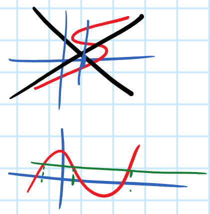
Fév - Séance 6 du 05.02. - Intro fonctions

Antécédent x → Fonction f → $f(x)$ Image

$x \in E$

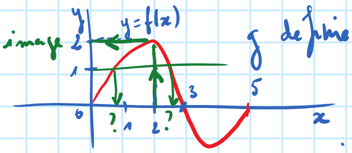


Par exemple : f définie par $f(x) = 2x^2 + 3$ sur $[0 ; 10]$.

$f(0) = 2\times 0^2 + 3 = 3$; $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}^2 + 3 = 7$

$f(12)$ n'existe pas.

Autre exemple : g définie sur $[0 ; 5]$ par la courbe ci-contre



$f(2)=2$
$f(3)=0$
$f(4) \simeq -1,2$

UF2/DOC 05

Généralités sur les fonctions

I. Généralités sur les fonctions

I.1. Courbe, tableau de valeurs

Méthode

Une fonction peut se donner :

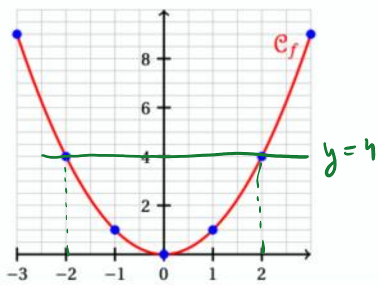
- par sa formule ($f(x) = \dots$) ;
- par sa courbe dans un repère ;
- par un tableau de valeurs.

Exemple

Soit $f(x) = x^2$. La courbe $\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$.

sur $[-3 ; 3]$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9



$f(x) = x^2$
$x^2 = 4$
Graphiquement
$f(x) = 4$
pour $x = 2$ ou $x = -2$

I.2. Image, antécédent, équation

Méthodes

Soit f une fonction.

Déterminer l'**image** d'un réel x par f revient à déterminer la valeur de $f(x)$:

- soit par **calculs** : on remplace x ;
- soit dans le tableau de valeurs : on cherche x dans la première ligne ;
- soit on utilise la courbe : on part des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe.

Déterminer les (éventuels) antécédents de y par f revient à chercher **tous** les x telqie que $y = f(x)$:

- par **calculs** ; en résolvant l'équation $f(x) = y$;
- via le tableau de valeurs : on cherche y dans la deuxième ligne ;
- avec la courbe : on regarde les points d'intersection de la courbe avec la droite horizontale de hauteur y.

Remarques

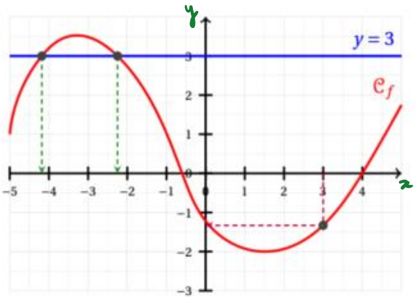
Les calculs **algébriques** donnent toujours les valeurs exactes, mais la résolution d'**équations** (pour les antécédents) n'est pas toujours simple !

Le travail sur la courbe est le plus simple, il s'agit de **lectures graphiques**, et il faut (autant que faire se peut) travailler avec la courbe pour vérifier ses résultats !

Illustration

Le travail sur la courbe est le plus simple, il s'agit de **lectures graphiques**, et il faut (autant que faire se peut) travailler avec la courbe pour vérifier ses résultats !

