

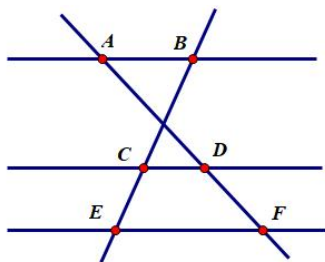
# 2022 年上海市长宁区中考数学一模试卷

2022.1

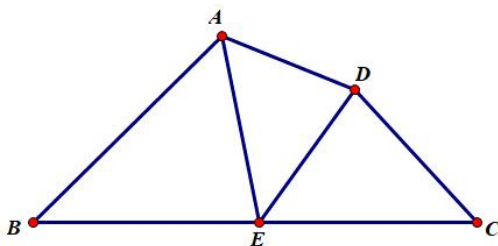
## 一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 已知在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = a$ ， $AB = c$ ，那么  $BC$  的长为( )  
 (A)  $c \cdot \sin a$ ； (B)  $c \cdot \tan a$ ； (C)  $\frac{c}{\cos a}$ ； (D)  $c \cdot \cot a$ .
2. 如果向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{b}$  方向相反，且  $3|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，那么向量  $\vec{a}$  用向量  $\vec{b}$  表示为( )  
 (A)  $\vec{a} = 3\vec{b}$ ； (B)  $\vec{a} = -3\vec{b}$ ； (C)  $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{b}$ ； (D)  $\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{b}$ .
3. 如图，已知  $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AD:AF = 3:5$ ， $BE = 12$ ，那么  $CE$  的长等于( )  
 (A) 2； (B) 4； (C)  $\frac{24}{5}$ ； (D)  $\frac{36}{5}$ .
4. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  (其中  $a > 0$ 、 $b < 0$ 、 $c > 0$ ) 一定不经过的象限是( )  
 (A) 第一象限； (B) 第二象限； (C) 第三象限； (D) 第四象限.
5. 下列命题中，说法正确的是( )  
 (A) 所有菱形都相似；  
 (B) 两边对应成比例且有一组角对应相等的两个三角形相似；  
 (C) 三角形的重心到一个顶点的距离，等于它到这个顶点对边距离的两倍；  
 (D) 斜边和直角边对应成比例，两个直角三角形相似.
6. 如图，点  $E$  是线段  $BC$  的中点， $\angle B = \angle C = \angle AED$ ，下列结论中，说法错误的是( )  
 (A)  $\triangle ABE$  与  $\triangle ECD$  相似； (B)  $\triangle ABE$  与  $\triangle AED$  相似；  
 (C)  $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{AD}$ ； (D)  $\angle BAE = \angle ADE$ .



第3题图

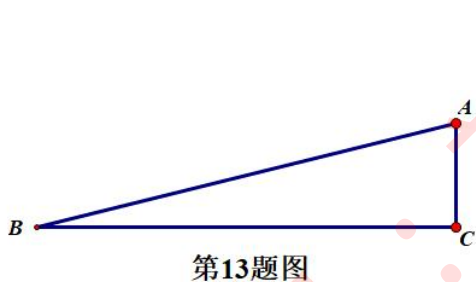


第6题图

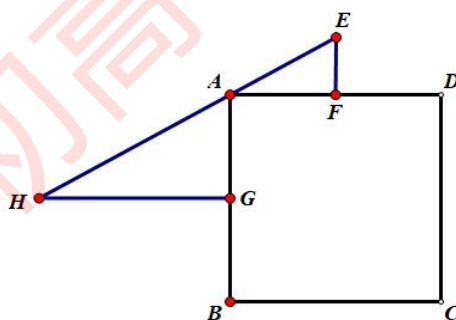
## 二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. 已知  $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ ，那么  $\frac{2x}{x+y}$  的值为\_\_\_\_\_.
8. 抛物线  $y = 2x^2 - 1$  的顶点坐标是\_\_\_\_\_.
9. 在比例尺为 1:10000 的地图上，相距 5 厘米的两地实际距离为\_\_\_\_\_千米.
10. 已知点  $C$  是线段  $AB$  的黄金分割点，如果  $AC > BC$ ， $BC = 2$ ，则  $AC =$ \_\_\_\_\_.
11. 如果两个相似三角形周长之比为 3:2，那么这两个三角形的面积之比为\_\_\_\_\_.
12. 点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，过点  $G$  作  $BC$  边的平行线与  $AB$  边交于点  $E$ 、与  $AC$  边交于点  $F$ ，则  $\frac{EF}{BC} =$ \_\_\_\_\_.
13. 如图，小明沿着坡度  $i = 1:2.4$  的坡面由  $B$  到  $A$  直行走了 13 米时，他上升的高度  $AC =$ \_\_\_\_\_米.



