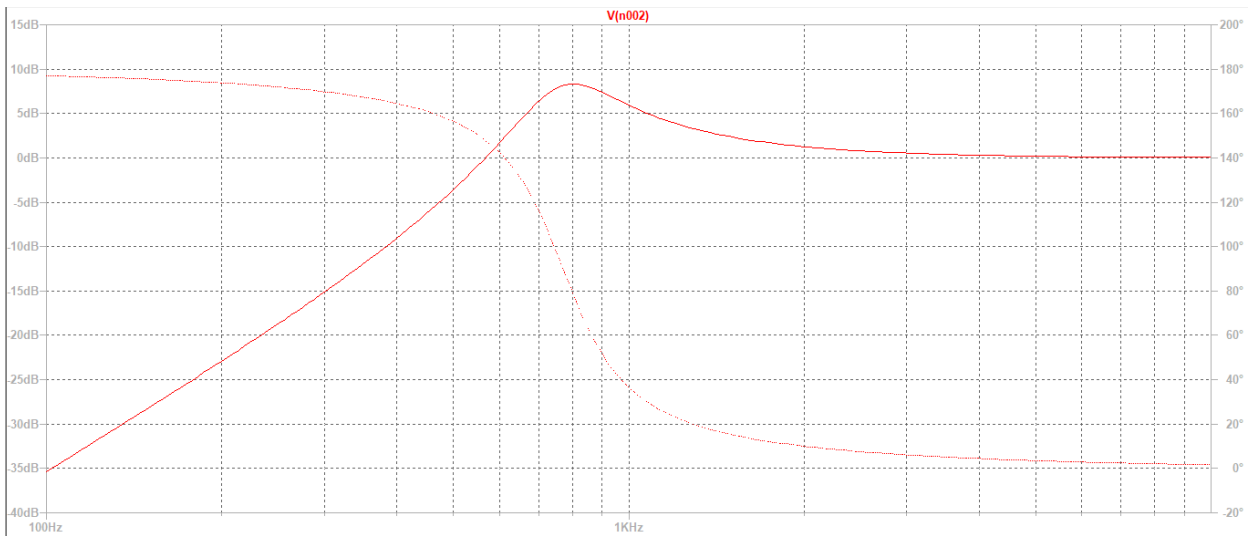


Figura 12: Bode Filtro Pasa Alto

3.2. Pasa Bajo

3.2.1. Síntesis

Para sintetizar esta bicuadrática, también se utilizará la topología de realimentación positiva "Sallen key". La función de transferencia a lograr es la siguiente:

$$\frac{1,642 * 10^7}{s^2 + 3184 * s + 6,632 * 10^7}$$

El circuito modelo a utilizar y calcular es el siguiente:

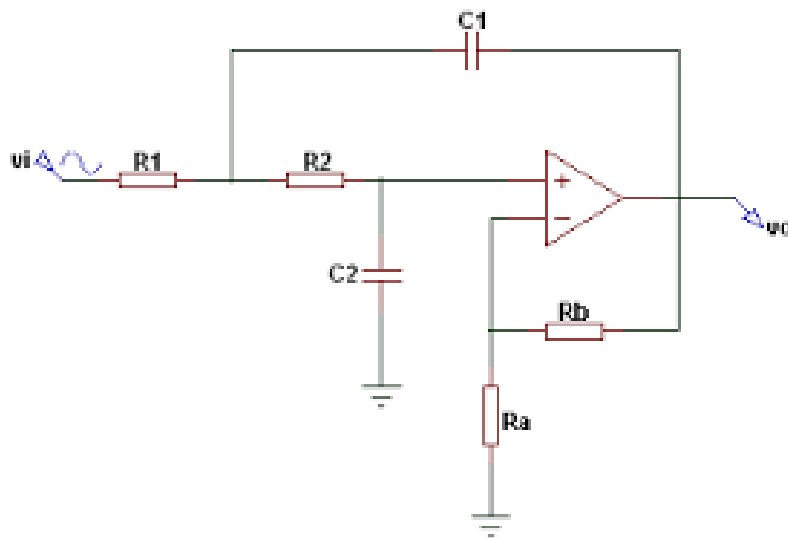


Figura 13: Sallen Key Pasa Bajo

Con este circuito, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones en base a la siguiente red y planteando que el amplificador operacional es ideal y no posee polos que modifiquen la respuesta del filtro:

