2022 年上海市青浦区中考数学一模试卷

2022.1

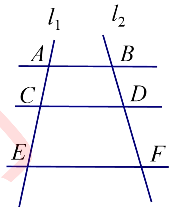
一、选择题：（本大题共 6 题，每小题 4 分，满分 24 分）

[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 下列图形，一定相似的是（　　）

（A）两个直角三角形；　　（B）两个等腰三角形；

（C）两个等边三角形；　　（D）两个菱形．



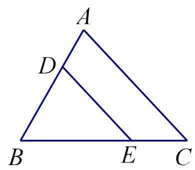
（第 2 题图）

2. 如图，已知 $AB // CD // EF$，它们依次交直线 l_1、l_2 于点 A、C、E 和点 B、D、F．如果 $AC:CE=2:3$，$BD=4$，那么 BF 等于（　　）

（A）6；　　（B）8；　　（C）10；　　（D）12．

3. 在 Rt△ABC 中，∠C=90º，那么 $\cot A$ 等于（　　）

（A）$\dfrac{AC}{BC}$；　　（B）$\dfrac{AC}{AB}$；　　（C）$\dfrac{BC}{AC}$；　　（D）$\dfrac{BC}{AB}$．



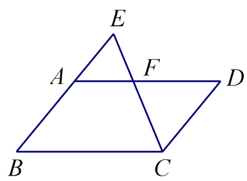
（第 4 题图）

4. 如图，点 D、E 分别在△ABC 的边 AB、BC 上，下列条件中一定能判定 $DE \parallel AC$ 的是（　　）

（A）$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{BE}{CE}$；　　（B）$\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{BE}{EC}$；　　（C）$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{CE}{BE}$；　　（D）$\dfrac{BD}{BA}=\dfrac{DE}{AC}$．

5. 如果 $\vec{a}=-2\vec{b}$（$\vec{a}$、$\vec{b}$ 均为非零向量），那么下列结论**错误**的是（　　）

（A）$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$；　　（B）$\vec{a} \parallel \vec{b}$；　　（C）$\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$；　　（D）$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同．



（第 6 题图）

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BA 的延长线上，联结 EC，交边 AD 于点 F，则下列结论一定正确的是（　　）

（A）$\dfrac{EA}{AB}=\dfrac{AF}{BC}$；　　（B）$\dfrac{EA}{AB}=\dfrac{FD}{AF}$；　　（C）$\dfrac{AF}{BC}=\dfrac{EA}{CD}$；　　（D）$\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{AF}{AD}$．

二、填空题：（本大题共 12 题，每小题 4 分，满分 48 分）

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 已知线段 b 是线段 a、c 的比例中项，且 $a=1$，$b=3$，那么 $c=$__▲__．

8. 计算：$3\vec{a}-2(\vec{a}-2\vec{b})=$__▲__．

9. 如果两个相似三角形的周长比为 2∶3，那么它们的对应高的比为__▲__．

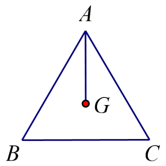
10. 二次函数 $y=-x^2-x-1$ 的图像有最__▲__点．（填“高”或“低”）

11. 将抛物线 $y=x^2$ 向下平移 2 个单位，所得抛物线的表达式是__▲__．

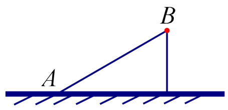
12. 如果抛物线 $y=ax^2+bx+c$ （其中 a、b、c 是常数，且 $a\neq0$）在对称轴左侧的部分是下降的，那么 a__▲__0．（填“<”或“>”）

13. 在△ABC 中，∠C=90º，如果 tan∠A=2，AC=3，那么 BC=__▲__．

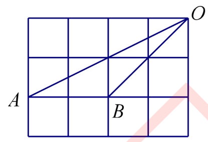
14. 如图，点 G 为等边三角形 ABC 的重心，联结 GA，如果 AG=2，那么 BC=__▲__．



（第 14 题图）



（第 15 题图）



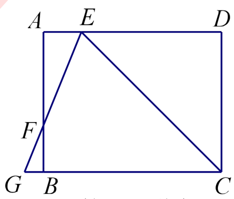
（第 16 题图）

15. 如图，如果小华沿坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的坡面由 A 到 B 行走了 8 米，那么他实际上升的高度为__▲__米．

