2022年上海市闵行区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题（本大题共6题，每题4分，满分24分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，各边的长度都扩大4倍．那么锐角 B 的正切值（　　）

A.扩大4倍　　B.扩大2倍　　C.保持不变　　D.缩小4倍

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ, BC=4, AC=3$，那么 $\angle A$ 的三角比值为 $\frac{3}{5}$ 的是（　　）

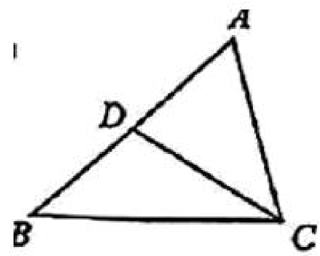
A. $\sin A$　　B. $\cos A$　　C. $\tan A$　　D. $\cot A$

3. 下列二次函数与抛物线 $y=-x^2+2x-3$ 的对称轴相同的函数是（　　）

A. $y=-x^2+4x-3$　B. $y=-2x^2-3x$

C. $y=3x^2+6x-7$　D. $y=\frac{1}{2}x^2-x+5$

4. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，那么下列条件中不能判定 $\triangle ABC\sim\triangle ACD$ 的是（　　）



A. $\frac{AC}{CD}=\frac{AB}{BC}$

B. $AC^2=AD\cdot AB$

C. $\angle B=\angle ACD$

D. $\angle ADC=\angle ACB$

5. 如果 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$，$\vec{a}-\vec{b}=3\vec{c}$，且 $\vec{c}\neq\vec{0}$，那么下列结论正确的是（　　）

A. $|\vec{a}|=|\vec{b}|$　　B. $\vec{a}+2\vec{b}=0$　　C. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同　D. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相反

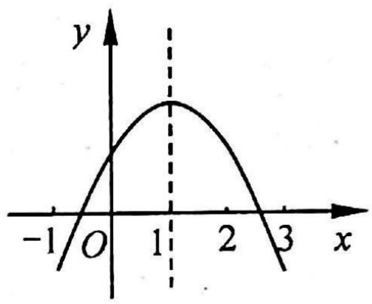
6. 二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq0\right)$ 的图像如图所示，现有以下结论：(1) $b>0$；(2) $abc<0$；(3) $a-b+c>0$，(4) $a+b+c>0$；(5) $b^2-4ac>0$；其中正确的结论有（　　）

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个．



（第6题图）

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. 如果 $x:y=5:2$，那么 $(x+y):y$ 的值为_________.

8. 已知线段 AB 的长为 2 厘米，点 P 是线段 AB 的黄金分割点，那么较长线段 AP 的长是_________厘米.

9. 在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ},BC=4,\sin A=\dfrac{2}{3}$，那么 AB 的长是_________.

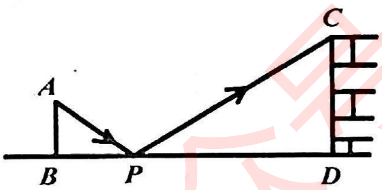
10. 两个相似三角形的面积之比是 $9:25$，其中较大的三角形一边上的高是 5 厘米，那么另一个三角形对应边上的高为_________厘米.

11. $\vec{e}$ 为单位向量，$\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 的方向相同，且长度为 2，那么 $\vec{a}=$_________$\vec{e}$

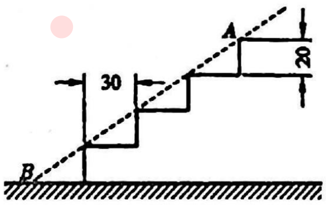
12. 如果抛物线 $y=x^2+m+1$ 的顶点是坐标轴的原点，那么 m 的值是_________.

