

## 2021 学年第二学期九年级数学练习卷二

(考试时间 100 分钟, 满分 150 分)

### 一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列各运算中, 正确的运算是 ( )

A.  $5\sqrt{3} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{8}$ ;

B.  $(-3a^3)^3 = -27a^9$ ;

C.  $a^8 \div a^4 = a^2$ ;

D.  $(a^2 - b^2)^2 = a^4 - b^4$ .

2. 如果关于  $x$  的一元一次方程  $x - m + 2 = 0$  的解是负数, 那么  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m < 2$ ;

B.  $m \leq 2$ ;

C.  $m \geq 2$ ;

D.  $m > 2$ .

3. 成人每天维生素  $D$  的摄入量约为 0.0000046 克. 数据“0.0000046”用科学记数法表示为 ( )

A.  $46 \times 10^{-7}$ ;

B.  $4.6 \times 10^{-7}$ ;

C.  $4.6 \times 10^{-6}$ ;

D.  $0.46 \times 10^{-5}$ .

4. 如果数轴上表示  $-1$  和  $-3$  的两点分别是点  $A$  和点  $B$ , 那么点  $A$  和点  $B$  之间的距离是 ( )

A.  $-4$ ;

B.  $-2$ ;

C.  $2$ ;

D.  $4$ .

5. 如图 1, 已知  $\triangle ABC$  与  $\triangle BDE$  都是等边三角形, 点  $D$  在边  $AC$  上 (不与点  $A$ 、 $C$  重合),  $DE$  与  $AB$  相交于点  $F$ , 那么与  $\triangle BFD$  相似的三角形是 ( )

A.  $\triangle BFE$ ;

B.  $\triangle BDA$ ;

C.  $\triangle BDC$ ;

D.  $\triangle AFD$ .

6. 下列命题中正确的是 ( )

A. 一组对边相等, 另一组对边平行的四边形是等腰梯形;

B. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形;

C. 对角线互相平分且相等的四边形是正方形;

D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形.

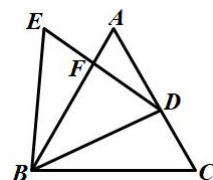


图 1

### 二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果  $a = b + 2$ , 那么代数式  $a^2 - 2ab + b^2$  的值为\_\_\_\_\_.

8. 化简:  $\frac{1}{a} - \frac{1}{3a} =$ \_\_\_\_\_.

9. 如果一个数的平方等于 5, 那么这个数等于\_\_\_\_\_.

10. 方程  $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1} = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

11. 如果反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  是常数,  $k \neq 0$ ) 的图像经过点  $(-1, 3)$ , 那么当  $x > 0$  时,  $y$  的值随  $x$  的值增大而 ..... (填“增大”或“减小”)

12. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作, 书中有一个问题: “今有黄金九枚, 白银一十一枚, 称之重适等, 交易其一, 金轻十三两, 问金、银一枚各重几何?” 意思是: 甲袋中装有黄金 9 枚 (每枚黄金重量相同), 乙袋中装有白银 11 枚 (每枚白银重量相同), 称重两袋相等, 两袋互相交换 1 枚后, 甲袋比乙袋轻了 13 两 (袋子重量忽略不计), 问黄金、白银每枚各重多少两? 设每枚黄金重  $x$  两, 每枚白银重  $y$  两, 根据题意可列方程组为\_\_\_\_\_.

13. 在一张边长为 4cm 的正方形纸上做扎针随机试验, 纸上有一个半径为 1cm 的圆形阴影区域, 则针头扎在阴影区域内的概率为 .....

14. 某社区在创建全国卫生城市的活动中, 随机检查了本社区部分住户五月份某周内“垃圾分类”的实施情况, 并绘制了两幅不完整的统计图 (图 2) ( $A$ . 小于 5 天;  $B$ . 5 天;  $C$ . 6 天;  $D$ . 7 天), 那么扇形统计图  $B$  部分所对应的圆心角的度数是\_\_\_\_\_.

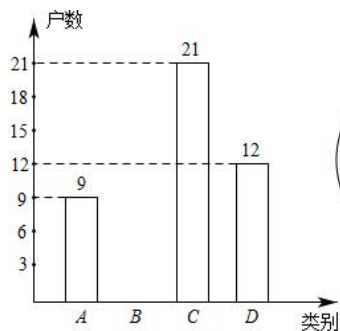


图 2

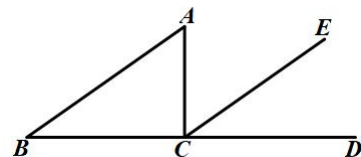


图 3

15. 如图 3, 点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  在同一直线上,  $CE \parallel AB$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 如果  $\angle ECD = 35^\circ$ , 那么  $\angle A =$ \_\_\_\_\_.

