2022 年上海市普陀区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列抛物线经过原点的是(　　)

(A) $y=x^2-2x$；　(B) $y=(x-2)^2$；　(C) $y=x^2+2$；　(D) $y=(x+2)(x-1)$.

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，已知 $\sin A=\frac{1}{3}$，下列结论正确的是(　　)

(A) $\sin B=\frac{1}{3}$；　(B) $\cos B=\frac{1}{3}$；　(C) $\tan B=\frac{1}{3}$；　(D) $\cot B=\frac{1}{3}$.

3. 如图 1，已知 $AD//BE//CF$，它们依次交直线 l_1 和 l_2 于点 A、B、C 和点 D、E、F，如果 $AB:BC=2:3$，那么下列结论中错误的是(　　)

(A) $\frac{DE}{EF}=\frac{2}{3}$；　(B) $\frac{DE}{EF}=\frac{2}{5}$；　(C) $\frac{BE}{CF}=\frac{2}{5}$；　(D) $\frac{EF}{DF}=\frac{3}{5}$.

4. 如图 2，已知点 B、D、C、F 在同一条直线上，$AB//EF$，$AB=EF$，$AC//DE$，如果 $BF=6$，$DC=3$，那么 BD 的长等于(　　)

(A) 1；　(B) $\frac{3}{2}$；　(C) 2；　(D) 3.

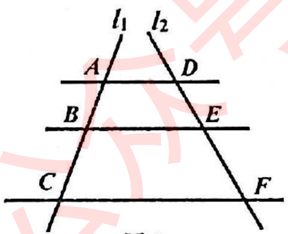


图 1

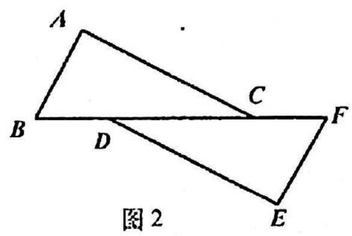


图 2

5. 已知 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 是非零向量，且 $|\vec{a}|=|3\vec{b}|$，那么下列说法中正确的是(　　)

(A) $\vec{a}=3\vec{b}$；　(B) $\vec{a}=-3\vec{b}$；　(C) $\vec{a}//\vec{b}$；　(D) $\left|\frac{\vec{a}}{\vec{b}}\right|=3$.

6. 已知在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{3}$，$BC=2$，如果 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似，且 $\triangle DEF$ 两条边的长分别为 4 和 $2\sqrt{7}$，那么 $\triangle DEF$ 第三条边的长为(　　)

(A) 2；　(B) $\sqrt{7}$；　(C) $2\sqrt{3}$；　(D) $2\sqrt{11}$.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. 已知 $\frac{x}{5}=\frac{y}{3}$，那么 $\frac{x+y}{y}=$____________.

8. 已知反比例函数 $y=\frac{k+1}{x}$，如果在这个函数图像所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而增大，那么 k 的取值范围是____________.

9. 已知函数 $f\left(x\right)=x^2-3x+1$，如果 $x=3$，那么 $f\left(x\right)=$____________.

10. 已知抛物线的开口方向向下，对称轴是直线 $x=0$，那么这条抛物线的表达式可以是____________.（只要写出一个表达式）

11. 已知 $\vec{e}$ 是单位向量，$\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反，且长度为 6，那么 $\vec{a}=$____________.（用向量 $\vec{e}$ 表示）

12. 已知二次函数 $y=a\left(x+1\right)^2+c\left(a\neq 0\right)$ 的图像上有两点 $A\left(2,4\right)$、$B\left(m,4\right)$，那么 m 的值等于____________.

13. 如图 3，在△ABC 中，AD 平分 $\angle BAC$，如果 $\angle B=80°$，$\angle C=40°$，那么 $\angle ADC$ 的度数等于____________.

