

一、当  $A$  是正规矩阵时，证明  $\|A\|_2 = r(A)$

二、证明  $\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$  是向量范数

三、求一个二阶矩阵的谱分解，很简单

四、

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & i & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } i^2 = -1$$

1) 写出  $A$  的盖尔圆盘

2) 证明  $A$  是单纯矩阵

五、 $A^+$ 的计算，很常规，参考历年真题即可

六、 $A \in C^{n \times n}$  证明  $\det(e^A) = e^{\operatorname{tr}(A)}$

五、设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . (1)求  $A$  的最大秩分解；(2)求  $A^+$ ；(3)用广义逆矩阵方法

判断线性方程组  $Ax=b$  是否有解；(4)线性方程组  $Ax=b$  如有解，求通解和最小范数解；如无解，求最小二乘解和最佳逼近解。