

Nom : _____

Prénom : _____

Exercice 1

1. Compléter les congruences suivantes par un entier compris entre 100 et 110 :

57 = 10² [10]

144 = 104 [5] = 109 [5]

99 <u> 106</u>[7]

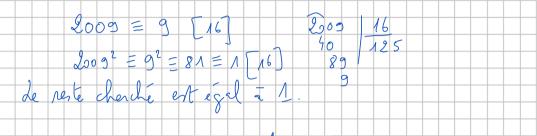
2. Compléter les congruences suivantes par un entier naturel le plus petit possible :

57 ≡ <u>}</u>[**10**]

 $144 \equiv 4_{-}[5]$

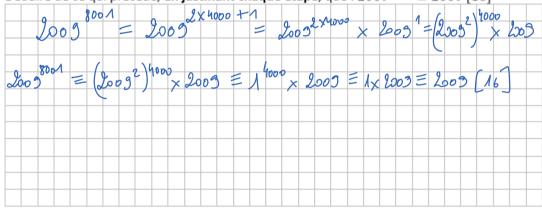
Exercice 2

1. a) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2009² par 16.

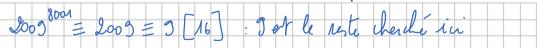


- b) Compléter le résultat suivant : 2009² = ____[16]
- 2. On rappelle que $2009^{8001} = (2009^2)^{4000} \times 2009$.

Déduire de ce qui précède, en justifiant chaque étape, que : $2009^{8001} \equiv 2009$ [16]



3. En déduire le reste de la division euclidienne de 2009⁸⁰⁰¹ par 16.



Exercice 3

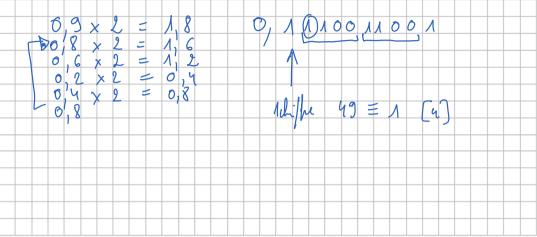
On écrit les unes à la suite des autres les 26 lettres de l'alphabet. Arrivé à Z, on recommence à A et ainsi de suite.

Quelle est la $10\,000^e$ lettre écrite et combien d'alphabets entiers ont été écrits ?

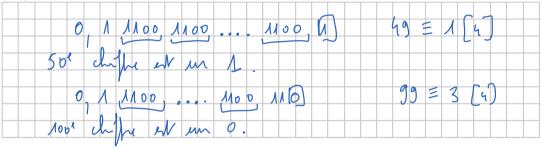


Exercice 4

1. Donner les 10 premiers chiffres après la virgule de 0,9 en binaire.



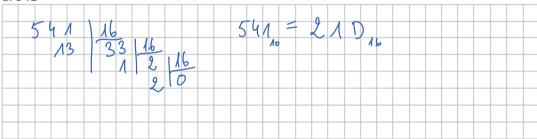
2. Quel est le 50^e chiffre ? Le 100^e ?



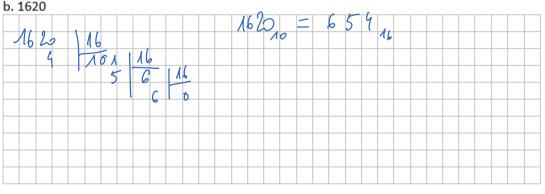
Exercice 5

Écrire dans le système hexadécimal les nombres suivants :

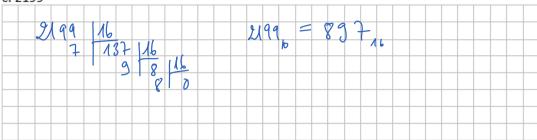
a. 541



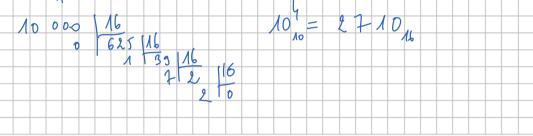
b. 1620



c. 2199

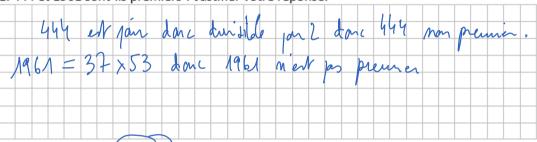


d. 104 = 10000

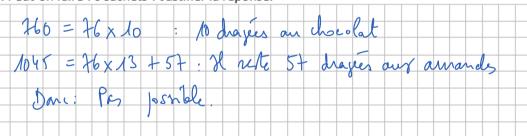


Exercice 6

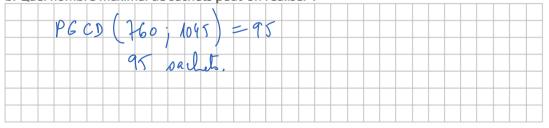
1. 444 et 1961 sont-ils premiers ? Justifier votre réponse.



