2022年上海市奉贤区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图像过点（-1，1）的是（　　）

A. $y=x-1$　　B. $y=-x+1$　　C. $y=\frac{1}{x}$　　D. $y=x^2$

2. 从图形运动的角度研究抛物线，有利于我们认识新的抛物线的特征.如果将抛物线 $y=x^2+2$ 绕着原点旋转180°，那么关于旋转后所得新抛物线与原抛物线之间的关系，下列法正确的是（　　）

A.它们的开口方向相同　　B.它们的对称轴相同

C.它们的变化情况相同　　D.它们的顶点坐标相同

3. 如果直线 $y=2x$ 与 x 轴正半轴的夹角为锐角 α，那么下列各式正确的是（　　）

A. $\sin\alpha=\frac{1}{2}$　　B. $\cos\alpha=\frac{1}{2}$　　C. $\tan\alpha=\frac{1}{2}$　　D. $\cot\alpha=\frac{1}{2}$

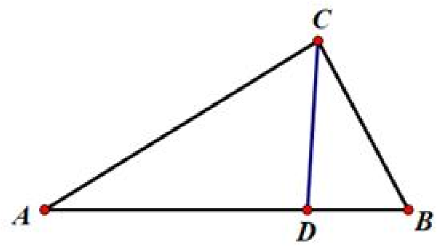
4. 如图，已知 D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上的一点，如果 $\angle BCD=\angle A$，那么下列结论中正确的是（　　）

A. $AC^2=AD\cdot AB$

B. $BC^2=BD\cdot AB$

C. $CD^2=AD\cdot BD$

D. $AD^2=BD\cdot CD$



5. 已知线段 AB．按以下步骤作图：

（1）作以 A 为端点的射线 AP（不与线段 AB 所在直线重合）；

（2）在射线 AP 上顺次截取 $AC=CD=DE$；

（3）联结 BE，过点 D 作 $DF//BE$，交线段 AB 于点 F．

根据上述作图过程，下列结论中正确的是（　　）

A. $AF:AB=1:2$　　B. $AF:AB=1:3$　　C. $AF:AB=2:3$　　D. $AF:AB=2:1$.

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=2\sqrt{3},\angle BAC=30^\circ$.下列线段 BC 的长度不能使 $\triangle ABC$ 的形状和大小都确定的是（　　）

A. 2　　　　B. 4　　　　C. $\sqrt{3}$　　　　D. $2\sqrt{3}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 如果 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}\neq 0$，那么 $\frac{y-x}{z}=$________.

8. 函数 $y=\frac{x}{x+1}$ 的定义域是________.

9. 计算：2（$\vec{a}-2\vec{b}$）+3（$\vec{a}+\vec{b}$）=_______.

10. 如果函数 $y=kx$（$k\neq0$）的图象经过第二、四象限，那么 y 的值随 x 的值增大而_____.（填“增大”或“减小”）

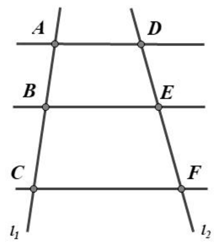
11. 如果抛物线 $y=(x-2)^2+k$ 不经过第三象限，那么 k 的值可以是______.（只需写一个）

12. 用描点法画二次函数的图像需要经过列表、描点、连线三个步骤.以下是小明画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图像时所列的表格：

x	…	–4	–3	–2	0	2	…
y	…	3	0	–1	3	15	…

根据表格可以知道该二次函数图像的顶点坐标是________.

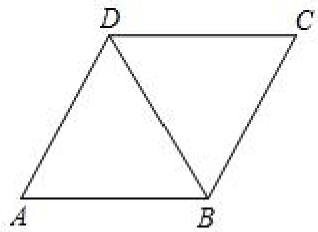
13. 如图，已知 AD // BE // CF，它们依次交直线 l_1、l_2 于点 A、B、C 和点 D、E、F.如果 $5AB=2AC, DE=6$，那么线段 EF 的长是_______.



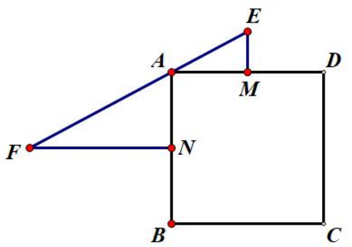
14. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ, \sin A=\frac{3}{4}$，$BC=6$，则 AB 的长是______.

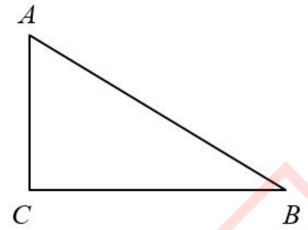
15. 联结三角形各边中点，所得的三角形的周长与原三角形周长的比是________.

