徐汇区2019学年度第一学期期末质量调研

答案解析 2020.1

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1. 已知二次函数 $y=-x^2+2x-3$，那么下列关于该函数的判断正确的是（　　）

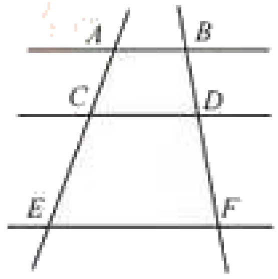
（A）该函数图像有最高点（0,−3）；　　（B）该函数图像有最低点（0,−3）；

（C）该函数图像在 x 轴的下方；　　（D）该函数图像在对称轴左侧是下降的.

【答案】C

【解析】二次函数的图像性质

2. 如图，$AB /\!/ CD /\!/ EF$，$AC=2$，$AE=5$，$BD=1.5$，那么下列结论正确的是（　　）



（A）$DF=\frac{15}{4}$；　　（B）$EF=\frac{15}{4}$；

（C）$CD=\frac{15}{4}$；　　（D）$BF=\frac{15}{4}$.

【答案】D

【解析】比例线段的应用

3. 已知，P 是线段 AB 上的点，且 $AP^2=BP\cdot AB$，那么 $AP:AB$ 的值是（　　）

（A）$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$；　　（B）$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$；

（C）$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$；　　（D）$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

【答案】A

【解析】黄金分割点的性质

4. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$BC=3$，$AC=5$，那么下列结论正确的是（　　）

（A）$\sin A=\frac{3}{4}$；　　（B）$\cos A=\frac{4}{5}$；

（C）$\cot A=\frac{5}{4}$；　　（D）$\tan A=\frac{4}{3}$.

【答案】B

【解析】锐角三角比的计算

5. 跳伞运动员小李在200米的空中测得地面上的着落点 A 的俯角为60°，那么此时小李离着落点 A 的距离是（　　）

（A）200米；　　（B）400米；

（C）$\frac{200}{3}\sqrt{3}$米；　　（D）$\frac{400}{3}\sqrt{3}$米.

【答案】D

【解析】锐角三角比的应用—俯角

6. 下列命题中，假命题是（　　）

（A）凡有内角为$30°$的直角三角形都相似；

（B）凡有内角为$45°$的等腰三角形都相似；

（C）凡有内角为$60°$的直角三角形都相似；

（D）凡有内角为$90°$的等腰三角形都相似.

【答案】B

【解析】相似三角形的判定

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算：$2\sin 60° - \cot 30° \cdot \tan 45° =$ ____________.

【答案】0

【解析】特殊角的锐角三角比

8. 已知线段 a=4 厘米、c=9 厘米，那么线段 a、c 的比例中项 b=____________厘米.

【答案】6

【解析】比例中项的定义

9. 如果两个相似三角形的对应高比是 $\sqrt{3}:2$，那么它们的相似比是____________.

【答案】$\sqrt{3}:2$

【解析】相似三角形的性质

10. 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A'B'C'D'$ 是相似图形，点 A、B、C、D 分别与 A'、B'、C'、D' 对应，已知 BC=3，CD=2.4，$B'C'$=2，那么 $C'D'$ 的长是____________.

【答案】1.6

【解析】相似形的性质

11. 已知二次函数 $y=2\left(x+2\right)^2$，如果 $x>-2$，那么 y 随 x 的增大而____________.

【答案】增大

【解析】二次函数的图像性质

12. 同一时刻，高为 12 米的学校旗杆的影长为 9 米，一座铁塔的影长为 21 米，那么此铁塔的高是 ____________米.

【答案】28

【解析】锐角三角比的应用

13. 一山坡的坡度 $i=1:3$，小刚从山坡脚下点 P 处上坡走了 $50\sqrt{10}$ 米到达点 N 处，那么他上升的高度是 ________米.

