2022年上海市嘉定区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列函数中是二次函数的是（▲）

(A) $y=x-1$； (B) $y=\frac{1}{x^2}$；

(C) $y=(x-2)^2-x^2$； (D) $y=x(x-1)$.

2. 已知抛物线 $y=(a-1)x^2+2$ 的顶点是此抛物线的最低点，那么 a 的取值范围是（▲）

(A) $a\neq0$； (B) $a\neq1$； (C) $a>1$； (D) $a<1$.

3. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=6$，$BC=2$，那么下列各式中正确的是（▲）

(A) $\tan A=\frac{1}{3}$； (B) $\cot A=\frac{1}{3}$； (C) $\sin A=\frac{1}{3}$； (D) $\cos A=\frac{1}{3}$.

4. 在△ABC 中，$AB=AC=10$，$\cos B=\frac{2}{5}$，那么 BC 的长是（▲）

(A) 4； (B) 8； (C) $2\sqrt{21}$； (D) $4\sqrt{21}$.

5. 已知一个单位向量 $\vec{e}$，设 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 是非零向量，那么下列等式中一定正确的是（▲）

(A) $|\vec{e}|\vec{a}=\vec{a}$； (B) $|\vec{b}|\vec{e}=\vec{b}$； (C) $\frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}=\vec{e}$； (D) $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}$.

6. 如图1，已知 $AB\parallel CD\parallel EF$，$AC:AE=3:5$，那么下列结论正确的是（▲）

(A) $BD:DF=2:3$； (B) $AB:CD=2:3$；

(C) $CD:EF=3:5$； (D) $DF:BF=2:5$.

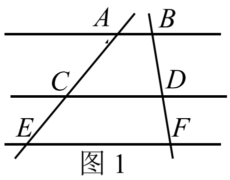


图1

二、填空题：（本大题共12题，每题4分，满分48分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 抛物线 $y=ax^2+2$ 经过点 $(-2,6)$，那么 $a=$ ▲ .

8. 抛物线 $y=-x^2-2x+1$ 的对称轴是 ▲ .

9. 抛物线 $y=(m+3)x^2+x-1$ 在对称轴右侧的部分是上升的，那么 m 的取值范围是 ▲ .

10. 将抛物线 $y=x^2-2x$ 向左平移2个单位，得到一条新抛物线，这条新抛物线的表达式

是▲.

11. 在△ABC中，$\angle C=90°$，$\cos B=\dfrac{1}{4}$，$BC=4$，那么$AB=$▲.

12. 在菱形$ABCD$中，对角线AC与BD之比是$3:4$，那么$\sin\angle BAC=$▲.

13. 如图 2，飞机在目标B的正上方A处，飞行员测得地面目标C的俯角$\alpha=30°$，如果地面目标B、C之间的距离为 6 千米，那么飞机离地面的高度AB等于▲千米.（结果保留根号）

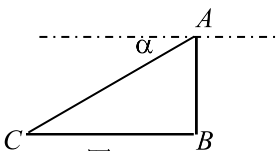


图 2

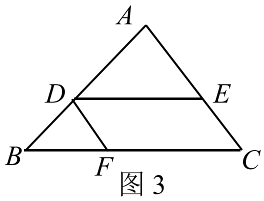


图 3

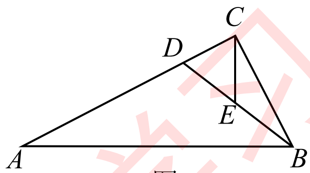


图 4

14. 已知$x:y=2:3$，那么$(x+y):y=$▲.

15. 已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{x}$满足$2(\vec{a}-\vec{x})=3(\vec{b}-\vec{x})$，试用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示向量$\vec{x}$，那么$\vec{x}=$ ▲.

16. 如图 3，在△ABC中，$DE\parallel BC$，$DF\parallel AC$，$AD=3$，$BD=2$，那么$BF:DE$的值是▲.

