引用格式: 刘昊天,王玉惠,陈谋,等. 基于对局迭代的无人机空战博弈研究[J]. 电光与控制 2022, 29(2): 1-6. LIU H T, WANG Y H, CHEN M, et al. UAV air combat game based on iteration method [J]. Electronics Optics & Control, 2022, 29(2): 1-6.

基于对局迭代的无人机空战博弈研究

刘昊天, 王玉惠, 陈 谋, 张逸航 (南京航空航天大学自动化学院, 南京 211000)

摘要:基于对局迭代对多无人机协同空战博弈决策问题进行了研究。首先,根据敌我双方作战态势和效能参数信息,利用矩阵对策法建立敌我双方对抗支付博弈模型,得到支付矩阵;然后,根据混合策略纳什均衡的定义及其推导过程给出了使用对局迭代求解空战博弈混合策略纳什均衡的方法与求解步骤;最后,通过仿真实例验证了该方法的可行性及有效性,为解决多无人机空战策略问题提供了有价值的参考。

关键词: 多无人机协同; 空战; 纳什均衡; 矩阵对策法; 对局迭代

中图分类号: V249 文献标志码: A **doi**: 10. 3969/j. issn. 1671 - 637X. 2022. 02. 001

UAV Air Combat Game Based on Iteration Method

LIU Haotian, WANG Yuhui, CHEN Mou, ZHANG Yihang

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211000, China)

Abstract: The decision-making problem of multi-UAV cooperative air combat based on game iteration is studied. Firstly, based on the combat situation of the two sides and effectiveness parameters, the matrix game method is used to establish the confrontation payoff game model of the two sides to obtain the payoff matrix. Then, according to the definition of the mixed strategy's Nash equilibrium and its derivation process, the method for solving the mixed strategy's Nash equilibrium in air combat using game iteration is obtained and the steps are given. Finally, simulation examples have verified the feasibility and effectiveness of the method, which provides a valuable reference for solving multi-UAV air combat strategies.

Key words: multi-UAV cooperation; air combat; Nash equilibrium; matrix game method; game iteration

0 引言

近年来,无人机因拥有低风险、低成本、高性价比、高过载以及优越的隐身性能和灵活性等优点而备受青睐。在战场上发挥的重要作用也日益凸显[1-2]。为进一步提升无人机的空战性能。在建立精确的空战模型的基础上研究先进的空战决策方法对于保证无人机空战的优势具有重要意义。

无人机作为未来空中战场的主要作战单元,攻防决策是其作战必备的功能之一,相关的研究成果促进了空战态势评估与决策的进一步发展^[3-6]。文献 [4] 针对战斗机的超视距协同空战建立了改进的非参量法的态势评估模型,然后将各种威胁函数加权求和得到总体威胁态势函数,为无人机空战决策提供技术参考;

收稿日期: 2021-01-16 修回日期: 2021-02-22

基金项目: 科技创新 2030 - "新一代人工智能"重大项目(2018AA01

00805)

作者简介: 刘昊天(1995 一) 男 新疆乌鲁木齐人 硕士生。

文献[5]建立了超视距空战能力层次结构体系模型 根 据空战目标分配模型通过遗传算法解得决策结果; 文献 [6]以多机协同空战的目标分配问题为研究对象 构建 攻击优势矩阵,建立整体优势函数,进行目标均衡和任 务均衡分配 提出了一种改进的遗传算法用于解决协同 空战的目标分配并进行决策。近年来,在上述研究成 果[3-6]的基础上,为进一步提升决策性能,很多学者考虑 引入博弈论来开展无人机空战决策研究[7-9] 其基本思 想是综合考虑敌我双方的态势通过博弈得出纳什均衡 值 从而使得决策结果更加符合实际的空战。文献[7] 建立了多无人机空战博弈模型 给出了博弈支付矩阵, 并且利用量子粒子群算法解出了空战博弈的纳什均衡 解; 文献 [8] 利用区间数研究不确定信息下的无人机攻 防博弈 根据敌我双方各个作战参数的区间信息 建立 不确定敌我双方攻防对抗的博弈模型 利用区间可能度 公式 采用线性规划法求解纳什均衡值; 文献 [9] 将粒子 群算法与区间数多属性排序方法相结合 给出基于不确 定信息下博弈纳什均衡求解方法。目前 这些关于多无 人机空战博弈决策问题的研究虽然已经取得了一些成 果^[7-9] 但未能充分体现博弈双方的对抗 ,另外 ,所采取的寻优算法 ,如遗传算法 ,粒子群算法等 ,都有易陷入局部最优等问题亟待解决。

