2022年上海市虹口区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上．】

1. 下列选项中的两个图形一定相似的是（　　）

A．两个等腰三角形 B．两个矩形　　C．两个菱形　　D．两个正方形

2. 在Rt△ABC中，$\angle C=90^\circ$，$BC=12$，$AC=5$，那么$\cot B$等于（　　）

A．$\frac{5}{13}$　　B．$\frac{12}{13}$　　C．$\frac{12}{5}$　　D．$\frac{5}{12}$

3. 已知$\vec{a}=7\vec{b}$，下列说法中不正确的是（　　）

A．$\vec{a}-7\vec{b}=0$　　B．$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相同 C．$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$　　D．$|\vec{a}|=7|\vec{b}|$

4. 下列函数中，属于二次函数的是（　　）

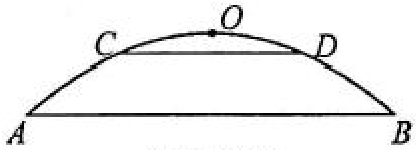
A．$y=\sqrt{x^2+x}$　　B．$y=(x-1)^2-x^2$

C．$y=5x^2$　　D．$y=\frac{2}{x^2}$

5. 在△ABC中，点E、D、F分别在边AB、BC、AC上，联结DE、DF，如果$DE\,/\!/\,AC$，$DF\,/\!/\,AB$，$AE:EB=3:2$，那么$AF:FC$的值是（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{3}{5}$

6. 如图所示，一座抛物线形的拱桥在正常水位时，水而AB宽为20米，拱桥的最高点O到水面AB的距离为4米．如果此时水位上升3米就达到警戒水位CD，那么CD宽为（　　）



第6题图

A．$4\sqrt{5}$米　　B．10米　　C．$4\sqrt{6}$米　　D．12米

二、填空题：（本大题共12题，每题4分，满分48分）

【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 如果$\frac{m}{n}=\frac{5}{6}$，那么$\frac{m-n}{n}=$______．

8. 已知点P是线段AB的黄金分割点$(AP>PB)$，如果$AB=2$，那么线段$AP=$______．

9. 如果向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{x}$满足$\frac{1}{2}\left(\vec{x}+\vec{a}\right)=\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}$，那么$\vec{x}=$______（用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）．

10. 如果二次函数$y=\left(m-1\right)x^2+x+m^2-1$的图像经过原点，那么$m=$______.

11. 如果抛物线$y=\left(2-a\right)x^2+2$开口向下，那么a的取值范围是______.

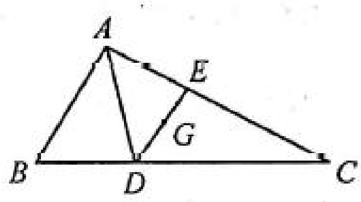
12. 如果抛物线过点$\left(-2,3\right)$，且与y轴的交点是$\left(0,3\right)$，那么抛物线的对称轴是直线______.

13. 已知点$A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$为函数$y=-2\left(x-1\right)^2+3$的图像上的两点，若$x_1<x_2<0$，则y_1______y_2（填“>”、“=”或“<”）．

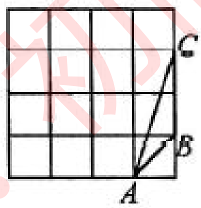
14. 如果一个斜坡的坡度$i=1:\frac{\sqrt{3}}{3}$，那么该斜坡的坡角度数是______°.

15. 已知$Rt\triangle ABC$的两直角边之比为3:4，若$\triangle DEF$与$\triangle ABC$相似，且$\triangle DEF$最长的边长为20，则$\triangle DEF$的周长为______.

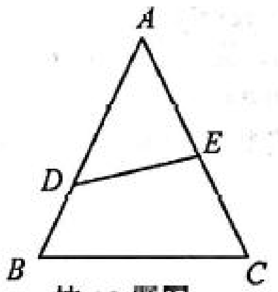
16. 如图，过$\triangle ABC$的重心G作$ED \parallel AB$分别交边AC、BC于点E、D，联结AD，如果AD平分$\angle BAC$，$AB=6$，那么$EC=$______.