13. 已知二次函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$ 图像的对称轴为直线 $x=4$，那么 $f(1)$________$f(3)$.（填“>”或“<”或“=”）

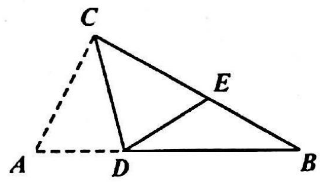
14. 如图所示，用手电来测量古城墙高度，将水平的平面镜放置在点 P 处，光线从点 A 出发，经过平面镜反射后，光线刚好照到古城墙 CD 的顶端 C 处．如果 $AB\perp BD$，$CD\perp BD,AB=1.5$ 米，$BP=1.8$ 米，$PD=12$ 米，那么该古城墙的高度是_______米



（第 14 题图）



（第 15 题图）

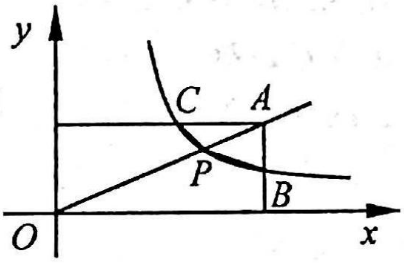


（第 16 题图）

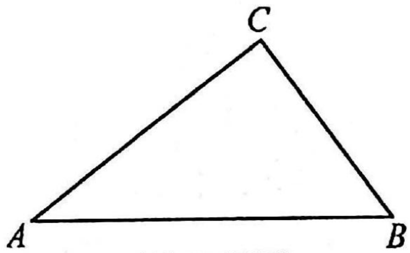
15. 如图，某幢楼的楼梯每一级台阶的高度为 20 厘米，宽度为 30 厘米，那么斜面 AB 的坡度为_________.

16. 如图，已知在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ},\angle B=30^{\circ},AC=1,D$ 是 AB 边上一点，将 $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折，点 A 恰好落在边 BC 上的点 E 处，那么 $AD=$__________.

17. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 A 的坐标为 $(a,3)(a>4)$，射线 OA 与反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$ 的图像交于点 P，过点 A 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B，过点 A 作 y 轴的垂线交双曲线于点 C，联结 BP、CP，那么 $\dfrac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}}$ 的值是__________.



（第 17 题图）



（第 18 题图）

18. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}, AC=8, BC=6$，点 P 是 AC 边上一点，将$\triangle ACB$ 沿着过点 P 的一条直线翻折，使得点 A 落在边 AB 上的点 Q 处，联结 PQ，如果 $\angle CQB=\angle APQ$，那么 AQ 的长为__________.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. (本题满分 10 分)

计算：$\tan 45^{\circ}+\left(\sqrt{3}-1\right)^{0}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\frac{4}{\sqrt{3}+1}$.

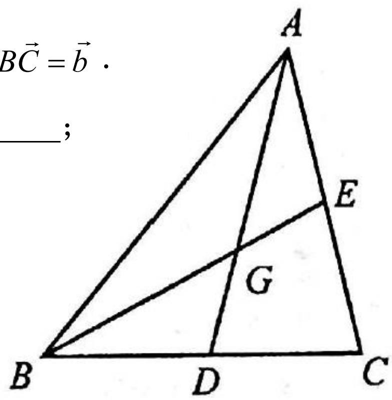
20. (本题满分 10 分，第(1)小题 4 分，第(2)小题 6 分)

如图，AD, BE 是$\triangle ABC$ 的中线，交于点 G，且 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{BC}=\vec{b}$.

（1）直接写出向量 $\overrightarrow{AG}$ 关于 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的分解式，$\overrightarrow{AG}=$__________;

（2）在图中画出向量 $\overrightarrow{BG}$ 在向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

（不要求写作法，但要保留作图痕迹，并写明结论）



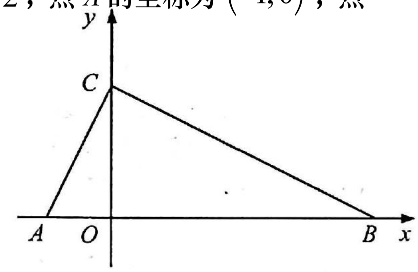
（第 20 题图）

21. (本题满分 10 分，第(1)小题 6 分，第(2)小题 4 分)

如图，已知在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ, \tan\angle CAB=2$，点 A 的坐标为 $(-1,0)$，点 B 在 x 轴正半轴上，点 C 在 y 轴正半轴上．