【答案】50

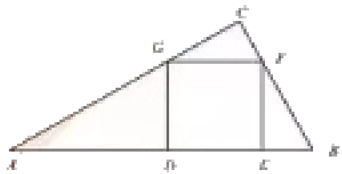
【解析】锐角三角比的应用

14. 在 ΔABC 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，$AB=6$，$AC=4$，$BC=5$，$AD=2$，$AE=3$，那么 DE 的长是________

【答案】$\frac{5}{2}$

【解析】相似三角形的模型——"斜 A"

15. 如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90°$ $AC=2$，$BC=1$，正方形 $DEFG$ 内接于 ΔABC，点 G、F 分别在边 AC、BC 上，点 D、E 在斜边 AB 上，那么正方形 $DEFG$ 的边长是________.

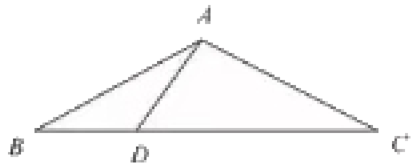


（第15题图）

【答案】$\frac{2}{7}\sqrt{5}$

【解析】相似三角形的性质

16. 如图，在 ΔABC 中，点 D 在边 BC 上，$AD\perp AC$，$\angle BAD=\angle C$，$BD=2$，$CD=6$，那么 $\tan C$ 的值是________.



（第16题图）

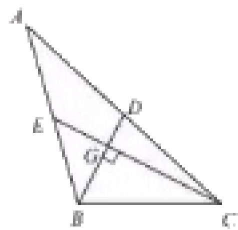
【答案】$\frac{1}{7}$

【解析】锐角三角比

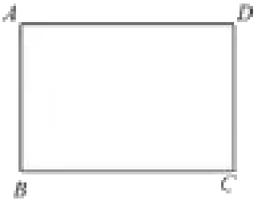
17. 我们把有两条中线互相垂直的三角形称为"中垂三角形"，其中 ΔABC 的中线 BD、CE 互相垂直于点 G，如果 $BD=9$，$CE=12$，那么 D、E 两点间的距离是________

【答案】5

【解析】重心的性质



18．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=4$，将矩形 $ABCD$ 绕着点 B 顺时针旋转后得到矩形 $A'BC'D'$ 点 A 对应点 A' 在对角线 AC 上，点 C、D 分别于点 C'、D' 对应，$A'D'$ 与边 BC 交于点 E，那么 BE 的长是__________.



【答案】$\frac{25}{8}$

【解析】旋转+锐角三角比

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．（本题满分 10 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 4 分）

已知：$a:b:c=2:3:5$.

（1）求代数式 $\frac{3a-b+c}{2a+3b-c}$ 的值；

（2）如果 $3a-b+c=24$，求 a、b、c 的值.

【解析】

（1）∵ $a:b:c=2:3:5$

∴设 $a=2k$，则 $b=3k$，$c=5k$ （$k\neq0$）

$\frac{3a-b+c}{2a+3b-c}=\frac{6k-3k+5k}{4k+9k-5k}=\frac{8k}{8k}=1$

（2）$6k-3k+5k=24$

$8k=24$　　$k=3$

∴$a=2k=6$　$b=3k=9$　$c=5k=15$

20．（本题满分 10 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 4 分）

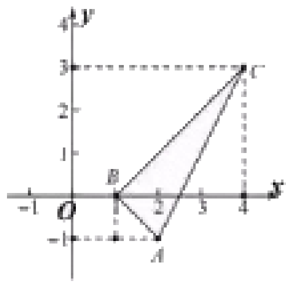
已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 自变量 x 的值和它对应的函数值 y 如下表所示：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	−1	0	m	…

（1）请写出该二次函数图像的开口方向、对称轴、顶点坐标和 m 的值；

（2）设该二次函数图像与 x 轴的左交点为 B，它的顶点为 A，该图像上点 C 的横坐标为 4，求△ABC 的面积.