综上分析 本文基于对局迭代针对多无人机协同空战博弈决策问题开展研究。首先 通过敌我双方作战态势和效能参数信息 利用矩阵对策法建立敌我双方对抗支付博弈模型与支付矩阵; 然后 利用对局迭代求解空战博弈混合策略的纳什均衡解; 最后 通过实例仿真验证了所提方法的有效性。

1 无人机空战优势函数

1.1 无人机空战态势优势函数

在空战中,无人机通过机载目标探测传感器和接收到的其他无人机、预警机或地面站等探测到的目标信息[10]对敌方目标进行定位与识别。

为便于分析,以我方a机与敌方b机为例给出单对单对抗的空战态势如图1所示。

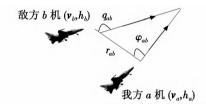


图 1 无人机单对单对抗态势图

Fig. 1 The confrontation situation of a single UAV vs a single UAV

图 1 中: r_{ab} 为我方第 a 架无人机与敌方第 b 架无人机之间的距离; v_a 和 v_b 分别为我机和敌机速度; h_a 和 h_b 分别为我机和敌机的高度; φ_{ab} 为我方第 a 架无人机相对敌方第 b 架无人机的提前角; q_{ab} 为敌方第 b 架无人机相对我方第 a 架无人机的进入角。

角度优势 $W_{a,i}$ 表示为[11]

$$W_{a_{ab}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{|\pi - q_{ab}| - |\varphi_{ab}|}{2\pi} \right)$$
 (1)

由式(1)可知 ,当我方无人机尾随敌方无人机时 ,我方的角度优势最大 ,当敌方无人机尾随我方无人机时 ,我方角度优势最小 符合实际空战情况。

速度优势 W, 表示为[7]

$$W_{v_{ab}} = \begin{cases} 0.1 & v_{a} \leq 0.6v_{b} \\ -0.5 + \frac{v_{a}}{v_{b}} & 0.6v_{b} < v_{a} < 1.5v_{b} \end{cases}$$
 (2)

当无人机速度快于对方时,会获得速度优势。

距离优势 $W_{r_{ab}}$ 表示为[7]

$$W_{r_{ab}} = e^{-((r_{ab} - R_0)/\sigma)^2}$$
 (3)

式中: r_{ab} 为两机之间的距离; $\sigma = 10(R_{max} - R_{min})$ R_{max} 为导弹的最大发射距离 R_{min} 为导弹的最小发射距离; $R_0 =$

 $\frac{R_{\max} + R_{\min}}{2}$ 。当 $r_{ab} > R_{\max}$ 时,认为距离优势为零;敌我双

方无人机距离不断减小,距离优势逐渐增大,当 r_{ab} = R_0 时,距离优势达到最大值;随着双方距离进一步缩小,距离优势又逐渐减小。

高度优势 W, 表示为[11]

$$W_{h_{ab}} = \begin{cases} 1 & h_{ab} \ge 5 \text{ km} \\ 0.55 + 0.09h_{ij} & -5 \text{ km} \le h_{ab} < 5 \text{ km} \\ 0.1 & h_{ab} < -5 \text{ km} \end{cases}$$
 (4)