16. 如图 4, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $BD$  是  $\angle ABC$  的平分线, 如果  $\overline{AC} = \vec{x}$ , 那么  $\overline{CD} =$  ..... (用  $\vec{x}$  表示).

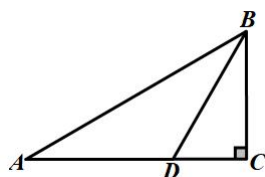


图 4

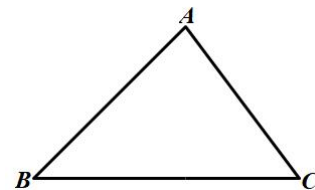


图 5

17. 如图 5, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $\cos C = \frac{3}{5}$ .  $BC$  的垂直平分线交  $AB$  于点  $E$ ,

那么  $BE : AE$  的值是\_\_\_\_\_.

18. 如图 6, 在 $\triangle ABC$ 内有一点 $P$ , 满足 $\angle PAB = \angle CBP = \angle ACP$ , 那么点 $P$ 被称为 $\triangle ABC$ 的“布洛卡点”. 如图 7, 在 $\triangle DEF$ 中,  $DE = DF$ ,  $\angle EDF = 90^\circ$ , 点 $P$ 是 $\triangle DEF$ 的一个“布洛卡点”, 那么  $\tan \angle DFP =$  .

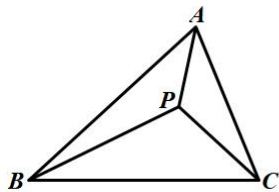


图 6

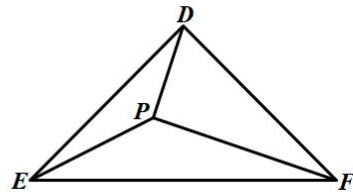


图 7

### 三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）计算:  $(\sqrt{2})^2 + (-\frac{\pi}{3})^0 - 12^{\frac{1}{2}} + 2(\tan 60^\circ - 1)^{-1}$

20. （本题满分 10 分）

解方程组: 
$$\begin{cases} x + y = 2; & \text{①} \\ x^2 - xy - 6y^2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

21. （本题满分 10 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）小题满分 6 分）

如图 8, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$ ,  
 $AB = BC = 5$ ,  $AD = 2$ .

- (1) 求  $CD$  的长;  
 (2) 如果  $\angle ABC$  的平分线交  $CD$  于点  $E$ , 联结  $AE$ ,  
 求  $\angle AEB$  的正切值.

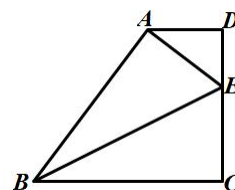


图 8

22. (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

如图 9, 是某型号新能源纯电动汽车充满电后, 蓄电池剩余电量  $y$  (千瓦时) 关于已行驶路程  $x$  (千米) 的函数图像.

(1) 根据函数图像, 如果蓄电池剩余电量为 35 千瓦时, 那么汽车已经行驶的路程为 ▲ 千米; 当  $0 \leq x \leq 150$  时, 消耗 1 千瓦时的电量, 汽车能行驶的路程为 ▲ 千米.

(2) 当  $150 \leq x \leq 200$  时, 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并计算当汽车已行驶 160 千米时, 蓄电池的剩余电量.

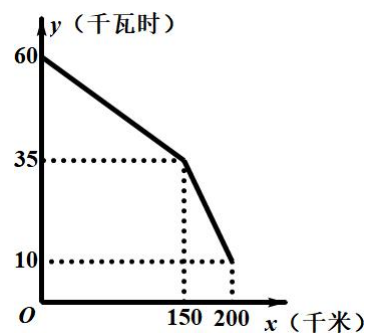


图 9

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题满分 5 分, 第 (2) 小题满分 7 分)

如图 10, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AC$ 、 $DB$  交于点  $E$ , 点  $F$  在  $BC$  的延长线上, 联结  $EF$ 、 $DF$ , 且  $\angle DEF = \angle ADC$ .

(1) 求证:  $\frac{EF}{BF} = \frac{AB}{DB}$ ;

(2) 如果  $BD^2 = 2AD \cdot DF$ , 求证: 四边形  $ABCD$  是矩形.