【解析】



（1）开口向上，对称轴：直线 $x=2$

顶点坐标（2，-1），$m=3$

（2）B（1，0）　　A（2，-1）　　C（4，3）

∵$BC=3\sqrt{2}$　　$AB=\sqrt{2}$　　$AC=2\sqrt{5}$

∴ $BC^2+AB^2=AC^2$

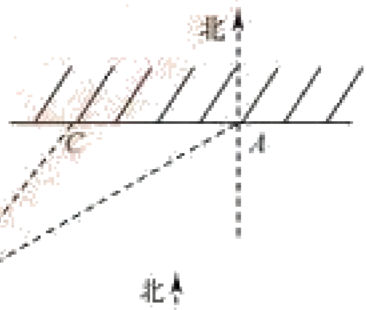
∴$\triangle ABC$ 为直角三角形

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=3$

21．**（本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）**

如图，一艘游轮在离开码头 A 处后，沿南偏西 60°方向行驶到达 B 处，此时从 B 处发现灯塔 C 在游轮的东北方向，已知灯塔 C 在码头 A 的正西方向 200 米处，求此时游轮与灯塔 C 的距离（精确到 1 米）．

参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{6}\approx 2.449$.



【解析】 过点 B 作 $BD\perp AC$ 垂足为点 D

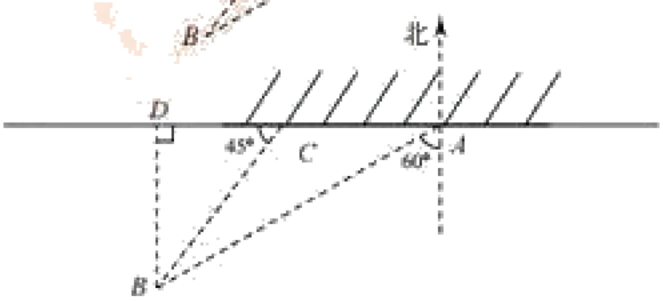
设 $BD=x$，则 $CD=x$，$AD=200+x$

$\tan 30^\circ=\frac{BD}{AD}=\frac{x}{200+x}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴ $x\approx 273$

$BC=\frac{BD}{\cos 45^\circ}$

∴ $BC\approx 386$ 米



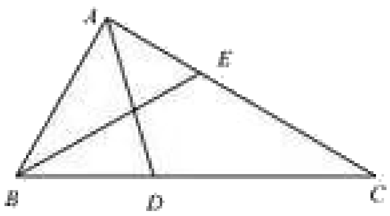
22．**（本题满分 10 分）**

如图，在$\triangle ABC$ 中，AD、BE 是$\triangle ABC$ 的角平分线，$BE=CE$，$AB=2$，$AC=3$.

（1）设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，求向量 $\overrightarrow{BE}$（用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示）；

（2）将$\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折后，点 B 与边 AC 上的点 F 重合，联结 DF，求 $S_{\triangle CDF}:S_{\triangle CEB}$ 的值．

【解析】



（第22题图）

（1）∵BE 为$\angle ABC$ 的角平分线　　∴$\angle ABE=\angle EBC$

∵$BE=CE$　∴$\angle EBC=\angle ECB$　　∴$\angle ABE=\angle ECB$

又∵$\angle BAE=\angle CAB$（公共角）　　∴$\triangle ABE\backsim\triangle ACB$

∴ $\frac{AE}{AB}=\frac{AB}{AC}$　　得：$AE=\frac{4}{3}$　　∴$CE=\frac{5}{9}CA$

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}=\vec{b}+\frac{5}{9}\overrightarrow{CA}=\vec{b}+\frac{5}{9}\left(-\vec{a}-\vec{b}\right)=\frac{4}{9}\vec{b}-\frac{5}{9}\vec{a}$