16. 如图，已知菱形 $ABCD$，E、F 分别为△ABD 和△BCD 的重心，如果边 $AB=5$，对角线 $BD=6$，那么 EF 的长为________.



17. 《九章算术》是我国古代的数学名著，书中有这样一个问题："今有邑方不知大小，各中开门，出北门一百步立一表，出西门二百二十五步适可见之，问邑方几何?"它的意思是:如图，M、N 分别是正方形 $ABCD$ 的边 AD,AB 的中点，$ME\perp AD,NF\perp AB,EF$ 过点 A，且 $ME=100$ 步，$NF=225$ 步，那么该正方形城邑边长 AD 约为________步.





18. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ,\sin B=\frac{3}{5}$. D 是边 BC 的中点，点 E 在边 AB 上，将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折，使得点 B 落在同一平面内的点 F 处.如果线段 FD 交边 AB 于点 G，当 $FD\perp AB$ 时，$AE:BE$ 的值为________.

三、解答题:（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

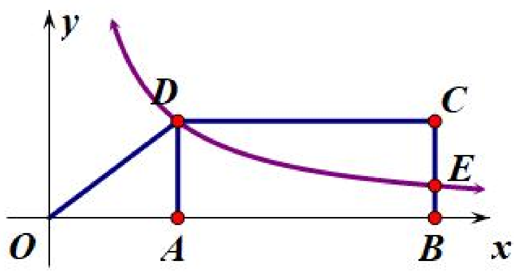
计算: $\dfrac{2\sin^2 60^\circ-\frac{1}{2}\cot 45^\circ}{\tan^2 60^\circ+4\sin 45^\circ}$.

20. （本题满分 10 分，每小题 5 分）

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $ABCD$ 的顶点 $A(4,0)$ 和 B 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限内的图像经过点 D，交 BC 于点 $E.CE=2BE,\tan\angle AOD=\frac{3}{4}$.

（1）求反比例函数的解析式;

（2）联结 OC，求 $\angle BOC$ 的正切值.

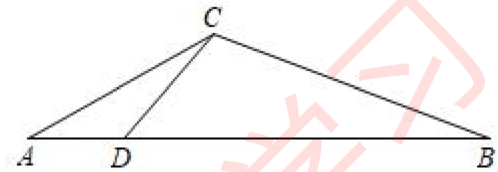


21. （本题满分 10 分，每小题 5 分）

如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=5$，$\cot A=2$，$\cot B=3$，D 是 AB 边上的一点，$\angle BDC=45°$．

（1）求线段 BD 的长；

（2）如果设 $\overrightarrow{CA}=\vec{a}, \overrightarrow{CB}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{AB}=$________，$\overrightarrow{AD}=$________，$\overrightarrow{CD}=$________，（含 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的式子表示）．



22. （本题满分 10 分）

如图是位于奉贤南桥镇解放东路 866 号的“奉贤电视发射塔”，它建于 1996 年，在长达二十几年的时间里它一直是奉贤区最高建筑物，该记录一直保持到 2017 年，历了 25 年风雨的电视塔铎刻了一代奉贤人的记忆．

某数学活动小组在学习了“解直角三角形的应用”后，开展了测量“奉贤电视发射塔的高度”的实践活动．

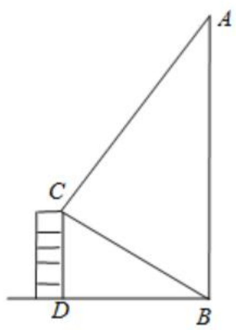
测量方案：如图，在电视塔附近的高楼楼顶 C 处测量塔顶 A 处的仰角和塔底 B 处的俯角．

数据收集：这幢高楼共 12 层，每层高约 2.8 米，在高楼楼顶 C 处测得塔顶 A 处的仰角为 58°，塔底 B 处的俯角为 22°．

问题解决：求奉贤电视发射塔 AB 的高度（结果精确到 1 米）．

参考数据：$\sin 22^{\circ}\approx 0.37, \cos 22^{\circ}\approx 0.93$，$\tan 22^{\circ}\approx 0.40, \sin 58^{\circ}\approx 0.85$，$\cos 58^{\circ}\approx 0.53, \tan 58^{\circ}\approx 1.60$．

