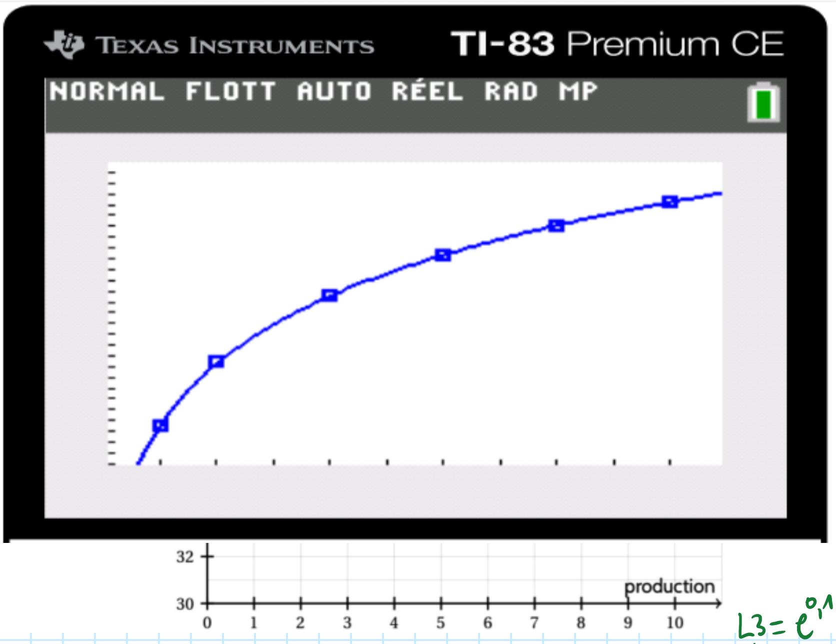
# Séance 5 du 29.01. - Ajustements variés

lundi 22 janvier 2024 09:52

## Exercice 6

Une entreprise a relevé son coût total de production mensuel (en k€), noté $y$, en fonction de sa production $x$ (en tonnes) :

| $x$ | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 32,5 | 38,5 | 44,6 | 48,4 | 51,1 | 53,3 |



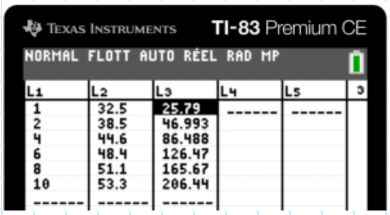

$L3 = e^{0,1L2}$

**1.** Les données ne semblant pas totalement se prêter à un ajustement affine, on décide de poser $z = e^{0,1y}$.

Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de $z$ seront arrondies au centième) :

| $x$ | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$ | 25,79 | 46,99 | 86,49 | 126,47 | 165,67 | 206,44 |

A la calculatrice :



| L1 | L2 | L3 | L4 | L5 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 32.5 | 25.79 | ------ | ------ |
| 2 | 38.5 | 46.993 | | |
| 4 | 44.6 | 86.488 | | |
| 6 | 48.4 | 126.47 | | |
| 8 | 51.1 | 165.67 | | |
| 10 | 53.3 | 206.44 | | |
| ------ | ------ | ------ | | |

$L3 = e^{0,1L2}$

**2.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite de régression de $z$ en $x$ par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à la deuxième décimale). Expliquer pourquoi cet ajustement semble justifié.


$z$

$z = 19,98x + 6,42$

**3.** Utiliser le résultat de la question **2.** pour obtenir une expression de $y$ en fonction de $x$. En utilisant cette équation, estimer le coût total correspondant à une production de 7 tonnes.

