2022 年上海市宝山区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 如果 $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，且 b 是 a 和 c 的比例中项，那么 $\frac{b}{c}$ 等于（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

2. 在比例尺为 $1:5000$ 的地图上，如果 A、B 两地的距离是 10 厘米，那么这两地的实际距离是（　　）

A. 50000 米　　B. 5000 米　　C. 500 米　　D. 50 米

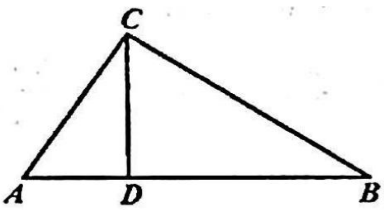
3. 已知 $\vec{c}$ 为非零向量，$\vec{a}=2\vec{c},\vec{b}=-3\vec{c}$，那么下列结论中，不正确的是（　　）

A. $\left|\vec{a}\right|=\frac{2}{3}\left|\vec{b}\right|$　　B. $\vec{a}=-\frac{3}{2}\vec{b}$　　C. $3\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$　　D. $\vec{a}\,//\,\vec{b}$

4. 如图，已知 $Rt\triangle ABC,CD$ 是斜边 AB 边上的高，那么下列结论正确的是（　　）

A. $CD=AB\cdot\tan B$　　B. $CD=AD\cdot\cot A$

C. $CD=AC\cdot\sin B$　　D. $CD=BC\cdot\cos A$

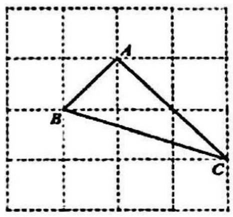


（第 4 题）

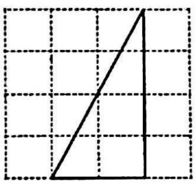
5. 把抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 向左平移 2 个单位长度，平移后抛物线的表达式为（　　）

A. $y=(x-1)^2+5$　　B. $y=(x-1)^2+1$

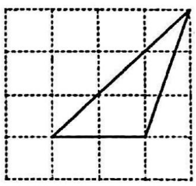
C. $y=(x+1)^2+3$　　D. $y=(x-3)^2+3$



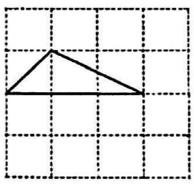
6. 下列格点三角形中，与右侧已知格点 $\triangle ABC$ 相似的是（　　）



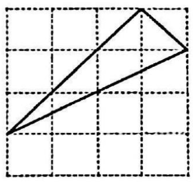
（A）



（B）



（C）



（D）

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 已知点 B 在线段 AC 上，$AB=2BC$，那么 $AC:AB$ 的比值是________.

8. 如果 $\dfrac{x-y}{y}$ 的值是黄金分割数，那么 $\dfrac{x}{y}$ 的值为________.

9. 计算：$\sin^2 30^\circ+\cos^2 45^\circ=$________.

10. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，如果 $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{4}$，那么 $\sin A$ 的值是________.

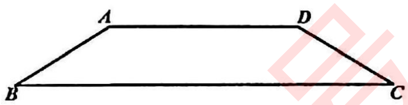
11. 已知二次函数 $y=\dfrac{1}{3}x^2+x-1$，当 $x=-3$ 时，函数 y 的值是________.

12. 据了解，某蔬菜种植基地 2019 年的蔬菜产量为 100 万吨，2021 年的蔬菜产量为 y 万吨，如果 2019 年至 2021 年蔬菜产量的年平均增长率为 $x(x>0)$，那么 y 关于 x 的函数解析式为________.

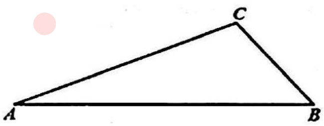
13. 如果抛物线 $y=x^2+2x+m-1$ 的顶点在 x 轴上，那么 m 的值是________.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的两条中线 AD、BE 相交于点 F 如果 $AF=10$，那么 AD 的长为________.