式中 h_{ab} 是我方无人机与敌方无人机的高度差 ,我方无人机在敌方无人机上方时将获得高度优势 ,与实际情况相符。

综合角度、速度、距离和高度优势函数,每架无人机空战整体态势优势函数 W_{\odot} 可表示为

$$\begin{split} W_{s_{ab}} &= k_1 W_{a_{ab}} + k_2 W_{r_{ab}} + k_3 W_{r_{ab}} + k_4 W_{h_{ab}} \\ 式中 \ k_1 \sim k_4 \ \text{为加权系数} \ \ \underline{\textbf{L}} \ k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 1 \ . \end{split} \tag{5}$$

1.2 无人机空战效能优势函数

无人机空对空作战效能优势指数 C 主要选用 5 个 因素来衡量无人机的空对空作战能力 其算式为

$$C = [\ln(\sum A_1 + 1) + \ln(\sum A_2)] \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \quad (6)$$

式中: A_1 为武器杀伤力参数; A_2 为探测能力参数; ε_1 为生存力系数; ε_2 为航程系数; ε_3 为电子对抗系数。由于式(6) 计算出的空战效能指数与之前得出的空战态势指数量级差别较大 需要进一步处理。为使空战效能指数的值处于 [0,1] 区间内 重新定义空战效能优势函数 W_{ε} 为

$$W_{C_{ab}} = \begin{cases} 0 & C_a/C_b < 0.3 \\ 0.4 & 0.3 \le C_a/C_b < 1 \\ 0.5 & C_a/C_b = 1 \\ 0.6 & 1 < C_a/C_b < 1.5 \\ 1 & C_a/C_b \ge 1.5 \end{cases}$$
 (7)

式中 \mathcal{L}_a 和 \mathcal{L}_b 分别为我机和敌机的空对空效能指数。

1.3 无人机空战支付矩阵

每架无人机空战综合优势函数可表示为空战态势 优势函数 W_{s_a} 与空战效能优势函数 W_{c_a} 的加权和。我 方每架无人机空战的综合优势函数 $u_{1,a}$ 表示为

$$u_{1_{ab}} = l_1 W_{s_{ab}} + l_2 W_{C_{ab}} \tag{8}$$

式中 , l_1 和 l_2 为加权系数 ,且 l_1 + l_2 = 1 。同理可得敌方空战总体优势函数 u_{2_1} 。

多无人机空战博弈支付矩阵 A 定义如下

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_n \\ \alpha_1 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \alpha_2 & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha_n & a_n & \cdots & a_n \end{bmatrix}$$
(9)

式中: a_{ij} 为我方无人机采取 α_i 策略且敌方无人机采取 β_j 策略时我方无人机的收益; m 和 n 分别为我方无人机策略数量与敌方无人机策略数量。

当我方选取策略 α_i 时 我方获得收益 g_i 为

$$g_i = \sum_{a=1}^p \sum_{b=1}^l x_{ab}^{\alpha_i} u_{1_{ab}}$$
 (10)

当敌方选取策略 β_i 时 敌方获得收益 t_i 为

$$t_{j} = \sum_{a=1}^{p} \sum_{b=1}^{l} y_{ba}^{\beta_{j}} u_{2_{ba}}$$
 (11)

所以我方无人机获得总收益 а;;为

$$a_{ij} = g_i - t_i \tag{12}$$

其中: p 为我方无人机数量; l 为敌方无人机数量; x_{ab} y_{ba} 分别为二值决策变量 x_{ab} =1 表示我方第 a 架无人机攻击敌方第 b 架无人机 x_{ab} =0 表示我方第 a 架无人机没有攻击敌方第 b 架无人机 y_{ba} =1 表示敌方第 b 架无人机攻击我方第 a 架无人机 y_{ba} =0 表示敌方第 b 架无人机没有攻击我方第 a 架无人机; $x_{ab}^{\alpha_i}$ $y_{ba}^{\beta_i}$ 分别为当我方选取策略 α_i 、敌方选取策略 β_i 时 x_{ab} 与 y_{ba} 的具体取值。