（1）求经过 B、C 两点的直线的表达式；

（2）求图像经过 A、B、C 三点的二次函数的解析式．



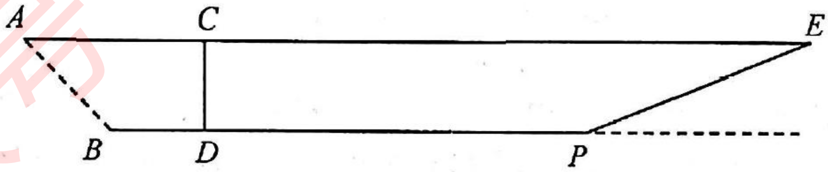
（第 21 题图）

22. (本题满分 10 分)

为了维护南海的主权，我国对相关区域进行海空常态化立体巡航．

如图，在一次巡航中，预警机沿 AE 方向飞行，驱护舰沿 BP 方向航行，且航向相同 $(AE \parallel BP)$．当项紫机飞行到 A 处时，测得航行到 B 处的驱护舰的俯角为 45°，此时 B 距离相关岛屿 P 恰为 60 千米；当预警机飞行到 C 处时，驱护舰恰好航行到预警机正下方 D 处，此时 $CD=10$ 千米，当预警机继续飞行到 E 处时，驱护舰到达相关岛屿 P，且测得 E 处的预警机的仰角为 22°. 求预警机的飞行距离 AE．（结果保留整数）

（参考数据：$\sin22^\circ \approx 0.37, \cos22^\circ \approx 0.93, \tan22^\circ \approx 0.40$．）



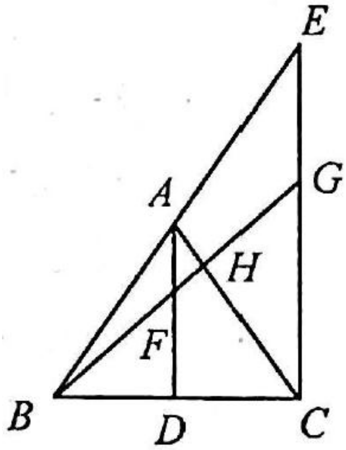
（第 22 题图）

23. (本题满分 12 分，第(1)小题 6 分，第(2)小题 6 分)

如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 D 是边 BC 上的中点，过点 C 作 $CE\perp BC$，交 BA 的延长线于点 E，过点 B 作 $BH\perp AC$，交 AD 于点 F，交 AC 于点 H，交 CE 于点 G．

求证：（1） $BC\cdot BH=CH\cdot EC$；

（2） $BC^2=4DF\cdot DA$．



（第 23 题图）

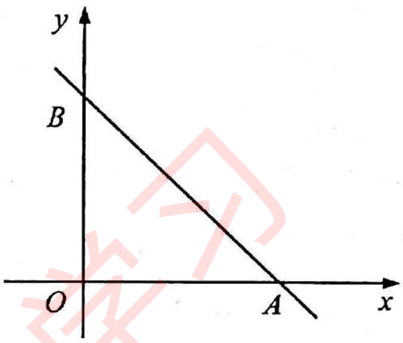
24. (本题满分 12 分，第(1)小题 4 分，第(2)小题 4 分，第(3)小题 4 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-x+5$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B．点 C 为抛物线 $y=ax^2-2a^2x+a^3+\frac{1}{2}a$ 的顶点．

（1）用含 a 的代数式表示顶点 C 的坐标；

（2）当顶点 C 在 $\triangle AOB$ 内部，且 $S_{\triangle AOC}=\frac{5}{2}$ 时，求抛物线的表达式；

（3）如果将抛物线向右平移一个单位，再向下平移 $\frac{1}{2}$ 个单位后，平移后的抛物线的顶点 P 仍在 $\triangle AOB$ 内，求 a 的取值范围．