Illustration



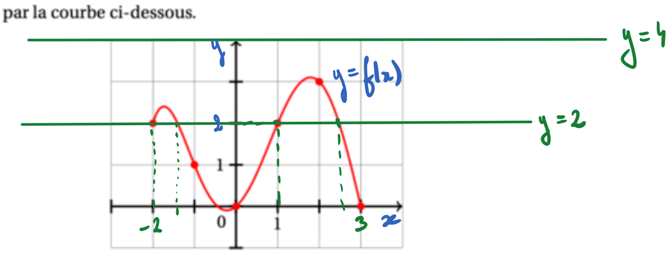
Calcul d'images
$x = 3$
$f(3) \approx -1,3$

Recherche d'antécédent
Antécédents de 3
On cherche x tel que
$f(x) = 3$
donc $x \simeq -4,2$
$x \simeq -2,2$

On peut donc « lire » l'image de 3 par f : $f(3) \approx -1,35$.
On peut donc « lire » les antécédents de 3 par f : environ $-2,25$ et $-4,2$.

Exercice 1

Soit f la fonction définie par la courbe ci-dessous.



1. Expliquer pourquoi l'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle $[-2;3]$.
2. Par lecture graphique, quel est l'image de 1 par f ?
3. Par lecture graphique, que vaut $f(3)$?
4. Déterminer les éventuels antécédents de 2 par f ?
5. Citer un nombre qui n'admet pas d'antécédent par f.

1. Seuls les nombres réels entre -2 et 3 ont une image.

2. $f(1) = 2$

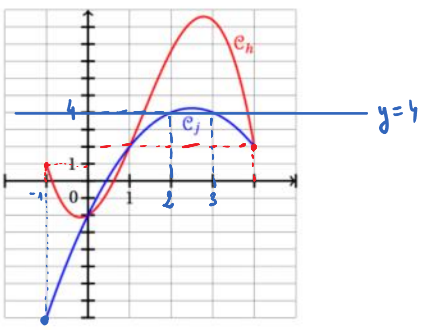
3. $f(3) = 0$

4. $f(x) = 2$ pour $x = -2$ ou $x = -1,4$ ou $x = 1$ ou $x = 2,5$
2 a 4 antécédents

5. 4 n'a pas d'antécédent

Exercice 2

Les fonctions h et j sont définies ci-contre par leurs représentations graphiques.



1. Déterminer l'image de -1 et de 2 par la fonction j. $j(-1) = -8$; $j(2) = 4$
2. Déterminer $h(-1)$ et $h(4)$. $h(-1) = 1$ $h(4) = 2$
3. Résoudre graphiquement l'équation $j(x) = 4$. $j(x) = 4$ pour $x = 2$ ou $x = 3$
4. Résoudre graphiquement l'équation $h(x) = j(x)$.

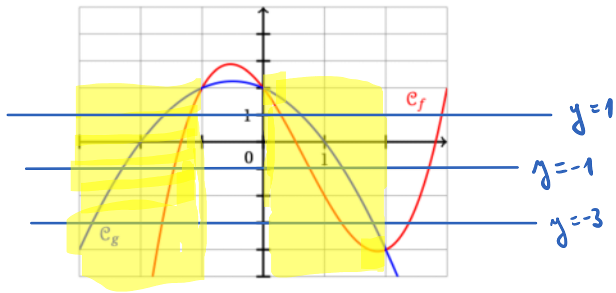
4. Pour résoudre $h(x) = j(x)$, on lit les abscisses

4. Pour résoudre $h(x) = j(x)$, on lit les abscisses des points d'intersection entre $\mathcal{C}_h$ et $\mathcal{C}_j$.

$h(x) = j(x)$ pour $x = 0$; $x = 1$ ou $x = 4$.

Exercice 3

On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur $[-3;3]$.



