**Минимизация функции S2 с помощью алгоритма Рота:**

Определим множество единичных кубов

*L* =

и множество безразличных кубов

.

Минимизацию безразличных кубов проведём с помощью карты Карно. Для безразличных кубов заполненная карта приведена на рисунке 3.2.4, где символом «x» отмечены наборы, на которых функция не определена.



Рисунок 3.2.4 – Минимизация безразличных кубов с помощью карты Карно

Множество безразличных наборов после минимизации:

Сформируем множество *С0* = *L* ⋃ *N*:

.

Первым этапом алгоритма Рота является нахождение множества простых импликант.

Для реализации этого этапа будем использовать операцию умножения (\*) над множествами *С0, С1* и т. д., пока в результате операции будут образовываться новые кубы большей размерности.

Первый шаг умножения (*С0\*С0*)приведён в таблице 3.2.5.

Таблица 3.2.5 – Поиск простых импликант (*С0\*С0*)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *С0\*С0* | 00111 | 01011 | 01010 | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | 10111 |  |
| 00111 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 01011 | 0yy11 | - |  |  |  |  |  |  |  |
| 01010 | 0yy1y | 0101y | - |  |  |  |  |  |  |
| 01110 | 0y11y | 01y1y | 01y10 | - |  |  |  |  |  |
| 11010 | yyy1y | y101y | y1010 | y1y10 | - |  |  |  |  |
| 10011 | y0y11 | yy011 | yy01y | yyy1y | 1y01y | - |  |  |  |
| 10110 | y011y | yyy10 | yyy10 | yy110 | 1yy10 | 10y1y | - |  |  |
| 10111 | y0111 | yyy11 | yyy1y | yy11y | 1yy1y | 10y11 | 1011y | - |  |
|  | 001y1 | 010y1 | 010y0 | 011y0 | 110y0 | 100y1 | 101y0 | 101y1 | - |

В результате сформируем новое множество кубов:

Множество кубов, не участвовавших в образовании новых кубов, пустое. Также формируется множество = —

Для следующего шага получения множества Z формируется множество = ∪ .

В таблице 3.2.6 приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции \*.

В результате этой операции образуется множество кубов:

Таблица 3.2.6 – Поиск простых импликант (*С1\*С1*)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C1\*C1 | x0111 | 001x1 | 0101x | 010x1 | 01x10 | x1010 | 010x0 | 011x0 | 110x0 | 10x11 | 100x1 | 1011x | 101x0 | 101x1 |
| x0111 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 001x1 | 00111 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0101x | 0yy11 | 0yy11 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 010x1 | 0yy11 | 0yyx1 | 01011 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 01x10 | 0y11y | 0y11y | 01010 | 0101y | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| x1010 | xyy1y | 0yy1y | 01010 | 0101y | 01010 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 010x0 | 0yy1y | 0yyxy | 01010 | 010xy | 01010 | 01010 | - |  |  |  |  |  |  |  |
| 011x0 | 0y11y | 0y1xy | 01y10 | 01yxy | 01110 | 01y10 | 01yx0 | - |  |  |  |  |  |  |
| 110x0 | 1yy1y | yyyxy | y1010 | y10xy | y1010 | 11010 | y10x0 | y1yx0 | - |  |  |  |  |  |
| 10x11 | 10111 | y0111 | yy011 | yy011 | yyx1y | 1y01y | yy01y | yy11y | 1y01y | - |  |  |  |  |
| 100x1 | 10y11 | y0yx1 | yy011 | yy0x1 | yy01y | 1y01y | yy0xy | yyyxy | 1y0xy | 10011 | - |  |  |  |
| 1011x | 10111 | y0111 | yyy1x | yyy11 | yy110 | 1yy10 | yyy10 | yy110 | 1yy10 | 10111 | 10y11 | - |  |  |
| 101x0 | 1011y | y01xy | yyy10 | yyyxy | yy110 | 1yy10 | yyyx0 | yy1x0 | 1yyx0 | 1011y | 10yxy | 10110 | - |  |
| 101x1 | 10111 | y01x1 | yyy11 | yyyx1 | yy11y | 1yy1y | yyyxy | yy1xy | 1yyxy | 10111 | 10yx1 | 10111 | 101xy | - |
| xxx0x | x01y1 | 00101 | 010yx | 01001 | 01xy0 | x10y0 | 01000 | 01100 | 11000 | 10xy1 | 10001 | 101yx | 10100 | 10101 |
| A2 | x01x1 | x01x1 | 010xx | 010xx | 01xx0 | x10x0 | 01xx0 x10x0 | Ø | Ø | 10xx1 | 10xx1 | 101xx | 101xx | Ø |

Множество кубов, не участвовавших в образовании новых кубов, пустое. Также формируется множество = —

Для следующего шага получения множества Z формируется множество = ∪ .

