Séance 11 du 25.03. - Etudes de signes

Résoudre les inéquations données (après avoir fait un tableau de signes)

- $(2x^2 - 3x + 7)(8 - x) \geq 0$
- $\dfrac{(x^2 - 9)(x + 2)}{4x - 8} < 0$
- $\ln(x)\,(9 - 3x) > 0$

x	$-\infty$		8		$+\infty$
$2x^2-3x+7$		$+$		$+$	
$8-x$		$+$	0	$-$	
$(2x^2-3x+7)(8-x)$		$+$	0	$-$	

$\Delta = -47 < 0$: pas de solution

$(2x^2-3x+7)(8-x) \geq 0$ pour $x \leq 8$
(pour $x \in]-\infty ; 8]$)

$$\frac{(x^2 - 9)(x + 2)}{4x - 8} < 0$$

valeurs interdites

x	$-\infty$		-3		-2		2		3		$+\infty$
x^2-9		$+$	0	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$4x-8$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{(x^2-9)(x+2)}{4x-8}$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

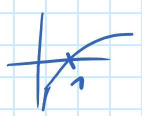
$x+2=0$
$x=-2$

$4x-8=0$
$x=2$

$x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$ (ou : $x^2 - 9$: $\Delta = 0^2 - 4(1)(-9) = 36$)

$\dfrac{(x^2-9)(x+2)}{4x-8} < 0$ pour $x \in]-3 ; -2[\cup]2 ; 3[$

$(9 - 3x)\ln(x) > 0$



x	0		1		3		$+\infty$
$9-3x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\ln(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(9-3x)\ln x$		$-$	0	$+$	0	$-$	

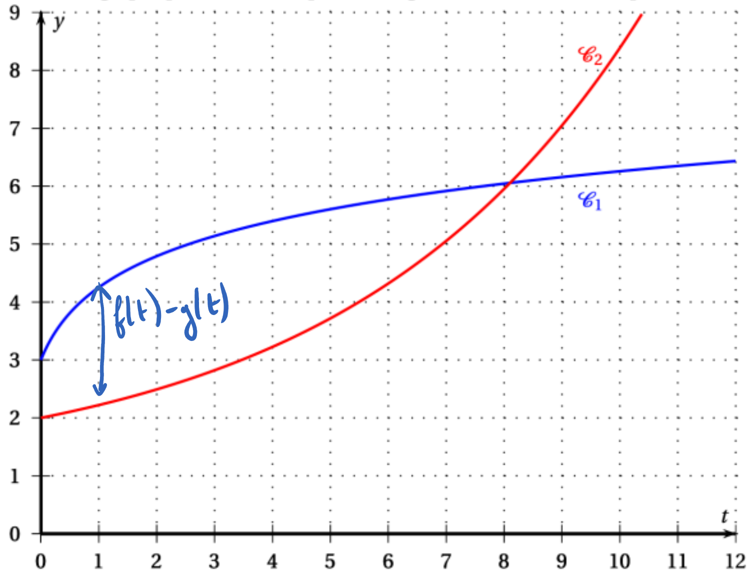
$(9-3x)\ln(x) > 0$ pour $x \in]1 ; 3[$

Extrait sujet Polynésie 2019

Une entreprise vend en ligne deux types de matériel informatique, nommés A et B, pendant plusieurs années. On considère qu'une personne est un client si elle a acheté au moins une fois l'un des types de matériel au cours de l'année écoulée.
En étudiant le fichier de l'entreprise, en fonction du temps à partir du 1er janvier 2015, on modélise le nombre de clients pour le type A par une fonction f et celui des clients pour le type B par une autre fonction g. On suppose que ce modèle reste valide pendant 12 ans, jusqu'au 31 décembre 2026.
On exprime la variable t en année à partir du 1er janvier 2015, $f(t)$ et $g(t)$ en milliers de clients.
Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $[0; 12]$ par les expressions :

$$f(t) = \ln(2,5t+1)+3 \quad \text{et} \quad g(t) = e^{0,2t}+1.$$

Leurs représentations graphiques dans un repère orthogonal sont données ci-après.



Partie A

1. Tableau de valeurs et reconnaissance des courbes

a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant, en arrondissant au centième.

t	0	2	5	6	7	8	12
$f(t)$	3	4,79	5,60	5,77	5,92	6,04	6,43
$g(t)$	2	2,49	3,72	4,32	5,06	5,95	12,02

b. Associer chacune des courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ aux deux fonctions f et g. Justifier la réponse.

2. Lectures graphiques Avec la précision permise par la lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

a. Soit α la solution positive de l'équation $f(t) = g(t)$.
Donner une valeur approchée à l'unité de α. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(t) \geqslant g(t)$ dans l'intervalle $[0; 12]$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

c. À l'aide du graphique, estimer la valeur de t pour laquelle la différence $f(t)-g(t)$ est maximale.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

d. À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur du nombre α défini en **2. a.**, en arrondissant cette valeur au centième.

1. b. $\mathscr{C}_1$ représente f.
$\mathscr{C}_2$ représente g.

2. a. $\alpha \approx 8$ → $t = 8$ années

Au bout de 8 ans, A et B ont le même nombre de clients.

b. $f(t) \geqslant g(t)$ pour $t \in [0;8]$
A a plus de clients que B pendant les 8

A a plus de clients que B pendant les 8 premières années.

c. $f(t) - g(t)$ maximal pour $t \approx 2,6$ ans.

L'écart du nombre de clients entre A et B est maximal au bout de 2,6 ans environ, soit environ au bout de 2 ans et 7 mois et 6 jours.

d. $\alpha \approx 8,10$