（第 24 题图）

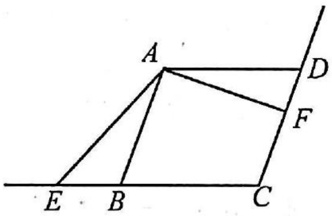
25. (本题满分 14 分，第(1)小题 4 分，第(2)小题 6 分，第(3)小题 4 分)

已知四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=4$，点 E 在射线 CB 上，点 F 在射线 CD 上，且 $\angle EAF=\angle BAD$．

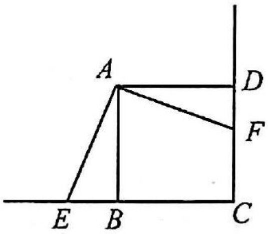
（1）如图①，如果 $\angle BAD=90^{\circ}$，求证：$AE=AF$；

（2）如图②，当点 E 在 CB 的延长线上时，如果 $\angle ABC=60^{\circ}$，设 $DF=x,\dfrac{AF}{AE}=y$，试建立 y 与 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

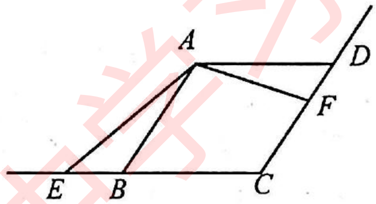
（3）联结 $AC,BE=2$，当 $\triangle AEC$ 是等腰三角形时，请直接写出 DF 的长．



（第 25 题图）



（第 25 题图①）



（第 25 题图②）

2022 年上海市闵行区中考数学一模试卷

答案

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. C　　2. B　　3. D　　4. A　　5. D　　6. C

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\frac{7}{2}$　　8. $(\sqrt{5}-1)$　　9. 6　　10. 3

11. 2　　12. m=-1　　13. ＞　　14. 10

15. $\frac{2}{3}$　　16. $\sqrt{3}-1$　　17. 1　　18. $\frac{39}{5}$

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 解：原式$=1+1-2+\dfrac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$，

$=1+1-2+2\sqrt{3}-2$，

$=2\sqrt{3}-2$．

20. 【答案】(1) $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$；　(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据三角形中线性质和重心性质可得 $BD=\frac{1}{2}BC$，$AG=\frac{2}{3}AD$，由 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$ 求解即可；

(2) 过点 G 分别作 AB、BC 的平行线，分别交 BC、AB 于 H、F，作向量 $\overrightarrow{BF}$、$\overrightarrow{BH}$ 即可．

【小问 1 详解】

解：∵ AD,BE 是 $\triangle ABC$ 的中线，交于点 G，

∴ $BD=\frac{1}{2}BC$，$AG=\frac{2}{3}AD$，

∵ $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，

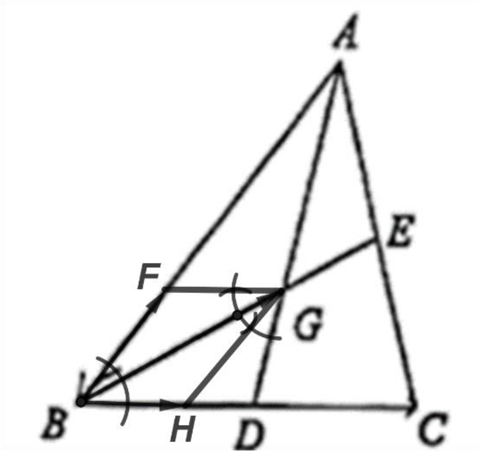
∴ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$，

∴ $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b})=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$，

故答案为：$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$；

【小问 2 详解】

解：如图所示，$\overrightarrow{BF}$、$\overrightarrow{BH}$ 是向量 $\overrightarrow{BG}$ 在向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 方向上的分向量．



21. 【答案】(1) $y=-\frac{1}{2}x+2$.　　(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$.

【解析】

【分析】(1) 利用 $\tan\angle CAB=2$ 先求解 C 的坐标，再证明 $\angle CAO=\angle BCO, \tan\angle CAO=\tan\angle BCO$, 再求解 B 的坐标，利用待定系数法求解 BC 的解析式即可；

(2) 根据抛物线与 x 轴的交点设抛物线为 $y=a(x+1)(x-4)$, 再把 C 的坐标代入求解 a 即可.