根据上述测量方案及数据，请你完成求解过程．



23. （本题满分 12 分，第小题 4 分）

根据相似形的定义可以知道，如果一个四边形的四个角与另一个四边形的四个角对应相等，且它们各有的四边对应成比例，那么这两个四边形叫做相似四边形.对应相等的角的顶点叫做这两个相似四边形的对应顶点，以对应顶点为端点的边是这两个相似四边形的对应边，对应边的比叫做这两个相似多边形的相似比.（我们研究的四边形都是指凸四边形）

（1）某学习小组在探究相似四边形的判定时，得到如下两个命题，请判断它们是真命题还是假命题（直接在横线上填写“真”或“假”）

①梯形的中位线将原梯形分成的两个小的梯形相似；______命题

②有一个内角对应相等的两个菱形相似；______命题

（2）已知：如图 1，$\triangle ABC$ 是以 BC 为斜边的等腰直角三角形，以 BC 为直角边作等腰直角三角形 BCD，再以 BD 为直角边作等腰直角三角形 BDE．求证：四边形 $ABDC$ 与四边形 $CBED$ 相似.

（3）已知：如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，BE、CD 相交于点 F，点 G 在 AF 的延长线上，联结 BG、CG.如果四边形 $ADFE$ 与四边形 $ABGC$ 相似，且点 A、D、F、E 分别对应 A、B、G、C．求证：$AF \cdot BF = AG \cdot EF$．

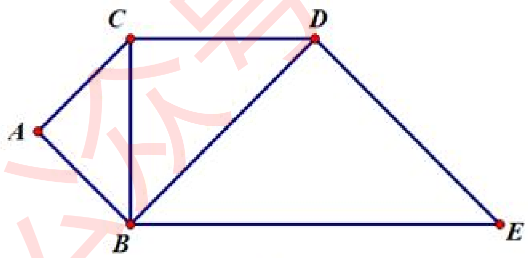


图 1

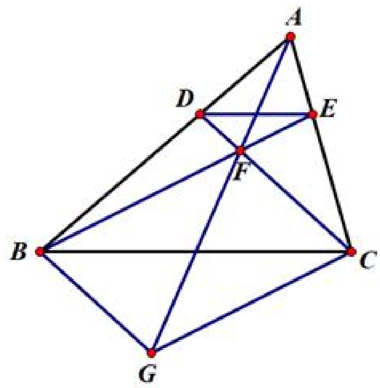


图 2

24. （本题满分 12 分，每小题 4 分）

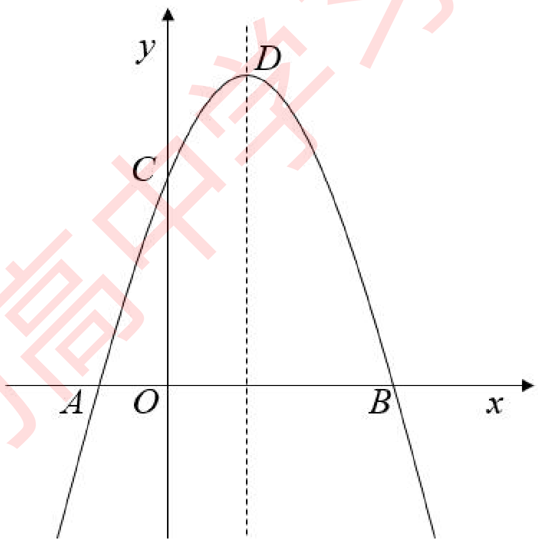
如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ 和点 $B(3,0)$，与 y 轴交于点 C，顶点为 D．

（1）求该抛物线的表达式的顶点 D 的坐标；

（2）将抛物线沿 y 轴上下平移，平移后所得新抛物线顶点为 M，点 C 的对应点为 E．

①如果点 M 落在线段 BC 上，求 $\angle DBE$ 的度数；

②设直线 ME 与 x 轴正半轴交于点 P，与线段 BC 交于点 Q，当 $PE=2PQ$ 时，求平移后新抛物线的表达式．



25. （本题满分 14 分，第（1）题 5 分，第（2）题 5 分，第（3）题 4 分）

如图 1，已知锐角△ABC 的高 AD、BE 相交于点 F，延长 AD 至 G，使 $DG=FD$，连接 BG，CG.

（1）求证: $BD\cdot AC=AD\cdot BG$；

（2）如果 $BC=10$，设 $\tan\angle ABC=m$.

①如图 2，当 $\angle ABG=90°$时，用含 m 的代数式表示△BFG 的面积；

②当 $AB=8$，且四边形 $BGCE$ 是梯形时，求 m 的值.