第13题图

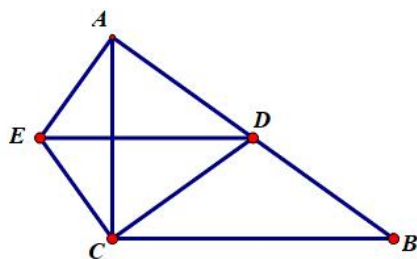


第15题图

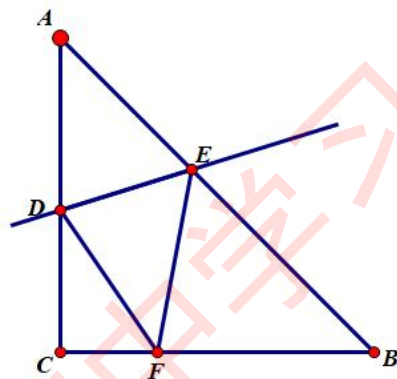
14. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx - 2$  ( $ab > 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $A$ ，过点  $A$  作  $x$  轴的平行线交抛物线于点  $B$ ，若  $AB = 2$ ，则点  $B$  坐标为\_\_\_\_\_.
15. 我国古代数学著作《九章算术》中记载：“今有邑方不知大小，各中开门。出北门三十步有木，出西门七百五十步有木。问邑方几何？”示意图如下图，正方形  $ABCD$  中， $F$ 、 $G$  分别是  $AD$  和  $AB$  的中点，若  $EF \perp AD$ ， $EF = 30$ ， $GH \perp AB$ ， $GH = 750$ ，且  $EH$  过点  $A$ ，那么正方形  $ABCD$  的边长为\_\_\_\_\_.
16. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\tan \angle BAC = \frac{3}{2}$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线，点

$E$  是直线  $AC$  左侧一点，联结  $AE$ 、 $CE$ 、 $ED$ ，若  $EC \perp CD$ ， $\angle EAC = \angle B$ ，则  $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}}$  的值为\_\_\_\_\_.

17. 定义:在 $\triangle ABC$ 中,点 $D$ 和点 $E$ 分别在 $AB$ 边、 $AC$ 边上,且 $DE \parallel BC$ ,点 $D$ 、点 $E$ 之间距离与直线 $DE$ 与直线 $BC$ 间的距离之比称为 $DE$ 关于 $BC$ 的横纵比。已知,在 $\triangle ABC$ 中, $BC=4$ , $BC$ 上的高长为3, $DE$ 关于 $BC$ 的横纵比为 $2:3$ ,则 $DE=$ \_\_\_\_\_.
18. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$ , $AC=BC=3$ ,点 $D$ 、 $E$ 分别在 $AC$ 边和 $AB$ 边上,沿着直线 $DE$ 翻折 $\triangle ADE$ ,点 $A$ 落在 $BC$ 边上,记为点 $F$ ,如果 $CF=1$ ,则 $BE=$ \_\_\_\_\_.



第16题图



第18题图

### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

[将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. (本题满分 10 分)

计算:  $\cot 30^\circ - \frac{2 \sin 60^\circ - \tan 45^\circ}{\sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ}$ .

20. (本题满分 10 分, 第(1)小题 5 分, 第(2)小题 5 分)

抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过点  $A(0, 3)$ ,  $B(-1, 0)$ .

(1)求抛物线的表达式及其顶点坐标.