14. 如图 4，在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，对角线 AC、BD 相交于点 O，如果 $S_{\triangle AOB}=2a$，$S_{\triangle BOC}=4a$，那么 $S_{\triangle ADC}=$____________.（用含有字母 a 的代数式表示）

15. 某芭蕾舞演员踮起脚尖起舞，腰部就成为整个身形的黄金分割点，给观众带来美感，如图 5，如果她踮起脚尖起舞时，那么她的腰部以下高度 a 与身形 b 之间的比值等于____________.

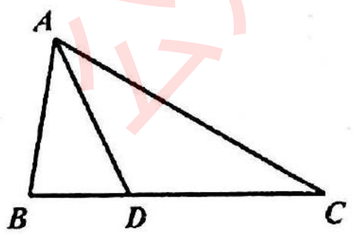


图 3

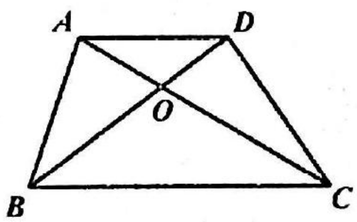


图 4

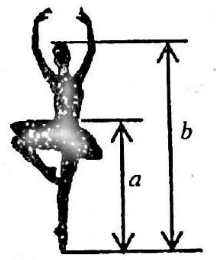


图 5

16. 如图 6，在△ABC 中，$\angle A=90°$，斜边 BC 的垂直平分线分别交 AB、BC 交于点 D、E，如果 $\cos B=\frac{7}{8}$，$AB=7$，那么 CD 的长等于____________.

17. 如图 7，已知点 D、E 分别在线段 AB 和 AC 上，点 F 是 BE 与 CD 的交点，$\angle B=\angle C$，

如果 $DF=4EF$，$AB=6$，$AC=4$，那么 AD 的长等于__________.

18. 如图 8，在△ABC 中，$AB=AC=5$，$BC=4$，AD 是边 BC 上的高，将△ABC 绕点 C 旋转，点 B 落在线段 AD 上的点 E 处，点 A 落在点 F 处，那么 $\cos\angle FAD=$__________.

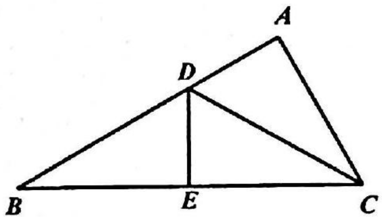


图 6

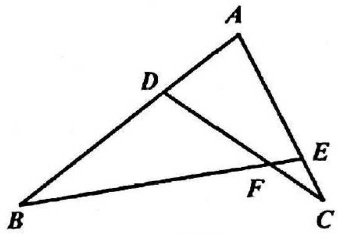


图 7

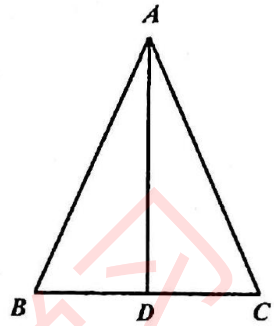


图 8

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. （本题满分 10 分）

$$\frac{4\sin^2 60°-2\sin 30°-\cot 45°}{\tan 60°-2\cos 45°}$$

20. （本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

如图 9，已知 $AB//CD$，AD、BC 相交于点 E，过 E 作 $EF//CD$ 交 BD 于点 F，$AB:CD=1:3$。

（1）求 $\dfrac{EF}{CD}$ 的值；

（2）设 $\overline{CD}=\vec{a}$，$\overline{BF}=\vec{b}$，那么 $\overline{EF}=$__________，$\overline{AE}=$__________。（用向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示）