17. 在梯形$ABCD$中，$AD//BC$，对角线AC与BD相交于点O，如果△AOD、△BOC的面积分别是$1cm^2$、$4cm^2$，那么梯形$ABCD$的面积等于▲cm^2.

18. 如图 4，在△ABC中，$\angle C=90°$，$BC=2$，$AB=2\sqrt{5}$，点D在边AC上，$CD:AD=1:3$，联结BD，点E在线段BD上，如果$\angle BCE=\angle A$，那么$CE=$▲.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

计算：$\tan 60°\cdot\cot 30°+\dfrac{\tan 45°}{\cot 45°+2\sin 45°}+2\left|\cos 60°-1\right|$.

20. （本题满分 10 分）

如图 5，在梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，点 E 在线段 AD 上，CE 与 BD 相交于点 H，CE 与 BA 的延长线相交于点 G，已知 $DE : AE = 2:3$，$BC = 4DE$，$CE = 10$．求 EH、GE 的长．

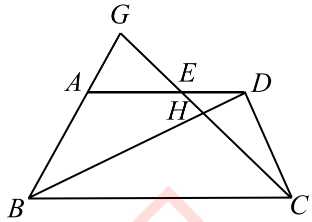


图 5

21. （本题满分 10 分，第(1)小题满分 6 分，第(2)小题满分 4 分）

已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(3,-2)$、$B(2,-3)$、$C(0,1)$．

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）用配方法求出这个二次函数图像的顶点坐标．

22. （本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分）

如图 6，在航线 l 的两侧分别有两个灯塔 A 和 B，灯塔 A 到航线 l 的距离为 $AC = 3$ 千米，灯塔 B 到航线 l 的距离为 $BD = 4$ 千米，灯塔 B 位于灯塔 A 南偏东 $60°$ 方向．现有一艘轮船从位于灯塔 B 北偏西 $53°$ 方向的 N（在航线 l 上）处，正沿该航线自东向西航行，10 分钟后该轮船行至灯塔 A 正南方向的点 C（在航线 l 上）处．

（1）求两个灯塔 A 和 B 之间的距离；

（2）求该轮船航行的速度（结果精确到 0.1 千米/小时）.（参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73$，$\sin 53°\approx 0.80$，$\cos 53°\approx 0.60$，$\tan 53°\approx 1.33$）

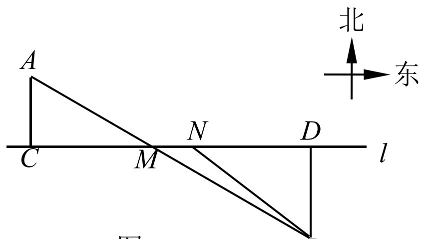


图 6

23.（本题满分 12 分，每小题满分各 6 分）

如图 7，已知正方形 $ABCD$ 和正方形 $BEFG$，点 E 在边 BC 上，点 G 在边 AB 的延长线上，联结 AE，并延长 AE 交 CG 于点 K.

（1）求证：$\triangle ABE\backsim\triangle CKE$；

（2）如果 CG 与 EF 交于点 H，求证：$BE^2=FH\cdot AB$.

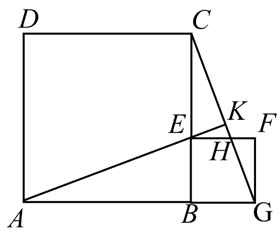


图 7

24. （本题满分 12 分，每小题满分各 4 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，点 A、B 两点在直线 $y=\dfrac{1}{2}x$ 上，如图 8．二次函数 $y=ax^2+bx-2$ 的图像也经过点 A、B 两点，并与 y 轴相交于点 C，如果 $BC\parallel x$ 轴，点 A 的横坐标是 2．

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）设这个二次函数图像的对称轴与 BC 交于点 D，点 E 在 x 轴的负半轴上，如果以点 E、O、B 所组成的三角形与 $\triangle OBD$ 相似，且相似比不为 1，求点 E 的坐标；