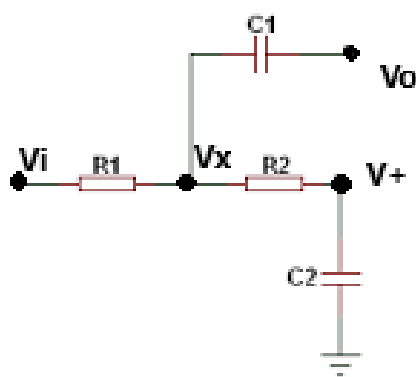


Figura 14: Red Pasa Bajo

Utilizando el método de nodos se plantea el **Sistema de Ecuaciones** dado, haciendo que $C_1 = C_2 = C$ y $R_1 = R_2 = R$:

- $\frac{V_i}{R} + V_o \cdot sC = V_x \cdot (\frac{2}{R} + sC) - V_+ \cdot (\frac{1}{R})$
- $0 = -V_x \cdot (\frac{1}{R}) + V_+ \cdot (\frac{1}{R} + sC)$

Si resolvemos para determinar, obtendremos la siguiente expresión:

$$V_+ = \frac{V_i + V_o \cdot sCR}{s^2 C^2 R^2 + 3SCR + 1}$$

Donde podemos identificar:

- $D = s^2 C^2 R^2 + 3SCR + 1$
- $N_{ff} = 1$
- $N_{fb} = sCR$

Ahora $k = \frac{R_a + R_b}{R_a}$ y la solución del filtro es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k \cdot N_{ff}}{D - k \cdot N_{fb}} = \frac{k}{s^2 C^2 R^2 + 3SCR + 1 - k \cdot sCR} = \frac{k}{s^2 C^2 R^2 + SCR(3-k) + 1}$$

Si expresamos de otra forma e igualamos a nuestra función de transferencia deseada:

$$\frac{1,642 * 10^7}{s^2 + 3184 * s + 6,632 * 10^7} = \frac{k \cdot \frac{1}{C^2 R^2}}{s^2 + s \frac{3-k}{CR} + \frac{1}{C^2 R^2}}$$

Ahora:

$$\begin{aligned} CR &= 122,79, 10^{-6} \\ k &= 2,609 \end{aligned}$$

Si hago que $C = 1[F]$ para luego escalar, entonces:

- $C_1 = C_2 = 1[F] \rightarrow 0,1[uF]$
- $R_1 = R_2 = 122,79[u\Omega] \rightarrow 1,228[K\Omega]$

Esto nos dará la siguiente función de transferencia, la cual tendremos que escalar para obtener la esperada.

$$\frac{173,01 * 10^6}{s^2 + 3184 + 6,632 * 10^7}$$

El factor de escala será de $G = 0,094908$, esto lo podemos lograr mediante un divisor resistivo a la entrada de la red atenuando para lograr lo requerido, es posible sólo agregando una resistencia adicional y mediante thevenin, teniendo en cuenta que:

- $R_1 = R_3 // R_4 = 1,228[k\Omega]$
- $G = 0,094908 = \frac{R_4}{R_4 + R_3}$

Resolviendo este sistema de ecuaciones:

- $R_3 = 1,3568[k\Omega]$
- $R_4 = 12,939[k\Omega]$

Además para obtener el k deseado:

- $R_a = 621,5[\Omega]$
- $R_b = 1[k\Omega]$

3.2.2. Simulaciones

Simularemos el siguiente circuito con la topología dada y los elementos pasivos ya calculados:

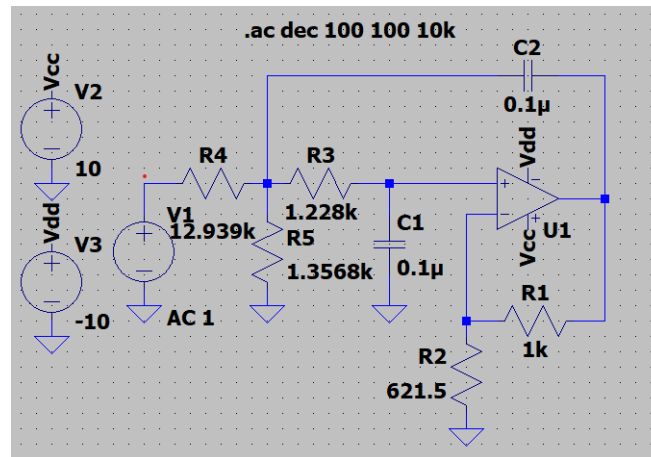


Figura 15: Circuito Simulado

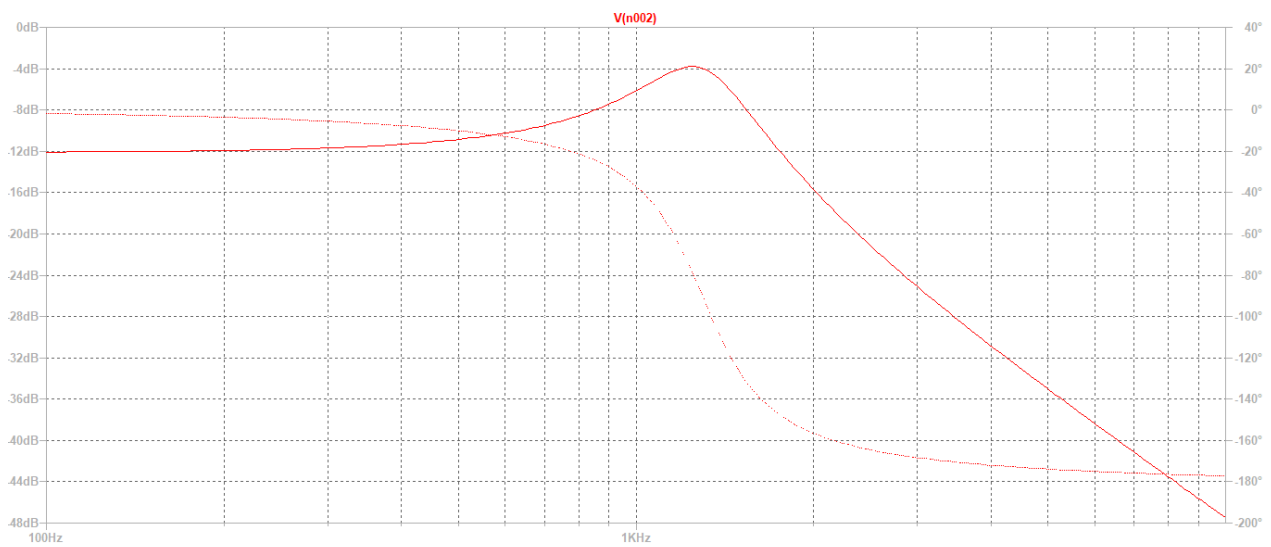


Figura 16: Bode Filtro Pasa Bajo

3.3. Filtro Completo

Para la realización del filtro completo, tan sólo es necesario conectar ambos circuitos ya calculados de forma salida-entrada.