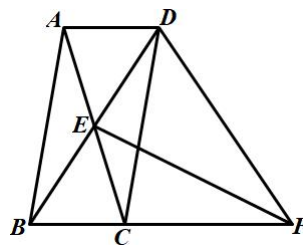
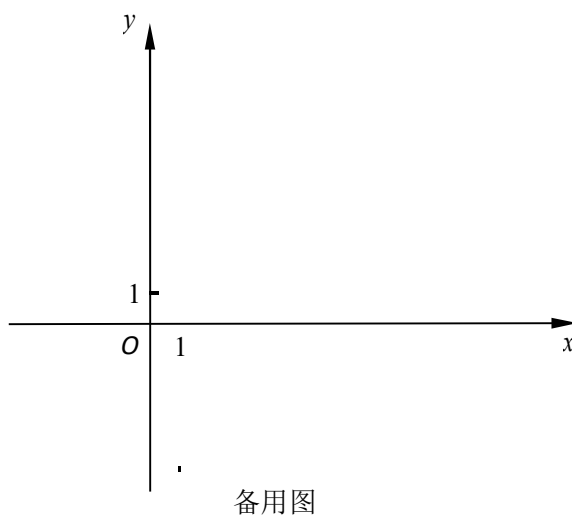


图 10

24. (本题共 3 小题, 满分 12 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = \frac{1}{3}x^2 + bx - 1$  与  $x$  轴交于点  $A$  和点  $B$  (点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上), 与  $y$  轴交于点  $C$ , 已知  $\tan \angle CAB = \frac{1}{3}$ .

- (1) 求顶点  $P$  和点  $B$  的坐标;
- (2) 将抛物线向右平移 2 个单位, 得到的新抛物线与  $y$  轴交于点  $M$ , 求点  $M$  的坐标和  $\triangle APM$  的面积;
- (3) 如果点  $N$  在原抛物线的对称轴上, 当  $\triangle PMN$  与  $\triangle ABC$  相似时, 求点  $N$  的坐标.



25. (本题共 3 小题, 满分 14 分)

如图 11, 在半径为 3 的圆  $O$  中,  $OA$ 、 $OB$  都是圆  $O$  的半径, 且  $\angle AOB=90^\circ$ , 点  $C$  是劣弧  $\widehat{AB}$  上的一个动点 (点  $C$  不与点  $A$ 、 $B$  重合), 延长  $AC$  交射线  $OB$  于点  $D$ .

- (1) 当点  $C$  为线段  $AD$  中点时, 求  $\angle ADB$  的大小;
- (2) 如果设  $AC=x$ ,  $BD=y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 当  $AC=\frac{18}{5}$  时, 点  $E$  在线段  $OD$  上, 且  $OE=1$ , 点  $F$  是射线  $OA$  上一点, 射线  $EF$  与射线  $DA$  交于点  $G$ , 如果以点  $A$ 、 $G$ 、 $F$  为顶点的三角形与  $\triangle DGE$  相似, 求  $\frac{S_{\triangle AGF}}{S_{\triangle DGE}}$  的值.

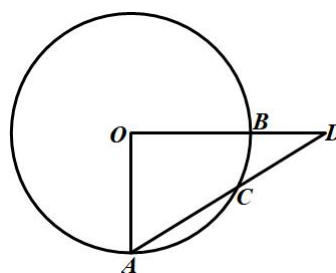
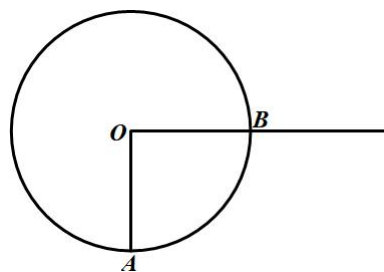


图 11



备用图

## 2021 学年第二学期九年级数学练习卷二评分参考

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟.)

### 一、选择题 (每题 4 分, 满分 24 分)

1、B;    2、A;    3、C;    4、C;    5、B;    6、D.

### 二、填空题 (每小题 4 分, 满分 48 分)

7. 4;    8.  $\frac{2}{3a}$ ;    9.  $\pm\sqrt{5}$ ;    10.  $x=2$ ;    11. 增大;    12.  $\begin{cases} 9x=11y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$ ;

13.  $\frac{\pi}{16}$ ;    14.  $108^\circ$ ;    15.  $55^\circ$ ;    16.  $-\frac{1}{3}\bar{x}$ ;    17. 7;    18.  $\frac{1}{2}$ .

### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 解: 原式  $= 2+1-2\sqrt{3}+2(\sqrt{3}-1)^{-1}$  .....6 分

$= 3-2\sqrt{3}+\frac{2}{\sqrt{3}-1}$  .....2 分

$= 3-2\sqrt{3}+\sqrt{3}+1$  .....1 分

$= 4-\sqrt{3}$ . .....1 分

20. 解: 由方程②, 得  $x-3y=0$  或  $x+2y=0$  .....2 分

将它们与方程①分别组成方程组, 得  $\begin{cases} x+y=2, \\ x-3y=0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x+y=2, \\ x+2y=0. \end{cases}$  .....4 分

所以, 原方程组的解是  $\begin{cases} x_1=\frac{3}{2}, \\ y_1=\frac{1}{2}; \end{cases}$   $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=-2. \end{cases}$  .....4 分

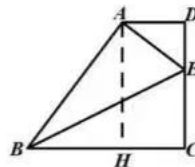
21. 解: (1) 过点 A 作  $AH \perp BC$ , 垂足为 H, .....1 分

$\because AD \parallel BC, \therefore HC=AD=2, AH=CD, \because BC=5, \therefore BH=5-2=3$ , .....1 分

在  $Rt\triangle AHB$  中,  $AB^2=AH^2+BH^2$ , .....1 分

即  $5^2=3^2+AH^2$ , 解得  $AH=4, \therefore CD=4$ ; .....1 分

(2) 由  $AB=BC, \angle ABE=\angle CBE, BE=BE$ , 得  $\triangle ABE \cong \triangle CBE$  (S.A.S), .....1 分



$\therefore AE=EC$ .....1 分

设  $AE=EC=x$ ，则  $DE=4-x$ ，

在  $Rt\triangle ADE$  中， $AE^2=AD^2+DE^2$ ， $x^2=(4-x)^2+2^2$ ，.....2 分

$x=2.5$ ， $\tan \angle AEB=\tan \angle CEB=\frac{AB}{AE}=2$ ，.....2 分

22. 解：（1）150（2 分）；6（3 分）。

（2）设当  $150 \leq x \leq 200$  时， $y$  与  $x$  之间的函数解析式为： $y=kx+b$ （ $k \neq 0$ ），

$\because$  函数图像过点  $(150, 35)$ ， $(200, 10)$ ，.....2 分

得  $\begin{cases} 150k+b=35 \\ 200k+b=10 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=110 \end{cases}$ ， $\therefore y=-\frac{1}{2}x+110$ ，.....2 分

当  $x=160$  时， $y=-80+110=30$ ，蓄电池的电池量为 30 千瓦时.....1 分

23. 证明：（1） $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形；

$\therefore AB \parallel CD$ ， $\therefore \angle BDC=\angle ABD$ ，.....1 分

同理  $\angle DBC=\angle ADB$ ，.....1 分

$\because \angle DEF=\angle ADC$ ， $\therefore \angle DBC+\angle EFB=\angle ADB+\angle BDC$ ，

$\therefore \angle EFB=\angle BDC$ ， $\therefore \angle EFB=\angle ABD$ .....1 分

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle EFB$ .....1 分

$\therefore \frac{BD}{BF}=\frac{AB}{EF}$ ，即  $\frac{EF}{BF}=\frac{AB}{DB}$ .....1 分

（2） $\because \triangle ABD \sim \triangle EFB$ ， $\therefore \frac{BE}{BF}=\frac{AD}{BD}$ .....1 分

$\because BD^2=2AD \cdot DF$ ， $\therefore \frac{1}{2}BD^2=AD \cdot DF$ ， $\therefore \frac{DE}{DF}=\frac{AD}{BD}$ .....1 分

$\therefore \frac{DE}{DF}=\frac{BE}{BF}$ .....1 分

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形， $\therefore DE=BE$ .....1 分

$\therefore DF=BF$ .....1 分

$\therefore FE \perp BD$ ， $\therefore \angle ADC=\angle DEF=90^\circ$ ，.....1 分

$\therefore$  平行四边形  $ABCD$  是矩形.....1 分



24. 解: (1)  $\because$  抛物线  $y = \frac{1}{3}x^2 + bx - 1$  与  $y$  轴交于点  $C$ ,  $\therefore$  点  $C(0, -1)$ ,  $\therefore OC=1$

$$\because \tan \angle CAB = \frac{OC}{OA} = \frac{1}{3}, \therefore OA=3, \text{ 点 } A(3, 0),$$

将点  $A(3, 0)$  代入  $y = \frac{1}{3}x^2 + bx - 1$ , 得抛物线表达式为  $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1$ . .....1 分

