2022 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 某两地的距离为 3000 米，画在地图上的距离是 15 厘米，则地图上的距离与实际距离之比是（　　）.

A．1：200　　B．1：2000　　C．1：20000　　D．1：200000

2. 将抛物线 $y=-x^2$ 向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位后所得新抛物线的顶点是（　　）.

A．$(3,-2)$　　B．$(-3,-2)$　　C．$(3,2)$　　D．$(-3,2)$

3. 已知 $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 的方向相反，那么下列结论中正确的是（　　）.

A．$3\vec{a}=2\vec{b}$　　B．$2\vec{a}=3\vec{b}$　　C．$3\vec{a}=-2\vec{b}$　　D．$2\vec{a}=-3\vec{b}$

4. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP>BP$，则下列比例式能成立的是（　　）.

A．$\dfrac{AB}{AP}=\dfrac{BP}{AB}$　　B．$\dfrac{BP}{AP}=\dfrac{AB}{BP}$　　C．$\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{BP}{AP}$　　D．$\dfrac{AB}{AP}=\dfrac{BP}{PA}$

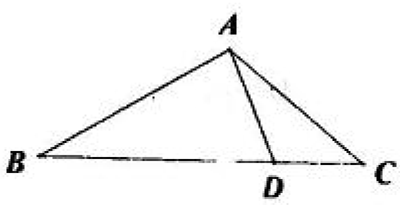
5. 在离旗杆 20 米处的地方，用测角仪测得旗杆项的仰角为 α，如测角仪的高为 1.5 米，那么旗杆的高为（　　）米.

A．$20\cot\alpha$　　B．$20\tan\alpha$　　C．$1.5+20\tan\alpha$　　D．$1.5+20\cot\alpha$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=2$，$BC=4$，D 为 BC 边上的一点，且 $\angle CAD=\angle B$.若 $\triangle ADC$ 的面积为 a，则 $\triangle ABD$ 的面积为（　　）.

A．$2a$　　B．$\dfrac{5}{2}a$

C．$3a$　　D．$\dfrac{7}{2}a$



（第 6 题图）

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

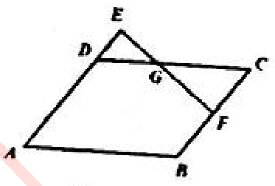
7. 计算：$3(2\vec{a}-\vec{b})-2(2\vec{a}-3\vec{b})=$______.

8. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，$AC = \sqrt{2}$，$BC = \sqrt{6}$，则 $\angle B =$______.

9. 在一个边长为 2 的正方形中挖去一个小正方形，使小正方形四周剩下部分的宽度均为 x，若剩下阴影部分的面积为 y，那么 y 关于 x 的函数解析式是______.

10. 抛物线 $y = ax^2 + ax + 2\left(a \neq 0\right)$ 的对称轴是直线______.

11. 如果在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 的坐标为 $\left(3,4\right)$，射线 OP 与 x 轴的正半轴所夹的角 α，那么 α 的余弦值等于______.



（第 12 题图）

12. 如图，平行四边形 $ABCD$，F 为 BC 中点，延长 AD 至 E，使 $DE : AD = 1:3$，联结 EF 交 DC 于点 G，则 $S_{\triangle DEG} : S_{\triangle CFG} =$______.

13. 已知二次函数 $y = -x^2 - 2x + 3 - n$（n 为常数），若该函数图像与 x 轴只有一个公共点，则 $n =$______.

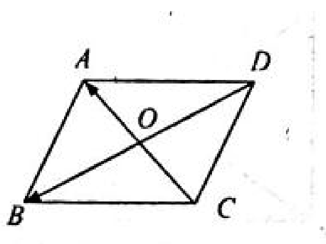
14. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，$CG = 2$，$\sin\angle ACG = \dfrac{2}{3}$，则 BC 的长是______.

15. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O．设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{AB}$ 关于向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的分解式是______.

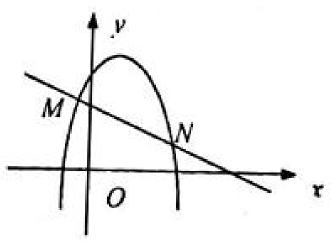
16. 已知在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 3$，$BC = 4$，点 P 是射线 BC 上的一个动点，过点 P 作 $PQ \perp AP$，交直线 CD 于点 Q，那么当 $BP = 5$ 时，CQ 的值是______.

17. 定义：直线与抛物线两个交点之间的距离称作抛物线关于直线的“割距”，如图，线段 MN 长就是抛物线关于直线的“割距”．已知直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，点 B 恰好是抛物线 $y = -\left(x - m\right)^2 + n$ 的顶点，则此时抛物线关于直线 y 的割距是______.