В таблице 3.2.7 приведён следующий шаг поиска простых импликант – операция \*.

Таблица 3.2.7 – Поиск простых импликант (*С1\*С1*)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C2\*C2 | x01x1 | 010xx | 01xx0 | x10x0 | 10xx1 | 101xx |
| x01x1 | - |  |  |  |  |  |
| 010xx | 0yyx1 | - |  |  |  |  |
| 01xx0 | 0y1xy | 010x0 | - |  |  |  |
| x10x0 | xyyxy | 010x0 | 010x0 | - |  |  |
| 10xx1 | 101x1 | yy0x1 | yyxxy | 1y0xy | - |  |
| 101xx | 101x1 | yyyxx | yy1x0 | 1yyx0 | 101x1 | - |
| xxx0x | x0101 | 0100x | 01x00 | x1000 | 10x01 | 1010x |
| A3 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |

Новых кубов (третьей размерности) не образовалось.

Получено множество

Поскольку |C3|≤1, поиск простых импликант заканчивается. Множество простых импликант:

*Z* =*Z0* ⋃ *Z1* ⋃ *Z2 =*

Таблица 3.2.8 Поиск L-экстремалей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| z#(Z-z) | x01x1 | 010xx | 01xx0 | x10x0 | 10xx1 | 101xx | xxx0x |
| x01x1 | - | 010xx | 01xx0 | x10x0 | 100x1 | 101x0 | x1x0x,xx00x,xxx00 |
| 010xx | x01x1 | - | 011x0 | 110x0 | 100x1 | 101x0 | 11x0x,x110x,1x00x,x000x 1xx00,x0x00,xx100 |
| 01xx0 | x01x1 | 010x1 | - | 110x0 | 100x1 | 101x0 | 11x0x,1110x,x1101,1x00x x000x,1xx00,x0x00,1x100 x0100 |

Продолжение таблицы 3.2.8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x10x0 | x01x1 | 010x1 | 011x0 | - | 100x1 | 101x0 | 1110x,11x01,1110x,x1101 1000x,1x001,x000x,10x00 1x100,x0x00,1x100,x0100 |
| 10xx1 | 001x1 | 010x1 | 011x0 | 110x0 | - | 101x0 | 1110x,11x01,1110x,x1101 10000,11001,0000x,x0000 10x00,1x100,x0x00,1x100 x0100 |
| 101xx | 001x1 | 010x1 | 011x0 | 110x0 | 100x1 | - | 1110x,11x01,1110x,x1101 10000,11001,0000x,x0000 10000,11100,00x00,x0000 11100,00100 |
| xxx0x | 00111 | 01011 | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | - |
| Остаток | 00111 | 01011 | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | 1110x,11x01,1110x,x1101 10000,11001,0000x,x0000 10000,11100,00x00,x0000 11100 00100 |

В таблице 3.2.8 из каждой простой импликанты поочерёдно вычитаются все остальные простые импликанты *Z#(Z-z)*.

Получили кубы, “подозрительные” на *L*-экстремальность. Проверяем в таблице 3.2.9.

Таблица 3.2.9 – Проверка на L-экстремальность

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| z#(Z-z) n L | 00111 | 01011 | 01010 | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | 10111 |
| 00111 | 00111 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 01011 | Ø | 01011 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 01110 | Ø | Ø | Ø | 01110 | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 11010 | Ø | Ø | Ø | Ø | 11010 | Ø | Ø | Ø |
| 10011 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 10011 | Ø | Ø |
| 10110 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 10110 | Ø |
| 1110x | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 11x01 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 1110x | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| x1101 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 10000 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 11001 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |

Продолжение таблицы 3.2.9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0000x | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| x0000 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 10000 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 11100 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 00x00 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| x0000 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 11100 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 00100 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |

По результатам таблицы 3.2.9, L-экстремалями стали кубы E.

E =

Далее необходимо проанализировать, какие из исходных единичных кубов не покрыты найденной L-экстремалью. Анализ осуществляется с помощью таблицы 3.2.10

Таблица 3.2.10– Поиск непокрытых наборов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| L#E | 00111 | 01011 | 01010 | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | 10111 |
| x01x1 | Ø | 01011 | 01010 | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | Ø |
| 010xx | Ø | Ø | Ø | 01110 | 11010 | 10011 | 10110 | Ø |
| 01xx0 | Ø | Ø | Ø | Ø | 11010 | 10011 | 10110 | Ø |
| x10x0 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 10011 | 10110 | Ø |
| 10xx1 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 10110 | Ø |
| 101xx | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |

Из таблицы 3.2.10 видно, что все наборы покрыты.

Следовательно, минимальное покрытие будет выглядеть следующим образом