

# 2021 学年第二学期期中考试九年级数学学科试卷

(考试时间: 100 分钟)

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

## 一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

- 1、下列各数中, 无理数是 ( ▲ )

(A)  $\frac{22}{7}$ ; (B)  $\sqrt{9}$ ; (C)  $\pi$ ; (D)  $\sqrt[3]{8}$ .

- 2、一次函数  $y = -x + 4$  的图像不经过 ( ▲ )

(A) 第一象限; (B) 第二象限; (C) 第三象限; (D) 第四象限.

- 3、将抛物线  $y = (x + 2)^2$  向上平移 2 个单位后, 所得抛物线的表达式为 ( ▲ )

(A)  $y = x^2$ ; (B)  $y = x^2 - 2$ ; (C)  $y = (x + 2)^2 + 2$ ; (D)  $y = (x + 2)^2 - 2$ .

- 4、某公司 80 名全体职工的月工资如下:

月工资 (元)	18000	12000	8000	6000	4000	2500	2000	1500	1200
人数	1	2	3	4	10	20	22	12	6

该公司月工资数据的中位数和众数分别是 ( ▲ )

(A) 2000 和 2250 (B) 2500 和 2000

(C) 2000 和 2000 (D) 2250 和 2000

- 5、下列命题中正确的是 ( ▲ )

(A) 对角线相等的梯形是等腰梯形;

(B) 有两个角相等的梯形是等腰梯形;

(C) 一组对边平行的四边形一定是梯形;

(D) 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形一定是等腰梯形.

- 6、如图 1, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AD = 2$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ . 点  $O$  是边  $BC$  上一点, 以  $O$  为圆心,  $OC$  为半径的  $\odot O$ , 与边  $AD$  只有一个公共点时, 则  $OC$  的取值范围是 ( ▲ )

- (A)  $4 < OC \leq \frac{13}{3}$ ;      (B)  $4 \leq OC \leq \frac{13}{3}$ ;  
 (C)  $4 < OC \leq \frac{14}{3}$ ;      (D)  $4 \leq OC \leq \frac{14}{3}$ .

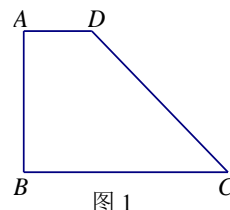


图 1

## 二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7、化简： $\frac{x}{1-x} - \frac{1}{1-x} =$      ▲    .

8、分解因式： $a^3 - a =$      ▲    .

9、不等式组  $\begin{cases} -2x+5 < 1 \\ \frac{x-1}{3} \leq 2 \end{cases}$  的解集是     ▲    .

10、方程  $x = \sqrt{x}$  的解是     ▲    .

11、如果关于  $x$  的方程  $x^2 - 2\sqrt{3}x + k = 0$  有两个相等的实数根, 那么  $k$  的值是     ▲    .

12、在  $-3, -2, 1, 2, 3$  五个数中随机选取一个数作为二次函数  $y = ax^2 + 4x - 2$  中  $a$  的值, 则该二次函数图象开口向上的概率是     ▲    .

13、我国古代数学名著《张邱建算经》中记载：“今有清酒一斗直粟十斗，醕酒一斗直粟三斗．今持粟三斛，得酒五斗，问清、醕酒各几何？”意思是：现在一斗清酒价值 10 斗谷子，一斗醕酒价值 3 斗谷子，现在拿 30 斗谷子，共换了 5 斗酒，问清酒、醕酒各几斗？如果设清酒  $x$  斗，醕酒  $y$  斗，那么可列方程组为     ▲    .

14、如图 2，在  $\triangle ABC$  中， $D$  是边  $BC$  上一点， $BD = 2DC$ ， $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么  $\overrightarrow{AD} =$      ▲    （用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  来表示）.

