

2022 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 将函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像向下平移 2 个单位，下列结论中，正确的是 ()

- A. 开口方向不变 B. 顶点不变
C. 与 x 轴的交点不变 D. 与 y 轴的交点不变

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $AC = 1$ ，那么 AB 等于 ()

- A. $\sin \alpha$ B. $\cos \alpha$ C. $\frac{1}{\sin \alpha}$ D. $\frac{1}{\cos \alpha}$

3. 已知 \vec{e}_1 和 \vec{e}_2 都是单位向量，下列结论中，正确的是 ()

- A. $\vec{e}_1 = \vec{e}_2$ B. $\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = \vec{0}$ C. $|\vec{e}_1| + |\vec{e}_2| = 2$ D. $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = 2$

4. 已知点 P 是线段 AB 上的一点，线段 AP 是 PB 和 AB 的比例中项，下列结论中，正确的是 ()

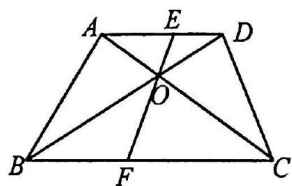
- A. $\frac{PB}{AP} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{AP}{PB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

5. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过对角线交点 O 的直线与两底分别交于点 E, F ，下列结论中，错误的是 ()

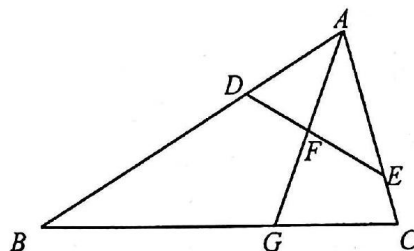
- A. $\frac{AE}{FC} = \frac{OE}{OF}$ B. $\frac{AE}{DE} = \frac{BF}{FC}$ C. $\frac{AD}{BC} = \frac{OE}{OF}$ D. $\frac{AD}{DE} = \frac{BC}{BF}$

6. 如图，点 F 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AG 的中点，点 D, E 分别在 AB, AC 边上，线段 DE 过点 F ，且 $\angle ADE = \angle C$ ，下列结论中，错误的是 ()

- A. $\frac{DF}{GC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$



第 5 题图

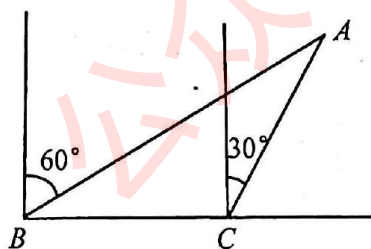


第 6 题图

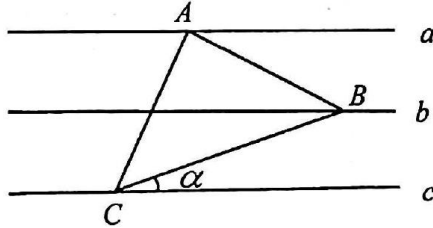
二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

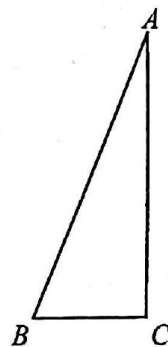
7. 已知 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$ ，那么 $\frac{x-y}{x} =$ _____.
8. $\cos^2 45^\circ - \tan 30^\circ \cdot \sin 60^\circ =$ _____.
9. 已知抛物线 $y = x^2 + 3$ ，它与 y 轴的交点坐标为_____.
10. 二次函数 $y = x^2 - 4x$ 图像上的最低点的纵坐标为_____.
11. 已知 \vec{a} 的长度为 2, \vec{b} 的长度为 4，且 \vec{b} 和 \vec{a} 方向相反，用向量 \vec{a} 表示向量 $\vec{b} =$ _____.
12. 如果两个相似三角形对应边之比是 4:9，那么它们的周长之比等于_____.
13. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 10, BC = 16, \angle B = 60^\circ$ ，那么 $AC =$ _____.
14. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, AC = 8, BC = 6$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，那么点 G 到斜边 AB 的距离是_____.
15. 在某一时刻，直立地面的一根竹竿的影长为 3 米，一根旗杆的影长为 25 米，已知这根竹竿的长度为 1.8 米，那么这根旗杆的高度为_____米.
16. 如图，海中有一个小岛 A ，一艘轮船由西向东航行，在点 B 处测得小岛 A 在它的北偏东 60° 方向上，航行 12 海里到达点 C 处，测得小岛 A 在它的北偏东 30° 方向上，那么小岛 A 到航线 BC 的距离等于_____海里.