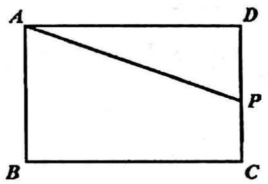
15. 如图，一段铁路路基的横断面为等腰梯形，路基的上底宽 AD 为 3 米，路基高为 1 米，斜坡 AB 的坡度 $i=1:1.5$，那么路基的下底宽 BC 是________米.



（第 15 题）



（第 16 题）



（第 17 题）

16. 如图，已知一张三角形纸片 $ABC, AB=5, BC=2, AC=4$，点 M 在 AC 边上．如果过点 M 剪下一个与 $\triangle ABC$ 相似的小三角形纸片，可以有四种不同的剪法，设 $AM=x$，那么 x 的取值范围是________.

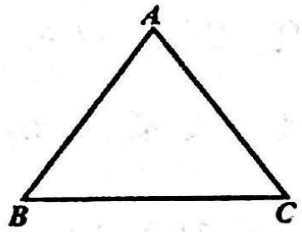
17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3, BC=5$，点 P 在 CD 边上，联结 AP．如果将 $\triangle ADP$ 沿直线 AP 翻折，点 D 恰好落在线段 BC 上，那么 $\dfrac{S_{\triangle ADP}}{S_{\text{四边形}ABCP}}$ 的值为________.

18. 如果一条抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 与 x 轴有两个交点，那么以该抛物线的顶点和这两个交点为顶点的三角形称为这条抛物线的“特征三角形”．已知 $y=x^2+bx\left(b>0\right)$ 的“特征三角形”是等腰直角三角形，那么 b 的值为________.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=5, BC=6$．

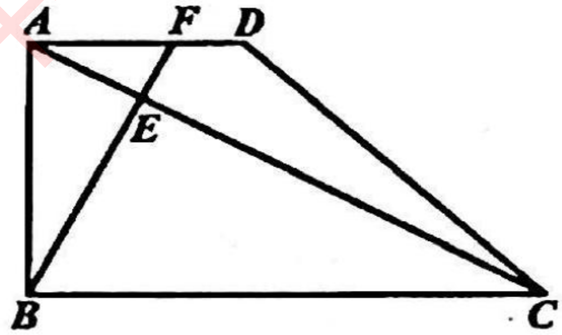


（1）求 $\tan B$ 的值；

（2）延长 BC 至点 D，联结 AD，如果$\angle ADB=30°$，求 CD 的长．

20. （本题满分 10 分）

如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，F 是边 AD 上一点，$AF=2DF$，BF 交 AC 于点 E，又 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$．



（1）设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BF}$=________；$\overrightarrow{AC}$=________；

（2）如果 $\angle ABC=90^{\circ}, AD=3, AB=4$，求 BE 的长．

21. （本题满分 10 分）

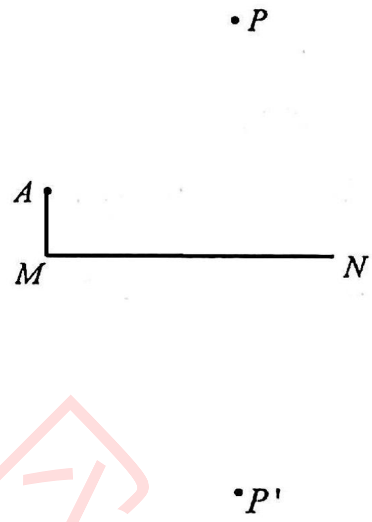
在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数图像的顶点为 $A(-1,2)$，且经过 $B(-3,0)$．

（1）求二次函数的解析式；

（2）将该二次函数图像向右平移几个单位，可使平移后所得图像经过坐标原点？并直接写出平移后所得图像与 x 轴的另一个交点的坐标．

22. （本题满分 10 分）

如图，小杰在湖边高出水面 MN 约 10m 的平台 A 处发现一架无人机停留在湖面上空的点 P 处，该无人机在湖中的倒影为点 P'，小杰在 A 处测得点 P 的仰角为 $45°$，点 P' 的俯角为 $60°$，求该无人机离开湖面的高度（结果保留根号）.