2 多无人机空战博弈模型

本文仅讨论无人机空战博弈策略集。

2.1 无人机空战博弈纯策略集

在敌我双方空战中,将我方和敌方无人机分别看作博弈对抗的两个局中人[12-13],多无人机空战博弈模型矩阵对策 0 可表示为

$$Q = (S_1, S_2; \mathbf{A}) \tag{13}$$

式中: $S_1 = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ , \cdots \ \alpha_m \}$,为我方无人机的纯策略集; $S_2 = \{\beta_1 \ \beta_2 \ , \cdots \ \beta_n \}$,为敌方无人机的纯策略集; $A = (a_{ij})_{m \times n}$,为博弈支付矩阵。在纯策略博弈的情况下,往往不存在一个双方均可接受的平衡局势,所以在情况复杂的空战环境下研究空战博弈问题只使用纯策略集往往无法求出纳什均衡解,为此引入混合策略集 $[^{14-15}]$ 。

2.2 无人机空战博弈混合策略集

在博弈中,若不存在一个双方均可接受的平衡局势,可以给出一个选取策略的概率分布,我方无人机以概率 $\{x_1 \ x_2 \ ; \cdots \ x_m\}$ 选取纯策略 $\{\alpha_1 \ \alpha_2 \ ; \cdots \ \alpha_m\}$ 敌方无人机以概率 $\{y_1 \ y_2 \ ; \cdots \ y_n\}$ 选取纯策略 $\{\beta_1 \ \beta_2 \ ; \cdots \ \beta_n\}$ 。记

$$S_1^* = \{ \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^m \mid x_i \ge 0 \ i = 1 \ 2 \ ; \dots \ m \sum_{i=1}^m x_i = 1 \} \quad (14)$$

$$S_2^* = \{ \mathbf{y} \in \mathbf{R}^n \mid y_j \ge 0 \mid j = 1 \mid 2 \mid \dots \mid n \mid \sum_{j=1}^n y_j = 1 \}$$
 (15)

式中: S_1^* 和 S_2^* 分别为我方无人机和敌方无人机的混合策略集 $\boldsymbol{x} \in S_1^*$ $\boldsymbol{y} \in S_2^*$ 分别为我方无人机和敌方无人机的混合策略; $\forall \boldsymbol{x} \in S_1^*$, $\forall \boldsymbol{y} \in S_2^*$,称($\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}$)为 Q 的一个混合局势[11] 则有

$$E(x \ y) = xAy^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_{i}y_{j}$$
 (16)

式中 E(x,y) 为我方无人机的期望支付函数 ,此时的矩阵对策记成

$$Q^* = (S_1^* \ S_2^*; E) \tag{17}$$

式中 Q^* 为 Q 的混合扩充。

3 无人机空战博弈求解

3.1 混合策略纳什均衡

由式(17) 可知 Q^* 是我方和敌方无人机的一个混合策略 如果两个局中人均按照"从最不利的情形中选取最有利的结果"的原则 [16] ,则我方无人机可保证自己的支付的期望值不少于

$$v_1 = \max_{x \in S_1^*} \min_{y \in S_2^*} E(x \ y)$$
 (18)

敌方无人机可保证所失的期望值至多是

$$v_2 = \min_{y \in S_2^*} \max_{x \in S_1^*} E(x \ y)$$
 (19)

 Q^* 存在纳什均衡解的充分必要条件为

$$\max_{\boldsymbol{x} \in S_1^+} \min_{\boldsymbol{y} \in S_2^+} E(\boldsymbol{x} \boldsymbol{y}) = \min_{\boldsymbol{y} \in S_2^+} \max_{\boldsymbol{x} \in S_1^+} E(\boldsymbol{x} \boldsymbol{y}) = V_G \quad (20)$$