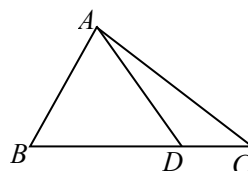


图 2

15、已知直线  $y = kx + b (k \neq 0)$  与  $x$  轴和  $y$  轴的交点分别是  $(3,0)$  和

$(0,-2)$ ，那么关于  $x$  的不等式  $kx + b < 0$  的解集是     ▲    .

16、在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别是边  $AB$ 、 $AC$  的中点，那么  $\triangle ADE$  的面积与  $\triangle ABC$  的面积之比是     ▲    .

17、已知正三角形  $ABC$  的弦心距为  $a$ ，那么  $\triangle ABC$  的周长是     ▲    .（用含  $a$  的式子表示）.

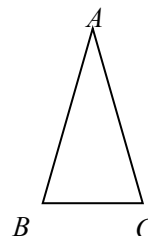


图 3

18、如图 3，在  $\triangle ABC$  中，已知  $AB = AC$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕着点  $A$  逆时针旋转  $30^\circ$ ，记点  $C$  的对应点为点  $D$ ， $AD$ 、 $BC$  的延长线相交于点  $E$ . 如果线段  $DE$  的长为  $\sqrt{2}$ ，那么边  $AB$  的长为     ▲    .

### 三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19、（本题满分 10 分）

$$\text{计算：} (-1)^{2019} - |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}.$$

20、（本题满分 10 分）

$$\text{解方程组：} \begin{cases} x^2 + xy - 6y^2 = 0; & \text{①} \\ 2x + y = 1. & \text{②} \end{cases}$$

21、（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

如图 4, 已知梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ,  $AB \perp AC$ ,  $AD = CD$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ .

求: (1)  $\tan \angle ACD$  的值;  
(2) 梯形  $ABCD$  的面积.

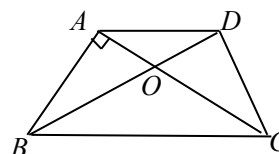


图 4

22、（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

筒车是我国古代利用水利驱动的灌溉工具, 如图所示, 半径为  $4m$  的筒车  $\odot O$  按逆时针方向, 每秒旋转  $4$  度, 筒车与水面分别交于  $A$ 、 $B$ , 筒车的轴心  $O$  距离水面的高度  $OC$  长为  $2m$ , 筒车上均匀分布着若干个盛水筒, 水筒  $P$  与  $A$  点重合时开始计算时间.

(1) 3.5 秒后, 盛水筒  $P$  距离水面 (即直线  $AB$ ) 的高是多少米?

(2) 若接水槽  $MN$  所在直线是  $\odot O$  的切线, 且与直线  $AB$  交于点  $M$ ,  $MO = 20m$ , 求盛水筒  $P$  从最高点开始, 至少经过多长时间恰好在直线  $MN$  上? (参考数据:

$$\sin 16^\circ = \cos 74^\circ \approx 0.275, \quad ,$$

$$\sin 12^\circ = \cos 78^\circ \approx 0.2, \quad ,$$

$$\sin 6^\circ = \cos 84^\circ \approx 0.1)$$

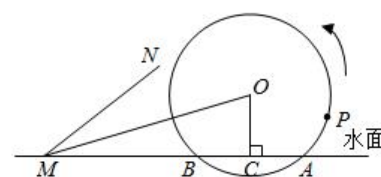


图 5

23、（本题满分 12 分，每小题满分各 6 分）

已知：如图 6，在矩形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别是边  $CD$ 、 $AD$  上的点， $AE \perp BF$ ，且  $AE = BF$ 。

（1）求证：矩形  $ABCD$  是正方形；

（2）联结  $BE$ 、 $EF$ ，当  $DF^2 = AF \cdot AD$  时，求证： $\angle DEF = \angle ABE$ 。

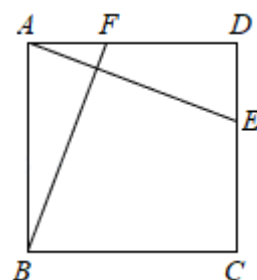


图 6

21、（本题满分 12 分，每小题满分各 4 分）

如图 7，在平面直角坐标系中，点  $O$  为坐标原点，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的顶点是  $A(2, 3)$ ，点  $B(3, -2)$  恰好在抛物线上， $OB$  与抛物线的对称轴交于点  $C$ 。