3.3.1. Simulaciones

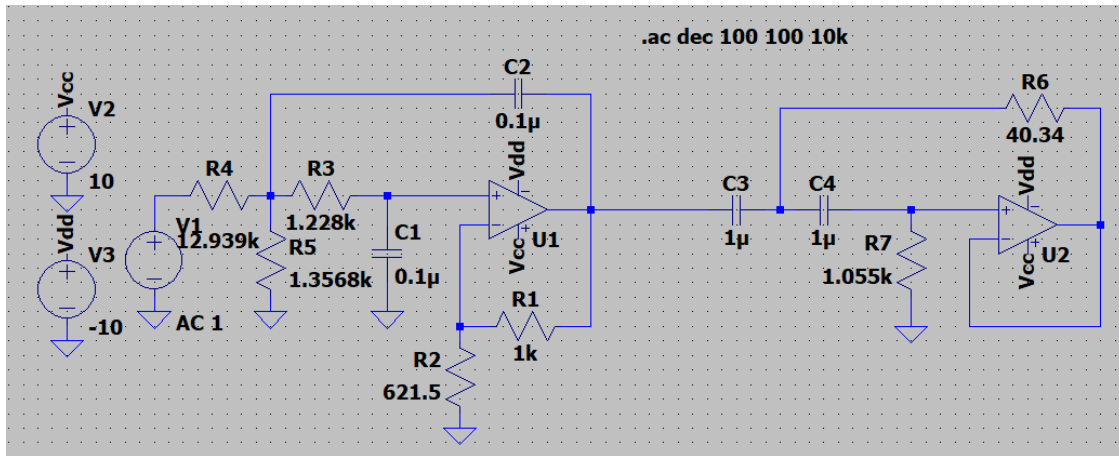


Figura 17: Circuito Simulado

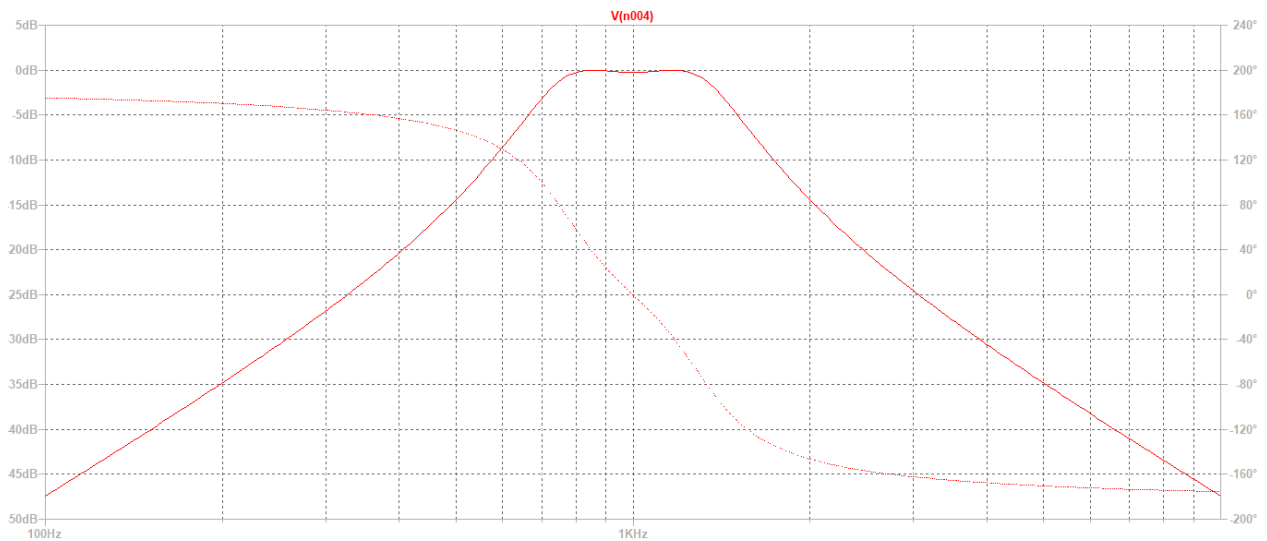


Figura 18: Bode Filtro Pasa Banda

Realizando un ajuste a las frecuencias de importancia y determinando mediante cursores:

- $800[Hz] : -0,257[dB]$
- $1250[Hz] : -0,266[dB]$
- $200[Hz] : -34,8[dB]$
- $5000[Hz] : -34,88[dB]$

Podemos comprobar que este filtro cumple con lo especificado.

3.3.2. Sensibilidad

Para calcular la sensibilidad de la frecuencia de los polos ω_p y el ancho de banda (ω_p/Q_p), se toma las expresiones dadas anteriormente para cada caso (bicuadrática), donde:

Pasa Bajo

$$\frac{\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} \cdot s + \omega_p^2} = \frac{k \cdot \frac{1}{C^2 R^2}}{s^2 + s \frac{3-k}{CR} + \frac{1}{C^2 R^2}}$$

Siendo entonces:

- $\omega_p = \frac{1}{CR}$
- $\omega_p/Q_p = \frac{3-k}{CR}$

Siendo $k = \frac{R_a + R_b}{R_a}$.

