

2022 年上海市金山区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，那么下列等式中成立的是（ ）

- A. $2a = 3b$ B. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{3}{4}$ C. $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$ D. $\frac{a-b}{b} = \frac{1}{3}$.

2. 在比例尺是 1:200000 的地图上，两地的距离是 6cm，那么这两地的实际距离为（ ）

- A. 1.2km B. 12km C. 120km D. 1200km.

3. 如果点 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP < BP$ ，那么 $\frac{AP}{BP}$ 的值等于（ ）

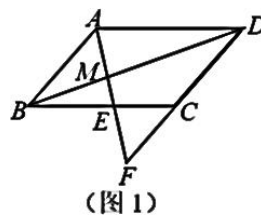
- A. $\frac{\sqrt{5}}{2} + 1$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2} - 1$ C. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AB = c$ ，那么 $\frac{a}{c}$ 的值等于（ ）

- A. $\sin A$ B. $\cos A$ C. $\tan A$ D. $\cot A$.

5. 如图 1， M 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点， AM 的延长线交 BC 于点 E ，交 DC 的延长线于点 F ，图中相似三角形有（ ）

- A. 6 对
B. 5 对
C. 4 对
D. 3 对.



6. 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么 \overrightarrow{AG} 关于 \vec{a} 和 \vec{b} 的分解式是（ ）

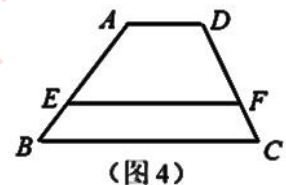
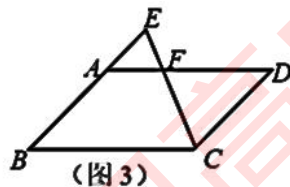
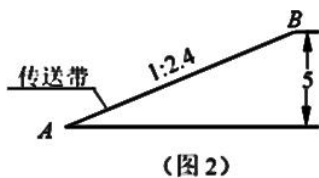
- A. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ C. $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ D. $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

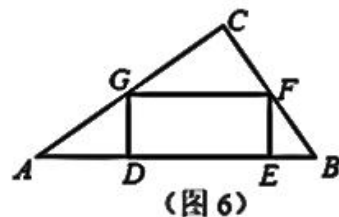
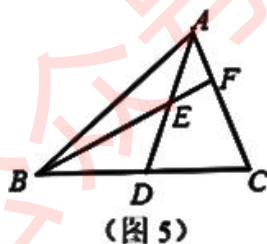
【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 计算： $\frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b}) + 2\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如果两个相似三角形的面积比为 $1:4$ ，其中较大三角形的周长为 18 ，那么较小三角形的周长是_____.
9. 抛物线 $y = ax^2$ 经过点 $(1, -2)$ ，那么这个抛物线的开口向_____.
10. 抛物线 $y = x^2 + 2x$ 的对称轴是直线_____.
11. 抛物线 $y = 3 - x^2$ 位于 y 轴左侧的部分是_____的. (填“上升”或“下降”)
12. 在直角坐标平面内有一点 $A(1, 2)$ ，点 A 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 α ，那么 $\cot \alpha$ 的值为_____.
13. 如图 2，某传送带与地面所成斜坡的坡度为 $i = 1:2.4$ ，它把物品从地面 A 送到离地面 5 米高的 B 处，则物体从 A 到 B 所经过的路程为_____.
14. 如图 3， E 是 $\square ABCD$ 的边 BA 延长线上一点， CE 与 AD 相交于点 F ， $AE = 1$ ， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，那么 $AF =$ _____.



15. 如图 4， $AD \parallel EF \parallel BC$ ， $AE = 2BE$ ， $AD = 2$ ， $EF = 4$ ，那么 $BC =$ _____.
16. 如图 5， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， E 是 AD 的中点， BE 的延长线交 AC 于点 F ，那么 $\frac{AF}{CF} =$ _____.