第16题图



第17题图



第18题图

17. 在网格中，每个小正方形的顶点称为格点，以格点为项点的三角形称为“格点三角形”.如图，在4×4的网格中，$\triangle ABC$是一个格点三角形，如果$\triangle DEF$也是该网格中的一个格点三角形，它与$\triangle ABC$相似且面积最大，那么$\triangle DEF$与$\triangle ABC$相似比的值是______.

18. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=15$，$\sin\angle A=\frac{4}{5}$．点D、E分别在AB和AC边上，$AD=2DB$，把$\triangle ADE$沿着直线DE翻折得$\triangle DEF$，如果射线$EF\perp BC$，那么$AE=$______.

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19. （本题满分10分）

计算：$\dfrac{2\sin 60^\circ + 3\tan 30^\circ}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ}$.

20. （本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c\left(a \neq 0\right)$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表：

（1）求该抛物线的表达式；

（2）将抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 沿 x 轴向右平移 $m\left(m > 0\right)$ 个单位，使得新抛物线经过原点 O，求 m 的值以及新抛物线的表达式．

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	3	4	3	0	-5	…

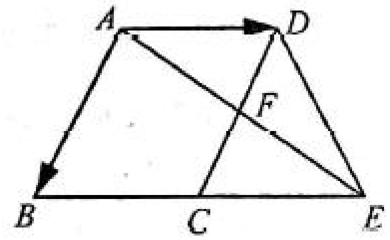
21. （本题满分 10 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 4 分）

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，延长 BC 到点 E，使 $CE = BC$，联结 AE 交 DC 于点 F，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AD} = \vec{b}$．

（1）用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$；

（2）求作：向量 $\overrightarrow{AF}$ 分别在 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 方向上的分向量．

（不要求写作法，但要写明结论．）

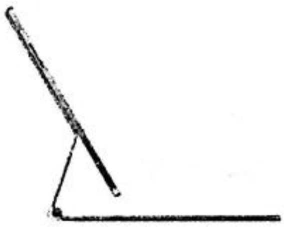


第 21 题图

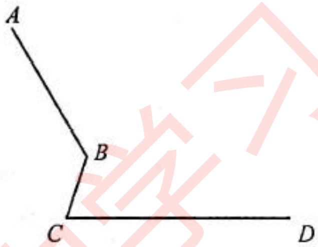
22. （本题满分 10 分）

图 1 是一款平板电脑支架，由托板、支撑板和底座构成．工作时，可将平板电脑吸附在托板上，底座放置在桌面上，图 2 是其侧面结构示意图，已知托板 AB 长 200mm，支撑板 CB 长 80mm，当 $\angle ABC=130°$，$\angle BCD=70°$ 时，求托板顶点 A 到底座 CD 所在平面的距离（结果精确到 1mm）．

（参考数据：$\sin 70°\approx 0.94$，$\cos 70°\approx 0.34$，$\tan 70°\approx 2.75$，√$\sqrt{2}\approx 1.41$，$\sqrt{3}\approx 1.73$）



第 22 题图 1



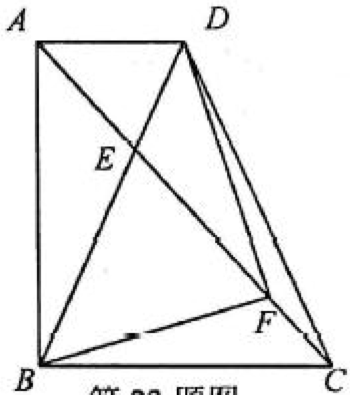
第 22 题图 2

23. （本题满分 12 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 6 分）

如图，在梯形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=90°$，$AD\,/\!/\,BC$，$BC=2AD$，对角线 AC 与 BD 交于点 E．点 F 是线段 EC 上一点，且 $\angle BDF=\angle BAC$．

（1）求证：$EB^2=EF\cdot EC$；

（2）如果 $BC=6$，$\sin\angle BAC=\dfrac{2}{3}$，求 FC 的长．



第 23 题图

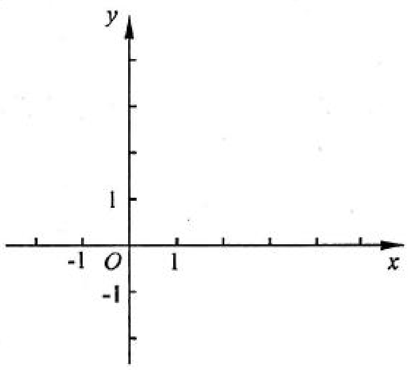
24. （本题满分 12 分，第（1）小题 4 分，第（2）小题 4 分，第（3）小题 4 分）

已知开口向上的抛物线 $y=ax^2-4ax+3$ 与 y 轴的交点为 A，顶点为 B，点 A 与点 C 关于对称轴对称，直线 AB 与 OC 交于点 D.