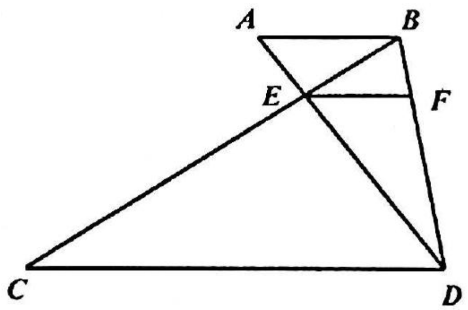


图 9

21. (本题满分 10 分， 第 (1) 小题 5 分， 第 (2) 小题 5 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图像与正比例函数 $y=2x$ 的图像相交于横坐标为 1 的点 A。

（1）求这个反比例函数的解析式；

（2）如图 10，已知 B 是正比例函数图像在第一象限内的一点，过点 B 作 $BC\perp x$ 轴，垂足为点 C，BC 与反比例函数图像交于点 D，如果 $AB=AC$，求点 D 的坐标.

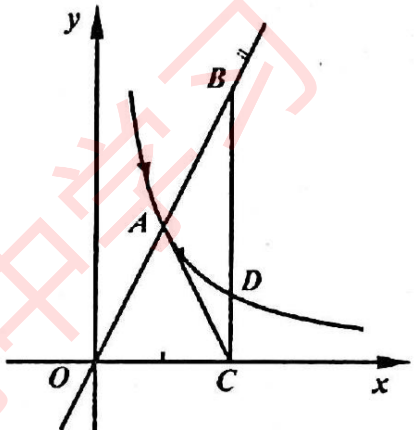


图 10

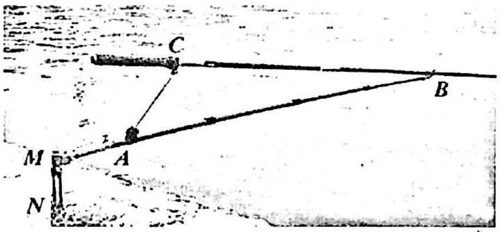
22. (本题满分 10 分， 第 (1) 小题 4 分， 第 (2) 小题 6 分)

图 11（1）为钓鱼竿安置于湖边的示意图，钓鱼竿有两部分组成，一部分为支架，另一部分为钓竿，图 11（2）是钓鱼竿装置的平面图，$NF//MB$，$NF\perp MN$，支架中的 $MN=AM=20$ 厘米，$AC=50$ 厘米，$\angle CAB=37°$，AB 可以伸缩，长度调节范围为 $65cm\leq AB\leq 180cm$，钓竿 EF 放在支架的支点 B、C 上，并使钓竿的一个端点 F 恰好碰到水面.

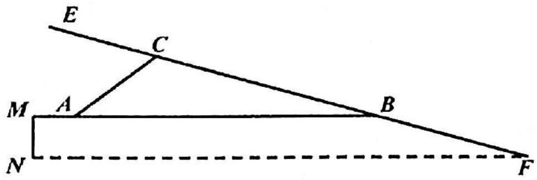
（1）当 AB 的长度越____（填“长”或“短”）时，钓竿的端点 F 与点 N 之间的距离越远；

（2）冬季的鱼喜欢远离岸边活动，为了提高钓鱼的成功率，可适当调节 AB 的长度，使钓竿的端点 F 与点 N 之间的距离最远，请直接写出你选择的 AB 的长度，并求出此时钓竿的端点 F 与点 N 之间的距离.

(参考数据: $\sin 37°\approx 0.6$，$\cos 37°\approx 0.8$，$\tan 37°\approx 0.75$)



(1)



(2)

图 11

23. (本题满分 12 分， 第 (1) 小题 6 分， 第 (2) 小题 6 分)

已知：如图 12，在$\triangle ABC$中，点D、E分别在边AC、BC上，$BD=DC$，$BD\cdot BC=BE\cdot AC$.