【小问 1 详解】

解：$\because$ $\tan\angle CAB=2$，点 A 的坐标为 $(-1,0)$，$AO\perp CO$,

$\therefore \frac{OC}{OA}=2$, 则 $OC=2, C(0,2)$,

$\because \angle ACB=90°, \angle AOC=90°$，

$\therefore \angle CAO+\angle ACO=90°=\angle ACO+\angle BCO$,

$\therefore \angle CAO=\angle BCO, \tan\angle CAO=\tan\angle BCO$,

$\therefore \frac{OB}{OC}=2, OB=2OC=4$,

$\therefore B(4,0)$,

设直线 BC 为：$y=kx+b_1$,

$\therefore \begin{cases}4k+b_1=0\\ b_1=2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\ b_1=2\end{cases}$，

所以直线 BC 为：$y=-\dfrac{1}{2}x+2$.

【小问 2 详解】

解：设过 $A\left(-1,0\right), B\left(4,0\right), C\left(0,2\right)$ 的抛物线为：

$y=a\left(x+1\right)\left(x-4\right)$，

$\therefore -4a=2$,

解得：$a=-\dfrac{1}{2}$,

所以抛物线为：$y=-\dfrac{1}{2}\left(x+1\right)\left(x-4\right)=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+2$.

22. 【答案】预警机的飞行距离 AE 为 95 千米

【解析】

【分析】过 B 作 $BH\perp AE$ 于 H，过 E 作 $EF\perp BP$ 交延长线于 F，利用锐角三角函数解直角三角形求得 AH、PF 即可.

【详解】解：过 B 作 $BH\perp AE$ 于 H，过 E 作 $EF\perp BP$ 交延长线于 F，则 $\angle AHB=\angle EFP=90°$，

由题意，$\angle A=45°$，$\angle EPF=22°$，$BH=CD=EF=10$ 千米，$EH=BF$，$BP=60$ 千米，

在 Rt△AHB 中，$\angle A=45°$，$BH=10$ 千米，

∴$AH=BH=10$ 千米，

在 Rt△EFP 中，$\angle EPF=22°$，$EF=10$ 千米，

$\therefore PF=\dfrac{EF}{\tan 22^\circ}\approx\dfrac{10}{0.4}=25$，

∴$AE=AH+HE=10+60+25=95$（千米），

答：预警机的飞行距离 AE 为 95 千米.

23. 【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】(1) 利用已知条件证明 $\Delta BCE \backsim \Delta CHB$ 即可；

(2) 通过证明 $\Delta ADC \backsim \Delta BDF$ 得出 $\frac{DC}{DF}=\frac{AD}{BD}$，再根据 $BD=DC=\frac{1}{2}BC$，得出结论.

【小问 1 详解】

证明：$\because CE\perp BC$，$BH\perp AC$，

$\therefore \angle BCE=\angle CHB=90^\circ$，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$，

$\therefore \Delta BCE \backsim \Delta CHB$，

$\therefore \frac{BC}{CH}=\frac{CE}{BH}$，

$\therefore BC\cdot BH=CH\cdot EC$；

【小问 2 详解】

证明$\because AB=AC$，点 D 是边 BC 上的中点，

$\because AD\perp BC$，$BH\perp AC$，

$\therefore \angle ADC=\angle AHF=90^\circ$，

$\because \angle DAC=\angle HAF$，

$\therefore \angle ACD=\angle AFH$，

$\because \angle AFH=BFD$，

$\therefore \angle ACD=\angle BFD$，

$\because \angle ADC=\angle BDF=90^\circ$，

$\therefore \Delta ADC \backsim \Delta BDF$，

$\therefore \frac{DC}{DF}=\frac{AD}{BD}$，

$\because BD=DC=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore \frac{1}{4}BC^2=AD\cdot DF$，

即 $BC^2=4DF\cdot DA$.