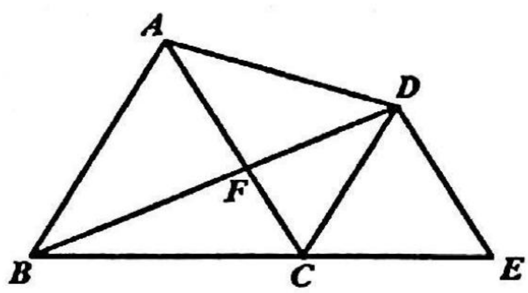


23. （本题满分 12 分）

如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 都是等边三角形，点 B、C、E 在同一直线上，联结 BD 交 AC 边于点 F.

（1）如果 $\angle ABD=\angle CAD$，求证：$BF^2=DF\cdot DB$；

（2）如果 $AF=2FC, S_{四边形ABCD}=18$，求 $S_{\triangle DCE}$ 的值.



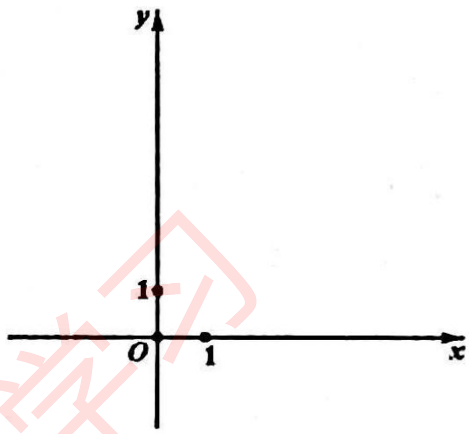
24. （本题满分 12 分）

已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 经过点 $A\left(-1,0\right)$、$B\left(3,0\right),C\left(0,3\right)$，顶点为点 D.

（1）求抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；

（2）联结 BD、CD，试判断 $\triangle BCD$ 与 $\triangle AOC$ 是否相似，并证明你的结论；

（3）抛物线上是否存在点 P，使得 $\angle PAC=45^\circ$．如果存在，请求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由.



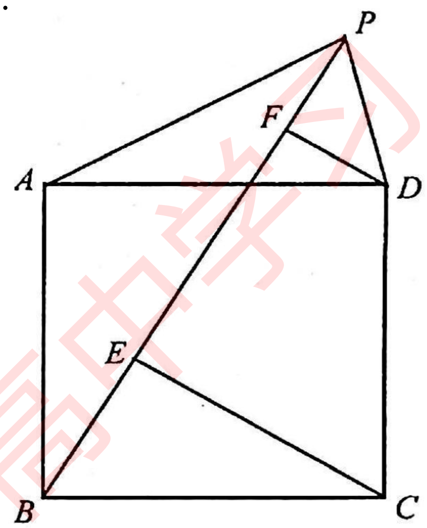
25. （本题满分 14 分）

如图，已知正方形 $ABCD$，将 AD 绕点 A 逆时针方向旋转 $n°(0<n<90)$ 到 AP 的位置，分别过点 C、D 作 $CE\perp BP, DF\perp BP$，垂足分别为点 E、F．

（1）求证：$CE=EF$；

（2）联结 CF，如果 $\dfrac{DP}{CF}=\dfrac{1}{3}$，求 $\angle ABP$ 的正切值；

（3）联结 AF，如果 $AF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB$，求 n 的值．



2022 年上海市宝山区中考数学一模试卷

答案

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. D　2. C　3. B　4. D　5. C　6. A

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $3:2$##$\frac{3}{2}$　8. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　9. $\frac{3}{4}$##0.75　10. $\frac{4}{5}$##0.8

11. -1　12. $y=100(1+x)^2\ (x>0)$　13. 2

14. 15　15. 6　16. $3\le x<4$　17. $\frac{5}{13}$　18. 2

三、解答题：

19. 【答案】(1) $\frac{4}{3}$　(2) $4\sqrt{3}-3$

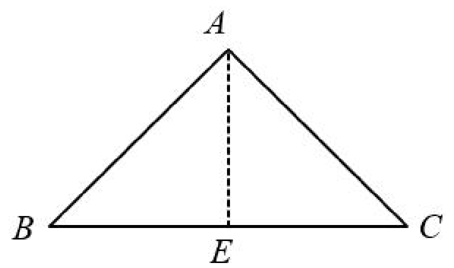
【解析】

【分析】(1) 作 $AD\perp BC$ 于 D，利用等腰三角形的三线合一的性质求出 BD，根据勾股定理求出 AD，再根据公式计算即可；

(2) 由 $\angle ADB=30°$，$AE=4$，求出 $AD=2AE=8$，利用勾股定理求出 DE，根据 $CD=DE-CE$ 求出数值.