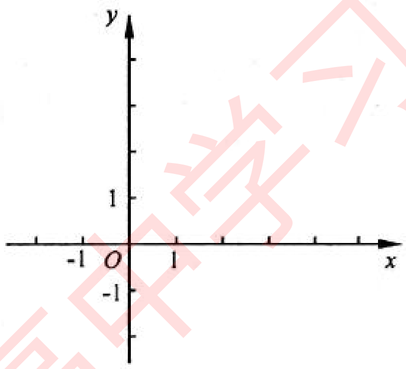
（1）求点 C 的坐标，并用含 a 的代数式表示点 B 的坐标；

（2）当 $\angle ABC=90°$ 时，求抛物线 $y=ax^2-4ax+3$ 的表达式；

（3）当 $\angle ABC=2\angle BCD$ 时，求 OD 的长.



第 24 题图



备用图

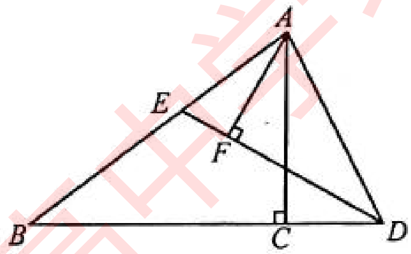
25. （本题满分 14 分，第（1）小题 4 分，第（2）小题 5 分，第（3）小题 5 分）

已知：如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AB=10$，$\tan B=\dfrac{3}{4}$，点 D 是边 BC 延长线上的一点，在射线 AB 上取一点 E，使得$\angle ADE=\angle ABC$，过点 A 作 $AF\perp DE$ 于点 F.

（1）当点 E 在线段 AB 上时，求证：$\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{DE}{BD}$；

（2）在（1）题的条件下，设$CD=x$，$DE=y$，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

（3）记 DE 交射线 AC 于点 G，当$\triangle AEF\backsim\triangle AGF$时，求 CD 的长.



第 25 题图

2022 年上海市虹口区中考数学一模试卷

答案

一、选择题

1. D　2. C　3. A　4. C　5. B　6. B

二、填空题

7. $-\frac{1}{6}$.　8. $\sqrt{5}-1$.　9. $\vec{a}-3\vec{b}$.　10. -1

11. $a>2$.　12. $x=-1$.　13. $<$　14. 60°.

15. 48.　16. 8　17. $\sqrt{2}$.　18. $8\sqrt{5}-10$

三、解答题

19. 解：$\frac{2\sin 60°+3\tan 30°}{\cot 30°-\cot 45°}$

$=\frac{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}-1}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

$=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=3+\sqrt{3}$.

20. 【答案】（1）$y=-(x+1)^2+4$；　（2）$m=3$；　$y=-(x-2)^2+4$.

【解析】

【分析】（1）利用抛物线的对称性得到抛物线的顶点坐标为（-1，4），则可设顶点式 $y=a(x+1)^2+4$，然后把（0，3）代入求出 a 即可；

（2）根据平移的规律得到 $y=-(x+1-m)^2+4$，把原点代入即可求得 m 的值，从而求得平移后的抛物线的不等式.

【小问 1 详解】

∵$x=-2$，$y=3$；$x=0$，$y=3$，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，则抛物线的顶点坐标为（-1，4），

设抛物线解析式为 $y=a(x+1)^2+4$，

把（0，3）代入得 a（0+1）^{2}+4=3，解得 a=-1，

∴抛物线解析式为 y=-（x+1）^{2}+4；

【小问 2 详解】

将抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 沿 x 轴向右平移 m（m＞0）个单位，得到 y=-（x+1-m）^{2}+4，

∵经过原点，

∴0=-（0+1-m）^{2}+4，

解得 m_1=3，m_2=-1（舍去），

∴m=3，

∴新抛物线的表达式为 y=-（x-2）^{2}+4．

21. 【答案】（1）$\vec{a}+\vec{b}$ （2）向量 $\overrightarrow{AD}$、$\overrightarrow{AM}$ 是向量 $\overrightarrow{AF}$ 分别在 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 方向上的分向量．