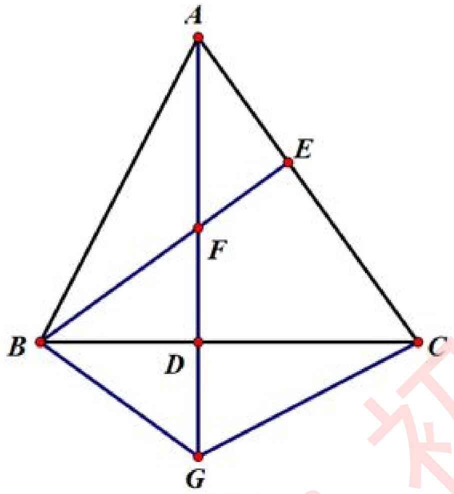


图 1

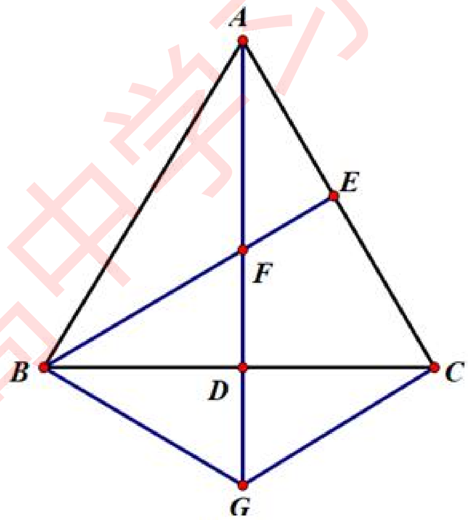


图 2

2022年上海市奉贤区中考数学一模试卷

答案

一、选择题 （本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.D　2. B　3. D　4. B　5. C　6.A

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\frac{1}{5}$　8. $x\neq -1$　9.$5\vec{a}-\vec{b}$　10.减小

11. $k=2$（答案不唯一）　12. （-2，-1）　13. 9　14. 8．

15. 1：2　16. $\frac{8}{3}$　17. 300　18.1:4

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 解：$\dfrac{2\sin^2 60^\circ-\frac{1}{2}\cot 45^\circ}{\tan^2 60^\circ+4\sin 45^\circ}$.

$=\dfrac{2\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2-\frac{1}{2}\times 1}{\left(\sqrt{3}\right)^2+4\times\frac{\sqrt{2}}{2}}$，

$=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$，

$=3-2\sqrt{2}$.

20. 【答案】(1) $y=\dfrac{12}{x}$；(2) $\dfrac{1}{4}$

【解析】

【分析】(1) 由 $\tan\angle AOD=\dfrac{3}{4}$ 及点 A 的坐标可求得 AD 的长，从而可得点 D 的坐标，则可求得反比例函数的解析式；

(2) 由矩形的性质及 $CE=2BE$，可得 BE 的值，再由点 E 在反比例函数的图象上可求得点 E 的坐标，进而可得 OB 的长，从而可求得结果．

【详解】(1) ∵A(4，0)

∴OA=4

∵ $\tan\angle AOD=\dfrac{AD}{OA}=\dfrac{3}{4}$

∴AD=3

∴点 D 的坐标为(4，3)

把点 D 的坐标代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 中，得 $3=\dfrac{k}{4}$

∴k=12

∴反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{12}{x}$

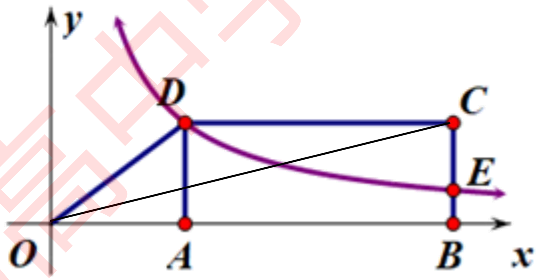
（2）∵四边形 $ABCD$ 是矩形

∴BC=AD=3

∵CE=2BE

∴ $BE=\dfrac{1}{3}BC=1$

即点 E 的纵坐标为 1



∵点 E 在反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$ 的图象上

∴ $\dfrac{12}{x}=1$

∴x=12

即 OB=12

∴在 $Rt\triangle OBC$ 中，$\tan\angle BOC=\dfrac{BC}{OB}=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$

21.【答案】（1）$BD=4\sqrt{5}$；（2）$\vec{b}-\vec{a}$，$\dfrac{1}{5}\vec{b}-\dfrac{1}{5}\vec{a}$，$\dfrac{4}{5}\vec{a}+\dfrac{1}{5}\vec{b}$．