（1）求证：$\angle ABE=\angle DEB$；

（2）延长BA、ED交于点F，求证：$\dfrac{FD}{FE}=\dfrac{AD}{DC}$。

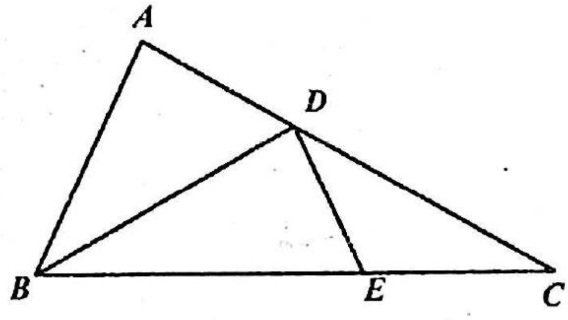


图 12

24. (本题满分 12 分， 第 (1) 小题 4 分， 第 (2) 小题 4 分， 第 (3) 小题 4 分)

如图 13，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2+bx+c$ 与直线 $y=-\frac{1}{3}x+1$ 交于点 $A(m,0)$，$B(-3,n)$，与 y 轴交于点 C，联结 AC。

（1）求 m 、 n 的值和抛物线的表达式；

(2) 点 D 在抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2+bx+c$ 的对称轴上，当 $\angle ACD=90°$ 时，求点 D 的坐标；

(3) 将△AOC 平移，平移后点 A 仍在抛物线上，记作点 P，此时点 C 恰好落在直线 AB 上，求点 P 的坐标.

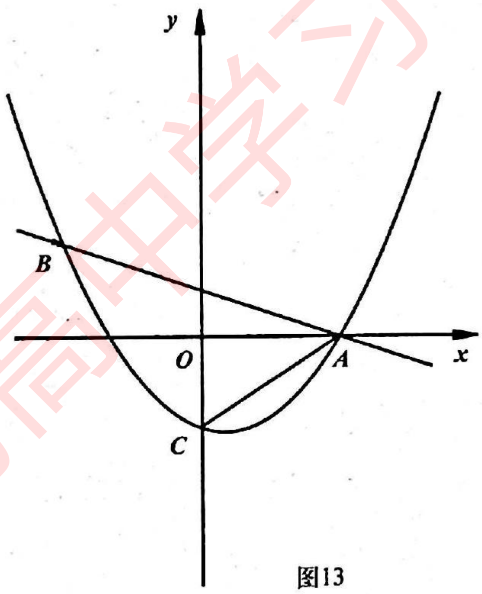


图13

25. (本题满分 14 分， 第 (1) 小题 4 分， 第 (2) 小题 6 分， 第 (3) 小题 4 分)

如图 14，在△ABC 中，边 BC 上的高 $AD=2$，$\tan B=2$，直线 l 平行于 BC，分别交线段 AB、AC、AD 于点 E、F、G，直线 l 与直线 BC 之间的距离为 m。

(1) 当 $EF=CD=3$ 时，求 m 的值；

(2) 将△AEF 沿着 EF 翻折，点 A 落在两平行直线 l 与 BC 之间的点 P 处，延长 EP 交线段 CD 于点 Q。

①当点 P 恰好为△ABC 的重心时，求此时 CQ 的长；

②联结 BP，在 $\angle CBP>\angle BAD$ 的条件下，如果△BPQ 与△AEF 相似，试用 m 的代数式表示线段 CD 的长.

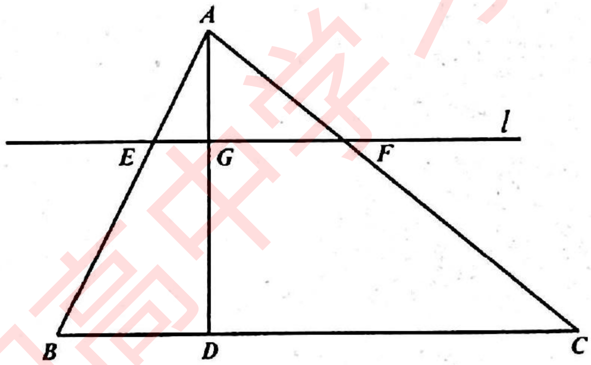


图 14

2021 学年第一学期普陀区九年级期末测评数学样卷

答案

一、选择题:（本大题共6 题，每题4 分，满分24 分）

1．(A)；　2．(B)；　3．(C)；　4．(B)；　5．(D)；　6.(C).