(2)填空:如果将该抛物线平移, 使它的顶点移到点  $A$  的位置, 那么其平移的过程是

\_\_\_\_\_, 平移后的抛物线表达式是\_\_\_\_\_.

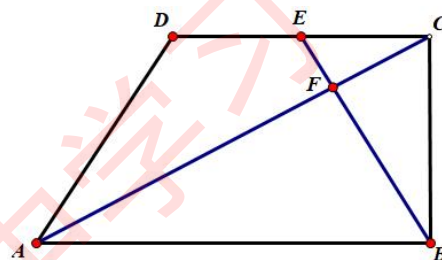
21. (本题满分 10 分，第(1)小题 5 分，第(2)小题 5 分)

如图，在梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ，且  $AB:CD=3:2$ ，点  $E$  是边  $CD$  的中点，联结  $BE$  交对角线  $AC$  于点  $F$ ，若  $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$ 。

(1)用  $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$  表示  $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{AF}$ ；

(2)求作  $\overrightarrow{BF}$  在  $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{BC}$  方向上的分向量。

(不要求写作法，但要保留作图痕迹，并指出所作图中表示结论的分向量)



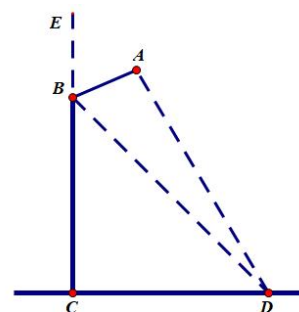
第21题图

22. (本题满分 10 分，第(1)小题 4 分，第(2)小题 6 分)

如图，某种路灯灯柱  $BC$  垂直于地面，与灯杆  $AB$  相连。已知直线  $AB$  与直线  $BC$  的夹角是  $76^\circ$ ，在地面点  $D$  处测得点  $A$  的仰角是  $53^\circ$ ，点  $B$  仰角是  $45^\circ$ ，点  $A$  与点  $D$  之间的距离为 3.5 米。

求：(1)点  $A$  到地面的距离；(2)  $AB$  的长度。(精确到 0.1 米)

(参考数据： $\sin 53^\circ \approx 0.8$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ， $\sin 76^\circ \approx 0.97$ ， $\cos 76^\circ \approx 0.24$ )



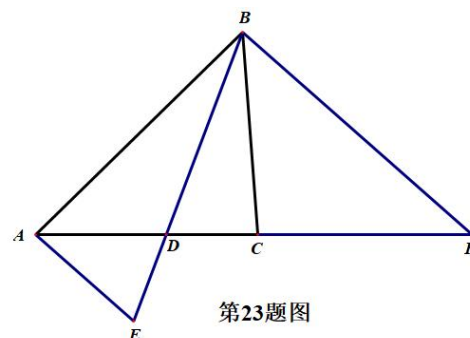
第22题图

23. (本题满分 12 分，第(1)小题 6 分，第(2)小题 6 分)

如图，线段  $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线，点  $E$ 、点  $F$  分别在线段  $BD$ 、 $AC$  的延长线上，联结  $AE$ 、 $BF$ ，且  $AB \cdot BD = BC \cdot BE$ 。

(1) 求证：  $AD = AE$ ；

(2) 如果  $BF = DF$ ，求证：  $AF \cdot CD = AE \cdot DF$ 。



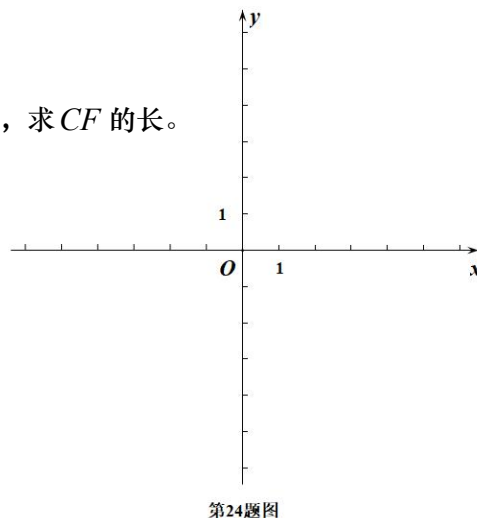
24. (本题满分 12 分，第(1)小题 4 分，第(2)小题 4 分，第(3)小题 4 分)