（3）设这个二次函数图像的顶点是 M，求 $\tan\angle AMC$ 的值．

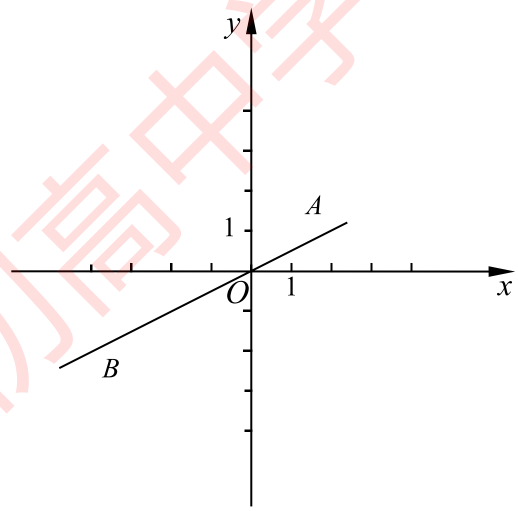


图 8

25. （本题满分 14 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）、（3）小题满分各 5 分）

在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与边 CD 垂直，$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{3}{4}$，四边形 $ABCD$ 的周长是16，点 E 是在 AD 延长线上的一点，点 F 是在射线 AB 上的一点，$\angle CED=\angle CDF$．

（1）如图 9，如果点 F 与点 B 重合，求 $\angle AFD$ 的余切值；

（2）如图 10，点 F 在边 AB 上的一点．设 $AE=x$，$BF=y$，求 y 关于 x 的函数关系式并写出它的定义域；

（3）如果 $BF:FA=1:2$，求△ CDE 的面积．

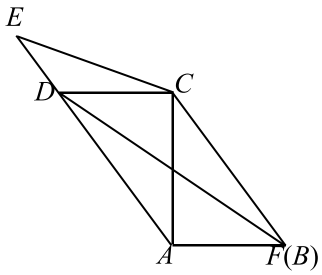


图 9

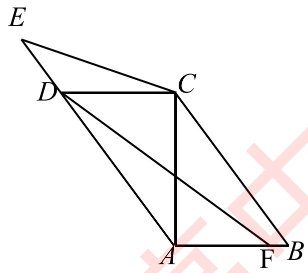
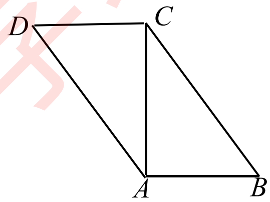


图 10



备用图

2022年上海市嘉定区中考数学一模试卷
答案

一、**1**. D；**2**. C；**3**. A；**4**. B；**5**. A；**6**. D.

二、**7**.1；**8**.直线 $x=-1$；**9**. $m>-3$；**10**. $y=x^2+2x$；**11**.16；**12**.$\frac{4}{5}$；**13**.$2\sqrt{3}$；

14.$5:3$；**15**. $3\vec{b}-2\vec{a}$；**16**. $\frac{2}{3}$；**17**.9；**18**.$\frac{\sqrt{5}}{2}$.

三、**19**．解：$\tan 60°\cdot\cot 30°+\dfrac{\tan 45°}{\cot 45°+2\sin 45°}+2\left|\cos 60°-1\right|$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\dfrac{1}{1+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}+2\left|\frac{1}{2}-1\right|$ ……………………6分

$=3+\sqrt{2}-1+1$ ……………………3分

$=3+\sqrt{2}$ ……………………1分

20．解：$\because AD\parallel BC\ \therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{EH}{HC}$ ……………1分

$\because BC=4DE\quad\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{4}$ ……………………1分