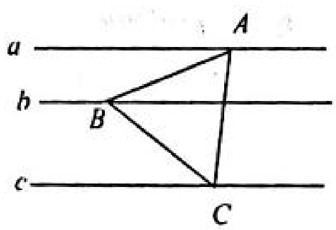
18. 如图，$a \parallel b \parallel c$，直线 a 与直线 b 之间的距离为 $\sqrt{3}$，直线 c 与直线 b 之间的距离为 $2\sqrt{3}$，等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在直线 a、直线 b、直线 c 上，则等边三角形的边长是______.



（第 15 题图）



（第 17 题图）



（第 18 题图）

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. （本题满分 10 分）

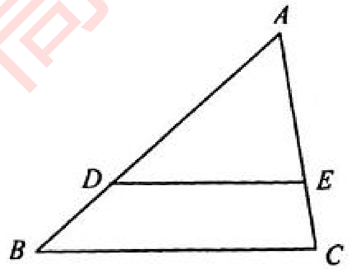
求值：$\tan^2 60° - \dfrac{\cos 45°}{\cot 45° - \sin 45°}$（结果保留根号）.

20. （本题满分 10 分）

如图，在$\triangle ABC$中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，$DE \parallel BC$，且$DE = \dfrac{2}{3}BC$.

（1）如果$AC = 6$，求 AE 的长；

（2）设$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AC} = \vec{b}$，求向量$\overrightarrow{ED}$.（用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）

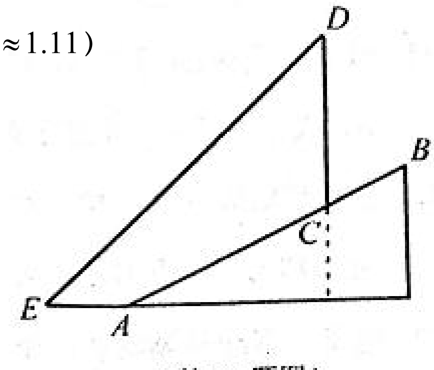


（第 20 题图）

21. （本题满分 10 分）

为践行“绿水青山就是金山银山”的重要思想，某森林保护区开展了寻找古树活动．如图，在一个坡度（或坡比）$i = 1:2.4$ 的山坡 AB 上发现棵古树 CD，测得古树底端 C 到山脚点 A 的距离 $AC = 26m$，在距山脚点 A 处水平距离 $6m$ 的点 E 处测得古树顶端 D 的仰角 $\angle AED = 48°$（古树 CD 与山坡 AB 的剖面、点 E 在同一平面上，古树 CD 所在直线与直线 AE 垂直），则古树 CD 的高度约为多少米？（结果精确到整数）

（数据$\sin 48° \approx 0.74$，$\cos 48° \approx 0.67$，$\tan 48° \approx 1.11$）



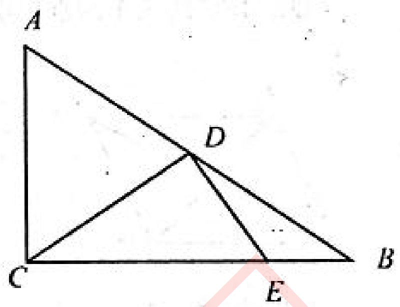
（第 21 题图）

22. （本题满分 10 分）

如图，已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=6$，$\cos A=\dfrac{3}{5}$，点 D 是 AB 的中点，过点 D 作直线 CD 的垂线与边 BC 相交于点 E.

（1）求线段 CE 的长；

（2）求 $\sin\angle BDE$ 的值.



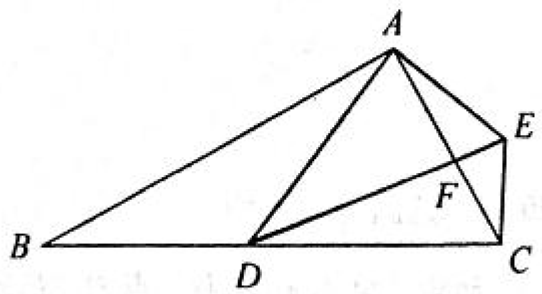
（第 22 题图）

23. （本题满分 12 分）

如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，$\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，$\angle B=\angle ADE=30^\circ$，$AC$ 与 DE 相交于点 F，联结 CE，点 D 在边 BC 上.

（1）求证：$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$；

（2）若 $\dfrac{AD}{BD}=\sqrt{3}$，求 $\dfrac{DF}{CF}$ 的值.