抛物线  $y = ax^2 + 2ax + c$  与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点(点  $A$  在点  $B$  左侧)，与  $y$  轴交于点  $C(0, 3)$ ，其顶点  $D$  的纵坐标为 4。

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 求  $\angle ACB$  的正切值；

(3) 点  $F$  在线段  $CB$  的延长线上，且  $\angle AFC = \angle DAB$ ，求  $CF$  的长。



25. (本题满分 14 分，第(1)小题 4 分，第(2)小题 6 分，第(3)小题 4 分)

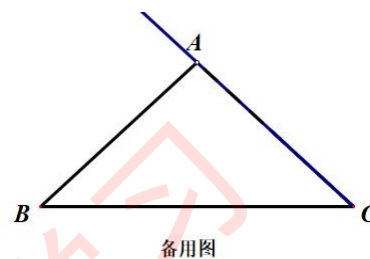
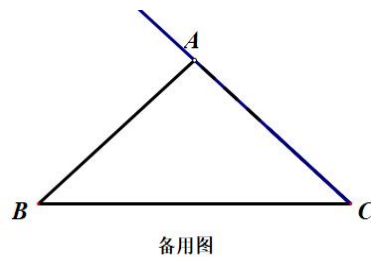
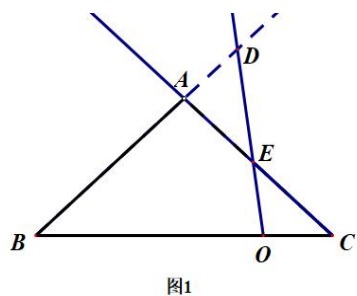
已知，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 8$ ，点  $E$  是射线  $CA$  上的动点，点  $O$  是边  $BC$

上的动点，且  $OC = OE$ ，射线  $OE$  交射线  $BA$  于点  $D$ 。

(1) 如图 1，如果  $OC = 2$ ，求  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ODB}}$  的值；

(2) 联结  $AO$ ，如果  $\triangle AEO$  是以  $AE$  为腰的等腰三角形，求线段  $OC$  的长；

(3) 当点  $E$  在边  $AC$  上时，联结  $BE$ 、 $CD$ ， $\angle DBE = \angle CDO$ ，求线段  $OC$  的长。



## 2022 年上海市长宁区中考数学一模试卷 答案

一、选择题 1-6: ADCCDD

二、填空题 7-18:

7	$\frac{2}{3}$	8	$(0, -1)$	9	0.5	10	$\sqrt{5} + 1$
11	9:4	12	$\frac{2}{3}$	13	5	14	$(-2, -2)$
15	300	16	$\frac{13}{36}$	17	$\frac{4}{3}$	18	$\frac{7}{4}\sqrt{2}$

三、解答题 19-25:

19. 1

20. (1)  $y = -x^2 + 2x + 3$  顶点坐标为: (1,4)

(2) 先向左平移 1 个单位, 再向下平移 1 个单位;  $y = -x^2 + 3$ .

21. (1)  $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{m} + \overrightarrow{n}$ ;  $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{m} + \frac{3}{4}\overrightarrow{n}$ ;

(2)  $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BN}$  如图,  $\overrightarrow{BM}$ 、 $\overrightarrow{BN}$ 即为所求;

22. (1) 点 A 到地面的距离为 2.8 米

(2) AB 的长度为 0.6 米.

23. (1) 提示:  $\triangle ABE \sim \triangle CBD$  (两边与夹角);

(2) 三角形相似 + 平行成比例;

24. (1)  $y = -x^2 - 2x + 3$ ;

(2)  $\tan \angle ACB = 2$ ;

(3)  $CF = \frac{6\sqrt{10}}{5}$ .

25. (1)  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ODB}} = \frac{9}{100}$ ;

(2)  $OC = \frac{25}{13}, \frac{200}{39}$

(3)  $OC = 8 - \sqrt{39}$ .