【解析】

【分析】（1）过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，根据 $\angle BDC=45°$．可得 DE=CE，设 CE=x，$\cot A=\dfrac{AE}{CE}=2$，可得 AE=2CE=2x，根据勾股定理 $AC^2=CE^2+AE^2$ 即 $5^2=x^2+(2x)^2$，得出 $x=\sqrt{5}$，在 Rt△CEB 中，$\cot B=\dfrac{EB}{CE}=3$，可得 BE=3CE=3$\sqrt{5}$；

（2）根据向量三角形法则可得 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$，根据相反向量可得 $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{CA}$，可求 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}=\vec{b}-\vec{a}$，根据 AD=AE-DE=2DE-DE=DE，BD=4DE，得出 $AD=\dfrac{1}{5}AB$，可得 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{5}(\vec{b}-\vec{a})=\dfrac{1}{5}\vec{b}-\dfrac{1}{5}\vec{a}$，$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\dfrac{1}{5}\vec{b}-\dfrac{1}{5}\vec{a}=\dfrac{4}{5}\vec{a}+\dfrac{1}{5}\vec{b}$．

【详解】解：(1) 过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，

$\because \angle BDC=45^\circ$．

$\therefore \angle DCE=90^\circ-\angle CDE=45^\circ=\angle CDE$，

$\therefore DE=CE$，

$\because AC=5$，$\cot A=2$，

设 $CE=x$，$\cot A=\dfrac{AE}{CE}=2$，

$\therefore AE=2CE=2x$，

在 Rt△ACE 中，根据勾股定理 $AC^2=CE^2+AE^2$ 即 $5^2=x^2+(2x)^2$，

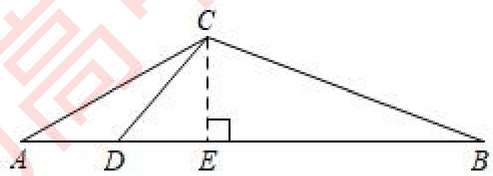
解得 $x=\sqrt{5}$，

$\therefore DE=CE=\sqrt{5}$，

在 Rt△CEB 中，$\cot B=\dfrac{EB}{CE}=3$，

$\therefore BE=3CE=3\sqrt{5}$，

$\therefore BD=DE+BE=\sqrt{5}+3\sqrt{5}=4\sqrt{5}$；



(2) $\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，

$\because \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{CA}$，

$\therefore \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}=\vec{b}-\vec{a}$，

$\because AD=AE-DE=2DE-DE=DE$，$BD=4DE$，

$\therefore AB=AD+BD=5AD$，

$\therefore AD=\dfrac{1}{5}AB$，

$\therefore \overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{5}(\vec{b}-\vec{a})=\dfrac{1}{5}\vec{b}-\dfrac{1}{5}\vec{a}$，

$\therefore \overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\dfrac{1}{5}\vec{b}-\dfrac{1}{5}\vec{a}=\dfrac{4}{5}\vec{a}+\dfrac{1}{5}\vec{b}$．

故答案为：$\vec{b}-\vec{a}$，$\dfrac{1}{5}\vec{b}-\dfrac{1}{5}\vec{a}$，$\dfrac{4}{5}\vec{a}+\dfrac{1}{5}\vec{b}$．

22. 【答案】168 米

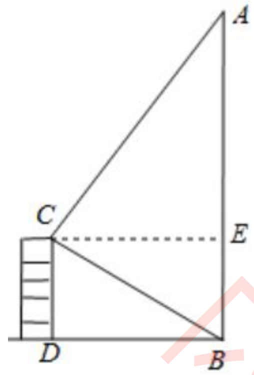
【解析】

【分析】作 $CE\perp AB$ 于 E，则在 Rt△BCE 中由正切关系可求得 CE 的长，再在 Rt△ACE 中，

由正切关系可求得 AE 的长，从而可求得 AB 的长，即电视发射塔的高．

【详解】由题意 $CD=12\times2.8=33.6$(米)

作 $CE\perp AB$ 于 E，如图所示



则$\angle CEA=\angle CEB=90°$

∵$CD\perp BD$，$AB\perp BD$

∴$\angle CDB=\angle DBE=\angle CEB=90°$

∴四边形 $CDBE$ 是矩形

∴$BE=CD=33.6$ 米

∵$\angle ECB=22°$，$\angle ACE=58°$

在 $Rt\triangle BCE$ 中，$CE=\dfrac{BE}{\tan 22°}=\dfrac{33.6}{0.40}=84$（米）

在 $Rt\triangle ACE$ 中，$AE=CE\bullet\tan 58°=84\times1.60=134.4$(米)