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

17. 新定义：已知三条平行直线，相邻两条平行线间的距离相等，我们把三个顶点分别在这样的三条平行线上的三角形称为格线三角形. 如图，已知等腰 $Rt\triangle ABC$ 为“格线三角形”，且 $\angle BAC = 90^\circ$ ，那么直线 BC 与直线 c 的夹角 α 的余切值为_____.
18. 如图，已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, \tan A = \frac{5}{12}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后

得 $\triangle ADE$ ，点 B 落在点 D 处，点 C 落在点 E 处，联结 BE, CD ，作 $\angle CAD$ 的平分线 AN ，交线段 BE 于点 M ，交线段 CD 于点 N ，那么 $\frac{AM}{AN}$ 的值为_____.

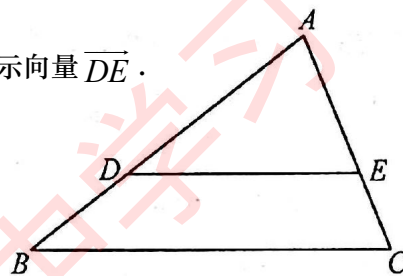
三、解答题：（本大题共 7 题， 满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在边 AB, AC 上， $DE \parallel BC$ ，且 $DE = \frac{2}{3}BC$.

(1) 如果 $AC=6$ ，求 AE 的长；

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，试用 \vec{a}, \vec{b} 的线性组合表示向量 \overrightarrow{DE} .



第 19 题图

20. （本题满分 10 分，第小题各 5 分）

已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$.

(1) 用配方法把二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式，并指出这个函数图像的开口方向、对称轴和顶点坐标；

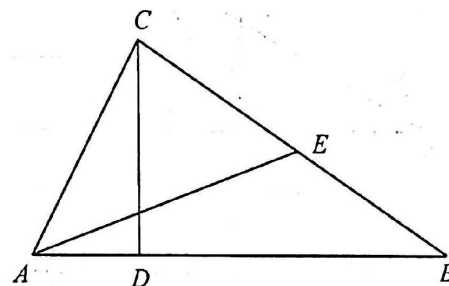
(2) 如果将该函数图像沿 y 轴向下平移 5 个单位，所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，顶点为 C ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. （本题满分 10 分，第小题各 5 分）

如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ， $AD = 2, BD = 6, \tan \angle B = \frac{2}{3}$ ，点 E

是边 BC 的中点.

- (1) 求边 AC 的长;
- (2) 求 $\angle EAB$ 的正弦值.

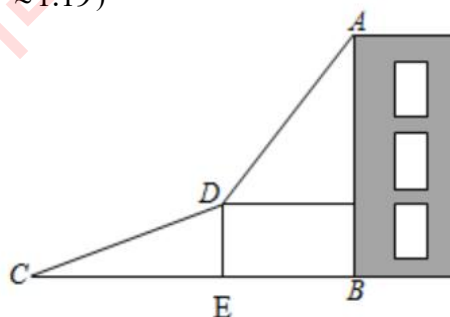


第 21 题图

22. (本题满分 10 分)

如图, 为了测量建筑物 AB 的高度, 先从与建筑物 AB 的底部 B 点水平相距 100 米的点 C 处出发, 沿斜坡 CD 行走至坡顶 D 处, 斜坡 CD 的坡度 $i=1:3$, 坡顶 D 到 BC 的距离 $DE=20$ 米, 在点 D 处测得建筑物顶端 A 点的仰角为 50° , 点 A, B, C, D, E 在同一平面内, 根据测量数据, 请计算建筑物 AB 的高度(结果精确到 1 米).