【解析】

【分析】（1）连接 AC，证四边形 $ACED$ 是平行四边形，得出 $DE\parallel AC$，根据平行四边形法则求解即可；

（2）过点 F 作 $FM\parallel AB$ 交 AB 于 M，根据平行四边形法则即可求得答案．

【小问 1 详解】

解：连接 AC，

∵在平行四边形 $ABCD$ 中，

∴$AD\parallel CB$，AD=CB，

∵ $CE=BC$，

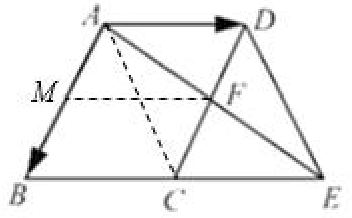
∴四边形 $ACED$ 是平行四边形，

∴$DE\parallel AC$，

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\vec{b}$；

【小问 2 详解】

解：过点 F 作 $FM\parallel AB$ 交 AB 于 M，则向量 $\overrightarrow{AD}$、$\overrightarrow{AM}$ 是向量 $\overrightarrow{AF}$ 分别在 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 方向上的分向量．



【点睛】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质．注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键．

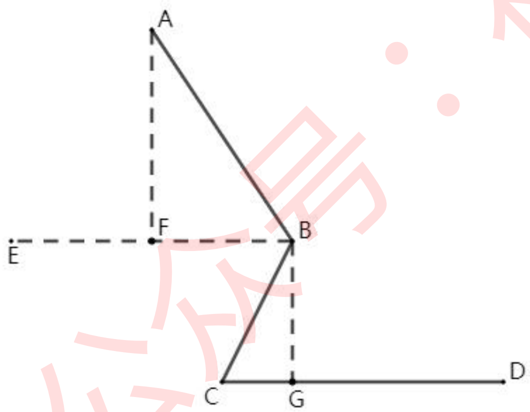
22.

【答案】托板顶点 A 到底座 CD 所在平面的距离为 248mm．

【解析】

【分析】过点 B 作 $BE\,//\,CD$， $BG\perp CD$，交 CD 于点 G，过点 A 作 $AF\perp BE$，交 BE 于点 F，由平行线的性质可得 $\angle BCD=\angle CBE=70^\circ$，得出 $\angle ABE=60^\circ$，在 Rt�AFB 与 Rt�BCG 中，分别利用锐角三角函数求解得出 $BG\approx 75.2mm$， $AF\approx 173mm$，托板顶点 A 到底座 CD 所在平面的距离即可得出．

【详解】解：如图所示：过点 B 作 $BE\,//\,CD$，$BG\perp CD$，交 CD 于点 G，过点 A 作 $AF\perp BE$，交 BE 于点 F，



$\because BE\,//\,CD$，

$\therefore \angle BCD=\angle CBE=70^\circ$，

$\therefore \angle ABE=\angle ABC-\angle CBE=130^\circ-70^\circ=60^\circ$，

在 Rt�AFB 中，

$\sin\angle ABE=\dfrac{AF}{AB}$，

$\therefore AF=AB\cdot\sin\angle ABE=200\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}\approx 173mm$，

在 Rt�BCG 中，

$\sin\angle BCG=\dfrac{BG}{CB}$，

$\therefore BG=BC\cdot\sin\angle BCG=80\times\sin70^\circ\approx75.2mm$，

$\therefore AF+BG=173+75.2\approx248mm$，

答：托板顶点 A 到底座 CD 所在平面的距离为 $248mm$．

23. 【答案】（1）见解析　　（2）2

【解析】

【分析】（1）根据 $AD\parallel BC$，可得△EAD∽△ECB，从而得到 $\dfrac{EA}{ED}=\dfrac{EC}{EB}$，再由 $\angle BDF=\angle BAC$，可得△ABE∽△DFE，从而得到 $\dfrac{EA}{ED}=\dfrac{EB}{EF}$，进而得到 $\dfrac{EC}{EB}=\dfrac{EB}{EF}$，即可求证；