式中 V_c 为博弈 Q^* 的值。则称满足式(20)的($\mathbf{x}^* \mathbf{y}^*$)为 Q^* 在此混合策略中的纳什均衡解。

由式(20) 可知 对于满足此式的($x^* y^*$) 对一切 $x \in S_1^* y \in S_2^* \in Q^*$ 的纳什均衡解的充要条件还可表示为

$$E(\mathbf{x} \mathbf{y}^*) \leq E(\mathbf{x}^* \mathbf{y}^*) \leq E(\mathbf{x}^* \mathbf{y}) _{\circ}$$
 (21)

当我方无人机取纯策略 α_i 、敌方无人机取混合策略 y 时,记我方相应的支付函数可表示为

$$E(i \ y) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_{j}$$
 (22)

同理 当我方无人机取混合策略 x 和方无人机取纯策略 β 时 我方相应支付函数为

$$E(\mathbf{x} \mathbf{j}) = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i$$
 (23)

综合式(22) ~ (23) ,可得

$$E(\mathbf{x} \ \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{i} y_{j} = \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_{j} \right) x_{i} = \sum_{i=1}^{m} E(i \ \mathbf{y}) x_{i} = \sum_{j=1}^{n} E(\mathbf{x} \ \mathbf{j}) y_{j}$$
(24)

式(24) 为式(21) 的等价形式。从而 ,对 $\mathbf{x} \in S_1^*$, $\mathbf{y} \in S_2^*$, $(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*)$ 为 O^* 的纳什均衡解的充分必要条件还可表示为

这样就可以把要验证无限个(不可数)不等式的问题转化为只需要验证有限个不等式的问题,从而使后面的研究大大简化。

相应地 此时博弈 Q^* 的值 V_c 还可表示为

 $V_{G} = \max_{\boldsymbol{x} \in S_{1}^{*}} \min_{1 \leq j \leq n} E(\boldsymbol{x} \mid j) = \min_{\boldsymbol{y} \in S_{2}^{*}} \max_{1 \leq i \leq m} E(i \mid \boldsymbol{y}) \circ (26)$

3.2 基于对局迭代的博弈纳什均衡值求解

基于对局迭代的博弈纳什均衡值求解过程如图 2 所示。

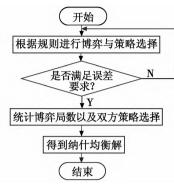


图 2 对局迭代整体流程图

Fig. 2 Flow chart of game iteration

对局迭代法是求解博弈问题纳什均衡值的一种有效方法 其基本思想是: 多次博弈时 在每局博弈中 我方无人机和敌方无人机都选取一个使对方获得最不利结果的纯策略 $^{[17]}$ 即在第 t+1 局中 我方无人机选取纯策略使得敌方无人机前 t 局的累计所失为最多 而敌方无人机选取纯策略使前 t 局我方无人机的累计所得为最少。

具体做法是: 在第一局博弈中 我方无人机和敌方无人机都任意选取一个策略 没我方无人机选取策略 α_{i_i} 敌方无人机选取策略 β_{j_i} 假设博弈已经进行了 t 局 k = 1 2 , \cdots t 这时 我方无人机已经选取的策略序列是 α_{i_i} α_{i_i} α_{i_i} , α_{i_i} 和方无人机已经选取的策略序列是 β_{i_i} β_{i_i} β_{i_i} β_{i_i} β_{i_i} 在第 t + 1 局中 我方无人机将选取策略 $\alpha_{i_{i,i}}$ 使得

$$\sum_{k=1}^{t} a_{i_{t+1}j_k} = \max_{1 \le i \le m} \sum_{k=1}^{t} a_{ij_k}$$
 (27)

$$\sum_{k=1}^{t} a_{i_{k}j_{t+1}} = \min_{1 \le j \le n} \sum_{k=1}^{t} a_{i_{k}j} \, \, \circ \tag{28}$$