二、填空题:（本大题共12 题，每题4 分，满分48 分）

7.$\frac{8}{3}$;　8.k<-1；　9.1；

10.答案不唯一，如：$y=-x^2$；　11.-6 $\vec{e}$；　12.-4；

13.110；　14.3a；　15.$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$；

16.$\frac{32}{7}$;　17.2；　18.$\frac{\sqrt{21}-2\sqrt{3}}{10}$

三、解答题

（本大题共 7 题，其中第 19---22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，满分 78 分）

19.解：原式= $\frac{4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\times\frac{1}{2}-1}{\sqrt{3}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$= \frac{3-1-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2}$

20.解：（1）∵AB∥CD, ∴$\frac{BE}{EC}=\frac{AB}{CD}$

∵AB:CD=1:3，∴$\frac{BE}{EC}=\frac{1}{3}$

∴$\frac{BE}{BC}=\frac{1}{4}$

∵EF∥CD，∴$\frac{EF}{CD}=\frac{BE}{BC}$，∴$\frac{EF}{CD}=\frac{1}{4}$

（2）$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\vec{a}$，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{12}\vec{a}+\vec{b}$

21. 解：（1）∵正比例函数 y=2x 的图像经过点 A，

∴把 x=1 代入 y=2x，可得 y=2

∴点 A 的坐标为（1，2）

由反比例函数 y= $\frac{k}{x}$ 的图像经过点 A，可得 k=2

所以这个反比例函数的解析式是 y = $\frac{2}{x}$

（2）过点 A 作 AH⊥BC，垂足为点 H

∵AB=AC，∴BH=HC=2。可得点 B 的纵坐标为 4

∵点 B 在正比例函数 y=2x 的图像上，可得点 B 的横坐标为 2

∵点 D 在反比例函数 y=$\frac{2}{x}$的图像上，点 D 与点 B 的横坐标相同，

可得点 D 的纵坐标为 1

∴点 D 的坐标为（2，1）

22.解：（1）长

（2）AB 的长度调节为 180cm

过点 C 作 CH⊥NF，垂足为点 H，交 AB 于点 G，根据题意，可知 GH=MN=AM=20cm，

∠CAB=37^{0}，AC=50cm，AB=190cm，NH=MG

在 Rt△ACG 中，∵sin∠CAG= $\frac{CG}{AC}$

∴CG=AC·sin∠CAG=50×sin37^{0}≈ 50×0.6=30(cm)

同理可得 AG=40(cm)

∴NH=MG=60(cm)

由 AB=180，得 BG=140（cm）

∵AB∥DF，∴$\frac{CG}{CH}=\frac{BG}{FH}$．∴$\frac{30}{50}=\frac{140}{FH}$，得 FH=$\frac{700}{3}$（cm）

所以 FN=NH+FH=$\frac{880}{3}$ （cm）

答：钓竿的端点 F 与点 N 之间的最远距离是$\frac{880}{3}$厘米。

23.证明（1）∵BD·BC=BE·AC，∴$\frac{AC}{BD}=\frac{BC}{BE}$

∵BD=DC，∴∠C=∠DBC

∴△ABC∽△DEB

∴∠ABC=∠DEB

(2)∵∠ABC=∠DEB，∴FB=FE

∵∠ABC=∠FBD+∠DBC，∠DEB=∠CDE+∠C，∴∠FBD=∠CDE

∵∠FDA=∠CDE，∴∠FBD=∠FDA

∵∠F 为公共角，∴△FBD∽△FDA

∴$\frac{FD}{FB}=\frac{AD}{BD}$

∴$\frac{FD}{FE}=\frac{AD}{DC}$

24. 解:(1)由直线 $y=-\frac{1}{3}x+1$ 经过点 A(m,0)、B（-3，n），

分别得 $0=-\frac{1}{3}m+1$，$n=-\frac{1}{3}\times(-3)+1$，解得 m=3，n=2

由抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2+bx+c$ 经过点 A（3，0）、B（-3，2），

得$\begin{cases}3+3b+c=0\\3-3b+c=2\end{cases}$解得 $b=-\frac{1}{3}$，c=-2

所以，抛物线的表达式是 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$.