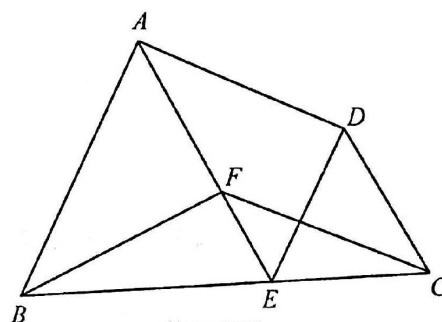
(参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77, \cos 50^\circ \approx 0.64, \tan 50^\circ \approx 1.19$)



23. (本题满分 12 分, 每小题各 6 分)

已知, 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle BCD$, 点 E 在边 BC 上, $AE \parallel CD$, $DE \parallel AB$, 过点 C 作 $CF \parallel AD$, 交线段 AE 于点 F , 联结 BF .

- (1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle EAD$;
- (2) 如果射线 BF 经过点 D , 求证: $BE^2 = EC \cdot BC$.

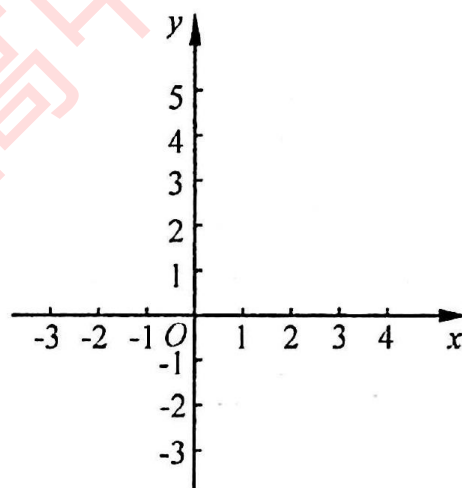


第 23 题图

24. (本题满分 12 分，每小题各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 2)$ ，点 P 是该抛物线在第一象限内一点，联结 AP, BC ， AP 与线段 BC 相交于点 F 。

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 设抛物线的对称轴与线段 BC 交于点 E ，如果点 F 与点 E 重合，求点 P 的坐标；
- (3) 过点 P 作 $PG \perp x$ 轴，垂足为点 G ， PG 与线段 BC 交于点 H ，如果 $PF = PH$ ，求线段 PH 的长度。



第 24 题图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) (2) 小题各 4 分, 第 (3) 小题 6 分)

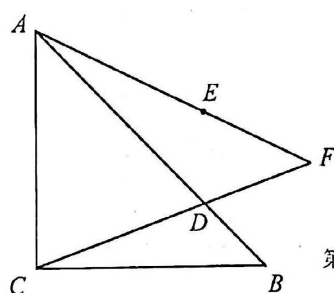
如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 5$, 点 D 为射线 AB 上一动点, 且 $BD < AD$, 点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E , 射线 AE 与射线 CD 交于点 F .

(1) 当点 D 在边 AB 上时,

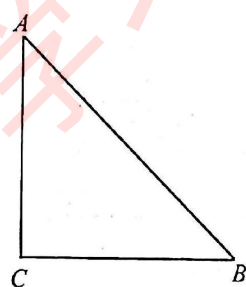
① 求证: $\angle AFC = 45^\circ$;

② 延长 AF 与边 CB 的延长线相交于点 G , 如果 $\triangle EBG$ 与 $\triangle BDC$ 相似, 求线段 BD 的长;

(2) 联结 CE, BE , 如果 $S_{\triangle ACE} = 12$, 求 $S_{\triangle ABE}$ 的值.



第 25 题图



备用图

2022 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

答案

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. A. 2. D. 3. C. 4. C. 5. B. 6. D.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. $\frac{1}{4}$. 8. 0. 9. (0,3). 10. -4.

11. $-2\vec{a}$. 12. 4:9. 13. 14. 14. $\frac{8}{5}$.

15. 15. 16. $6\sqrt{3}$. 17. 3. 18. $\frac{2}{3}$.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 【答案】(1) 4; (2) $\vec{DE} = \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a})$.

【解析】

【分析】(1) 由平行线截线段成比例求得 AE 的长度;

(2) 利用平面向量的三角形法则解答.

【详解】(1) 如图,

$\because DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{2}{3}BC$,

$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$.

又 $AC=6$,

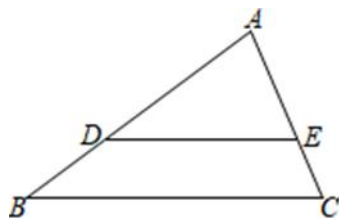
$\therefore AE=4$.