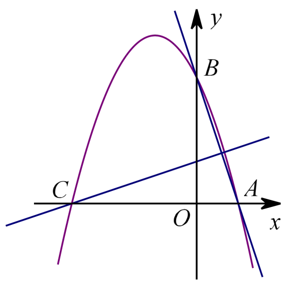
16. 如图，在边长相同的小正方形组成的网格中，点 A、B、O 都在这些小正方形的顶点上，那么 sin∠AOB 的值为__▲__．

17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，∠BCD 的角平分线 CE 与边 AD 交于点 E，∠AEC 的角平分线与边 CB 的延长线交于点 G，与边 AB 交于点 F，如果 $AB=3\sqrt{2}$，AF=2BF，那么 GB=__▲__．

18. 如图，一次函数 $y=ax+b(a<0,\ b>0)$ 的图像与 x 轴，y 轴分别相交于点 A，点 B，将它绕点 O 逆时针旋转 90°后，与 x 轴相交于点 C，我们将图像过点 A，B，C 的二次函数叫做与这个一次函数关联的二次函数．如果一次函数 $y=-kx+k(k>0)$ 的关联二次函数是 $y=mx^2+2mx+c$（$m\neq0$），那么这个一次函数的解析式为__▲__．



（第 17 题图）



（第 18 题图）

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

[请将解题过程填入答题纸的相应位置]

19. （本题满分 10 分）

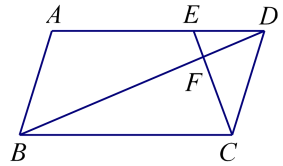
计算：$\left|\sin 45^\circ - 1\right| + 2\cos 30^\circ - \left(\tan 60^\circ\right)^0 - \left(\cot 60^\circ\right)^{-1}$.

20. （本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上， CE、BD 相交于点 F，$BF=3DF$.

（1）求 $AE:ED$ 的值；

（2）如果 $\overrightarrow{DC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{EA}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CF}$.

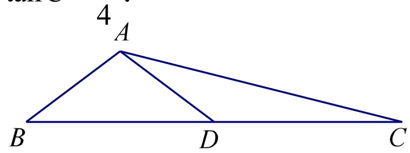


21. （本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

如图，在△ABC 中，点 D 是 BC 的中点，联结 AD，$AB=AD$，$BD=4$，$\tan C=\dfrac{1}{4}$.

（1）求 AB 的长；

（2）求点 C 到直线 AB 的距离.



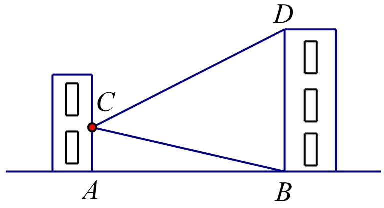
（第 21 题图）

22. （本题满分 **10** 分）

如图，某校的实验楼对面是一幢教学楼，小张在实验楼的窗口 C（$AC\parallel BD$）处测得教学楼顶部 D 的仰角为 27°，教学楼底部 B 的俯角为 13°，量得实验楼与教学楼之间的距离 AB=20 米．求教学楼 BD（$BD\perp AB$）的高度．(精确到 0.1 米)

（参考数据：sin13° ≈0.22，cos13° ≈0.97，tan13° ≈0.23，

sin27° ≈0.45，cos27° ≈0.89，tan27° ≈0.51）



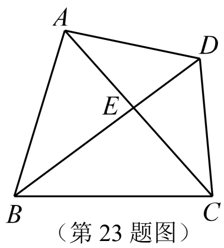
（第 22 题图）

23. （本题满分 **12** 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 6 分）

已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，AC、BD 相交于点 E，$\angle ABD=\angle CBD$，$DC^2=DE\cdot DB$．

（1）求证：$\triangle AEB\backsim\triangle DEC$；

（2）求证：$BC\cdot AD=CE\cdot BD$．



（第 23 题图）

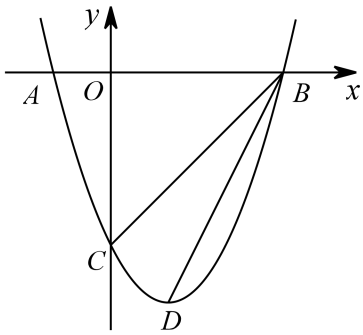
24. （本题满分 **12** 分， 其中第（1）小题 4 分，第（2）小题 4 分，第（3）小题 4 分）

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A（-1，0）和点 B（3，0），与 y 轴交于点 C，顶点为点 D.