（2）由抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ 的对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$，可设点 D 的坐标为（$\frac{1}{2}$，d）.

过点 D 作 DH⊥OC，H 为垂足

易证∠OAC=∠HCD，则 tan∠OAC=tan∠HCD

可得$\frac{2}{3}=\frac{\frac{1}{2}}{-2-d}$，解得 $d=-\frac{11}{4}$

所以，点 D 的坐标为（$\frac{1}{2}$，$-\frac{11}{4}$）

（2）由点 p 在抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ 上，可设点 p 的坐标为（t，$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}t-2$）

根据题意，得点 C 落在直线 AB 上的点的坐标为（t-3，$\frac{1}{3}t^2-\frac{1}{3}t-2-2$）

∵点 C 落在直线 AB 上，∴$\frac{1}{3}t^2-\frac{1}{3}t-4=-\frac{1}{3}(t-3)+1$.解得 $t=\pm3\sqrt{2}$

所以，点 p 的坐标为（$3\sqrt{2}$，$4-\sqrt{2}$）或（$-3\sqrt{2}$，$4+\sqrt{2}$）

25.解：（1）由 AD 是边 BC 上的高，tanB=2,AD=2,得 BD=1

由题意得 GD=m，AG=2-m

∵直线 I 平行 BD，∴△AEF∽△ABC

根据题意，得 AG 是△AEF 的高，∴$\frac{AG}{AD}=\frac{EF}{BC}$

得$\frac{2-m}{2}=\frac{3}{4}$，解得 $m=\frac{1}{2}$

即 m 的值为$\frac{1}{2}$

（2）①由△AEF 沿着 EF 翻折，点 A 落在两平行直线 I 与 BC 之间的点 p 处，得点 p 落在 AD 上

∵点 p 为△ABC 的重心，∴AD 为△ABC 的中线，$\frac{AP}{AD}=\frac{2}{3}$

可行 CD=1，∠C=∠B

由△AEF 沿着 EF 翻折，可得∠AEF=∠PEF

直线 I 平行 BC，可得∠PEF=∠PQD,∠AEF=∠B

所以∠C=∠PQD，得 PQ∥AC

∴$\frac{CQ}{CD}=\frac{AP}{AD}$.得$\frac{CQ}{1}=\frac{2}{3}$，解得 CQ=$\frac{2}{3}$

（2）②∵∠PEF=∠PQD,∠CBP＞∠BAC，∴△BPQ 与△AEF 相似有两种可能性

由△AEF 与△ABC 相似，得△BPQ 与△ABC 相似

由 AG=2-m，得 GP=2-m，PD=2m-2，DQ=m-1，BQ=m，PQ=$\sqrt{5}$(m-1)

I.当∠PBQ=∠C 时，由$\frac{AD}{CD}=\frac{PD}{BD}$，得$\frac{2}{CD}=\frac{2m-2}{1}$，化简得 $CD=\frac{1}{m-1}$

Ⅱ.当∠PBQ=∠BAC 时，作△BPQ 边 PQ 上的高 BH，得 $BH=\frac{2m}{\sqrt{5}}$

由$\frac{BH}{AD}=\frac{PQ}{BC}$，得$\frac{\frac{2m}{\sqrt{5}}}{2}=\frac{\sqrt{5}(m-1)}{1+CD}$ 化简得 $CD=\frac{4m-5}{m}$