or $z = e^{0,1y}$

$z = 19,98x + 6,42$

$\ln(e^{0,1y}) = \ln(19,98x + 6,42)$

$10 \times 0{,}1y = 10\ln(19{,}98x + 6{,}42)$

$y = 10\ln(19{,}98x + 6{,}42)$

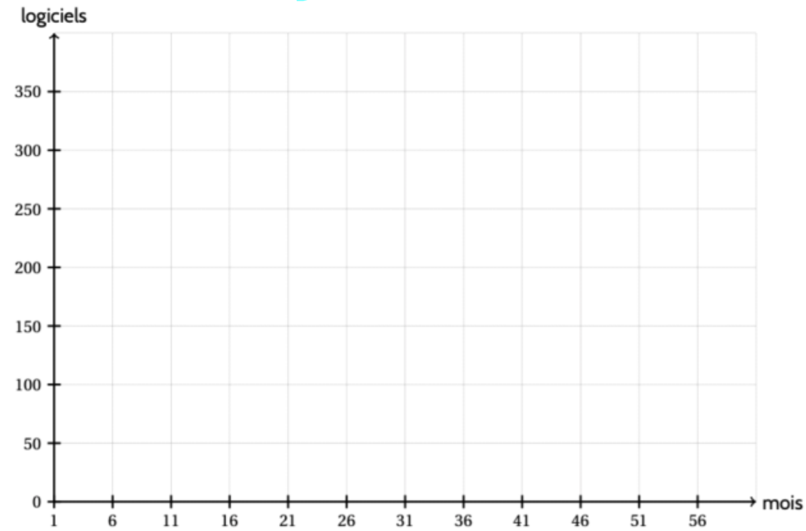
Pour $x = 7$ tonnes :

$y = 10\ln(19{,}98 \times 7 + 6{,}42) \approx 49{,}86$ k €

## Exercice 7

On s'intéresse au nombre de logiciels vendus chaque mois par une entreprise. Des résultats sont donnés dans le tableau suivant :

| Rang du mois $x_i$ | 1 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de logiciels vendus $z_i$ | 60 | 250 | 340 | 360 | 320 | 270 | 220 | 200 |




**1.** Sans calcul, justifier le fait qu'un ajustement linéaire n'est pas approprié.

La forme du nuage n'est pas allongée.

**2.** Reproduire et compléter la table suivante (les valeurs de $y_i$ seront arrondies au centième) :

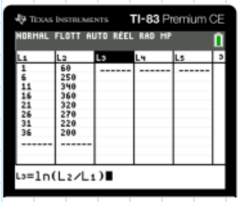
L1

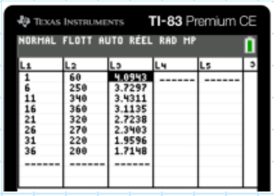
| Rang du mois $x_i$ | 1 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i = \ln\left(\frac{z_i}{x_i}\right)$ | 4,09 | 3,73 | 3,43 | 3,11 | 2,72 | 2,34 | 1,96 | 1,71 |

L2

L1

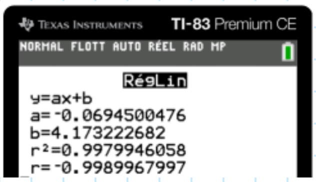
L3




**3.** Donner une valeur approchée à $10^{-3}$ près du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i ; y_i)$.
Le résultat obtenu permet d'envisager un ajustement affine?

L1 L3




$r \approx -0{,}999$

$r$ est très proche de $-1$ donc un ajustement affine entre $y$ et $x$ est adapté.

L3 L1

**4.** Donner, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de $y$ en $x$, sous la forme $y = ax + b$ ($a$ et $b$ seront donnés à $10^{-2}$ près).