（2）根据锐角三角函数，可得 AC=9，从而得到 $AB=3\sqrt{5}$，再由 $BC=2AD$，可得 AD=3，根据 $AD\parallel BC$，可得 $BD=3\sqrt{6}$，再由△EAD∽△ECB，可得 $\dfrac{EA}{AC}=\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{ED}{BD}=\dfrac{1}{3}$，从而得到 EC=6，$BE=2\sqrt{6}$，再由 $EB^2=EF\cdot EC$，可得 EF=4，即可求解．

【小问 1 详解】

证明：∵ $AD\parallel BC$，

∴△EAD∽△ECB，

$\therefore\dfrac{EA}{EC}=\dfrac{ED}{EB}$，即 $\dfrac{EA}{ED}=\dfrac{EC}{EB}$，

∵ $\angle BDF=\angle BAC$，$\angle AEB$=$\angle DEF$，

∴△ABE∽△DFE，

$\therefore\dfrac{EA}{ED}=\dfrac{EB}{EF}$，

$\therefore\dfrac{EC}{EB}=\dfrac{EB}{EF}$，

$\therefore EB^2=EF\cdot EC$；

【小问 2 详解】

解：∵ $\angle ABC=90^\circ$，$BC=6$，$\sin\angle BAC=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore \dfrac{BC}{AC}=\dfrac{2}{3}$ ，即 $AC=9$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=3\sqrt{5}$ ，

$\because BC=2AD$，

$\therefore AD=3$，

$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle BAD=90°$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=3\sqrt{6}$ ，

$\because \triangle EAD \backsim \triangle ECB$，

$\therefore \dfrac{EA}{EC}=\dfrac{ED}{EB}=\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ ，

$\therefore \dfrac{EA}{AC}=\dfrac{1}{3}$ ，$\dfrac{ED}{BD}=\dfrac{1}{3}$ ，

$\therefore EA=\dfrac{1}{3}AC=3$ ，$ED=\dfrac{1}{3}BD=\sqrt{6}$，

$\therefore EC=6$，$BE=2\sqrt{6}$ ，

$\because EB^2=EF\cdot EC$，

$\therefore \left(2\sqrt{6}\right)^2=6EF$ ，

$\therefore EF=4$，

$\therefore FC=EC-EF=6-4=2$.

24. 【答案】（1）点 C 的坐标为（4,3），点 B 的坐标为（2,-4a+3）

（2）$y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+3$ 或 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+3$

（3）$\dfrac{15}{11}$ 或 3

【解析】

【分析】（1）令 $x=0$，求得 y 的值，即可确定点 A 的坐标,再确定抛物线的对称轴，进而确定点 C 的坐标；再将对称轴代入求出顶点的纵坐标，即可确定点 B；

（2）如图，当 $\angle ABC=90°$ 时，即 $\triangle ABC$ 是直角三角形，然后根据勾股定理列方程求解即可；

（3）先说明 $BE=EC$，再求出直线 OC 的解析式，进而确定点 E 的坐标，然后根据 $BE=EC$

运用两点间距离公式求得 a，确定点 B 的坐标，再求得直线 AB 的解析式，之后与直线 OC 的解析式联立求得 D 点坐标，最后求出 OD 的长度即可.

【小问 1 详解】

解：令 x=0，可得 $y=a\times 0^2-4\times 0\times a+3=3$

∴A 点的坐标为（0,3）

∵抛物线的对称轴为：$x=\frac{-4a}{-2a}=2$

∴点 C 的坐标为（4,3），

令 x=2，可得 $y=a\times 2^2-4\times 2\times a+3=-4a+3$

∴顶点 B 的坐标为（2,-4a+3）.

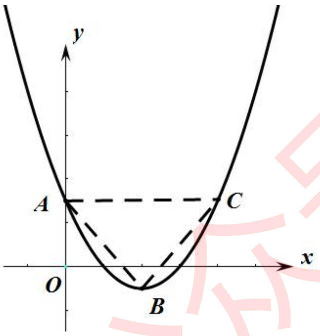
【小问 2 详解】

解：如图：当 $\angle ABC=90°$ 时，即△ABC 是直角三角形

∴$AC^2=AB^2+BC^2$

∴（4-0）^{2}+（3-3）^{2}=（2-0）^{2}+（-4a+3-3）^{2}+（2-4）^{2}+（-4a+3-3）^{2}，解得 $a=\frac{1}{2}$ 或-$\frac{1}{2}$

∴抛物线的表达式为：$y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ 或 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+3$.