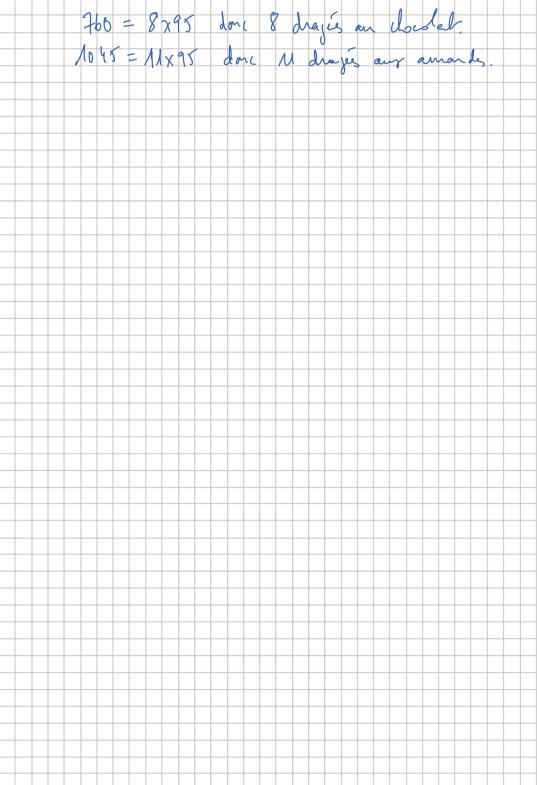
- 2. On veut répartif la totalité de 760 dragées au chocolat et de 1045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées de chaque sorte.
- a. Peut-on faire 76 sachets ? Justifier la réponse.



b. Quel nombre maximal de sachets peut-on réaliser ?



c. Combien de dragées de chaque sorte y a-t-il alors dans chaque sachet ?



74. +++ Congruences et puissances

- **1.** a) Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 2012 par 6.
- **b)** En déduire que $3^{2012} \equiv (3^6)^{335} \times 3^2$.
- 2. a) Compléter les résultats suivants :
- $3^2 \equiv 1$. (modulo 7) et $3^6 \equiv 1$. (modulo 7).
- **b)** Déduire de ce qui précède que $3^{2012} \equiv 2$ (modulo 7) et déterminer le reste de la division euclidienne de 3^{2012} par 7.

1) a)
$$2012 = 6 \times 335 + 2$$

 $3^{2012} = 3^{4 \times 335 + 2} = 3^{6 \times 335} \times 3^{2}$
 $3^{2012} = (3^{6})^{335} \times 3^{2}$

$$dr 2^{\frac{3}{5}} = 8 = 1 (7) + 1907 = \frac{3}{5} \times 635 + 2$$

$$198^{107} = 2^{1907} = 2^{3\times637+2} = (2^3)^{637} \times 2^2 = 1637 \times 4 = 4[7]$$

de reste er 4.

• Nême exercise arcc
$$1905^{13}$$
 027 modulo 13
 $1905 = 7 [13]$ et $7^{12} = 1 [13]$
 $(13025 = 12 \times 1085 + 5)$

$$1905^{13015} = 7^{13025} = 7^{12} \times 1085 + 5$$
 $1905^{13015} = (7^{12})^{1085} \times 7^{5} = 7^{1085} \times 16807 = 13$
 $1905^{13015} = 1 \times 16807 = 1 \times 11 = 11 = 13$

Exercice 22

- a) Quelles sont les valeurs possibles de 2^n modulo 7 pour n entier naturel?
- b) À quelle condition sur n le nombre $2^n 1$ est-il un multiple de 7?

• Si'm est un multiple de 3:
$$m = 3k$$
 ($k \in \mathbb{N}$)

 $2^m = 2^{3k} = (2^3)^k = 8^k = 1^k = 1 = 1$
 $2^n = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

 $2^n = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

 $2^n = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

$$2^{m} = 2^{3k+1} = 2^{3k} \times 2 = (2^{5})^{k} \times 2 = 1 \times 2 = 2$$
 [7]

• Si
$$m = 3k + 2$$

 $2^{m} = 2^{3k+2} = 2^{3k} \times 2^{2} = 1 \times 4 = 4 [7]$

a) Montrer que $15^5 - 27^5$ est un multiple de 12. Caus calculati cu



b) Montrer que $8^8 - 6^8$ est un multiple de 7.

a)
$$15^{5} - 27^{5} = 3^{5} - 3^{5} = 0$$
 [12] don: $15^{5} - 27^{5}$ gh un

 $15 = 3$ [12] et $27 = 3$ [12] multiple de 12.

$$P) 8_{5} - 9_{6} = 1_{5} - 9_{6} = 1_{5} - (-1)_{5} = 1 - 1 = 0 (3)$$

donc 88-68 est un multiple de 7.

$$-6 = 7 \times (-1) + (1)$$

$$car 9^3 = 729 = 13 \times 56 + 1$$

$$\left(\operatorname{can} M^{6} \equiv \Lambda 2 \equiv -\Lambda \left[\Lambda 3\right]\right)$$