(2) $\because \vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$,

$\therefore \vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$.

又 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{2}{3}BC$,

$\therefore \vec{DE} = \frac{2}{3}\vec{BC} = \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a})$



20. 【答案】(1) (1) 顶点式为 $y = 2(x-1)^2 + 3$, 图象开口向上, 对称轴为直线 $x=1$, 顶点

坐标为 $(1, 3)$;

(2) 2

【解析】

【分析】(1) 根据二次函数的图象与性质解答即可;

(2) 根据二次函数图象平移规律“上加下减”求得新抛物线的解析式, 求出 A 、 B 、 C 坐标即可求解.

【小问 1 详解】

解: (1) $y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3$,

\therefore 该二次函数的顶点式为 $y = 2(x-1)^2 + 3$, 图象开口向上, 对称轴为直线 $x=1$, 顶点坐标为 $(1, 3)$;

【小问 2 详解】

解: 平移后的新抛物线的解析式为 $y = 2(x-1)^2 + 3 - 5 = 2(x-1)^2 - 2$,

$\therefore C(1, -2)$,

当 $y=0$ 时, 由 $2(x-1)^2 - 2 = 0$ 得: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$,

$\therefore A(2, 0)$, $B(0, 0)$, 即 $AB=2$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

21. 【答案】(1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sin \angle EAB = \frac{2\sqrt{29}}{29}$

【解析】

【分析】(1) 由 $BD=6$, $\tan \angle B = \frac{2}{3}$ 求出 $CD=4$, 在 $Rt\triangle ADC$ 中由勾股定理可求出 AC 的长;

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F , 证明 $\triangle BEF \sim \triangle BCD$, 根据相似三角形的性质求出 EF , DF 的长, 根据勾股定理求出 AE 的长, 再根据正弦的定义求解即可.

【小问 1 详解】

$\because CD \perp AB$

$\therefore \triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 均为直角三角形,

$\because \tan \angle B = \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore BD = 6,$$

$$\therefore CD = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$\therefore AD = 2$$

$$\text{由勾股定理得, } AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

【小问2详解】

过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F , 如图,

$$\therefore CD \perp AB,$$

$$\therefore EF \parallel CD$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BCD$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{CD}$$

\therefore 点 E 是边 BC 的中点

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore CD = 4, BD = 6$$

$$\therefore EF = 2, BF = 3$$

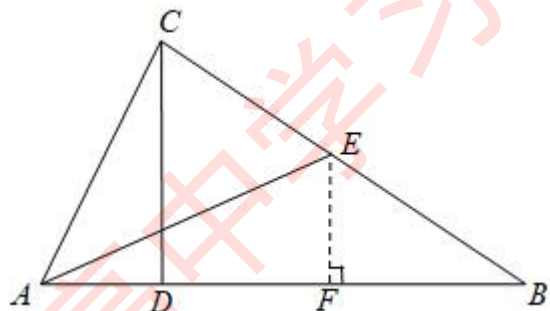
$$\therefore DF = 3$$

$$\therefore AF = DF + BF = 2 + 3 = 5$$

在 $Rt\triangle EAF$ 中, $\therefore AF^2 + EF^2 = AE^2$

$$\therefore AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

$$\therefore \sin \angle EAB = \frac{EF}{AE} = \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$



22. 【答案】建筑物 AB 的高度为 68 米

【解析】

【分析】利用斜坡 CD 的坡度（或坡比）为 $i = 1:3$, 求出 CE 的长, 从而得出 BE , 再利用 $\tan 50^\circ$ 即可求出 AB 的长.

【详解】解: \therefore 斜坡 CD 的坡度（或坡比）为 $i = 1:3$,

$$\begin{aligned} \therefore DE:CE &= 1:3, \\ \therefore DE &= 20 \text{ 米}, \\ \therefore CE &= 60 \text{ 米}, \\ \therefore BC &= 100 \text{ 米}, \\ \therefore BE &= 100 - 60 = 40 \text{ (米)}, \\ \therefore AB &= \tan 50^\circ \times 40 + 20 \\ &\approx 68 \text{ (米)}. \end{aligned}$$

答：建筑物 AB 的高度为 68 米.

23. 【答案】(1) 证明见解析; (2) 证明见解析.