【小问 1 详解】

解：作 $AE\perp BC$ 于 E，



$\because AB=AC$，$BC=6$，

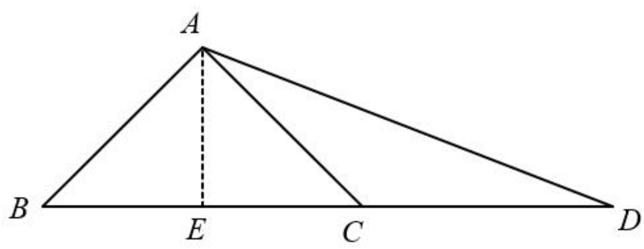
$\therefore BE=CE=3$，

$\therefore AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

$\therefore \tan B=\frac{AE}{BE}=\frac{4}{3}$；

【小问 2 详解】

解：$\because \angle ADB=30°$，$AE=4$，



$\therefore AD=2AE=8$，

$\therefore DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$，

$\therefore CD=DE-CE=4\sqrt{3}-3$.

20.【答案】(1) $\frac{2}{3}\vec{b}-\vec{a}$，$\vec{a}+\frac{8}{3}\vec{b}$　　(2) 5

【解析】

【分析】(1) 先用$\vec{a}$和$\vec{b}$表示出向量$\overrightarrow{AF}$和$\overrightarrow{BC}$，然后根据三角形法则计算即可；

(2) 由$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$可得$AF//BC$、$\frac{AF}{BC}=\frac{1}{4}$,然后再根据平行线等分线段定理即可解答.

【小问 1 详解】

解：$\because AF=2DF$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$

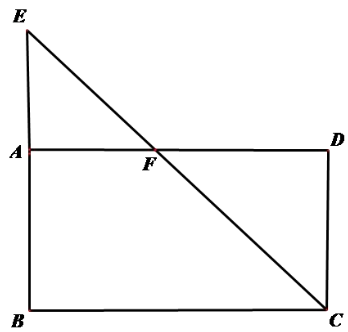
$\therefore \overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\vec{b}$

$\because \overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

$\therefore \overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{AF}=\frac{8}{3}\vec{b}$

$\therefore \overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\vec{b}-\vec{a}$

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+\frac{8}{3}\vec{b}$.



【小问 2 详解】

解：$\because \overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

$\therefore AF//BC$、$\frac{AF}{BC}=\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{AF}{BC}=\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{AF}{BC}=\frac{1}{4}$，即 $AE=\frac{1}{4}AB=1$

$\therefore AE=AB+AE=4+1=5$.

21. 【答案】(1) $y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$　　(2) $(4,0)$

【解析】

【分析】(1) 根据题意设出二次函数的顶点式，然后用待定系数法求解即可；

(2) 根据题意设出平移后的表达式为$y=-\frac{1}{2}(x+1-m)^2+2$，将原点$(0,0)$代入即可求出平

移后的表达式，当 $y=0$ 时，即可求出与 x 轴的另一个交点的坐标.

【小问 1 详解】

解：设二次函数的表达式为：$y=a\left(x+1\right)^{2}+2\left(a\neq 0\right)$

将 $B\left(-3,0\right)$ 代入得：$4a+2=0$

解得：$a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}\left(x+1\right)^{2}+2$，即 $y=-\frac{1}{2}x^{2}-x+\frac{3}{2}$；

【小问 2 详解】

解：设将该二次函数图像向右平移 $m\left(m>0\right)$ 个单位，

$\therefore$平移后的表达式为 $y=-\frac{1}{2}\left(x+1-m\right)^{2}+2$，

$\because$平移后所得图像经过坐标原点，

$\therefore$将原点 $\left(0,0\right)$ 代入得，$0=-\frac{1}{2}\left(0+1-m\right)^{2}+2$，即 $\frac{1}{2}\left(m-1\right)^{2}=2$，