（2）$\because\triangle ADF$ 由 $\triangle ABD$ 翻折得到

$\therefore AF=AB=2$，$\angle AFD=\angle ABD$，$CF=AC-AF=1$

$\because\angle AFD=\angle ACD+\angle FDC$，$\angle ACD=\angle EBC$

$\therefore\angle FDC=\angle EBC$

$\therefore\triangle FDC\backsim\triangle EBC$

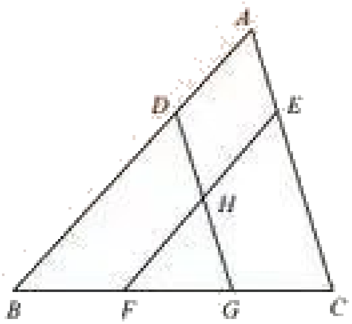
$\frac{CF}{CE}=\frac{3}{5}$　　$S_{\triangle CDF}:S_{\triangle CEB}=\frac{9}{25}$

23.（**本题满分 12 分，每小题各 6 分**）

如图，在 $\triangle ACB$ 中，点 D、E、F、G 分别在 AB、AC、BC 上，$AB=3AD$，$CE=2AE$，$BF=FG=CG$，DG 与 EF 交于点 H.

（1）求证：$FH\cdot AC=HG\cdot AB$；

（2）联结 DF、EG，求证：$\angle A=\angle FDG+\angle GEF$.



(第23题图)

【解析】

（1）$\frac{CF}{BF}=\frac{CE}{AE}=\frac{2}{1}$

$\therefore EF\parallel AB$

$\frac{BD}{AD}=\frac{BG}{CG}=\frac{2}{1}$

$\therefore DG\parallel AC$

$\therefore\angle EFC=\angle B$，$\angle DGB=\angle C$

$\therefore\triangle HFG\backsim\triangle ABC$

$\therefore FH\cdot AC=HG\cdot AB$

（2）$\because FH\parallel BD$

$\frac{FG}{BF}=\frac{HG}{DH}=1$　　$\therefore HG=DH$

同理 $FH=EH$

又 $\angle DHF=\angle GHE$

$\therefore\triangle DHF\cong\triangle GHE$

$\therefore\angle FEG=\angle DFE$

$\because\angle FHG=\angle FDG+\angle DFE$

即 $\angle FHG=\angle FDG+\angle GEF$

又由（1）得 $\angle FHG=\angle A$

$\therefore\angle A=\angle FDG+\angle GEF$

【总结】三角形一边的平行线性质定理和判定定理

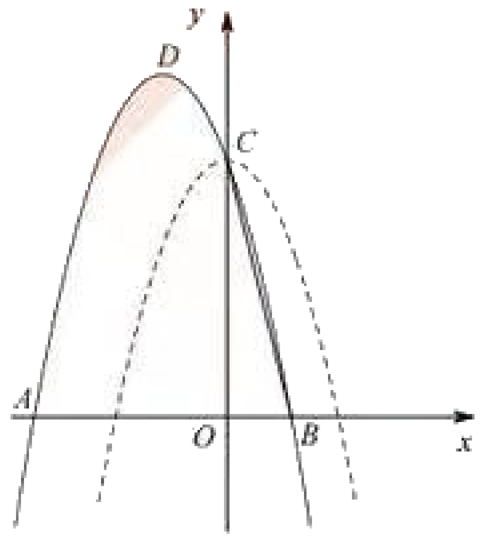
24．（本题满分 12 分）

如图,将抛物线 $y=-\frac{4}{3}x^2+4$ 平移后，新抛物线经过原抛物线的顶点 C，新抛物线与 x 轴正半轴交于点 B，联结 BC，$\tan B=4$，设新抛物线与 x 轴的另一交点是 A，新抛物线的顶点是 D.