Entonces:

$$\begin{aligned} S\left(\frac{\omega_p}{R}\right) &= \frac{R \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial R} = -1 \\ S\left(\frac{\omega_p}{C}\right) &= \frac{C \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial C} = -1 \\ S\left(\frac{\omega_p}{k}\right) &= \frac{k \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial k} = 0 \\ S\left(\frac{\omega_p/Q_p}{R}\right) &= \frac{R \cdot \partial (\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p) \cdot \partial R} = 0 \\ S\left(\frac{\omega_p/Q_p}{C}\right) &= \frac{C \cdot \partial (\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p) \cdot \partial C} = 0 \\ S\left(\frac{\omega_p/Q_p}{k}\right) &= \frac{k \cdot \partial (\omega_p/Q_p)}{(\omega_p/Q_p) \cdot \partial k} = \frac{-k}{k-3} = 6,67 \end{aligned}$$

Se desarrollará una tabla para determinar las variaciones y ajustar tolerancias de los componentes, asegurando la mínima desviación posible, Además se procederá a colocar valores comerciales de componentes con su respectiva serie.

	Sensibilidad			Efecto Total	
Elemento	Wp	Wp/Qp	Tolerancia	Wp	Wp/Qp
R	-1	0	5%	5,00%	0,00%
C	-1	0	5%	5,00%	0,00%
k	0	6,67	1%	0,00%	6,67%
			TOTAL	10,00%	6,67%

Figura 19: Variación de los parámetros Pasa Bajo

Pasa Alto

$$\frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} \cdot s + \omega_p^2} = \frac{k \cdot s^2}{s^2 + \frac{s}{C} \cdot \left(\frac{2}{R_2} + \frac{1-k}{R_1} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}$$

Siendo entonces:

$$\begin{aligned} \blacksquare \omega_p &= \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}} \\ \blacksquare \omega_p / Q_p &= \frac{2R_1 + R_2 \cdot (1-k)}{C \cdot R_1 \cdot R_2} \end{aligned}$$

$$\text{Siendo } k = \frac{R_a + R_b}{R_a}.$$

Entonces:

$$\begin{aligned} S\left(\frac{\omega_p}{R_1}\right) &= \frac{R_1 \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial R_1} = -0,5 \\ S\left(\frac{\omega_p}{R_2}\right) &= \frac{R_2 \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial R_2} = -0,5 \\ S\left(\frac{\omega_p}{C}\right) &= \frac{C \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial C} = -1 \\ S\left(\frac{\omega_p}{k}\right) &= \frac{k \cdot \partial \omega_p}{\omega_p \cdot \partial k} = 0 \\ S\left(\frac{\omega_p / Q_p}{R_1}\right) &= \frac{R_1 \cdot \partial (\omega_p / Q_p)}{(\omega_p / Q_p) \cdot \partial R_1} = \frac{R_2 \cdot (k-1)}{2 \cdot R_1 - (k-1) \cdot R_2} = 0 \\ S\left(\frac{\omega_p / Q_p}{R_2}\right) &= \frac{R_2 \cdot \partial (\omega_p / Q_p)}{(\omega_p / Q_p) \cdot \partial R_2} = \frac{2 \cdot R_1}{R_2 \cdot (k-1) - 2 \cdot R_1} = -1 \\ S\left(\frac{\omega_p / Q_p}{C}\right) &= \frac{C \cdot \partial (\omega_p / Q_p)}{(\omega_p / Q_p) \cdot \partial C} = -1 \\ S\left(\frac{\omega_p / Q_p}{k}\right) &= \frac{k \cdot \partial (\omega_p / Q_p)}{(\omega_p / Q_p) \cdot \partial k} = \frac{k \cdot R_2}{k \cdot R_2 - 2 \cdot (R_1 + 0,5 \cdot R_2)} = -13,076 \end{aligned}$$

De la misma manera, desarrollamos una tabla:

	Sensibilidad			Efecto Total	
Elemento	Wp	Wp/Qp	Tolerancia	Wp	Wp/Qp
R1	-0,5	0	5,00%	2,50%	0,00%
R2	-0,5	-1	5,00%	2,50%	5,00%
C	-1	-1	1,00%	1,00%	1,00%
k	0	-13,076	1,00%	0,00%	13,08%
			TOTAL	6,00%	19,08%

Figura 20: Variación de los parámetros Pasa Alto

3.3.3. Análisis de Montecarlo

Para este análisis se colocarán los valores comerciales de los componentes pasivos con las tolerancias dadas anteriormente.