解得：$m_1=3,m_2=-1$（舍去），

$\therefore m=3$，

$\therefore$平移后的表达式为 $y=-\frac{1}{2}\left(x-2\right)^{2}+2$，

当 $y=0$ 时，即 $-\frac{1}{2}\left(x-2\right)^{2}+2=0$，

解得：$x_1=0,x_2=4$，

$\therefore$平移后所得图像与 x 轴的交点坐标为 $\left(0,0\right)$ 和 $\left(4,0\right)$，

$\therefore$平移后所得图像与 x 轴的另一个交点的坐标为 $\left(4,0\right)$.

22. 【答案】$20+10\sqrt{3}$

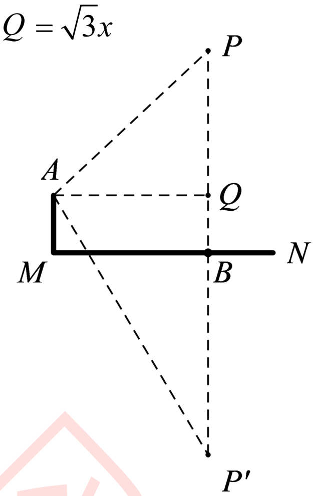
【解析】

【分析】连接 PP'，过点 A 作 $AQ\perp PP'$ 于点 Q，PP' 交 MN 于点 B，根据俯角与仰角求得 $\angle PAQ=45°,\angle P'AQ=60°$，解直角三角形即可求得 $AQ,P'Q$，根据轴对称的性质列出方程进而求得 PQ，根据 $PB=PQ+QB$ 即可求得该无人机离开湖面的高度.

【详解】如图，连接 PP'，过点 A 作 $AQ\perp PP'$ 于点 Q，PP' 交 MN 于点 B，

$\therefore \angle PAQ=45°,\angle P'AQ=60°$，$AM=QB=10$，

设 $PQ=x$,则 $AQ=\dfrac{PQ}{\tan\angle PAQ}=PQ=x$， $PQ'=AQ\cdot\tan\angle P'AQ=\sqrt{3}AQ=\sqrt{3}x$



∵ P、 P' 关于 MN 对称

∴ $PB=P'B$

即 $PQ+QB=P'Q-QB$

即 $x+10=\sqrt{3}x-10$

$x=10+10\sqrt{3}$

∴ 该无人机离开湖面的高度 $PB=PQ+QB=10+10\sqrt{3}+10=20+10\sqrt{3}$

23. 【答案】(1）见解析　　(2）2

【解析】

【分析】(1)根据 ASA 证明 $\triangle ACD\cong\triangle ABF$ 得 $AD=BF$，再证明 $\triangle ADF\sim\triangle BDA$ 得 $\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{DF}{AD}$，从而可得结论；

(2)证明 $\triangle DCF\sim\triangle ABF$ 得 $\dfrac{BF}{DF}=\dfrac{AF}{FC}=2$，设 $S_{\triangle DCF}=x$，则可得 $S_{\triangle ADF}=2x$，$S_{\triangle ABF}=4x$，$S_{\triangle BCF}=2x$，根据 $S_{四边形ABCD}=18$ 可得关于 x 的方程，求解即可．

【小问 1 详解】

∵ $\triangle ABC$,$\triangle DCE$ 均为等边三角形，

∴ $AB=AC,\angle BAC=\angle ACB=\angle DCE=60°$

∴ $\angle ACD=180°-\angle ACB-\angle DCE=60°$

∴ $\angle BAC=\angle ACD$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CAD$ 中，

$$\begin{cases}\angle BAC=\angle ACD\\ \angle ABD=\angle CAD\\ AB=AC\end{cases}$$

∴ $\triangle ABF\cong\triangle CAD$

∴ $AD=BF$

∵ $\angle ABD=\angle FAD,\angle ADB=\angle ADB$

∴ $\triangle ADF\sim\triangle BDA$

∴ $\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{DF}{AD}$，即 $AD^2=DF\bullet DB$