（1）求点 D 的坐标；

（2）设点 E 在新抛物线上，联结 AC、DC，如果 CE 平分 $\angle DCA$，求点 E 的坐标；

（3）在(2)的条件下,将抛物线 $y=-\frac{4}{3}x^2+4$ 沿 x 轴左右平移，点 C 的对应点为 F 当 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 相似时,请直接写出平移后所得抛物线的表达式；



（第24题图）

【解析】

（1）$B(1,0)$　$C(0,4)$

设新抛物线 $y=-\frac{4}{3}(x+m)^2+4+k$

把 $B(1,0)$　$C(0,4)$代入

$$\begin{cases}-\frac{4}{3}(1+m)^2+4+k=0\\-\frac{4}{3}m^2+4+k=4\end{cases}\quad 得\begin{cases}m=1\\k=\frac{4}{3}\end{cases}$$

$y=-\frac{4}{3}(x+1)^2+\frac{16}{3}$

$D(-1,\frac{16}{3})$

（2）易证 $A(-3,0)$

作 $CP\parallel x$ 轴，作 $DH\perp y$ 轴

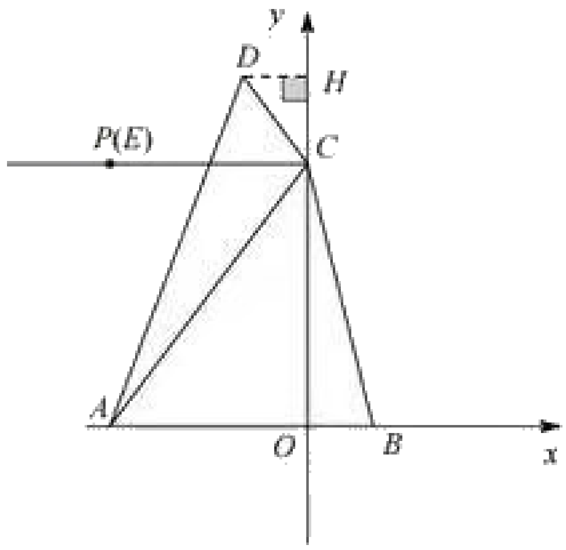
易得 $\tan\angle DCP=\tan\angle CDH=\frac{4}{3}$

$\tan\angle ACP=\tan\angle CAB=\frac{4}{3}$

所以 $\angle DCP=\angle ACP$

所以点 P 即为所求点 E

所以 $E(-2,4)$



（3）$\angle DEF=\angle DCE=\angle ACE=\angle CAB$

① $\angle DFE=\angle ABC$

表达式为：$y=-\frac{4}{3}(x+\frac{2}{3})^2+4$

② $\angle DFE=\angle ACB$

表达式为：$y=-\frac{4}{3}(x-\frac{1}{12})^2+4$

【总结】二次函数图像平移与相似相结合；

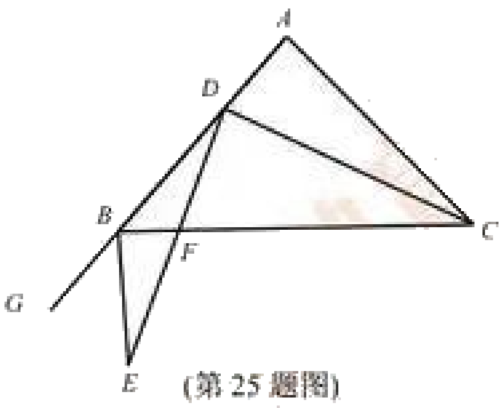
25.（本题满分 14 分，第（1）小题 3 分，第（2）小题 5 分，第（3）小题 6 分）

如图，在 ΔABC 中，$AB=AC=5$，$BC=6$，点 D 是边 AB 上的动点（点 D 不与点 A、B 重合），点 G 在边 AB 的延长线上，$\angle CDE=\angle A$，$\angle GBE=\angle ABC$，DE 与边 BC 交于点 F.

