

考试科目：随机过程与排队论

考试形式：一页纸开卷

考试时间：2014 年秋

1. (10 分) 随机过程 $X(t) = A \cos(t)$, $-\infty < t < +\infty$, 其中 A 是随机变量, 其概率分布律为

A	1	2	3
P	0.2	0.3	0.5

求:

(1) 一维分布函数 $F(\pi/4, x)$ 和 $F(\pi/3, x)$;

(2) 均值函数 $m_x(t)$, 方差函数 $D_x(t)$ 以及协方差函数 $C_x(s, t)$ 。

注: $F(t, x) = P\{X(t) \leq x, t \in T, x \in R = (-\infty, +\infty)\}$ 。

2. (10 分) 某高速公路旁有一个加油站, 汽车按平均每分钟 5 辆的泊松过程通过该加油站。假设通过该加油站的汽车有 40% 的来加油站加油, 求
- (1) 在头 2 分钟和第 3 至 5 分钟这两个时间区间内各有 2 辆汽车通过该加油站的概率。
 - (2) 在头 2 分钟内, 通过该加油站 5 辆汽车且仅有 1 辆汽车来加油站加油的概率。

3. (16 分) 设齐次马氏链 $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的状态空间 $E = \{1, 2, 3\}$, 一步状态转移矩阵

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

- (1) 论其遍历性
(2) 求平稳分布
(3) 求概率 $P\{X(4) = 1 | X(1) = 2, X(2) = 3\}$;
(4) 已知 $X(0)$ 的分布率如下表所示, 求 $P\{X(1) = 1, X(2) = 2, X(3) = 3\}$ 和 $X(2)$ 的分布律。

$X(0)$	1	2	3
P	0.2	0.3	0.5

4. (12 分) 设齐次马氏链 $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的状态空间 $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

- (1) 画出状态转移图;
- (2) 讨论各状态性质;
- (3) 分解状态空间。

5. (16 分) 某打字室有 2 个打字员独立打字, 假定每个打字员打一份文稿的时间都服从指数分布, 平均 20 分钟。又假定文稿以泊松流到达, 平均每小时到达 5 份。试求系统达到平稳时
- (1) 文稿积压的概率及平时积压的文稿数;
 - (2) 每份文稿在打字室的平均逗留时间和平均等待打字的时间;
 - (3) 文稿到达打字室后立即可以打字的概率;
 - (4) 平均忙的打字员数。

6. (10 分) 假定某电影网站有 3 台服务器, 其中 2 台备用, 只有一个维修工人。如果服务器正常工作时间服从指数分布, 平均 2 天, 而调整维修一台服务器的时间是负指数分布, 平均 1 天。求网站正常运转的概率及由于停机网站无法运转的概率。

7. (20 分) 某计算中心的信息交换站接受到的信息流为泊松流, 每秒钟到达 15 份信息, 信息从交换站输出服从指数分布, 平均每秒钟 20 份, 试求: 若缓冲器的存储空间仅可存储 4 份信息, 则平稳时的概率分布, 信息损失的概率, 信息交换站的平均信息数, 缓冲器中的平均信息数, 每份信息在交换站的平均逗留时间和平均等待时间。

8. (6 分) 设有一排队系统：顾客按参数为 2 的泊松流到达；顾客所需的服务时间序列独立、服从参数为 5 的 2 阶爱尔朗分布；系统中只有一个服务台，容量为无穷大；顾客到达时，若服务台空闲就立即接受服务，否则就排队等待，并按先到先服务的顺序接受服务，而且到达过程与服务过程彼此独立。试求该系统的平均队长、平均等待队长、平均等待时间、平均逗留时间。

PDF 制作人：Xovee，个人网站：<https://www.xovee.cn>

审校：Morton Wang, GitHub: <https://github.com/MortonWang>

本 PDF 由一模糊的拍摄图片转制而成，如有错误，请发邮件到 uestc-course@outlook.com

2015 年春的试题似与本试题内容一致，故从仓库移除。

uestc-course 仓库，您可以在这里找到更多复习资源：<https://github.com/Xovee/uestc-course>