$y = -0{,}07x + 4{,}17$

**5.** Exprimer alors $z$ en fonction de $x$.

On a : $y = \ln\left(\frac{z}{x}\right)$

$\exp\left(\ln\left(\frac{z}{x}\right)\right) = \exp(-0{,}07x + 4{,}17)$

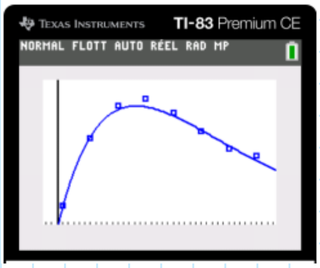
On a : $y = \ln\left(\frac{z}{x}\right)$

$$\exp\left(\ln\left(\frac{z}{x}\right)\right) = \exp(-0{,}07x + 4{,}17)$$

$$x\left(\frac{z}{x}\right) = \left(e^{-0{,}07x + 4{,}17}\right)x$$

$$z = x e^{-0{,}07x + 4{,}17}$$

**6.** En utilisant la question précédente, estimer le nombre de logiciels le mois de rang 51.




Pour $x = 51$

On a : $z = 51 . e^{-0{,}07 \times 51 + 4{,}17}$

$z \approx 92{,}93$ logiciels

Extrait sujet 2021 - Polynésie

**Exercice 1** **10 points**

*Les trois parties de cet exercice sont indépendantes*
*Dans cet exercice, sauf mention contraire, les résultats sont à arrondir à* $10^{-3}$.

Dans un groupe d'assurances, on s'intéresse aux sinistres susceptibles de survenir, une année donnée, aux véhicules de la flotte d'une importante entreprise de livraison de colis.

**Partie C - Nombre de sinistres pendant la première année de mise en service**

Pour les véhicules de la flotte de cette entreprise, on a relevé le nombre de sinistres par véhicule pendant la première année de mise en service.

Pour les véhicules ayant eu au plus quatre sinistres, on a obtenu :

| Nombre de sinistres : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de véhicules : $n_i$ | 1345 | 508 | 228 | 78 | 35 |

Le nuage de points $(x_i ; n_i)$ suggère de procéder à un ajustement exponentiel.
On pose donc $y = \ln n_i$.

**1.** Compléter après l'avoir reproduit, le tableau suivant en arrondissant les valeurs à $10^{-3}$.

| Nombre de sinistres : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y = \ln n_i$ | 7,204 | 6,231 | 5,429 | 4,357 | 3,555 |

**2.** Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, une équation de la droite de régression de $y$ en $x$ sous la forme $y = ax + b$, où $a$ et $b$ sont à arrondir à $10^{-2}$.

**3.** Justifier que le nombre $n$ de véhicules ayant subi $x$ sinistres peut être modélisé par une égalité de la forme $n = A \times B^x$ où $A = 1326$ à 1 près et $B = 0{,}4$ à 0,1 près.

**4.** À l'aide de l'équation précédente, estimer le nombre de véhicules ayant eu six sinistres pendant leur première année de mise en circulation.

2. $y = -0{,}92x + 7{,}19$

3. On a $y = \ln(n)$

$$\ln(n) = -0{,}92x + 7{,}19$$

$$\boxed{n = e^{-0{,}92x + 7{,}19}}$$

$a^{m+n} = a^m . a^n$

$$n = e^{-0{,}92x} . e^{7{,}19}$$

$a^{m.n} = (a^m)^n$

$$n = 1326\, e^{-0{,}92x}$$

$$n = 1326\left(e^{-0{,}92}\right)^x$$

$$\boxed{n = 1326 \times 0{,}4^x}$$

4) Estimation pour $x = 6$

$$n = 1326 \times 0{,}4^6$$

4) Estimation pour $x = 6$

$n = 1326 \times 0{,}4^6$

$n \approx 5{,}42$ véhicules

Extrait sujet 2018

**Partie A**

Un grand fabricant d'ordinateurs portables analyse le nombre de commandes mensuelles d'un de ses modèles au cours de certains mois, en 2017. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-après.

| Mois (en 2017) | Janvier | Février | Mars | Avril | Mai | Juin | Juillet | Août |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ : rang du mois | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $y_i$ : nombre de commandes | 4 650 | 4 400 | 4 150 | 3 850 | 3 450 | 3 200 | 2 950 | 2 600 |

Le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ ayant un aspect rectiligne, on décide de procéder à un ajustement affine de ce nuage.