1. Résoudre graphiquement :

a. $f(x) = 0$

$x = -1,3$ ou $x = 0,5$ ou $x = 2,9$

b. $f(x) = g(x)$

$x = -1$ ou $x = 0$ ou $x = 2$

c. $g(x) = -3$

$x = -2,8$ ou $x = 1,8$

2. Résoudre graphiquement :

a. $f(x) \geqslant -1$

b. $f(x) < g(x)$

$\mathcal{C}_f$ en dessous de $\mathcal{C}_g$

c. $g(x) < 1$

a. $x \in [-1,5 ; 0,7] \cup [2,8 ; 3]$

On écrit aussi :

$f(x) \geq -1$ pour $-1,5 \leq x \leq 0,7$ ou $2,8 \leq x \leq 3$

b. $x \in [-3 ; -1[\cup]0 ; 2[$

($f(x) < g(x)$ pour $-3 \leq x < -1$ ou $0 < x < 2$

c. $g(x) < 1$ pour $x \in [-3 ; -1,6[\cup]0,6 ; 3]$

$g(x) < 1$ pour $-3 \leq x < -1,6$ ou $0,6 < x \leq 3$

• À l'aide de la calculatrice graphique, représenter f définie par $f(x) = 2x^2 + 3$ sur $[-10 ; 10]$.

Calculer : $f(-2)$; $f(3)$; $f(5)$

puis résoudre $f(x) = 3$

$f(x) = 8$

$f(x) \geqslant 11$

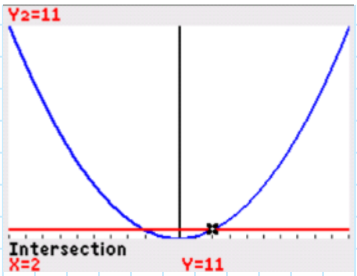
X	Y1
-2	11
-1	5
0	3
1	5
2	11
3	21
4	35
5	53
6	75
7	101
8	131

$f(-2) = 11$; $f(3) = 21$; $f(5) = 53$

$f(x) = 3$ pour $x = 0$

$f(x) = 8$ pour $x \approx -1,6$ ou $x \approx 1,6$

$f(x) \geq 11$ pour $x \in [-10 ; -2] \cup [2 ; 10]$



I.3. Tableau de signes, tableau de variations

Méthodes

Le **tableau de signes** (tds) d'une fonction permet de consigner, dans un tableau (sic), les intervalles (endroits) sur lesquels la fonction est positive (+) ou négtive (−).
Graphiquement, une fonction est positive si sa courbe est au-dessus de l'axe des abscisses, négative sinon.

Le **tableau de(s) variations** (tdv) d'une fonction permet de consigner, dans un tableau (sic), les intervalles (endroits) sur lesquels la fonction est croissante (↗) ou décroissante (↘).
Graphiquement, une fonction est croissante si sa courbe « monte », décroissante sinon.

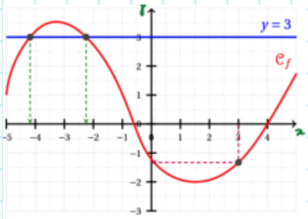


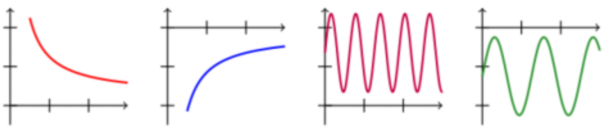
Illustration - Remarque

En travaillant sur la courbe donnée précédemment :

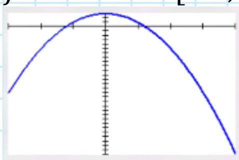
x	-5		$-0{,}6$		4		5
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

x	-5		$-3{,}25$		$1{,}5$		5
f	-1	↗	$3{,}5$	↘	-2	↗	$1{,}75$

Il ne faut pas « mélanger » le signe et les variations d'une fonction !
- ▷ une fonction peut être décroissante et positive ;
- ▷ une fonction peut être croissante et négative ;
- ▷ une fonction peut être positive et changer « très souvent de variations » ;
- ▷ toutes les combinaisons sont possibles !



Application Calculatrice :
Tableau de signes et tableau de variation de
f définie sur $[-3; 4]$ par $f(x) = -2x^2 + 3$



x	-3		$-1{,}2$		$1{,}2$		4
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	-3		0		4
$f(x)$	-15	↗	3	↘	-29