∴$AB=AE+BE=134.4+33.6=168$(米)

即电视发射塔的高度为 168 米

23. 【答案】(1) ①假；②真 (2) 见解析 (3) 见解析

【解析】

【分析】(1) ①与②直接利用四边形相似的定义，判别即可．

(2) 利用ΔABC、ΔBCD、ΔBDE 是等腰直角三角形，求证两个四边形的对应角相等，设出 $AB=AC=a$，利用勾股定理求出两个四边形的边长，然后即可得到四组对应边的比相等，最后即可证明．

(3) 利用四边形的相似，先得出对应边的比和对应角相等，进而证明$\Delta ADF\backsim\Delta ABG$，得到$\dfrac{AF}{AG}=\dfrac{AD}{AB}$，利用相似条件，求证$\Delta ADE\backsim\Delta ABC$，得到$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{DE}{BC}$，再根据平行关系，$\Delta DEF\backsim\Delta CBF$，进而得到$\dfrac{EF}{BF}=\dfrac{DE}{BC}$，最后即可证明结论．

【详解】(1) 解：①梯形的中位线将原梯形分成的两个小的梯形，两个小梯形的四个角相等，并且其对应的腰相等，但是两个小梯形的上底不相等，故对应边不成比例，因此是假命题

②有一个内角对应相等的两个菱形相似，有一个内角的相等的两个菱形的四个角相等，并且菱形四条边相等，故对应的边之比相等，因此是真命题

(2) 解：由题意可知：ΔABC、ΔBCD、ΔBDE 是等腰直角三角形，

$\therefore\angle A=\angle BCD=90°$，$\angle CDB=\angle E=\angle ABC=\angle CBD=\angle DBC=45°$，

$AB=AC$，$CB=CD$，$DB=DE$，

故有 $\angle ABD=\angle CBE=90°$，$\angle ACD=\angle CDE=135°$，

设 $AB=AC=a$，

在 $Rt\Delta ABC$，由勾股定理可知：$CB=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{2}a$，

在 $Rt\Delta BCD$ 中，由勾股定理可知：$DB=\sqrt{CB^2+CD^2}=2a$，

在 $Rt\Delta BDE$ 中，由勾股定理可知：$BE=\sqrt{DB^2+DE^2}=2\sqrt{2}a$，

$\because$ 在四边形 $ABDC$ 与四边形 $CBED$ 中，$\angle A=\angle BCD=90°$，$\angle CDB=\angle E=45°$，

$\angle ABD=\angle CBE=90°$，$\angle ACD=\angle CDE=135°$，且 $\dfrac{AC}{CD}=\dfrac{CD}{DE}=\dfrac{DB}{BE}=\dfrac{AB}{CB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 与四边形 $CBED$ 相似．

（3）解：$\because$ 四边形 $ADFE$ 与四边形 $ABGC$ 相似，

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，$\angle ADF=\angle ABG$，

$\because$ 在 ΔADF 与 ΔABG 中，$\angle ADF=\angle ABG$，$\angle DAF=\angle BAG$，

$\therefore \Delta ADF\backsim\Delta ABG$，

$\therefore \dfrac{AF}{AG}=\dfrac{AD}{AB}$，

$\because$ 在 ΔADE 与 ΔABC 中，$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，$\angle DAE=\angle BAC$，

$\therefore \Delta ADE\backsim\Delta ABC$，

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{DE}{BC}$，$\angle ADE=\angle ABC$，

$\therefore DE // BC$，

$\therefore \angle DEF=\angle CBF$，

$\because$ 在 ΔDEF 与 ΔCBF 中，$\angle DEF=\angle CBF$，$\angle DFE=\angle CFB$，

$\therefore \Delta DEF\backsim\Delta CBF$，

$\therefore \dfrac{EF}{BF}=\dfrac{DE}{BC}$，

$\therefore \dfrac{AF}{AG}=\dfrac{EF}{BF}=\dfrac{AD}{AB}$，

$\therefore AF\cdot BF=AG\cdot EF$．

24. 【答案】(1) $y=-x^2+2x+3$，$D(1,4)$；(2) ①$\angle DBE=45°$；②$y=-x^2+2x-\dfrac{3}{2}$.