（第 23 题图）

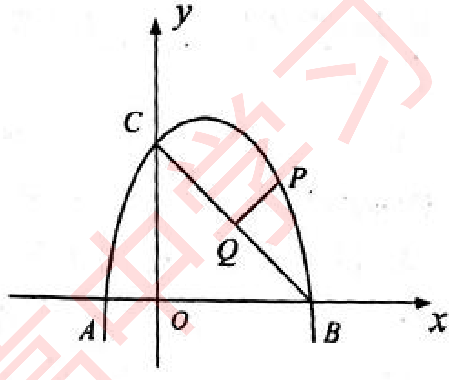
24. （本题满分 12 分）

已知，二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-1,0)$，点 $B(3,0)$，与 y 轴交点 C.

（1）求二次函数解析式；

（2）设点 $E(t,0)$ 为 x 轴上一点，且 $AE=CE$，求 t 的值；

（3）若点 P 是直线 BC 上方抛物线上一动点，联结 BC，过点 P 作 $PQ\perp BC$，交 BC 于点 Q，求线段 PQ 的最大值及此时点 P 的坐标.



（第 24 题图）

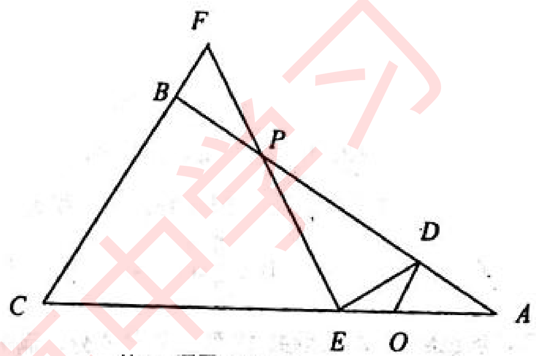
25. （本题满分 14 分）

在$\triangle ABC$中，$\angle ABC = 90°$，$AB = 4$，$BC = 3$，点 O 是边 AC 上的一个动点，过 O 作$OD \perp AB$，D 为垂足，在线段 AC 上取$OE = OD$，联结 ED，作$EP \perp ED$，交射线 AB 于点 P，交射线 CB 于点 F.

（1）如图 1 所示，求证：$\triangle ADF \backsim \triangle AEP$；

（2）设$OA = x$，$AP = y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）当$BF = 1$时，求线段 AP 的长.



第 25 题图（1）

2022 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

答案

一、选择题

1．C　2．A　3．D　4．C　5．C　6．C

二、填空题

7．$2\vec{a}+3\vec{b}$ 2　8．30°　9．$y=-x^2+8x$　10．$x=-\dfrac{1}{2}$

11．$\dfrac{3}{5}$　12．$\dfrac{4}{9}$　13．4　14．4

15．$-\vec{a}+\vec{b}$　16．$\dfrac{5}{3}$　17．$\sqrt{2}$　18．$3\sqrt{7}$

三、解答题

19．$\tan^2 60°-\dfrac{\cos 45°}{\cot 45°-\sin 45°}=\left(\sqrt{3}\right)^2-\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=3-\dfrac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=3-\left(\sqrt{2}-1\right)=2-\sqrt{2}$

20．(1) $\because DE \parallel BC$，$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AE}{AC}$，

$\therefore \dfrac{2}{3}=\dfrac{AE}{6}$，$\therefore AE=4$．

(2) $\because \overrightarrow{BC}=\vec{b}-\vec{a}$，$\therefore \overrightarrow{ED}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}=-\dfrac{2}{3}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=\dfrac{2}{3}\vec{a}-\dfrac{2}{3}\vec{b}$．

21．过点 C 作 $CH\perp$ 直线 AE，垂足为 H，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACH$ 中，$i=\dfrac{CH}{AH}=\dfrac{1}{2.4}=\dfrac{5}{12}$，设 $CH=5k$，$AH=12k$，$AC=13k$，

$13k=26$，$k=2$，所以 $CH=10$，$AH=24$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AED$ 中，$EH=AE+AH=6+24=30$，$\tan\angle AED=\dfrac{DH}{EH}$，$\dfrac{DH}{EH}\approx 1.11$，

$DH=33.3$，$DC=DH-CH=33.4-10=23.4\approx 23$，

所以古树 CD 的高度约为 23 米．

22．(1) 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}$，$\therefore \dfrac{3}{5}=\dfrac{6}{AB}$，$\therefore AB=10$，

$\because AC^2+BC^2=AB^2$，$\therefore BC=8$，$\because AD=BD$，$\therefore CD=\dfrac{1}{2}AB=5$，

$\therefore CD=BD$，$\therefore \angle DCB=\angle B$，$\therefore \cos\angle DCB=\cos B$，

$\therefore \frac{CD}{CE}=\frac{BC}{AB}$，$\therefore \frac{5}{CE}=\frac{8}{10}$，$\therefore CE=\frac{25}{4}$.