【解析】

【分析】(1) 由 $AE \parallel CD$ 可得出 $\angle AEB = \angle BCD$ ，从而得出 $\angle AEB = \angle ABE$ ，即证明 $AB = AE$ ．由 $DE \parallel AB$ 可得出 $\angle DEC = \angle ABC$ ， $\angle BAF = \angle AED$ ，从而得出 $\angle DEC = \angle ECD$ ，即证明 $DE = CD$ ．由平行四边形的判定条件可知四边形 $AFCD$ 为平行四边形，即证明 $AF = CD$ ，从而得出 $AF = DE$ ．最后利用“SAS”即可直接证明 $\triangle ABF \cong \triangle EAD$ ．

(2) 连接 DF ．由 $AE \parallel CD$ ，可证明 $\triangle BEF \sim \triangle BCD$ ，即得出 $\frac{BE}{BC} = \frac{EF}{CD}$ ， $\frac{EC}{BE} = \frac{DF}{BF}$ ．再

由 $DE \parallel AB$ ，可证明 $\triangle DEF \sim \triangle BAF$ ，即得出 $\frac{EF}{AF} = \frac{DF}{BF}$ ，结合 $AF = CD$ ，从而得出

$$\frac{EC}{BE} = \frac{EF}{CD}，最后即得到 \frac{BE}{BC} = \frac{EC}{BE}，即证明了 BE^2 = EC \cdot BC。$$

【小问 1 详解】

证明：∵ $AE \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle AEB = \angle BCD, \quad AF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ABC, \quad \text{即 } \angle AEB = \angle ABE,$$

$$\therefore AB = AE.$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle ABC, \quad \angle BAF = \angle AED,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BCD, \quad \text{即 } \angle DEC = \angle ECD,$$

$$\therefore DE = CD.$$

又∵ $CF \parallel AD$ ，

∴ 四边形 $AFCD$ 为平行四边形,

∴ $AF = CD$,

∴ $AF = DE$,

∴ 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle EAD$ 中,
$$\begin{cases} AB = EA \\ \angle BAF = \angle AED, \\ AF = ED \end{cases}$$

∴ $\triangle ABF \cong \triangle EAD(SAS)$.

【小问 2 详解】

证明: 如图, 连接 DF .

∵ 射线 BF 经过点 D ,

∴ 点 B 、 F 、 D 共线.

∵ $AE \parallel CD$, 即 $EF \parallel CD$,

∴ $\triangle BEF \sim \triangle BCD$,

∴ $\frac{BE}{BC} = \frac{EF}{CD}, \frac{EC}{BE} = \frac{DF}{BF}$.

∵ $DE \parallel AB$,

∴ $\triangle DEF \sim \triangle BAF$,

∴ $\frac{EF}{AF} = \frac{DF}{BF}$,

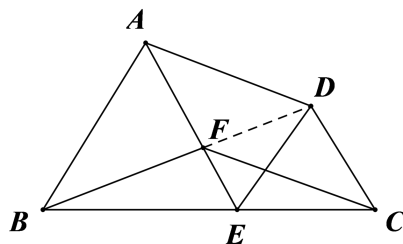
∴ $\frac{EC}{BE} = \frac{EF}{AF}$.

∵ $AF = CD$,

∴ $\frac{EC}{BE} = \frac{EF}{CD}$,

∴ $\frac{BE}{BC} = \frac{EC}{BE}$,

∴ $BE^2 = EC \cdot BC$.



24. 【答案】(1) $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ (2) $P(3, 2)$ (3) $\frac{15}{8}$

【解析】

【分析】(1) 将点 $A(-1, 0)$ 和点 $C(0, 2)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 即可求解;

(2) 分别求出 $B(4,0)$ 和直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ，可得 $E(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})$ ，再求直线

$$AE \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \text{ 联立 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}, \text{ 即可求点 } P(3,2);$$

(3) 设 $P(t, -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2)$ ，则 $H(t, -\frac{1}{2}t + 2)$ ，则 $PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t$ ，用待定系数法求出

$$\text{直线 } AP \text{ 的解析式为 } y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2}, \text{ 联立 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2} \end{cases}, \text{ 可求出 } F(\frac{t}{5-t}, \frac{20-5t}{10-2t}),$$