24. 【答案】(1) $C(a,\frac{1}{2}a)$　　(2) $y=2x^2-8x+9$；　　(3) $1<a<3$

【解析】

【分析】(1）利用配方法将抛物线解析式化为顶点式即可解答；

(2）求出点 A、B 的坐标，利用三角形面积公式求解 a 值即可解答；

(3）根据点的坐标平移规律"右加左减，上加下减"得出 P 点坐标，再根据条件得出 a 的一元一次不等式组，解不等式组即可求解

【小问 1 详解】

解：抛物线 $y=ax^2-2a^2x+a^3+\frac{1}{2}a=a(x-a)^2+\frac{1}{2}a$，

∴顶点 C 的坐标为 $(a,\frac{1}{2}a)$；

【小问 2 详解】

解：对于 $y=-x+5$，当 x=0 时，y=5，当 y=0 时，x=5，

∴A（5，0），B（0，5），

∵顶点 C 在 $\triangle AOB$ 内部，且 $S_{\triangle AOC}=\frac{5}{2}$，

∴$\frac{1}{2}\times 5\cdot\frac{1}{2}a=\frac{5}{2}$，

∴a=2，

∴抛物线的表达式为 $y=2x^2-8x+9$；

【小问 3 详解】

解：由题意，平移后的抛物线的顶点 P 的坐标为 $(a+1,\frac{1}{2}a-\frac{1}{2})$，

∵平移后的抛物线的顶点 P 仍在 $\triangle AOB$ 内，

$$\therefore\begin{cases}a+1>0\\ \frac{1}{2}a-\frac{1}{2}>0\\ -(a+1)+5>\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}\end{cases},$$

解得：1＜a＜3，

即 a 的取值范围为 1＜a＜3．

25. 【答案】(1）证明过程详见解答；　(2）$y=\frac{4-x}{4}(0<x<4)$　(3）$DF=\frac{8}{5}$ 或 $\frac{16}{7}$

【解析】

【分析】(1) 先证明四边形 $ABCD$ 是正方形，再证明 $\Delta ABE\cong\Delta ADF$，从而命题得证；

(2) 在 AD 上截取 $DG=DF$，先证明 ΔDGF 是正三角形，再证明 $\Delta ABE\backsim\Delta AGF$，进一步求得结果；

(3) 当 $AE=AC$ 时，作 $AH\perp CE$ 于 H，以 F 为圆心，DF 为半径画弧交 AD 于 G，作 $FN\perp AD$ 于 N，证明 $\Delta ABH\backsim\Delta FND$，$\angle AGF=\angle ABE$，可推出 $\dfrac{DG}{DF}=\dfrac{1}{2}$，再证明 $\Delta ABE\backsim\Delta AGF$，可推出 $\dfrac{4-DG}{4}=\dfrac{GF}{2}$，从而求得 DF，当 $AC=CE=6$ 时，作 $AH\perp CE$ 于 H，以 F 为圆心，DF 为半径画弧交 AD 于 G，作 $FN\perp AD$ 于 N，作 $BM\perp AC$ 于 M，先根据 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BM=\dfrac{1}{2}BC\cdot AH$ 求得 AH，进而求得 BH，根据 $\Delta ABH\backsim\Delta FGN$，$\Delta ABE\backsim\Delta AFF$，$\dfrac{DG}{GF}=\dfrac{1}{4}$ 和 $\dfrac{4+DG}{GF}=\dfrac{1}{2}$，从而求得 DF，根据三角形三边关系否定 $AE=CE$，从而确定 DF 的结果．

【小问 1 详解】

解：证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAE=\angle ABC=\angle ADF=90^\circ$，$AD=AB$，

Q $\angle BAE=\angle DAF$，

$\therefore \Delta ABE\cong\Delta ADF(ASA)$，

$\therefore AE=AF$；

【小问 2 详解】

解：如图 1，在 AD 上截取 $DG=DF$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle ADF=\angle ABC=60^\circ$，$AD=AB=6$，