$\because CE=10\ \therefore HC=10-EH$ ……………………1分

$\therefore \dfrac{1}{4}=\dfrac{EH}{10-EH}$ ……………………………1分

$\therefore EH=2$ ……………………………1分

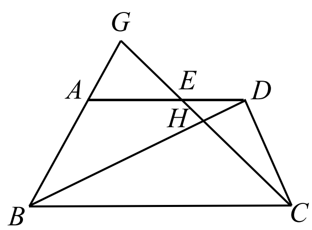


图5

$\because BC=4DE,\ DE:AE=2:3$

$\therefore \dfrac{AE}{BC}=\dfrac{3}{8}$ ……………………………1分

$\because AD\parallel BC\ \therefore \dfrac{AE}{BC}=\dfrac{GE}{GC}$ ……………………1分

$\because CE=10\ \therefore GC=10+GE$ ……………………1分

$\therefore \dfrac{3}{8}=\dfrac{GE}{10+GE}$ ……………………………1分

$\therefore GE=6$ ……………………………1 分

21．解：（1）由题意，得 $\begin{cases}9a+3b+c=-2,\\4a+2b+c=-3,\\c=1\end{cases}$ ……………………3 分

解这个方程组，得 $a=1$，$b=-4$ ………………………………2 分

所以，这个二次函数的解析式是 $y=x^2-4x+1$. …………………1 分

（2） $y=x^2-4x+1=x^2-4x+4-4+1=(x-2)^2-3$ …………2 分

所以，这个二次函数图像的顶点坐标为 $(2,-3)$ ………………2 分

22.解：（1）由题意，得 $\angle ACM=\angle BDM=90^\circ$，$AC=3$，$BD=4$

$\angle CAM=\angle DBM=60^\circ$ …………1 分

在 $Rt\triangle ACM$ 中，$\cos\angle CAM=\dfrac{AC}{AM}$，$\therefore\cos60^\circ=\dfrac{3}{AM}$ $\therefore AM=6$ ………1 分

在 $Rt\triangle BDM$ 中，$\cos\angle DBM=\dfrac{BD}{BM}$，$\therefore\cos60^\circ=\dfrac{BD}{BM}$

$\therefore BM=8$ ………1 分

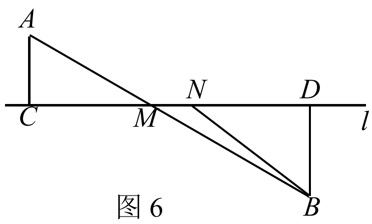


图 6

$\therefore AB=AM+BM=14$ 千米 …………1 分

答：两个灯塔 A 和 B 之间的距离为 14 千米.

（2）在 $Rt\triangle ACM$ 中，$\tan\angle CAM=\dfrac{MC}{AC}$，

$\therefore\tan60^\circ=\dfrac{MC}{3}$ $\therefore MC=3\sqrt{3}$ ……1 分

在 $Rt\triangle BDM$ 中，$\tan\angle DBM=\dfrac{DM}{DB}$，$\therefore\tan60^\circ=\dfrac{DM}{4}$ $\therefore DM=4\sqrt{3}$ ……1 分

$\therefore CD=MC+DM=7\sqrt{3}$ ……1 分

在 $Rt\triangle BDN$ 中，$\tan\angle DBN=\dfrac{DN}{DB}$， 由题意，得 $\angle DBN=53^\circ$

$\therefore\tan53^\circ=\dfrac{DN}{4}$ $\therefore DN=4\tan53^\circ$ ……1 分

$\therefore CN=CD-DN=7\sqrt{3}-4\tan53^\circ$ ……1 分

设该轮船航行的速度是 V 千米/小时

由题意，得$V=(7\sqrt{3}-4\tan 53°)\div\frac{10}{60}$

$\therefore V\approx 40.7$ （千米/小时 ） ……1 分

答：该轮船航行的速度是40.7 千米/小时.