【解析】

【分析】(1) 把点 $A(-1,0)$ 和 点 $B(3,0)$ 代入抛物线的解析式。利用待定系数法求解抛物线的解析式即可；

(2) ①先求解 $C(0,3)$，直线 BC 为：$y=-x+3$，设平移后的抛物线为：$y=-(x-1)^2+4+m$，由新抛物线的顶点 M 在 BC 上，$m=-2$，可得新的抛物线为：$y=-(x-1)^2+2$，同理可得：$M(1,2),E(0,1)$，再利用勾股定理的逆定理证明 $\angle DEB=90°,\angle DBE=45°$，从而可得答案；②如图，连接 CD,BD，同理可得：$\angle DCB=90°,DC\perp BC$，由平移的性质可得：$CD\parallel ME$，则 $ME\perp BC$，可得 $PQ=BQ,OP=OE$，设平移后的抛物线为：$y=-(x-1)^2+4+m$，同理：$E(0,3+m)$，且 $3+m<0$，再利用 $PE=2PQ$，列方程解方程求解 $m=-\dfrac{9}{2}$，从而可得答案.

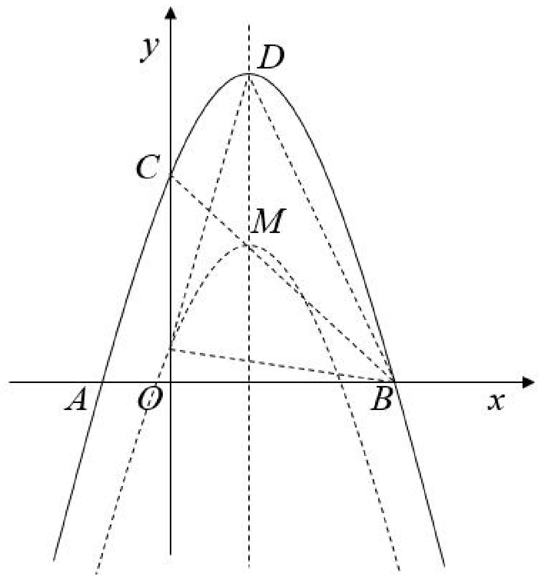
【详解】解：(1) 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ 和 点 $B(3,0)$，

$\therefore \begin{cases} a-b+3=0 \\ 9a+3b+3=0 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$，

所以抛物线的解析式为：$y=-x^2+2x+3$，

$\because\ y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4,$

$\therefore$ 抛物线的顶点 $D(1,4)$.



(2) ①$\because\ y=-x^2+2x+3$，

令 $x=0$，则 $y=3$，$\therefore C(0,3)$，

设直线 BC 为：$y=kx+n$，

$\therefore \begin{cases} n=3 \\ 3k+n=0 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k=-1 \\ n=3 \end{cases}$，

所以直线 BC 为：$y=-x+3$，

设平移后的抛物线为：$y=-(x-1)^2+4+m$，

$\therefore$ 抛物线的顶点为：$M(1,4+m)$，

$\because M$ 在 BC 上，$\therefore 4+m=-1+3$，

$\therefore m=-2,$

所以新的抛物线为：$y=-(x-1)^2+2,$

同理可得：$M(1,2),E(0,1),$

$\therefore BE^2=1^2+3^2=10,DE^2=(1-0)^2+(4-1)^2=10,BD^2=(1-3)^2+(4-0)^2=20,$

$\therefore BE^2+DE^2=BD^2,BE=DE,$

$\therefore \angle DEB=90°,\angle DBE=45°.$

②如图，连接$CD,BD,$

同理可得：$CD^2=(1-0)^2+(4-3)^2=2,BC^2=3^2+3^2=18,BD^2=20,$

$\therefore CD^2+BC^2=BD^2,$

$\therefore \angle DCB=90°,DC\perp BC,$

由平移的性质可得：$CD\parallel ME$，则$ME\perp BC,$

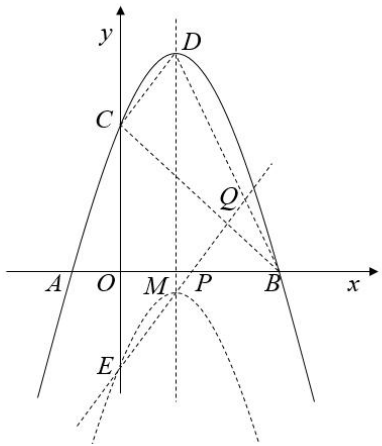
$\because C(0,3),B(3,0),$

$\therefore \angle CBO=45°=\angle QPB=\angle OPE=\angle OEP,$

$\therefore PQ=BQ,OP=OE,$

设平移后的抛物线为：$y=-(x-1)^2+4+m,$ 同理：$E(0,3+m)$，且$3+m<0,$

$\therefore OE=OP=-3-m,BP=3-(-3-m)=6+m,$



$\therefore PE=\sqrt{2}(-3-m),PQ=\frac{\sqrt{2}}{2}(6+m),$

$\because PE=2PQ,$

$\therefore \sqrt{2}(-3-m)=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}(6+m),$