$\therefore \Delta DGF$ 是正三角形，

$\therefore \angle DFG=60^\circ$，$GF=DF=DG=x$，

$\therefore \angle AGF=\angle ABE=120^\circ$，$AG=4-x$，

Q $\angle BAE=\angle DAF$，

$\therefore \Delta ABE\backsim\Delta AGF$，

$\therefore \dfrac{AF}{AE}=\dfrac{AG}{AB}$，

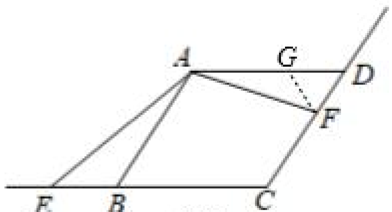


图1

$\therefore y=\dfrac{4-x}{4}(0<x<4)$；

【小问 3 详解】

如图 2，当 $AE=AC$ 时，作 $AH\perp CE$ 于 H，以 F 为圆心，DF 为半径画弧交 AD 于 G，作 $FN\perp AD$ 于 N，

$\therefore CH=\dfrac{1}{2}CE=\dfrac{1}{2}\times(4+2)=3$，$\angle FND=\angle AHB=90^{\circ}$，$\angle D=\angle FGD$，$DG=2DN$，

$\therefore BH=BC-CH=4-3=1$，

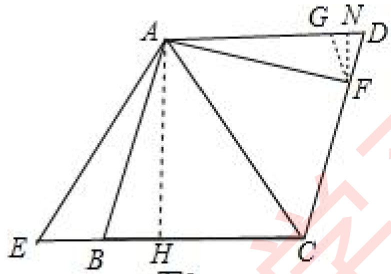


图2

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle D=\angle ABC$，

$\therefore \Delta ABH\backsim\Delta FND$，$\angle AGF=\angle ABE$，

$\therefore \dfrac{DN}{DF}=\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore \dfrac{DG}{GF}=\dfrac{1}{2}$①，

Q $\angle BAE=\angle DAF$，

$\therefore \Delta ABE\backsim\Delta AGF$，

$\therefore \dfrac{AG}{AB}=\dfrac{GF}{BE}$，

$\therefore \dfrac{4-DG}{4}=\dfrac{GF}{2}$②，

由①②得，

$GF=\dfrac{8}{5}$，

$\therefore DF=\dfrac{8}{5}$，

如图 3，当 $AC=CE=6$ 时，作 $AH\perp CE$ 于 H，以 F 为圆心，DF 为半径画弧交 AD 于 G，作 $FN\perp AD$ 于 N，

作 $BM\perp AC$ 于 M，

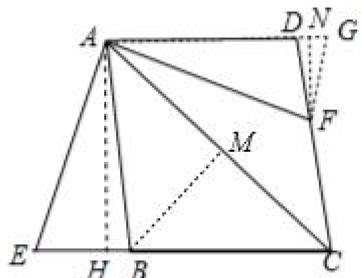


图3

$\therefore CM=\dfrac{1}{2}AC=3$，

$\therefore BM=\sqrt{BC^{2}-CM^{2}}=\sqrt{7}$，

由 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BM=\dfrac{1}{2}BC\cdot AH$ 得，

$6\sqrt{7}=4\cdot AH$，

$\therefore AH=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$，

$\therefore BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\dfrac{1}{2}$，

由第一种情形知：$\Delta ABH\backsim\Delta FGN$，$\Delta ABE\backsim\Delta AFF$，

$\therefore \dfrac{GN}{FG}=\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{AG}{GF}=\dfrac{AB}{BE}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{DG}{GF}=\dfrac{1}{4}$①，$\dfrac{4+DG}{GF}=\dfrac{1}{2}$②，

由①②得，

$GF=\dfrac{16}{7}$，

$\therefore DF=\dfrac{16}{7}$，

$\because AB+BE>AE$，

$\therefore BC+BE>AE$，

即 $CE>AE$，

综上所述：$DF=\dfrac{8}{5}$ 或 $\dfrac{16}{7}$．