17. 如图 6， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，矩形 $DEFG$ 的边 DE 在边 AB 上，顶点 F 、 G 分别在边 BC 、 AC 上，如果 $\triangle BEF$ 、 $\triangle ADG$ 、 $\triangle CFG$ 的面积分别是 1 、 2 、 3 ，那么矩形 $DEFG$ 的面积等于_____.
18. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ， E 是 BC 上一点，把 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 翻折后，点 B 落在点 P 处，如果 $PE \parallel AC$ ，那么 $BE =$ _____.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

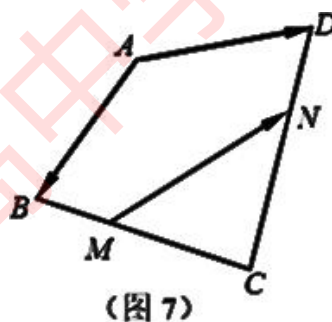
计算： $\frac{\sin 45^\circ - \tan 45^\circ}{\cos^2 60^\circ} + 2 \cot 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

20. (本题满分 10 分)

如图 7, 已知: 四边形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别在边 BC 、 CD 上, $\frac{CM}{MB} = \frac{CN}{ND} = 2$,

设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

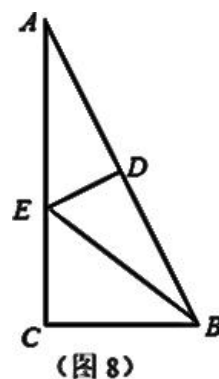
求向量 \overrightarrow{MN} 关于 \vec{a} 、 \vec{b} 的分解式.



21. (本题满分 10 分)

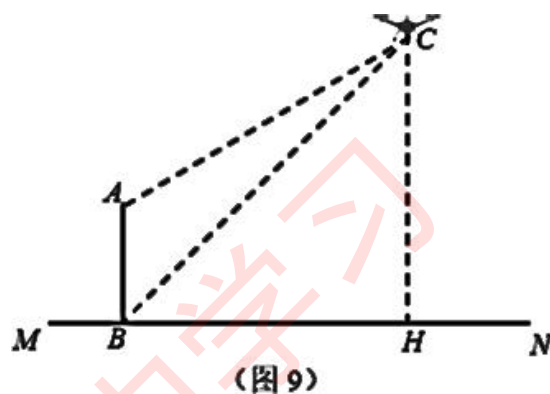
如图 8, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 BC 的中点, $ED \perp BC$ 交 AC 于点 E ,

$\tan \angle EBC = \frac{3}{4}$. 求 $\angle ABE$ 的正切值.



22. (本题满分 10 分)

如图 9，某校无人机兴趣小组利用无人机测量旗杆的高度，无人机在位于 C 点时距离地面 MN 的高度 CH 为 30 米，测得旗杆顶部 A 点的俯角为 30° ，测得旗杆底部 B 点的俯角为 45° ，求旗杆的高度。

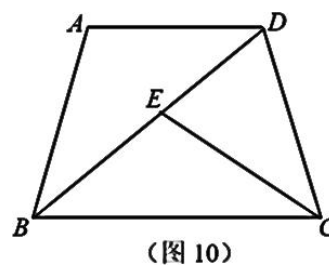


23. (本题满分 12 分，第 (1) 题 4 分，第 (2) 题 8 分)

已知：如图 10，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC = 6$ ， E 是对角线 BD 上一点， $DE = 4$ ， $\angle BCE = \angle ABD$ 。

