

Autre exemple: $2004^{1984} \text{ modulo } 11$?

$$2004 \equiv 2 \pmod{11}$$

$$2004^{1984} \equiv 2^{1984} \pmod{11}$$

De plus $2^{10} \equiv 1 \pmod{11}$

$$a^{m+n} = a^m \times a^n$$

$$a^{m \times n} = (a^m)^n$$

A terminer pour le 9 janvier

$$2004^{1984} \equiv 2^{1984} \equiv 2^{10 \times 198 + 4} \equiv (2^{10})^{198} \times 2^4 \equiv 1^{198} \times 16 \pmod{11}$$

car $1984 = 198 \times 10 + 4$

$$2004^{1984} \equiv 16 \equiv 5 \pmod{11}$$

5 est le reste de division euclidienne de 2004^{1984} par 11.

72. Congruences et puissances

1. Déterminer le reste dans la division euclidienne par 9 de :

a) 7 ;

b) $7^2 = 49$;

c) $7^3 = 343$.

2. Exprimer les trois résultats précédents à l'aide de congruences.

3. En déduire que $7^4 \equiv 7 \pmod{9}$, puis compléter et justifier les résultats suivants :

$7^5 \equiv \dots \pmod{9}$; $7^6 \equiv \dots \pmod{9}$;

$7^7 \equiv \dots \pmod{9}$.

Dans la suite on admet que si $n \equiv 1 \pmod{3}$, alors $7^n \equiv 7 \pmod{9}$.

4. a) Démontrer que $2014 \equiv 7 \pmod{9}$ et que $2014 \equiv 1 \pmod{3}$.

b) Déduire de ce qui précède que $2014^{2014} \equiv 7 \pmod{9}$.

c) Exprimer ce résultat par une phrase concernant le reste d'une division euclidienne à préciser.

$$1) 7 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$7^2 \equiv 4 \pmod{9}$$

$$7^3 \equiv 1 \pmod{9}$$

$$3) 7^4 \equiv 7^{1+3} \equiv 7^1 \times 7^3 \equiv 7 \times 1 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$7^5 \equiv 7^3 \times 7^2 \equiv 1 \times 4 \equiv 4 \pmod{9}$$

$$7^6 \equiv 7^3 \times 7^3 \equiv 1 \times 1 \equiv 1 \pmod{9}$$

$$7^7 \equiv 7^6 \times 7 \equiv 1 \times 7 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$2014^{2014} \equiv 2014^{2014} \equiv 7^{2014} \equiv 7^{3 \times 671 + 1} \pmod{9}$$

$$2014^{2014} \equiv 7^{3 \times 671} \times 7^1 \equiv (7^3)^{671} \times 7 \pmod{9}$$

$$2014^{2014} \equiv 1^{671} \times 7 \equiv 1 \times 7 \equiv 7 \pmod{9}$$

DS

Prénom : _____

1. Compléter les congruences suivantes par un entier compris entre 100 et 110 :

99 \equiv _____[7]

$$99 \equiv \underline{\hspace{1cm}} [7]$$

1. a) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2009^2 par 16.

[illegible]

2. On rappelle que $2009^{8001} = (2009^2)^{4000} \times 2009$.

This is a full-page image of a blank sheet of graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

[illegible]

Quelle est la 10 000^e lettre écrite et combien d'alphabets entiers ont été écrits ?

[illegible]

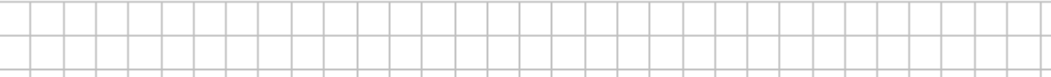
1. Donner les 10 premiers chiffres après la virgule de 0,9 en binaire.

This is a full-page image of a blank sheet of graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.[illegible]

Écrire dans le système hexadécimal les nombres suivants :

[illegible][illegible]

c. 2199

d. 10^4 

Exercise 6

1. 444 et 1961 sont-ils premiers ? Justifier votre réponse.

[illegible]

2. On veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et de 1045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées de chaque sorte.

a. Peut-on faire 76 sachets ? Justifier la réponse.

[illegible]

b. Quel nombre maximal de sachets peut-on réaliser ?

[illegible]

c. Combien de dragées de chaque sorte y a-t-il alors dans chaque sachet ?

