

## แบบฝึกหัด 6 LEAST-SQUARES REGRESSION

### 1. LINEAR REGRESSION

x	10	15	20	30	40	50	60	70	80
f(x)	5	9	15	18	22	30	35	38	43

1.1 จงใช้ LINEAR REGRESSION ในการคำนวณหา  $f(x) = a_0 + a_1x_1$  และค่า  $f(65)$

1.2 จงเขียน code

### 2. POLYNOMIAL REGRESSION

x	10	15	20	30	40	50	60	70	80
f(x)	5	9	15	18	22	30	35	38	43

2.1 จงใช้ POLYNOMIAL REGRESSION order  $m = 2$  ในการสร้างสมการ  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$

2.2 จงเขียน code

### 3. MULTIPLE LINEAR REGRESSION

$x_1$	$x_2$	$x_3$	Y
1	0	1	4
0	1	3	-5
2	4	1	-6
3	2	2	0
4	1	5	-1
2	3	3	-7
1	6	4	-20

3.1 จงใช้ MULTIPLE LINEAR REGRESSION ในการสร้างสมการ  $f(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$

3.2 จงเขียน code

## 1. LINEAR REGRESSION

x	10	15	20	30	40	50	60	70	80
f(x)	5	9	15	18	22	30	35	38	43

1.1 จงใช้ LINEAR REGRESSION ในการคำนวณหา  $f(x) = a_0 + a_1x_1$  และค่า  $f(65)$

1.2 จงเขียน code

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$		
10	5	100	50	$a_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$ $= \frac{(215)(20625) - (11605)(975)}{9(20625) - (975)^2}$ $= 1.315333$	$a_1 = \frac{n\left(\sum_{i=1}^n y_i x_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$ $= \frac{9(11605) - (975)(215)}{9(20625) - (975)^2}$ $= 0.514333$
15	9	225	135		
20	15	400	300		
30	18	900	540		
40	22	1600	880		
50	30	2500	1500	$f(x) = 1.315333 + 0.514333x$ $= 36.180000$	
60	35	3600	2100		
70	38	4900	2660		
80	43	6400	3440		
<b>Σ</b>	<b>975</b>	<b>2115</b>	<b>20625</b>	<b>11605</b>	

## 2. POLYNOMIAL REGRESSION

x	10	15	20	30	40	50	60	70	80
f(x)	5	9	15	18	22	30	35	38	43

2.1 จงใช้ POLYNOMIAL REGRESSION order  $m = 2$  ในการสร้างสมการ  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$

2.2 จงเขียน code

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$x_i \cdot f(x_i)$	$x_i^2 \cdot f(x_i)$
10	5	100	1000	10000	50	500
15	9	225	3375	50625	135	2025
20	15	400	8000	160000	300	6000
30	18	900	27000	810000	540	16200
40	22	1600	64000	2560000	880	35200
50	30	2500	125000	6250000	1500	75000
60	35	3600	216000	12960000	2100	126000
70	38	4900	343000	24010000	2660	186200
<b>Σ</b>	<b>91</b>	<b>1500</b>	<b>511000</b>	<b>10160000</b>	<b>11605</b>	<b>783525</b>

$$y_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 \quad f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$\begin{bmatrix} 11 & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 975 & 16625 \\ 775 & 20625 & 1191375 \\ 20625 & 1191375 & 9110025 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 215 \\ 11605 \\ 783525 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B$$

$$\begin{bmatrix} -0.700980 \\ 0.641524 \\ -0.001943 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = -0.700980 + 0.641524x + (-0.001943)x^2$$

$$= 36.181710$$

### 3. MULTIPLE LINEAR REGRESSION

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	x <sub>1</sub> x <sub>1</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>2</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>1</sub> y	x <sub>2</sub> y	x <sub>3</sub> y
1	0	1	4	1	0	1	0	1	0	4	0	4
0	1	3	-5	0	1	3	0	0	3	0	-5	-15
2	4	1	-6	4	16	1	8	2	4	-12	-24	-6
3	2	2	0	9	4	4	6	6	4	0	0	0
4	1	5	-1	16	1	25	4	20	5	-4	-1	-5
2	3	3	-7	4	9	9	6	6	9	-14	-21	-21
1	6	4	-20	1	36	16	6	4	24	-10	-120	-80
Σ	13	17	19	-35	35	67	65	30	39	49	-46	-171

3.1 จงใช้ MULTIPLE LINEAR REGRESSION ในการสร้างสมการ  $f(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$

3.2 จงเขียน code

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n x_{3i} & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{3i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{3i} & \sum_{i=1}^n x_{3i}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{3i} y_i \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 7 & 13 & 17 & 19 \\ 13 & 35 & 30 & 39 \\ 17 & 30 & 67 & 49 \\ 19 & 39 & 49 & 65 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -35 \\ -46 \\ -171 \\ -123 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{bmatrix} 4.000000 \\ 2.000000 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = 4.000000 + 2.000000x_1 + (-1.000000)x_2 + (-1.000000)x_3$$