(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle ECB$ ；

(2) 如果 $AD:BC = 3:5$ ，求 AD 的长。



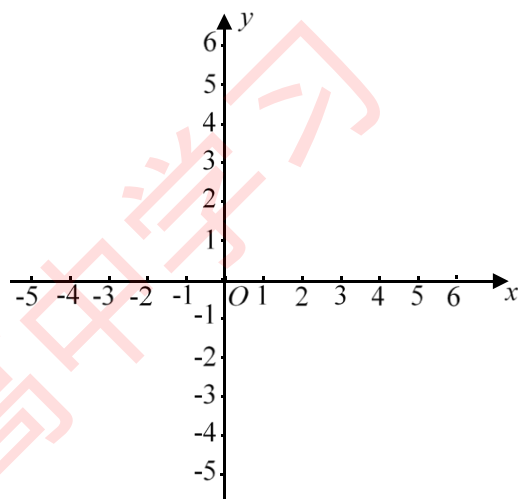
24. (本题满分 12 分，每小题 4 分)

已知：抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0,1)$ 和 $B(1,4)$ ，顶点为点 P ，抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 Q 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 求 $\angle PAQ$ 的度数；

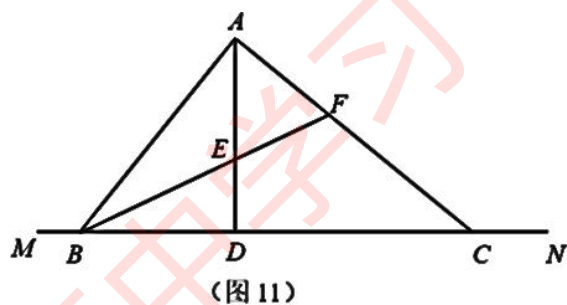
(3) 把抛物线向上或者向下平移，点 B 平移到点 C 的位置，如果 $BQ = CP$ ，求平移后的抛物线解析式。



25. (本题满分 14 分，第 (1) 题 3 分，第 (2) 题 5 分，第 (3) 题 6 分)

已知：如图 11， $AD \perp$ 直线 MN ，垂足为 D ， $AD = 8$ ，点 B 是射线 DM 上的一个动点， $\angle BAC = 90^\circ$ ，边 AC 交射线 DN 于点 C ， $\angle ABC$ 的平分线分别与 AD 、 AC 相交于点 E 、 F 。

- (1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle CBF$ ；
- (2) 如果 $AE = x$ ， $FC = y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式；
- (3) 联结 DF ，如果以点 D 、 E 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle BCF$ 相似，求 AE 的长。



答案

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1、C. 2、B. 3、D. 4、A. 5、A. 6、C.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$. 8. 9. 9. 下. 10. $x = -1$. 11. 上升. 12. $\frac{1}{2}$. 13. 13. 14. 1.

15. 5. 16. $\frac{1}{2}$. 17. 6. 18. 2.

三、解答题（本大题共 12 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{\sin 45^\circ - \tan 45^\circ}{\cos^2 60^\circ} + 2 \cot 30^\circ \cdot \sin 60^\circ \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + 2 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots (5 \text{ 分}) \\ &= 2\sqrt{2} - 4 + 3 \dots\dots\dots (3 \text{ 分}) \\ &= 2\sqrt{2} - 1 \dots\dots\dots (2 \text{ 分}) \end{aligned}$$

20.（本题满分 10 分）

$$\begin{aligned} \text{解: 联结 } BD. & \dots\dots\dots (1 \text{ 分}) \\ \because \frac{CM}{MB} = \frac{CN}{ND} = 2, & \therefore MN \parallel BD, \frac{MN}{BD} = \frac{2}{3}, \therefore \overline{MN} = \frac{2}{3} \overline{BD} \dots\dots\dots (3 \text{ 分}) \\ \because \overline{AB} = \frac{1}{3}a, \overline{AD} = \frac{1}{3}b, & \therefore \overline{BD} = \frac{1}{3}(b-a), \dots\dots\dots (3 \text{ 分}) \\ \therefore \overline{MN} = \frac{2}{3}b - \frac{2}{3}a & \dots\dots\dots (3 \text{ 分}) \end{aligned}$$