直线 AP 与 y 轴交点 $E(0, \frac{4-t}{2})$ ，则 $CE = \frac{t}{2}$ ，再由 $PF = PH$ ，可得 $CE = EF$ ，则有方程

$$(\frac{t}{2})^2 = (\frac{t}{5-t})^2 + (\frac{20-5t}{10-2t} - \frac{4-t}{2})^2, \text{ 求出 } t = \frac{5}{2}, \text{ 即可求 } PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t = \frac{15}{8}.$$

【小问 1 详解】

解：将点 $A(-1,0)$ 和点 $C(0,2)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ ，

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2} - b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2;$$

【小问 2 详解】

解： $\because y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$,

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = \frac{3}{2},$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0,$$

解得 $x = -1$ 或 $x = 4$,

$$\therefore B(4,0),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + m$,

$$\therefore \begin{cases} 4k + m = 0 \\ m = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ m = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 2,$$

$$\therefore E\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}\right),$$

设直线 AE 的解析式为 $y = k'x + n$,

$$\therefore \begin{cases} -k' + n = 0 \\ \frac{3}{2}k' + n = \frac{5}{4} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k' = \frac{1}{2} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2},$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \end{cases},$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = -1 \text{ (舍)},$$

$$\therefore P(3, 2);$$

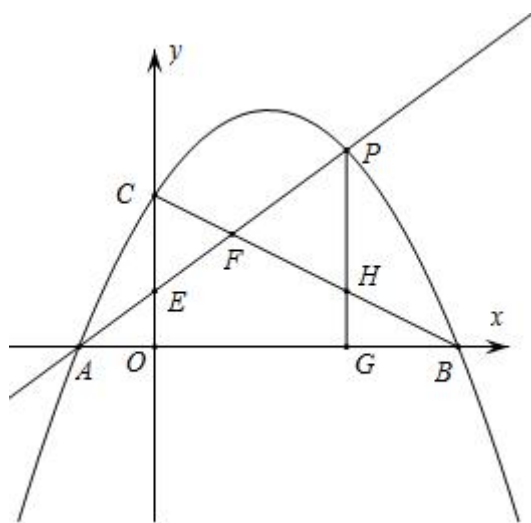
【小问 3 详解】

解：设 $P(t, -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2)$, 则 $H(t, -\frac{1}{2}t + 2)$,

$$\therefore PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t,$$

设直线 AP 的解析式为 $y = k_1x + b_1$,

$$\therefore \begin{cases} -k_1 + b_1 = 0 \\ k_1t + b_1 = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2 \end{cases},$$



$$\therefore \begin{cases} k_1 = \frac{4-t}{2} \\ b_1 = \frac{4-t}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2},$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = \frac{4-t}{2}x + \frac{4-t}{2} \end{cases},$$

$$\therefore x = \frac{t}{5-t},$$

$$\therefore F\left(\frac{t}{5-t}, \frac{20-5t}{10-2t}\right),$$

直线 AP 与 y 轴交点 $E(0, \frac{4-t}{2})$,

$$\therefore CE = 2 - \frac{4-t}{2} = \frac{t}{2},$$

$$\therefore PF = PH,$$

$$\therefore \angle PFH = \angle PHF,$$

$$\therefore PG \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle ECF = \angle PHF,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle PFH,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle CFE,$$

$$\therefore CE = EF,$$

$$\therefore \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \left(\frac{t}{5-t}\right)^2 + \left(\frac{20-5t}{10-2t} - \frac{4-t}{2}\right)^2,$$

$$\therefore (4-t)^2 + 4 = (5-t)^2,$$

$$\therefore t = \frac{5}{2},$$

$$\therefore PH = -\frac{1}{2}t^2 + 2t = \frac{15}{8}.$$

25. 【答案】(1) ①见解析；② $5\sqrt{2}-5$ (2) 3 或 4

【解析】

【分析】(1) ① 如图 1，连接 CE ， DE ，根据题意，得到 $CB=CE=CA$ ，利用等腰三角形的底角与顶角的关系，三角形外角的性质，可以证明；

②连接 BE ，交 CD 于定 Q ，利用三角形外角的性质，确定 $\triangle DCB \sim \triangle BGE$ ，利用相似，证明 $\triangle ABG$ 是等腰三角形， $\triangle ABE$ 是等腰三角形， $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形，用 BE 表示 GE ，后用相似三角形的性质求解即可；