∵ $AD=BF$

$\therefore BF^2 = DF \cdot DB$

【小问 2 详解】

$\because \angle AFB = \angle DFC, \angle BAF = \angle DCF$

$\therefore \triangle DCF \sim \triangle ABF$

$\therefore \dfrac{BF}{DF} = \dfrac{AF}{FC}$

$\because AF = 2FC,$

$\therefore \dfrac{BF}{DF} = \dfrac{AF}{FC} = 2$

$\therefore BF = 2FD$

设 $S_{\Delta DCF} = x$

$\because \dfrac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta DCF}} = \dfrac{AF}{FC} = 2$

$\therefore S_{\Delta ADF} = 2x$

同理可得，$S_{\Delta ABF} = 4x$，$S_{\Delta BCF} = 2x$，

$\because S_{四边形ABCD} = 18$

$\therefore S_{\Delta DCF} + S_{\Delta ADF} + S_{\Delta ABF} + S_{\Delta BCF} = 18$，即 $x + 2x + 4x + 2x = 18$

解得，$x = 2$

即 $S_{\triangle DCF} = 2$

24. 【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$，顶点坐标为：$D(1,4)$；

(2) $\triangle AOC \sim \triangle DCB$，证明见解析；

(3) 存在点 P，$P\left(\dfrac{5}{2}, \dfrac{7}{4}\right)$，理由见解析．

【解析】

【分析】(1) 根据题意设抛物线解析式为：$y = a(x+1)(x-3)$，将点 C 代入解得 $a = -1$，代入抛物线可得函数解析式；将一般式化为顶点式即可确定顶点坐标；

(2) 结合图象，分别求出 $\triangle AOC$ 的三边长，$\triangle BCD$ 的三边长，由勾股定理逆定理可得 $\triangle BCD$ 为直角三角形，且两个三角形的三条边对应成比例，即可证明；

(3) 设存在点 P 使 $\angle PAC = 45°$，作线段 AC 的中垂线交 AC 于点 E，交 AP 于点 F，连接 CF，可得 $\angle FEA = 90°$，$E\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$，利用等腰直角三角形的性质可得 $AF = FC$，

$EF=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{10}}{2}$，再由勾股定理可得 $AF=FC=\sqrt{5}$，设 $F(x,y)$，根据直角坐标系中两点之间的距离利用勾股定理可得 $x+3y=4$，同理可得

$EF=\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，利用代入消元法解方程即可确定点 F 的坐标，然后求出直线 AF 的直线解析式，联立抛物线解析式求交点坐标即可得．

【小问 1 详解】

解：抛物线经过点 $A(-1,0)$，$B(3,0)$，$C(0,3)$，

设抛物线解析式为：$y=a(x+1)(x-3)$，

将点 C 代入可得：$3=a(0+1)(0-3)$，

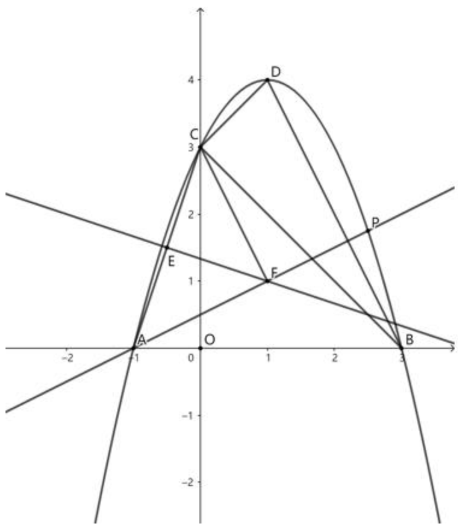
解得：$a=-1$，

$\therefore y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$，

∴顶点坐标为：$D(1,4)$；

【小问 2 详解】

解：如图所示：



$\triangle AOC$ 为直角三角形且三边长分别为：

$AO=1$，$OC=3$，$AC=\sqrt{AO^2+OC^2}=\sqrt{10}$，

$\triangle BCD$ 的三边长分别为：

$BC=\sqrt{BO^2+OC^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$CD=\sqrt{(1-0)^2+(4-3)^2}=\sqrt{2}$，