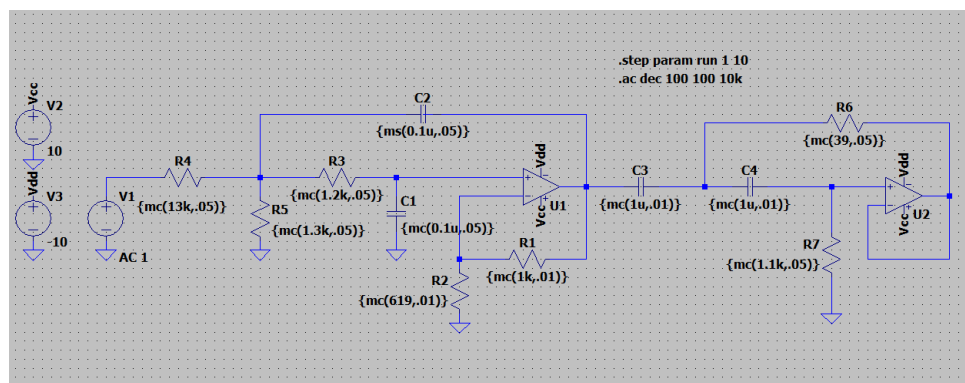


Figura 21: Circuito a Simular

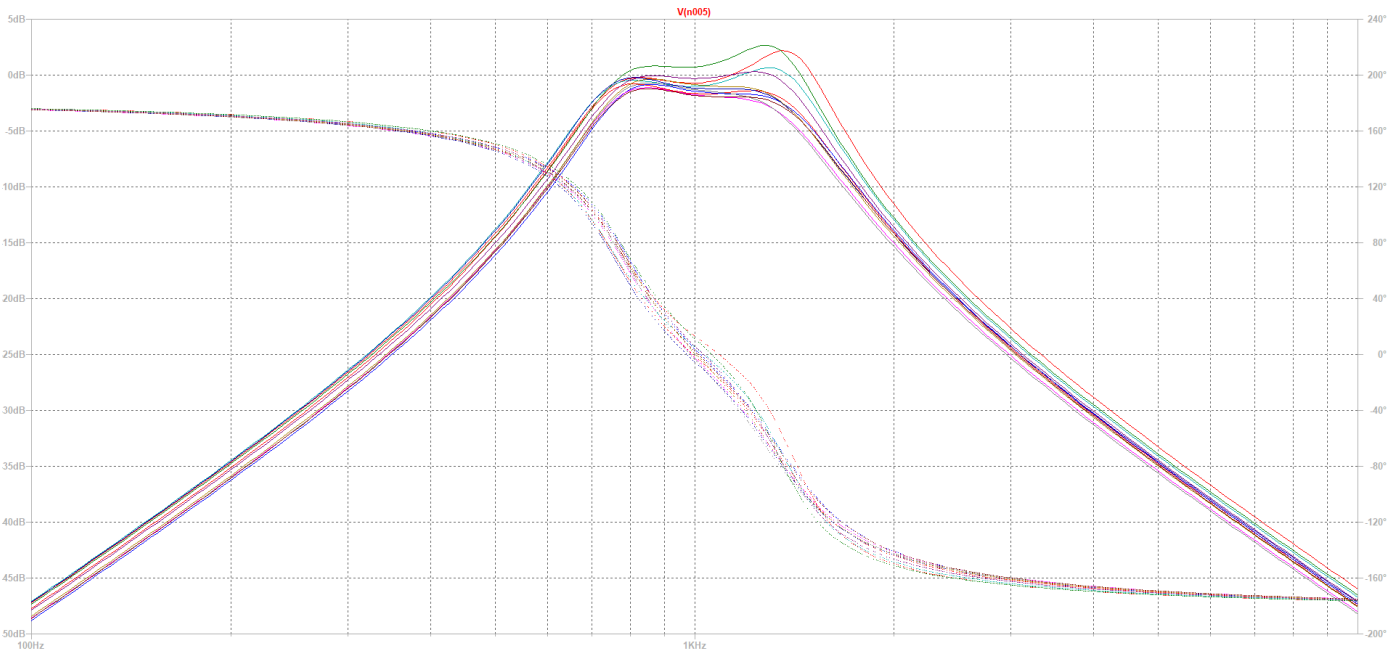
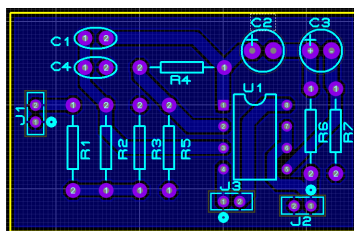


Figura 22: Simulación Monte-Carlo



Figura 23: Zoom Monte-Carlo

Se realizó el circuito en físico con los valores más cercanos a los calculados y se procedió a realizar mediciones para graficar su respuesta en frecuencia.