【小问 3 详解】

解：如图：∵EB 在抛物线的对称轴上

∴$\angle EBC=\angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC$

∵ $\angle ABC=2\angle BCD$

∴$\angle BCD=\angle EBC$

∴$BE=EC$

∵点 O（0,0），点 C(4,3)

∴直线 OC 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x$

∴E 点坐标为（2，$\frac{3}{2}$）

∵$BE=CE$

∴$\frac{3}{2}$-(-4a+3)=$\sqrt{(4-2)^2+\left(3-\frac{3}{2}\right)^2}$ 或-4a+3-$\frac{3}{2}$=$\sqrt{(4-2)^2+\left(3-\frac{3}{2}\right)^2}$，解得 a=1 或 a=-$\frac{1}{4}$

∴点 B 的坐标为（2，-1）或（2,4）

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$

则 $\begin{cases}3=b\\-1=2k+b\end{cases}$ 或 $\begin{cases}3=b\\4=-2k+b\end{cases}$

解得：$\begin{cases}b=3\\k=-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}b=3\\k=-\frac{1}{2}\end{cases}$

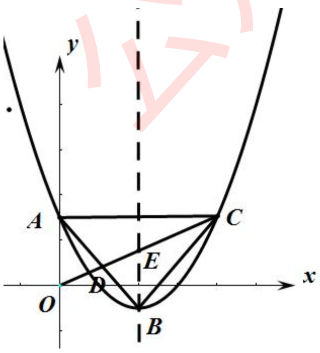
∴直线 AB 的解析式为 y=-2x+3 或 y=$-\frac{1}{2}x$+3

∴$\begin{cases}y=\frac{3}{4}x\\y=-2x+3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}y=\frac{3}{4}x\\y=-\frac{1}{2}x+3\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}x=\frac{12}{11}\\y=\frac{9}{11}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\frac{12}{5}\\y=\frac{9}{5}\end{cases}$

∴点 D的坐标为（$\frac{12}{11}$，$\frac{9}{11}$）或（$\frac{12}{5}$，$\frac{9}{5}$）

∴OD=$\sqrt{\left(\frac{12}{11}\right)^2+\left(\frac{9}{11}\right)^2}=\frac{15}{11}$ 或 $\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{9}{5}\right)^2}=3$

∴OD 的长为 $\frac{15}{11}$ 或 3.



25.【答案】(1) 证明见解析；　　(2) $y=\frac{8+x}{10}\sqrt{36+x^2}$，$0\le x\le 8$；　　(3) $CD=3$.

【解析】

【分析】（1）根据相似三角形的判定定理可得$\triangle ADE \backsim \triangle ABD$，$\triangle ADF \backsim \triangle ABC$，由其性质：相似三角形的对应边成比例，进行等量代换即可证明；

（2）根据正切函数设$AC=3a$，$BC=4a$，利用勾股定理确定三边长度，根据（1）中$\frac{DE}{BD}=\frac{AD}{AB}$，代入可确定$y$与$x$的函数关系式，考虑当$x=0$时，$DE\perp AB$，当$CD=CB=8$时，点$E$与点$B$重合，点$F$与点$C$重合，此时$x$取得最大值；当$x>8$时，$\angle ADB<\angle B$，不符合题意，不进行讨论；综合即可得出自变量的取值范围；

（3）分两种情况进行讨论：当点G在线段AC上时，延长AF交BC于点M，作$MN\perp AB$于点N，根据相似三角形的性质及角之间的关系可得$\angle EAF=\angle GAF=\frac{1}{2}\angle BAC$，再由等腰三角形三线合一的性质得出$MN=CM$，根据三角形等面积法即可得出$CM=3$，由此确定$CD$；当点$G$在$AC$的延长线上时，根据相似三角形的性质及三角形外角的性质可得这种情况不存在，综合两种情况即可得出结果．

【小问 1 详解】

证明：$\because \angle ADE=\angle ABC$，$\angle DAE=\angle BAD$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABD$，

$\therefore \frac{DE}{BD}=\frac{AD}{AB}$，

$\because AF\perp DE$，

$\therefore \angle AFD=\angle ACB=90°$，

$\because \angle ADE=\angle ABC$，

$\therefore \triangle ADF \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \frac{AF}{AC}=\frac{AD}{AB}$，