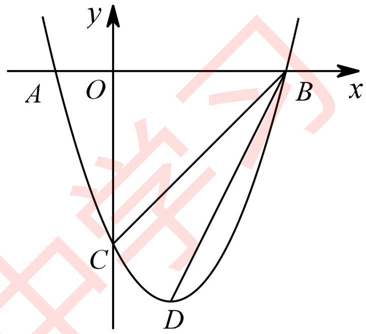
（1）求该抛物线的表达式及点 C 的坐标；

（2）联结 BC、BD，求∠CBD 的正切值；

（3）若点 P 为 x 轴上一点，当△BDP 与△ABC 相似时，求点 P 的坐标.



（第 24 题图）



（备用图）

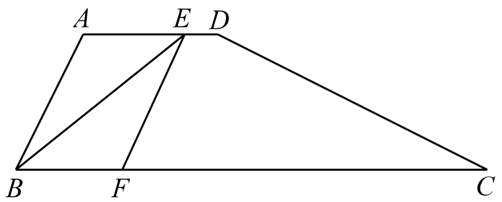
25. （本题满分 **14** 分，其中第（1）小题 4 分，第（2）小题 4 分，第（3）小题 6 分）

在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=\sqrt{5}$，$AD=2$，$DC=2\sqrt{5}$，$\tan\angle ABC=2$（如图）．点 E 是射线 AD 上一点，点 F 是边 BC 上一点，联结 BE、EF，且 $\angle BEF=\angle DCB$．

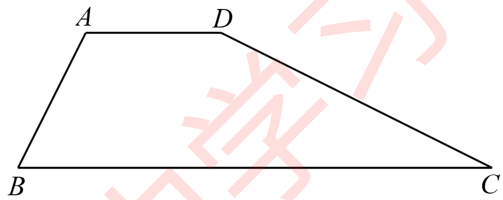
（1）求线段 BC 的长；

（2）当 $FB=FE$ 时，求线段 BF 的长；

（3）当点 E 在线段 AD 的延长线上时，设 $DE=x$，$BF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围．



（第 25 题图）



（备用图）

2022 年上海市青浦区中考数学一模试卷

答案

一、选择题：

1．C；　2．C；　3．A；　4．B；　5．D；　6．D．

二、填空题：

7．9；　8．$\vec{a}+4\vec{b}$；　9．$2:3$；　10．高；　11．$y=x^2-2$；　12．>；

13．6；　14．$2\sqrt{3}$；　15．4；　16．$\frac{\sqrt{10}}{10}$；　17．$2-\sqrt{2}$；　18．$y=-3x+3$．

三、解答题：

19．解：原式$=\left|\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right|+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(\sqrt{3}\right)^0-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-1}$．……………………（4 分）

$=1-\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}$．……………………（4 分）

$=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．……………………（2 分）

20．解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD//BC$，$AD=BC$．……………………（2 分）

∴$\frac{BC}{ED}=\frac{BF}{DF}$．……………………（1 分）

∵$BF=3DF$，∴$\frac{BF}{DF}=3$．

∴$\frac{BC}{ED}=3$．……………………（1 分）

∴$\frac{AD}{ED}=3$．

∴$AE:ED=2$．……………………（1 分）

（2）∵$AE:ED=2:1$，∴$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EA}$．

∵$\overrightarrow{EA}=\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\vec{b}$． ………………………………………………………… (1 分)

$\therefore \overrightarrow{CE}=\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{DC}$，

$\therefore \overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{a}$． ……………………………………………………… (1 分)

$\because AD//BC$，$\therefore \frac{CF}{CE}=\frac{BF}{BD}$． ……………………………………………… (1 分)