（1）求抛物线的解析式；

（2） $P$  是线段  $AC$  上一动点，且不与点  $A$ 、 $C$  重合，过点  $P$  作平行于  $x$  轴的直线，与  $\triangle OAB$  的边分别交于  $M$ 、 $N$  两点，将  $\triangle AMN$  以直线  $MN$  为对称轴翻折，得到  $\triangle A'MN$ ，设点  $P$  的纵坐标为  $m$ 。当点  $A'$  在  $\triangle OAB$  的内部时，求  $m$  的取值范围；

（3）点  $Q$  在抛物线上，且  $\angle OBQ = 45^\circ$ ，求点  $Q$  的横坐标。

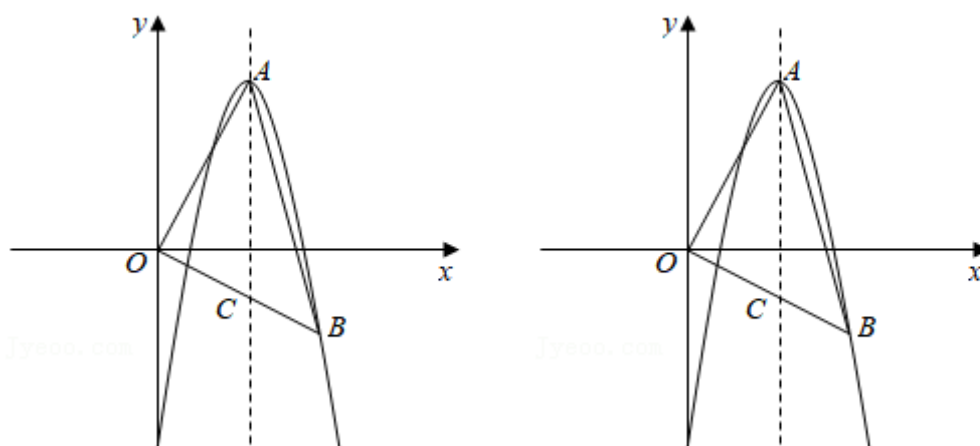


图 7

25、（本题满分 14 分，其中第(1)、(2)小题满分各 4 分，第(3)小题满分 6 分）

已知 $\odot O$ 的直径 $AB=4$ ，点 $P$ 为弧 $AB$ 上一点，联结 $PA$ 、 $PO$ ，点 $C$ 为劣弧 $AP$ 上一点（点 $C$ 不与点 $A$ 、 $P$ 重合），联结 $BC$ 交 $PA$ 、 $PO$ 于点 $D$ 、 $E$ 。

(1) 如图 8，当 $AD=DP$ 时，求 $\frac{DE}{EB}$ ；

(2) 当点 $C$ 为劣弧 $AP$ 的中点，且 $\triangle EDP$ 与 $\triangle AOP$ 相似时，求 $\angle ABC$ 的度数；

(3) 当 $AD=2DP$ ，且 $\triangle BEO$ 为直角三角形时，求 $BC$ 的长。

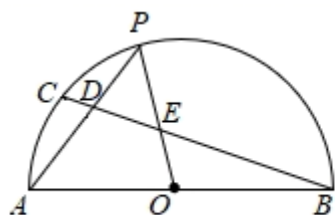
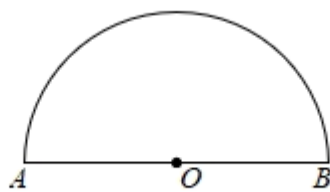
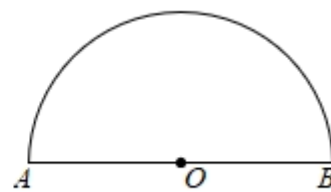


图 8



备用图



备用图