(2) 分点 D 在 AB 上和 AB 的延长上，两种情形，运用等腰三角形的性质，勾股定理分别计算即可。

【小问 1 详解】

① 如图 1，连接 CE ， DE ，

\because 点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E ，

$\therefore CE=CB$ ， $BD=DE$ ， $\angle ECD=\angle BCD$ ， $\angle ACE=90^\circ-2\angle ECD$ ，

$\because AC=BC$ ，

$\therefore AC=EC$ ，

$\therefore \angle AEC=\angle ACE$ ，

$\because 2\angle AEC=180^\circ-\angle ACE=180^\circ-90^\circ+2\angle ECD$ ，

$\therefore \angle AEC=45^\circ+\angle ECD$ ，

$\because \angle AEC=\angle AFC+\angle ECD$ ，

$\therefore \angle AEC=45^\circ+\angle ECD=\angle AFC+\angle ECD$ ，

$\therefore \angle AFC=45^\circ$ ；

②连接 BE ，交 CD 于定 Q ，

根据①得 $\angle EAB=\angle DCB$ ， $\angle AFC=45^\circ$ ，

\because 点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E ，

$\therefore \angle EFC=\angle BFC=45^\circ$ ， $CF \perp BE$ ，

$\therefore BF \perp AG$ ， $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形， $BF=EF$ ，

$\because \angle BEG > \angle EAB$ ， $\triangle EBG$ 与 $\triangle BDC$ 相似，

$\therefore \triangle DCB \sim \triangle BGE$ ，

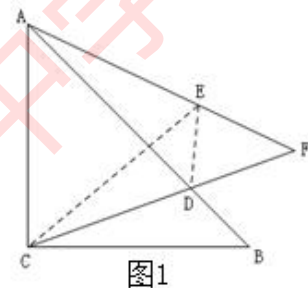
$\therefore \angle EAB=\angle DCB=\angle BGE$ ， $\angle DBC=\angle BEG=45^\circ$ ，

$\therefore AB=BG$ ， $\angle EAB+\angle EBA=\angle EAB+\angle BGE$ ，

$\therefore \angle EAB=\angle EBA=\angle BGE$ ，

$\therefore AE=BE=\sqrt{2}BF=\sqrt{2}EF$ ，

$\because BF \perp AG$ ，



$$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore AE=8 \text{ 或 } AE=6,$$

当点 D 在 AB 上时，如图 3 所示， $AE=6$ ，

设 $BF=EF=m$ ，

$$\therefore AB^2 = AF^2 + BF^2,$$

$$\therefore (5\sqrt{2})^2 = (m+6)^2 + m^2,$$

解得 $m=1$ ， $m=-7$ （舍去），

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 3;$$

当点 D 在 AB 的延长线上时，如图 4 所示， $AE=8$ ，

设 $BF=EF=n$ ，

$$\therefore AB^2 = AF^2 + BF^2,$$

$$\therefore (5\sqrt{2})^2 = (8-n)^2 + n^2,$$

解得 $n=1$ ， $n=7$ （舍去），

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 = 4;$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = 3 \text{ 或 } S_{\triangle ABE} = 4.$$

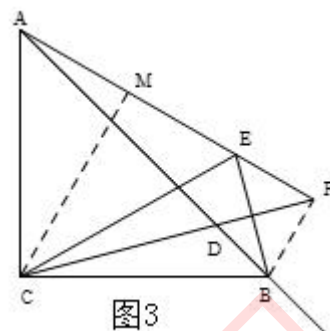


图3

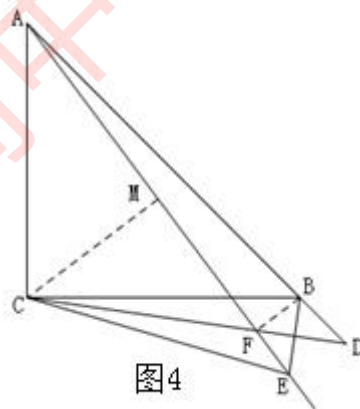


图4