23.证明（1）$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore AB=CB$，$\angle ABC=90°$ ……1 分

$\because$四边形 $BEFG$ 是正方形

$\therefore FG=BG=BE$，$\angle CBG=90°$ ……1 分

$\therefore \angle ABE=\angle CBG=90°$ ……1 分

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CBG$ ……1 分

$\therefore \angle BAE=\angle ECK$ ……1 分

$\because \angle AEB=\angle CEK$

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle CKE$ ……1 分

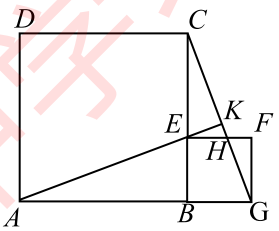


图 7

（2）由题意，得$\angle CEF=\angle F=\angle ABE=90°$

$\therefore FG\parallel BC$ …1 分

$\therefore \angle ECK=\angle FGH$ …1 分

$\because \angle BAE=\angle ECK$

$\therefore \angle BAE=\angle FGH$ …1 分

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle GFH$ …1 分

$\therefore \frac{AB}{FG}=\frac{BE}{FH}$ …1 分

$\because FG=BE$ $\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{BE}{FH}$

$\therefore BE^2=FH\cdot AB$ …1 分

24. 解：(1) $\because$二次函数 $y=ax^2+bx-2$ 的图像与 y 轴相交于点 C

$\therefore$点 C 的坐标为 $(0,-2)$， ………1 分

$\because$ $BC\,//\,x$ 轴 $\therefore$点 B 的纵坐标是 -2，

$\because$点 A、B 两点在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上，点 A 的横坐标是 2

$\therefore$点 A 的坐标为 $(2,1)$，点 B 的坐标为 $(-4,-2)$

由这个二次函数的图像也经过点 A $(2,1)$、B $(-4,-2)$，得

$\begin{cases}4a+2b-2=1\\16a-4b-2=-2\end{cases}$ 解这个方程组，得 $a=\frac{1}{4}$，$b=1$ ………2 分

这个二次函数的解析式是 $y=\frac{1}{4}x^2+x-2$ ………1 分

(2) 根据 (1) 得，二次函数 $y=\frac{1}{4}x^2+x-2$ 图像的对称轴是直线 $x=-2$

$\therefore$点 D 的坐标为 $(-2,-2)$ ………1 分

$\therefore OB=2\sqrt{5}$，$BD=2$

$\because BC\,//\,x$ 轴 $\therefore \angle OBD=\angle BOE$

$\therefore$以点 E、O、B 组成的三角形与 $\triangle OBD$ 相似有可能以下两种:

① 当 $\frac{BO}{OB}=\frac{BD}{OE}$ 时 $\triangle BOD \backsim \triangle OBE$，显然这两相似三角形的相似比为 1

与已知相似比不为 1 矛盾，这种情况应舍去 ………1 分

② 当 $\frac{BO}{OE}=\frac{BD}{OB}$ 时 $\triangle BOD \backsim \triangle OEB$，$\therefore \frac{2\sqrt{5}}{OE}=\frac{2}{2\sqrt{5}}$

$\therefore OE=10$ ………1 分

又点 E 在 x 轴的负半轴上

$\therefore$点 E 的坐标为 $(-10,0)$ ………1 分

(3) 过点 C 作 $CH\perp AM$，垂足为 H

根据 (1) 得，二次函数的解析式是 $y=\frac{1}{4}x^2+x-2$ 的顶点坐标为 $M(-2,-3)$

设直线 AM 的解析式为 $y=kx+b$，易得 $k=1$，$b=-1$

$\therefore$直线 AM 的解析式为 $y=x-1$ ………1 分

设直线 AM 与 x 轴、y 轴的交点分别为点 P、Q，

则点 P 的坐标为 $(1,0)$，点 Q 的坐标为 $(0,-1)$

$\therefore \triangle OPQ$ 是等腰直角三角形，$\angle OQP=45°$

$\because \angle OQP=\angle HOC \therefore \angle HOC=45°$

$\because$点 C 的坐标为 $(0,-2)$，$\therefore CQ=1$

$\therefore HC = HQ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ·········1 分