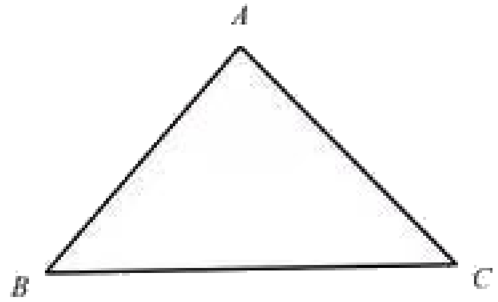
（1）求 $\cos A$ 的值；

（2）当 $\angle A=2\angle ACD$ 时，求 AD 的长；

（3）点 D 在边 AB 上运动的过程中，AD: BE 的值是否会发生变化？如果不变化，请求 AD: BE 的值；如果变化，请说明理由.



(第 25 题图)



(备用图)

【解析】

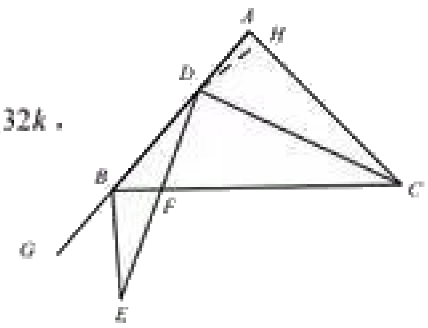
（1）作高，利用三角比求线段，$\cos A=\frac{7}{25}$.

（2）易知 $\tan\angle ACD=\frac{3}{4}$，作 $DH\perp AC$，

设 $DH=24k$，则 $AH=7k$，$AD=25k$，$CH=32k$，

$\therefore AC=39k=5$，$k=\frac{5}{39}$，

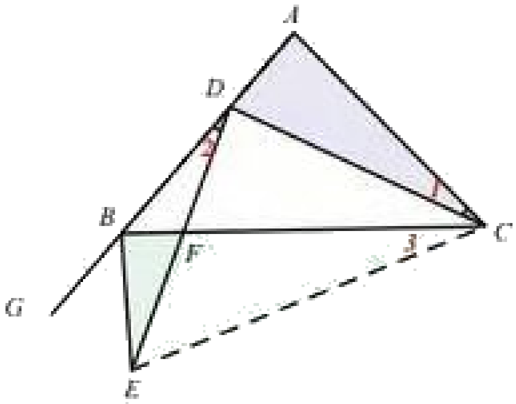
$\therefore AD=25k=\frac{125}{39}$.



【总结】得到 $\angle ACD$ 正切值，设 k 法解直角三角形；

（3）AD：BE 的值不变．

方法一：相似



易证 $\angle 1=\angle 2$，$\angle A=\angle EBC$（外角），

$\therefore \Delta BFE \backsim \Delta DFC$（AA 证相似），

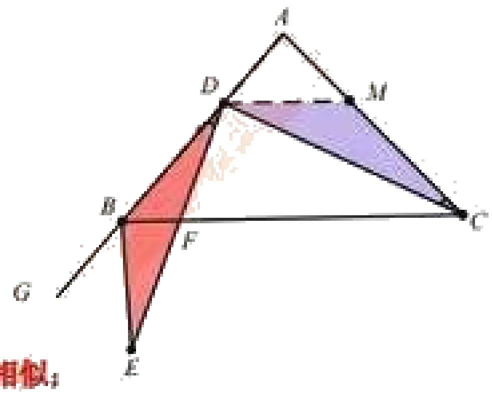
则 $\Delta BDF \backsim \Delta ECF$，

$\therefore \angle 1=\angle 3=\angle 2$，

$\therefore \Delta ACD \backsim \Delta BCE$，

$\therefore \dfrac{AD}{BE}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{5}{6}$．

方法二：全等



过点 D 做 $DM // BC$ 交 AC 于点 M，

易证 $\Delta DMC \cong \Delta EBD$（ASA），$\therefore DM=BE$，

再由 $\dfrac{AD}{DM}=\dfrac{5}{6}$，得 $\dfrac{AD}{BE}=\dfrac{5}{6}$．

【总结】方法一：利用外角模型证明角相等，再构造蝴蝶型相似；

方法二：构造 A 字型相似，通过转换线段得证．