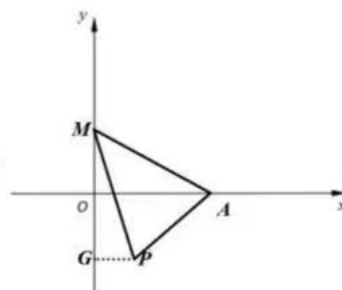
$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(1, -\frac{4}{3})$ , 点  $B$  的坐标为  $(-1, 0)$ . .....2 分

(2) 过点  $P$  作  $PG \perp y$  轴, 垂足为  $G$ ,

$\because$  抛物线向右平移 2 个单位,

$\therefore$  新抛物线表达式为  $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - \frac{4}{3}$ , .....1 分

$\therefore$  点  $M$  的坐标为  $(0, \frac{5}{3})$ . .....1 分



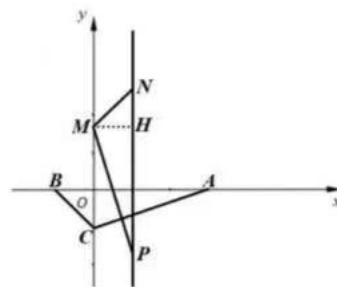
$$\therefore G(0, -\frac{4}{3}), \therefore OG = \frac{4}{3}, OM = \frac{5}{3}, PG=1, MG=3, AO=3,$$

$$\therefore S_{\triangle PAM} = S_{\triangle AOM} + S_{\text{梯形}AOGP} - S_{\triangle MPG} \text{ .....1 分}$$

$$\therefore S_{\triangle PAM} = \frac{11}{3}. \text{ .....1 分}$$

(3)  $\because y = \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{4}{3}$ ,  $\therefore$  原抛物线的对称轴为直线  $x=1$ ,

过点  $M$  作  $MH$  垂直于直线  $x=1$ , 垂足为点  $H$ ,  $\therefore H(1, \frac{5}{3})$ ,



$$\therefore MH=1, PH=3, PM=\sqrt{10}, \text{ Rt}\triangle PMH \text{ 中, } \tan \angle MPH = \frac{MH}{PH} = \frac{1}{3},$$

$\therefore \angle MPN = \angle CAB$ ,  $\therefore$  点  $N$  在点  $P$  的上方. ....1 分

$$(i) \frac{PN}{AB} = \frac{PM}{AC},$$

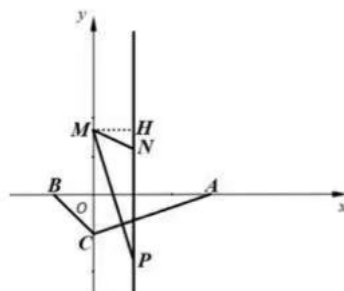
$$\therefore \frac{PN}{4} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}, \therefore PN = 4, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore N(1, \frac{8}{3}), \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(ii) \frac{PN}{AC} = \frac{PM}{AB},$$

$$\therefore \frac{PN}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{4}, \therefore PN = \frac{5}{2}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore N(1, \frac{7}{6}), \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



$$\therefore \text{点 } N \text{ 的坐标为 } (1, \frac{8}{3}), (1, \frac{7}{6}).$$

25. (1) 联结  $OC$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\text{Rt}\triangle AOD$  中,  $\because$  点  $C$  是  $AD$  的中点,

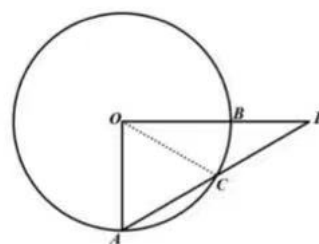
$$\therefore OC = AC, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because OA = OC, \therefore \triangle OAC$  是等边三角形,

$$\therefore \angle A = 60^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\text{Rt}\triangle AOD$  中,  $\because \angle OAC + \angle ODA = 90^\circ,$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

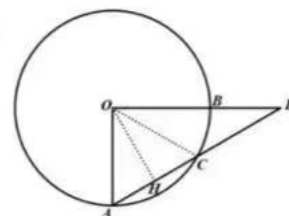


(2) 过点  $O$  作  $OH \perp AD$ , 垂足为点  $H$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\therefore AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} x, \text{Rt}\triangle AOH \text{ 中}, OH = \sqrt{3^2 - (\frac{1}{2}x)^2}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{易证 } \triangle AOH \sim \triangle ADO, \therefore \frac{OH}{OD} = \frac{AH}{AO}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore y = \frac{3\sqrt{36-x^2}}{x} - 3 \quad (0 < x < 3\sqrt{2}), \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



$$(3) \because OH \perp AC, AC = \frac{18}{5}, \therefore AH = \frac{1}{2} AC = \frac{9}{5}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