又 $MQ = 2\sqrt{2}$

$\therefore MH = MQ - HQ = \dfrac{3}{2}\sqrt{2}$ ·········1 分

$\therefore \tan\angle AMC = \dfrac{HC}{MH} = \dfrac{1}{3}$ ······1 分

25.（1）解：如果点 F 与点 B 重合，设 DF 与 AC 交于点 M

$\because AC \perp CD \therefore \angle DCA = 90^\circ$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $\therefore CD \parallel AB \therefore \angle CAB = \angle DCA = 90^\circ$

在 $Rt\triangle CAB$ 中，设 $AB = 3k$

$\because \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{4}$ $\therefore$ $AC = 4k$ $\therefore$

$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 5k$ ·········1 分

$\because$ 四边形 $ABCD$ 的周长是 $16 \therefore 2(AB + BC) = 16$

即 $2(3k + 5k) = 16$ $\therefore$ $k = 1$ $\therefore$

$AB = 3, BC = 5, AC = 4$ ······1 分

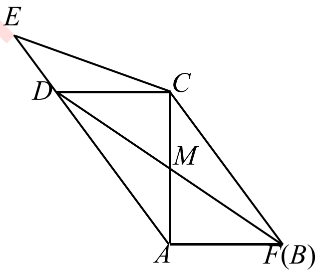


图 9

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AM = CM = \dfrac{1}{2}AC = 2$ ·········1 分

$\therefore \cot\angle AFD = \dfrac{AB}{AM} = \dfrac{3}{2}$ ·········1 分

（2）解：$\because CD \parallel AB \therefore \angle EDC = \angle FAD, \angle CDF = \angle AFD$

$\because \angle CED = \angle CDF \therefore \angle CED = \angle AFD$ $\therefore \triangle CDE \backsim \triangle DAF$ ·········1 分

$\therefore \dfrac{DE}{AF} = \dfrac{DC}{AD}$ ·········1 分

由题意，得 $AD = BC = 5, DE = x - 5$，

$DC = AB = 3, AF = 3 - y$

$\therefore \dfrac{x-5}{3-y} = \dfrac{3}{5}$ ·········1 分

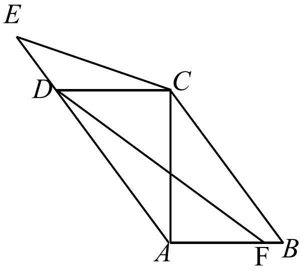


图 10

$\therefore y=-\frac{5}{3}x+\frac{34}{3}$ ………1 分

定义域是：$5<x\leq\frac{34}{5}$. ………1 分

（3）解：点 F 在射线 AB 上都能得到：$\triangle CDE\backsim\triangle DAF$

$\therefore \frac{S_{\Delta CDE}}{S_{\Delta DAF}}=(\frac{DC}{AD})^2$ ………1 分

①当点 F 在边 AB 上

$\because BF:FA=1:2$，$AB=3$ $\therefore AF=2$，

由题意，得 $S_{\Delta DAF}=\frac{1}{2}AF\cdot AC$

$\because AC=4\ \therefore S_{\Delta DAF}=\frac{1}{2}AF\cdot AC=\frac{1}{2}\times2\times4=4$

$\therefore \frac{S_{\Delta CDE}}{4}=(\frac{3}{5})^2\ \therefore S_{\Delta CDE}=\frac{36}{25}$ ……2 分

②当点 F 在 AB 的延长线上

$\because BF:FA=1:2$，$AB=3$ $\therefore AF=6$

由题意， 得 $S_{\Delta DAF}=\frac{1}{2}AF\cdot AC\ \therefore S_{\Delta DAF}=\frac{1}{2}AF\cdot AC=12$

$\therefore \frac{S_{\Delta CDE}}{12}=(\frac{3}{5})^2\ \therefore S_{\Delta CDE}=\frac{108}{25}$ ……2 分

综上所述，$\triangle CDE$ 的面积是 $\frac{36}{25}$ 或 $\frac{108}{25}$.