Como se ven, hay valores de resistencias que no se han podido conseguir, es por ellos que la respuesta puede diferir con respecto a lo simulado.

Con una tensión de entrada de 1[Vp] sinusoidal, se obtuvo la siguiente salida, variando la frecuencia de entrada desde 100 [Hz] hasta 10[KHz] se obtienen los siguientes gráficos de respuesta.

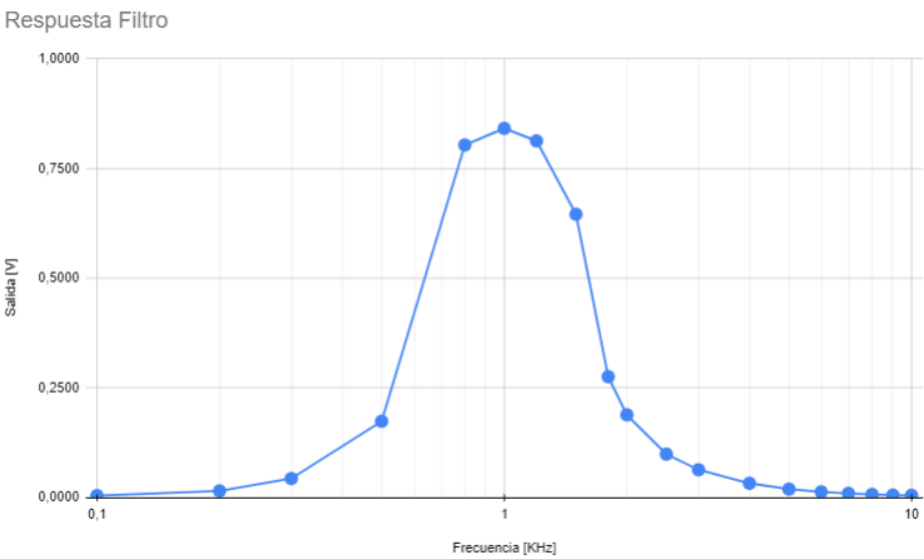


Figura 26: Respuesta Tensión de salida

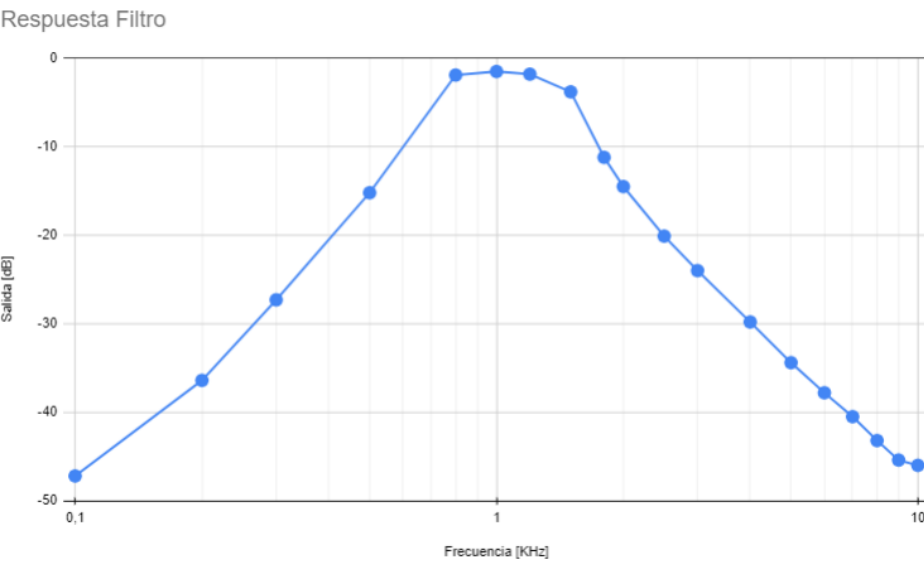


Figura 27: Respuesta en dB