解得：$m=-\frac{9}{2},$

所以平移后的抛物线为：$y=-(x-1)^2-\frac{1}{2}=-x^2+2x-\frac{3}{2}.$

25. 【答案】(1) 见详解；(2) ①$S_{\triangle BFG}=\frac{25}{m}$；②$m$ 的值为$\frac{16+5\sqrt{7}}{9}$或$\frac{\sqrt{39}}{5}$

【解析】

【分析】(1) 由题意易得$\angle AEF=\angle ADB=90°$，然后可得$\angle DAC=\angle FBD=\angle DBG$，则有$\triangle ADC\backsim\triangle BDG$，然后问题可求证；

（2）①由（1）及题意易得$\angle ABC=\angle BGD=\angle ACB$，则有$\triangle ABC$是等腰三角形，然后可得$BD=CD=5$，进而根据三角函数可得$DG=\dfrac{BD}{\tan\angle BGD}=\dfrac{5}{m}$，则$FG=\dfrac{10}{m}$，最后根据三角形面积公式可求解；②由题意可分当$BG/\!/CE$时和当$CG/\!/BE$时，然后分类求解即可．

【详解】（1）证明：∵锐角$\triangle ABC$的高AD、BE相交于点F，

$\therefore \angle AEF=\angle ADB=90^\circ$，

$\therefore \angle AFE+\angle DAC=\angle FBD+\angle BFD=90^\circ$，

$\because \angle AFE=\angle BFD$，

$\therefore \angle DAC=\angle FBD$，

$\because DG=FD$，

$\therefore BF=BG$，

$\therefore \triangle BFG$是等腰三角形，

$\therefore \angle DBG=\angle FBD=\angle DAC$，

$\because \angle ADC=\angle BDG$，

$\therefore \triangle ADC\backsim\triangle BDG$，

$\therefore \dfrac{BD}{AD}=\dfrac{BG}{AC}$，即$BD\cdot AC=AD\cdot BG$；

（2）①$\because \triangle ADC\backsim\triangle BDG$，

$\therefore \angle BGD=\angle ACD$，

$\because \angle ABG=\angle BDG=90^\circ$，

$\therefore \angle ABD+\angle DBG=\angle DBG+\angle BGD=90^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle BGD=\angle ACB$，

$\therefore \triangle ABC$是等腰三角形，

$\because BC=10$，$\tan\angle ABC=m$，

$\therefore BD=\dfrac{1}{2}BC=5, \tan\angle BGD=\tan\angle ABC=m$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle BDG$中，$DG=\dfrac{BD}{\tan\angle BGD}=\dfrac{5}{m}$，

$\therefore FG=\dfrac{10}{m}$，

$\therefore S_{\triangle BFG}=\dfrac{1}{2}FG\cdot BD=\dfrac{25}{m}$；

②由①可知 $\angle BGD=\angle ACD$，

∵四边形 $BGCE$ 是梯形，且当 $BG/\!/CE$ 时，

∴ $\angle BGD=\angle ACD=\angle DBG$，

∵ $\angle BDG=90°$，

∴ $\angle BGD=\angle ACD=\angle DBG=45°$，

∴△BDG 和△ADC 都为等腰直角三角形，

设 $BD=x$，则 $CD=AD=10-x$，

在 Rt△ADB 中，$BD^2+AD^2=AB^2$，且 $AB=8$，

即 $x^2+(10-x)^2=8^2$，解得：$x=5\pm\sqrt{7}$，

∵△ABC 是锐角三角形，

∴ $BD=5-\sqrt{7}, AD=5+\sqrt{7}$，

∴ $\tan\angle ABC=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{5+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}}=\dfrac{16+5\sqrt{7}}{9}=m$；

当 $CG/\!/BE$ 时，

∴ $\angle CGD=\angle BFG=\angle BGD=\angle ACD$，

∵ $DG=DG, \angle BDG=\angle CDG=90°$，

∴ $\triangle BDG\cong\triangle CDG(ASA)$，

∴ $BD=CD=\dfrac{1}{2}BC=5$，

∴在 Rt△ABD 中，由勾股定理得：$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{39}$，

∴ $\tan\angle ABC=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{\sqrt{39}}{5}=m$；

综上所示：m 的值为 $\dfrac{16+5\sqrt{7}}{9}$ 或 $\dfrac{\sqrt{39}}{5}$．