$\therefore \frac{AF}{AC}=\frac{DE}{BD}$；

【小问 2 详解】

解：$\because \angle ACB=90°$，$\tan B=\frac{3}{4}$，

$\therefore \tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$，

设$AC=3a$，$BC=4a$，

$\because AC^2+BC^2=AB^2$，

$\therefore (3a)^2+(4a)^2=10^2$，

解得：$a=2$，

$\therefore AC=6$，$BC=8$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{36+x^2}$，

由（1）得 $\dfrac{DE}{BD}=\dfrac{AD}{AB}$，

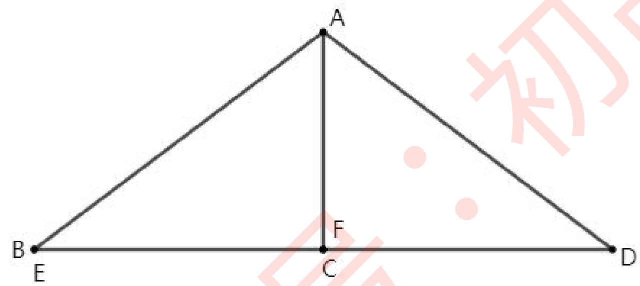
$\therefore \dfrac{y}{8+x}=\dfrac{\sqrt{36+x^2}}{10}$，

$\therefore y=\dfrac{8+x}{10}\sqrt{36+x^2}$，

当 $x=0$ 时，$DE\perp AB$，符合题意，

$\therefore x>0$；

当 $CD=CB=8$ 时，点 E 与点 B 重合，点 F 与点 C 重合，此时 x 取得最大值，



$\therefore x\le 8$，

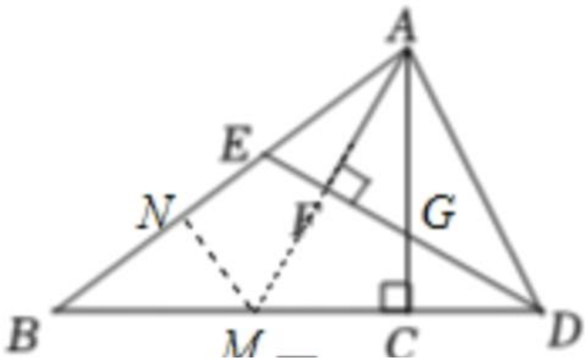
当 $x>8$ 时，

$\angle ADB<\angle B$，不符合题意，不进行讨论；

综上可得：$0\le x\le 8$；

【小问 3 详解】

解：如图所示：当点 G 在线段 AC 上时，延长 AF 交 BC 于点 M，作 $MN\perp AB$ 于点 N，



$\because \triangle AEF \backsim \triangle AGF$，

$\therefore \angle AEF = \angle AGF$，

$\therefore AE = AG$，

$\therefore \angle EAF = \angle GAF = \frac{1}{2}\angle BAC$，

$\because \angle DAF = \angle BAC$，

$\therefore \angle DAC = \angle GAF$，

$\because AC \perp BD$

$\therefore \angle AMC = \angle ADC$，

$\therefore AM = AD$，

$\therefore CM = CD$，

$\because AM$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore MN = CM$，

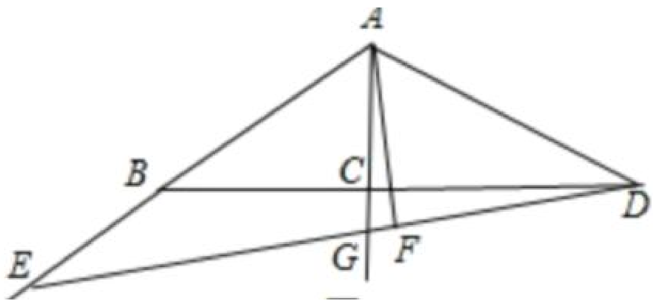
由 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ACM}$ 得，

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \cdot CM + \frac{1}{2} \times 10 \cdot MN$，

解得：$CM = 3$，

$\therefore CD = 3$；

如图所示：当点 G 在 AC 的延长线上时，



$\because \triangle AEF \backsim \triangle AGF$，

$\therefore \angle AEF = \angle AGF$，

$\because \angle AGF$ 是 $\triangle AEG$ 的外角，

$\therefore \angle AGF > \angle AEF$，

这种情况不存在，

$\therefore CD = 3$．