21.（本题满分 10 分）

$$\begin{aligned} \text{解: Rt}\triangle EBC \text{ 中, } \angle ECB = 90^\circ, & \therefore \tan \angle EBC = \frac{CE}{BC} = \frac{3}{4}. \\ \text{设 } CE = 3k, BC = 4k, & \text{则 } BE = 5k. \dots\dots\dots (2 \text{ 分}) \\ \because D \text{ 是 } BC \text{ 的中点, } ED \perp BC, & \therefore AE = BE = 5k, \dots\dots\dots (2 \text{ 分}) \\ \therefore \angle ABE = \angle BAE, AC = 8k, & \dots\dots\dots (2 \text{ 分}) \\ \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB = 90^\circ, & \therefore \tan \angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{4k}{8k} = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots (2 \text{ 分}) \end{aligned}$$

$\therefore \angle ABE$ 的正切值为 $\frac{1}{2}$ (2 分)

22. (本题满分 10 分)

解：作 $AD \perp CH$ ，垂足为点 D 。根据题意，得， $\angle CBH = 45^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， (2 分)

在 $Rt\triangle BHC$ 中， $\angle BHC = 90^\circ$ ， $\angle CBH = \angle BCH = 45^\circ$ ，

$\therefore BH = 30$ 米. (2 分)

由 $\angle ABH = \angle BHD = \angle ADH = 90^\circ$ ，得四边形 $ABHD$ 是矩形，

$\therefore BH = AD = 30$ 米， $AB = DH$ (2 分)

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ，

$\therefore CD = AD \cdot \tan \angle CAD = 10\sqrt{3}$ 米， (2 分)

$\therefore AB = DH = (30 - 10\sqrt{3})$ 米. (1 分)

答：旗杆高度为 $(30 - 10\sqrt{3})$ 米. (1 分)

23. (本题满分 12 分，第 (1) 题 4 分，第 (2) 题 8 分)

解：(1) $\because AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle ADB = \angle ECB$ ， (2 分)

又 $\because \angle BCE = \angle ABD$ ， $\therefore \triangle ABD \sim \triangle ECB$ (2 分)

(2) \because 梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC = 6$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$ (1 分)

又 $\because \angle BCE = \angle ABD$ ， $\therefore \angle DBC = \angle DCE$

$\because \angle BDC = \angle CDE$ ， $\therefore \triangle BDC \sim \triangle CDE$ (2 分)

$\therefore \frac{CD}{DE} = \frac{BD}{CD}$ ， $\because DC = 6$ ， $DE = 4$ ， $\therefore BD = 9$ ， $BE = 5$ (1 分)

$\because \triangle ABD \sim \triangle ECB$ ， $\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{BD}{BC}$ ，

$\because AD : BC = 3 : 5$ ，设 $AD = 3x$ ， $BC = 5x$ ， (1 分)

$\therefore \frac{3x}{5} = \frac{9}{5x}$ ，解得 $x = \pm\sqrt{3}$ (舍去负值)， $\therefore x = \sqrt{3}$ ， (1 分)

即 $AD = 3\sqrt{3}$ (2 分)

24. (本题满分 12 分，每小题各 4 分)

解：(1) 根据题意 $\begin{cases} c = 1 \\ -1 + b + 1 = 4 \end{cases}$ (2 分)

解得： $b=4$ ， $c=1$ 。

\therefore 抛物线的表达式是 $y=-x^2+4x+1$ (2 分)

(2) $y=-x^2+4x+1=-(x-2)^2+5$ ， \therefore 顶点 P 的坐标是 $(2, 5)$ 。

对称轴是直线 $x=2$ ，点 Q 的坐标为 $(2, 0)$ 。 (1 分)

$\therefore PA=2\sqrt{5}$ ， $QA=\sqrt{5}$ ， $PQ=5$ ； (1 分)

$\therefore PA^2+QA^2=PQ^2$ ， $\therefore \angle COM=90^\circ$ ， (2 分)

