

一、当 A 是正规矩阵时，证明 $\|A\|_2 = r(A)$ 。

二、证明 $\|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$ 是向量范数。

三、求一个二阶矩阵的谱分解，很简单。

四、

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & i & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } i^2 = -1.$$

1) 写出 A 的盖尔圆盘。

2) 证明 A 是单纯矩阵。

五、 A^+ 的计算，很常规，参考历年真题即可。

六、 $A \in C^{n \times n}$ 证明 $\det(e^A) = e^{\text{tr}(A)}$ 。

五、. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. (1) 求 A 的最大秩分解; (2) 求 A^+ ; (3) 用广义逆矩阵方法

判断线性方程组 $Ax=b$ 是否有解; (4) 线性方程组 $Ax=b$ 如有解，求通解和最小范数解; 如无解，求最小二乘解和最佳逼近解。