$\because BF=3DF$，$\therefore \frac{BF}{BD}=\frac{3}{4}$．$\therefore \frac{CF}{CE}=\frac{3}{4}$．

$\therefore \overrightarrow{CF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CE}$． ……………………………………………………… (1 分)

$\therefore \overrightarrow{CF}=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{a}\right)=\frac{3}{8}\vec{b}-\frac{3}{4}\vec{a}$． ………………………………………… (1 分)

21．解：(1) ∵过点 A 作 $AH\perp BD$，垂足为点 H．

$\because AB=AD$，$\therefore BH=HD$． ……………………………………………………… (1 分)

∵点 D 是 BC 的中点，$\therefore BD=CD$．

$\because BD=4$，$\therefore CD=4$．

$\therefore HC=6$． ……………………………………………………………………… (1 分)

$\because \tan C=\frac{1}{4}$，$\therefore \frac{AH}{HC}=\frac{1}{4}$，$\therefore AH=\frac{3}{2}$． ……………………………………… (1 分)

$\because AB=\sqrt{BH^2+AH^2}$，

$\therefore AB=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}$． ……………………………………………… (2 分)

(2) 过点 C 作 $CG\perp BA$，交 BA 的延长线于点 G． ………………………… (1 分)

$\because \sin B=\frac{AH}{AB}=\frac{CG}{BC}$， ……………………………………………………… (2 分)

$\therefore \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{CG}{8}$． ……………………………………………………………… (1 分)

$\therefore CG=\dfrac{24}{5}$.

$\therefore$点 C 到直线 AB 的距离为 $\dfrac{24}{5}$. …………………………………………（1 分）

22．解： 过点 C 作 $CH\perp BD$，垂足为点 H. ……………………………………………（1 分）

由题意，得$\angle DCH=27°$，$\angle HCB=13°$，$AB=CH=20$（米）.

在 Rt$\triangle DHC$ 中，$\because \tan\angle DCH=\dfrac{DH}{CH}$，$\therefore DH=\tan 27°\times 20\approx 10.2$. ……（4 分）

在 Rt$\triangle HCB$ 中，$\because \tan\angle HCB=\dfrac{HB}{CH}$，$\therefore BH=\tan 13°\times 20\approx 4.6$. ………（4 分）

$\therefore BD=HD+HB\approx 10.2+4.6=14.8$（米）. ……………………………………………（1 分）

答：教学楼 BD 的高度约为 14.8 米.

23．证明：(1) $\because DC^2=DE\cdot DB$，

$\therefore \dfrac{DC}{DE}=\dfrac{DB}{DC}$. ……………………………………………………………（1 分）

又$\because\angle CDE=\angle BDC$，$\therefore\triangle DCE\backsim\triangle DBC$. ……………………………（1 分）

$\therefore\angle DCE=\angle DBC$. ……………………………………………………………（1 分）

$\because\angle ABD=\angle DBC$，

$\therefore\angle DCE=\angle ABD$. ……………………………………………………………（1 分）

又$\because\angle AEB=\angle DEC$，$\therefore\triangle AEB\backsim\triangle DEC$. ……………………………（2 分）

(2) $\because\triangle AEB\backsim\triangle DEC$，$\therefore\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{DE}{EC}$. ……………………………（1 分）

又$\because\angle AED=\angle BEC$，$\therefore\triangle AED\backsim\triangle BEC$. ……………………………（1 分）

$\therefore\angle ADE=\angle BCE$. ……………………………………………………………（1 分）

又$\because\angle ABD=\angle DBC$，$\therefore\triangle BDA\backsim\triangle BCE$. ……………………………（1 分）

$\therefore\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{DA}{CE}$. ……………………………………………………………（1 分）

$\therefore BC\cdot AD=CE\cdot BD$. ……………………………………………………………（1 分）

24．解：(1) 将 A（-1，0）、B（3，0）代入 $y=x^2+bx+c$，得

$\begin{cases}1-b+c=0,\\9+3b+c=0.\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}b=-2,\\c=-3.\end{cases}$ ……………………………………（2 分）