1. Déterminer une équation de la droite de régression de $y$ en $x$, sous la forme $y = ax + b$. Les coefficients $a$ et $b$ seront arrondis au dixième.
2. **a.** Déterminer, à l'aide de l'équation de la droite de régression, une estimation du nombre de commandes de ce modèle d'ordinateur pour le mois de novembre 2017.

   **b.** Expliquer pourquoi cette droite de régression ne peut servir de modèle que sur un intervalle de temps limité.

```
RégLin
y=ax+b
a=-295.8333333
b=4987.5
r²=0.996892392
r=-0.998444987
```

1. $y = -295{,}8\,x + 4987{,}5$

2. a) Pour $x = 11$

$y = -295{,}8 \times 11 + 4987{,}5$

$y \approx 1734$ ordinateurs

b) Pour $x \geqslant 17$ (mai 2018), l'estimation est négative, ce qui n'est pas possible. Le modèle n'est plus valable.

Extrait sujet 2016

**Exercice 1** **10 points**

*Les deux parties de cet exercice sont indépendantes*

L'administrateur d'un site web crée un forum pour que les visiteurs puissent, s'ils le désirent, poster des messages.

**Partie 1**

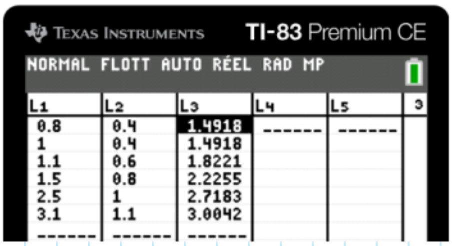
L'administrateur souhaite établir un lien entre le nombre de visiteurs du site et le nombre de visiteurs qui postent un message.
On pose $n$ le nombre de mois écoulés depuis le lancement du forum, $x_n$ le nombre de visiteurs du site en milliers et $y_n$ le nombre de visiteurs en milliers ayant posté un message sur le forum depuis le lancement.
L'administrateur obtient les données statistiques suivantes :

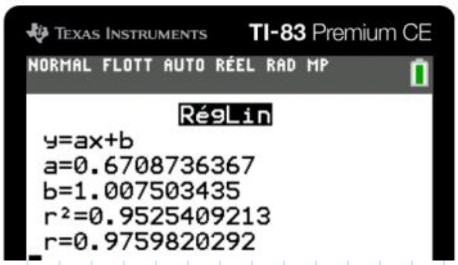
| Mois écoulés depuis le lancement du forum | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ : Visiteurs (en milliers) | $x_n$ | 0,8 | 1,0 | 1,1 | 1,5 | 2,5 | 3,1 |
| $y$ : Visiteurs ayant posté un message (en milliers) | $y_n$ | 0,4 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,1 |

1. On introduit le changement de variable $z_n = \mathrm{e}^{y_n}$ pour $n$ compris entre 1 et 6. Recopier le tableau suivant et compléter la dernière ligne.
   *Les valeurs seront arrondies au dixième.*

| Mois | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $x_n$ | 0,8 | 1,0 | 1,1 | 1,5 | 2,5 | 3,1 |
| $z = \mathrm{e}^y$ | $z_n = \mathrm{e}^{y_n}$ | 1,5 | | | | | |

2. Déterminer une équation de la droite de régression de $z$ en $x$ par la méthode des moindres carrés.
   *Les coefficients seront arrondis au dixième.*
3. En déduire une estimation de $y$ en fonction de $x$.
4. On suppose que la relation trouvée précédemment reste vraie les années suivantes. Lorsque le nombre de visiteurs sera égal à 10 000, estimer le nombre de visiteurs qui auront posté un message (arrondir à l'unité).




$z = 0{,}67x + 1{,}01$

$e^y = 0{,}67x + 1{,}01$

$y = \ln(0{,}67x + 1{,}01)$

Pour $x = 10$ : $y = \ln(0{,}67 \times 10 + 1{,}01) \approx 2{,}04$ milliers

Pour 10 000 visiteurs, environ 2040 postent un message.