(3) 根据题意， $BC \parallel PQ$ 。

如果点 C 在点 B 的上方， $PC \parallel BQ$ 时，四边形 $BCPQ$ 是平行四边形，

$\therefore BQ=CP$ ， $BC=PQ=5$ ，

即抛物线向上平移 5 个单位，平移后的抛物线解析式是 $y=-x^2+4x+6$ (2 分)

如果点 C 在点 B 的下方，四边形 $BCQP$ 是等腰梯形时 $BQ=CP$ ，

作 $BE \perp PQ$ ， $CF \perp PQ$ ，垂足分别为 E 、 F 。

根据题意可得， $PE=QF=1$ ， $PQ=5$ ， $BC=EF=3$ ，

即抛物线向下平移 3 个单位，平移后的抛物线解析式是 $y=-x^2+4x-2$ (2 分)。

综上所述，平移后的抛物线解析式是 $y=-x^2+4x+6$ 或 $y=-x^2+4x-2$ 。

25. (本题满分 14 分，第 (1) 小题 3 分，第 (2) 小题 5 分，第 (3) 小题 6 分)

解：(1) $\because AD \perp$ 直线 MN ， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\therefore \angle BAD+\angle ABD=90^\circ$ ， $\angle BCF+\angle ABD=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD=\angle BCF$ (1 分)

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$ ， $\therefore \angle ABE=\angle CBF$ (1 分)

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CBF$ (1 分)

(2) 作 $FH \perp BC$ 垂足为点 H 。

$\because \triangle ABE \sim \triangle CBF$ ， $\therefore \angle AEB=\angle CFB$ ， $\because \angle AEB+\angle AEF=180^\circ$ ， $\angle CFB+\angle CFE=180^\circ$

$\therefore \angle AEF=\angle CFE$ ， $\therefore AE=AF=x$ ； (1 分)

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$ ， $FH \perp BC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\therefore AF=FH=x$ 。

$\because FH \perp BC$ ， $AD \perp$ 直线 MN ， $\therefore FH \parallel AD$ ， $\therefore \frac{FH}{AD}=\frac{FC}{AC}$ ，即 $\frac{x}{8}=\frac{y}{y+x}$ ， (2 分)

解得： $y=\frac{x^2}{8-x}$ ($4 < x < 8$) (2 分)

(3) 设 $AE=x$, 由 $\triangle ABE \sim \triangle CBF$, 如果以点 D 、 E 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle BCF$ 相似, 即以点 D 、 E 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle ABE$ 相似.

$$\because \angle AEB = \angle DEF,$$

如果 $\angle BAE = \angle FDE$, 得 $DF \parallel AB$, $\therefore \angle ABE = \angle DFE$,

$$\because \angle ABE = \angle DBE, \therefore \angle DBE = \angle DFE, \therefore BD = DF, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

由 $DF \parallel AB$, 得 $\angle DFC = \angle BAC = 90^\circ$, $\therefore \angle DFC = \angle ABD = 90^\circ$,

$$\text{又 } \angle BAD = \angle BCF, \therefore \triangle ABD \cong \triangle CDF, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$CF = AD = 8, \text{ 即 } \frac{x^2}{8-x} = 8,$$

$$\text{解得: } x = -4 \pm 4\sqrt{5} \text{ (舍去负值)}, \therefore AE = x = -4 + 4\sqrt{5} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{如果 } \angle BAE = \angle DFE, \text{ 得 } \frac{AE}{EF} = \frac{BE}{DE}, \because \angle ABF = \angle BED, \therefore \triangle AEF \sim \triangle BED, \therefore \angle AFE = \angle BDE,$$

因为 $\angle AFE$ 是锐角, $\angle BDE$ 是直角, 所以这种情况不成立。…… (2 分)

综上所述, 如果以点 D 、 E 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle BCF$ 相似, AE 的长为 $-4 + 4\sqrt{5}$. (1 分)