$BD=\sqrt{(3-1)^2+4^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore BC^2+CD^2=BD^2$，

$\therefore \triangle BCD$ 为直角三角形，

$\because \frac{CD}{AO}=\frac{BC}{OC}=\frac{BD}{AC}=\sqrt{2}$，

$\therefore \triangle AOC\sim\triangle DCB$；

【小问 3 详解】

解：设存在点 P 使 $\angle PAC=45°$，作线段 AC 的中垂线交 AC 于点 E，交 AP 于点 F，连接

CF，如（2）中图：

$\therefore \angle FEA=90^\circ$，$E\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$，

$\because \angle PAC=45^\circ$，

$\therefore \angle AFC=90^\circ$，

$\therefore \triangle AFC$为等腰直角三角形，

$\therefore AF=FC$，$EF=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

$\therefore AF^2+FC^2=AC^2$，即$AF^2+AF^2=\left(\sqrt{10}\right)^2$

解得：$AF=\sqrt{5}$，

设$F\left(x,y\right)$，

$\therefore AF=\sqrt{\left(x+1\right)^2+y^2}$，$CF=\sqrt{x^2+\left(3-y\right)^2}$，

$\therefore \left(x+1\right)^2+y^2=x^2+\left(3-y\right)^2$，

整理得：$x+3y=4$①，

$EF=\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

即$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$②，

将①代入②整理得：$y^2-3y+2=0$，

解得：$y_1=1$，$y_2=2$，

$\therefore x_1=1$，$x_2=-2$，

$\therefore F\left(1,1\right)$或$F\left(-2,2\right)$（不符合题意舍去），

$\therefore F\left(1,1\right)$，$A\left(-1,0\right)$，

设直线FA解析式为：$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，将两个点代入可得：

$\begin{cases}1=k+b\\0=-k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$，

$\therefore y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$，

∴联立两个函数得：$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2} ① \\ y=-x^2+2x+3 ② \end{cases}$，

将①代入②得：$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}=-x^2+2x+3$，

整理得：$2x^2-3x-5=0$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=\dfrac{5}{2}$，

当 $x=\dfrac{5}{2}$ 时，$y=\dfrac{7}{4}$，

$\therefore P\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{7}{4}\right)$.

25. 【答案】（1）证明见解析； （2）$\dfrac{2}{3}$； （3）30

【解析】

【分析】（1）作 $CG\perp CE$，交 FD 延长线于 G 点，可根据题意得出四边形 $FECG$ 为矩形，再结合矩形和正方形的性质推出△BCE≌△DCG，从而得到 $CE=CG$，即四边形 $FECG$ 为正方形，即可证得结论；

（2）在（1）的基础之上，连接 CF，首先通过旋转的性质和三角形的内角定理推出△CEF 和△DFP 均为等腰直角三角形，进而利用相似三角形的判定与性质推出 PF 和 EF 之间的关系，从而表示出 BE 的长度，即可求出∠BCE 的正切值，再根据余角的关系证明∠ABP=∠BCE，即可得出结论；

（3）根据正方形的性质以及前面两个问题的求解过程推断出 A、C、D、F 四点共圆，即可得到在变化过程中，∠AFC 始终为 90°，从而在 Rt△ACF 中运用特殊角的三角函数值求解角度即可得出结论．

【小问 1 详解】

证：如图所示，作 $CG\perp CE$，交 FD 延长线于 G 点，

∵$CE\perp BP$，$DF\perp BP$，$CG\perp CE$，

∴$\angle EFG=\angle FEC=\angle ECG=\angle BEC=90°$，

∴四边形 $FECG$ 为矩形，$\angle G=90°$，

∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴$\angle BCD=90°$，$BC=DC$，

∵ $\angle BCD=\angle BCE+\angle ECD$，$\angle ECG=\angle ECD+\angle DCG$，

∴$\angle BCE+\angle ECD=\angle ECD+\angle DCG$，

即：$\angle BCE=\angle DCG$，

在△BCE 和△DCG 中，

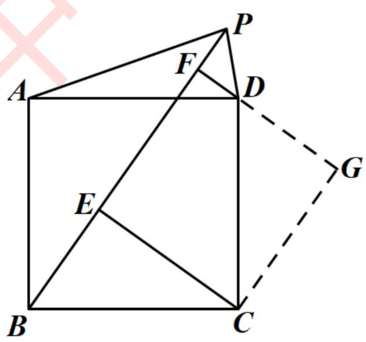
$$\begin{cases}\angle BEC=\angle G\\ \angle BCE=\angle DCG\\ BC=DC\end{cases}$$