所以，$y=x^2-2x-3$． …………………………………………………（1 分）

当 x=0 时，$y=-3$．∴点 C 的坐标为（0，-3）．…………………（1 分）

（2）∵$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，∴点 D 的坐标为（1，-4）．…………（1 分）

∵B（3，0）、C（0，-3）、D（1，-4），∴$BC=3\sqrt{2}$，$DC=\sqrt{2}$，$BD=2\sqrt{5}$．

∴$BC^2+DC^2=18+2=20=DB^2$． ……………………………………（1 分）

∴∠BCD=90°．…………………………………………………………（1 分）

∴tan∠CBD=$\dfrac{DC}{BC}=\dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{3}$．…………………………………………（1 分）

（3）∵tan∠ACO=$\dfrac{AO}{OC}=\dfrac{1}{3}$，∴∠$ACO$=∠$CBD$．………………………（1 分）

∵OC =OB，∴∠OCB=∠OBC=45°．∴∠ACO+∠OCB =∠CBD+∠OBC．

即：∠ACB =∠DBO．……………………………………………………（1 分）

∴当△BDP 与△ABC 相似时，点 P 在点 B 左侧．

（i）当 $\dfrac{AC}{CB}=\dfrac{DB}{BP}$ 时，

∴$\dfrac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{BP}$．∴$BP$=6．∴$P$（-3，0）．…………………………（1 分）

（ii）当 $\dfrac{AC}{CB}=\dfrac{BP}{DB}$ 时，

∴$\dfrac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{BP}{2\sqrt{5}}$．∴$BP$=$\dfrac{10}{3}$．∴$P$（-$\dfrac{1}{3}$，0）．…………………………（1 分）

综上，点 P 的坐标为（-3，0）或（-$\dfrac{1}{3}$，0）．

25．解：（1）过点 A、D 分别作 AH⊥BC、DG⊥BC，垂足分别为点 H、点 G．

可得：AD=HG=2，AH=DG．∵tan∠ABC=2，AB=$\sqrt{5}$，

∴AH=2，BH=1．…………………………………………………………（2 分）

∴$DG=2$．

∵$DC=2\sqrt{5}$，∴$CG=\sqrt{DC^2-DG^2}=4$．…………………………………（1 分）

∴$BC=BH+HG+GC=1+2+4=7$．…………………………………………（1 分）

（2）过点 E 作 $EM\perp BC$，垂足为点 M．可得 $EM=2$．

由（1）得，$\tan\angle C=\dfrac{DG}{GC}=\dfrac{1}{2}$．

∵$FB=FE$，∴$\angle FEB=\angle FBE$．

∵$\angle FEB=\angle C$，∴$\angle FBE=\angle C$．……………………………………（1 分）

∴$\tan\angle FBE=\dfrac{1}{2}$．∴$\dfrac{EM}{BM}=\dfrac{1}{2}$，∴$BM=4$．…………………………（1 分）

∵$FM^2+EM^2=FE^2$，∴$(4-FB)^2+2^2=FB^2$．…………………（1 分）

∴$BF=\dfrac{5}{2}$．……………………………………………………………………（1 分）

（3）过点 E 作 $EN//DC$，交 BC 的延长线于点 N．

∵$DE//CN$，∴四边形 $DCNE$ 是平行四边形．

∴$DE=CN$，$\angle DCB=\angle ENB$．

∵$\angle FEB=\angle DCB$，∴$\angle FEB=\angle ENB$．…………………………（1 分）

又∵$\angle EBF=\angle NBE$，

∴$\triangle BEF\backsim\triangle BNE$．…………………………………………………（1 分）

∴$\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{BE}{BN}$．∴$BE^2=BF\cdot BN$．…………………………………（1 分）

过点 E 作 $EQ\perp BC$，垂足为点 Q．可得 $EQ=2$，$BQ=x+3$．

∴$BE^2=QE^2+BQ^2=(x+3)^2+2^2=x^2+6x+13$．……………………（1 分）

∴$y(7+x)=x^2+6x+13$．

∴$y=\dfrac{x^2+6x+13}{7+x}\left(0<x\le\dfrac{1+\sqrt{145}}{2}\right)$．…………………………（2 分）