（2）过点 E 作 $EH\perp AB$，垂足为 H，$BE=BC-CH=8-\frac{25}{4}=\frac{7}{4}$，

$\because \sin B=\frac{EH}{BE}$，$\therefore EH=\frac{21}{20}$，$\because \sin B=\sin\angle DCB$，$\therefore DE=\frac{15}{4}$，

$\therefore \sin\angle BDE=\frac{EH}{DE}=\frac{7}{25}$.

23.（1）$\because \angle ADE=\angle DAE$，$\angle B=\angle ADE$，$\therefore \triangle BAC\backsim\triangle DAE$，$\therefore \frac{BA}{AC}=\frac{DA}{AE}$，

$\because \angle BAC=\angle DAE$，$\therefore \angle BAD=\angle CAE$，$\therefore \triangle BAD\backsim\triangle CAE$.

（2）$\because \triangle ABD\backsim\triangle ACE$，$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}=\sqrt{3}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADE$ 中，$\angle ADE=30°$，$\therefore \frac{AD}{AE}=\sqrt{3}$

$\therefore \frac{AD}{CE}=\frac{AD}{AE}\cdot\frac{AE}{EC}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$，$\because \triangle ADF\backsim\triangle ECF$，$\therefore \frac{DF}{CF}=\frac{AD}{EC}=3$.

23.（1）把 $A(-1,0)$，$B(3,0)$ 代入 $y=-x^2+bx+c$ 中，

得 $b=2$，$c=3$，$\therefore y=-x^2+2x+3$.

（2）点 C 坐标 $(0,3)$，

$\because AE=CE$，$\therefore \sqrt{(t+1)^2}=\sqrt{t^2+3^2}$，$\therefore t=4$.（3）$l_{BC}:y=-x+3$，

过点 P 作 $PH\parallel y$ 轴，交 BC 于点 H，则 $\triangle PQH$ 是等腰直角三角形，

设点 $P(p,-p^2+2p+3)$，$H(p,-p+3)$，$PH=-p^2+3p=-\left(p-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$，

当且仅当 $p=\frac{3}{2}$ 时，PH 的最大值是 $\frac{9}{4}$，$PQ=\frac{\sqrt{2}}{2}PH=\frac{9}{8}\sqrt{2}$，

当点 $P\left(\frac{3}{2},\frac{15}{4}\right)$ 时，PQ 的最大值是 $\frac{9}{8}\sqrt{2}$.

25.（1）$\because OE=OD$，$\therefore \angle ODE=\angle OED$，$\because OD\perp AB$，$EP\perp ED$，$\therefore \angle ADO=\angle PED$，

$\therefore \angle ADO+\angle ODE=\angle PED+\angle OED$，$\therefore \angle ADE=\angle AEP$，

$\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle AEP$.（2）$\because OD\perp AP$，$BC\perp AB$，$\therefore OD\parallel BC$，

$\therefore \frac{AD}{AO}=\frac{AB}{AC}$，$\therefore AD=\frac{4}{5}x$，$DO=EO=\frac{3}{5}x$，

$\because AE^2=AD\cdot AP$，$\therefore \left(x+\frac{3}{5}x\right)^2=\frac{4}{5}x\cdot y$，$\therefore y=\frac{16}{5}x\left(0<x\le\frac{25}{8}\right)$.

（3）1°当点 P 在线段 AB 上时，$BP=4-y=4-\frac{16}{5}x$，

$\because \triangle PBF \backsim \triangle PED$，$\therefore \frac{BF}{BP}=\frac{ED}{EP}$，

$\because \triangle ADE \backsim \triangle AEP$，$\therefore \frac{AE}{AP}=\frac{ED}{EP}$，$\therefore \frac{BF}{BP}=\frac{AE}{AP}$，

$\therefore \frac{1}{4-\frac{16}{5}x}=\frac{\frac{8}{5}x}{\frac{16}{5}x}$，$\therefore x=\frac{5}{8}$，$\therefore AP=2$．

2° 当点 P 在 AB 延长线上时，

$\because \angle CFE=\angle PFB=\angle PDE$，$\angle CEF+\angle DEO=\angle PDE+\angle EDO$，

$\therefore \angle CEF=\angle PDE$，$\therefore \angle CEF=\angle CFE$，$\therefore EC=FC=2$．

过点 E 作 $EG\perp CF$，垂足是点 G，

$\therefore \frac{EG}{CE}=\frac{AB}{AC}$，$\therefore EG=\frac{8}{5}$，$CG=\frac{6}{5}$，$\because EG\parallel BP$，$\therefore \frac{EG}{PB}=\frac{GF}{BF}$，

$\therefore PB=2$，$\therefore AP=2+4=6$．综上所述，$AP=2$ 或 6．