∴△BCE≌△$DCG(AAS)$，

∴$CE=CG$，

∴四边形 $FECG$ 为正方形，

∴$CE=EF$；



【小问 2 详解】

解：如图所示，连接 CF，

由（1）知，$CE=EF$，$CE\perp EF$，则△CEF 为等腰直角三角形，

由旋转的性质得：$\angle PAD=n°$，$AP=AD$，

∴$\angle PAB=90°+n°$，$\angle APD=\frac{1}{2}$（$180°-\angle PAD$）$=90°-\frac{1}{2}n°$，

∵$AP=AB$，

∴$\angle APB=\frac{1}{2}$（$180°-\angle PAB$）$=45°-\frac{1}{2}n°$，

∴$\angle FPD=\angle APD-\angle APB=45°$，

∵$DF\perp AB$，

∴$\angle DFP=90°$，

∴△DFP 也为等腰直角三角形，$PF=DF$，

∴△DFP∽△CEF，

$\because \dfrac{DP}{CF}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{PF}{FE}=\dfrac{DP}{CF}=\dfrac{1}{3}$，

设 $PF=DF=x$，则 $FE=CE=3x$，

由（1）知四边形 $CEFG$ 为正方形，

$\therefore FG=FE=3x$，

$\therefore DG=FG-DF=2x$，

$\because \triangle BCE \cong \triangle DCG$，

$\therefore BE=DG=2x$，

$\therefore$在 $Rt\triangle BEC$ 中，$\tan\angle BCE=\dfrac{BE}{CE}=\dfrac{2x}{3x}=\dfrac{2}{3}$，

$\because \angle ABP+\angle EBC=90°$，$\angle EBC+\angle BCE=90°$，

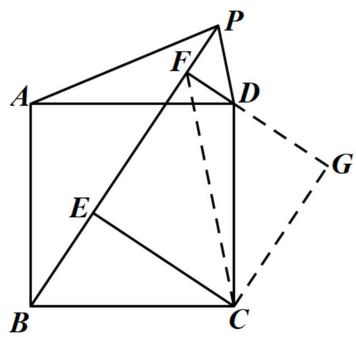
$\therefore \angle ABP=\angle BCE$，

$\therefore \tan\angle ABP=\tan\angle BCE=\dfrac{2}{3}$；

【小问 3 详解】

解：$\because 0<n<90$，

$\therefore$如图所示，连接 AF 和对角线 AC，



由（2）可知，$\angle EFC=45°$，$\angle EFD=90°$，

$\therefore \angle CFD=45°$，

$\because AC$ 为正方形 $ABCD$ 的对角线，

$\therefore \angle CAD=45°$，$AC=\sqrt{2}AB$，

$\therefore \angle CAD=\angle CFD$，

$\therefore$点 A、C、D、F 四点共圆，

$\therefore \angle AFC=\angle ADC=90°$，

$\because AF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB$，

$\therefore AF=\dfrac{1}{2}AC$，

则在 $Rt\triangle AFC$ 中，$\sin\angle ACF=\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{1}{2}$，

∵$\angle ACF$ 为锐角，

∴$\angle ACF=30°$，$\angle FAC=90°-30°=60°$，

∵$\angle CAD=45°$，

∴$\angle FAD=60°-45°=15°$，

∵$AP=AD$，$AF=AF$，$PF=DF$，

∴$\triangle AFP\cong\triangle AFD$，

∴$\angle FAD=\angle FAP=15°$，

∴$\angle PAD=30°$，

∴$n=30$．