设在前 t 局博弈中 我方无人机选取策略 α_i 的次数为 $t_i^{(1)}$ j=1 2 \cdots m; 敌方无人机选取策略 β_j 的次数为 $t_i^{(2)}$ j=1 2 \cdots n 记

$$\mathbf{x}_{t} = \left(\frac{t_{1}^{(1)}}{t}, \frac{t_{2}^{(1)}}{t}, \cdots, \frac{t_{m}^{(1)}}{t}\right) \tag{29}$$

$$\mathbf{y}_{t} = \left(\frac{t_{1}^{(2)}}{t}, \frac{t_{2}^{(2)}}{t}, \cdots, \frac{t_{n}^{(2)}}{t}\right) \circ$$
 (30)

根据式(26) (25) (22) 和(23) 从而有
$$\min_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \frac{t_{i}^{(1)}}{t} = \min_{1 \leq j \leq n} E(\mathbf{\textit{x}}_{t} \mathbf{\textit{j}}) \leqslant \max_{\mathbf{\textit{x}} \in S_{i}^{*}} \min_{1 \leq j \leq n} E(\mathbf{\textit{x}}_{\mathbf{\textit{j}}}) \ (31)$$

$$\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \frac{t_{j}^{(2)}}{t} = \max_{1 \leq i \leq m} E(i \mathbf{y}_{t}) \leq \min_{\mathbf{y} \in S_{s}^{i}} \max_{1 \leq i \leq m} E(i \mathbf{y})$$
(32)

所以有

$$\frac{1}{t} \min_{1 \le j \le n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} t_i^{(1)} \le V_G \le \frac{1}{t} \max_{1 \le i \le m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} t_j^{(2)} \quad (33)$$

由 $t_i^{(1)}$ 和 $t_i^{(2)}$ 的定义 易知

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} t_i^{(1)} &= \sum_{k=1}^{t} a_{i_k j} \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} t_j^{(2)} &= \sum_{k=1}^{t} a_{ij_k} \end{cases}$$
(34)

因此 若记

$$\begin{cases} v_{t} = \frac{1}{t} \min_{1 \le j \le n} \sum_{k=1}^{t} a_{i_{k}j} \\ \bar{v}_{t} = \frac{1}{t} \max_{1 \le i \le m} \sum_{k=1}^{t} a_{ij_{k}} \end{cases}$$
 (35)

则有 $\underline{v_i} \leqslant V_G \leqslant \overline{v_i}$,再记 $v_i = \frac{v_i + \overline{v_i}}{2}$,表示我方无人机在

前 t 局中的平均支付,可以证明[18]

$$\lim v_t = V_G \quad \circ \tag{36}$$

综上所述 x_i 和 y_i 可分别作为我方无人机和敌方无人机的近似最优策略 $m_i v_i$ 可作为 V_i 的近似值。

对局迭代的终止准则有两个:

- 1) 给定迭代次数 t;
- 2) 给定允许误差 ε (0 < ε < 1) ,当迭代次数 t 满足 $\bar{v}_t v_t \leqslant \varepsilon$ 时,迭代结束。

4 空战仿真实例研究

假设以敌我双方 3 对 2 无人机空战为例 即我方有 2 架无人机(U_1 , U_2) 速度均为 v_i = 225 m/s 空对空效能指数 0.80。敌方有 3 架无人机(N_1 , N_2 , N_3), 速度均为 v_j = 200 m/s 空对空效能指数 0.75。敌我双方雷达最大跟踪距离均为 R_r = 70 km, 导弹最大射程均为 R_{\max} = 60 km, 导弹最小射程均为 R_{\min} = 1 km, 取 k_1 = 0.39, k_2 = 0.15 k_3 = 0.26 k_4 = 0.2 l_1 = 0.6 l_2 = 0.4。假设敌我双方无人机每次攻击时只能攻击一个目标。敌我双方无人机空战态势由表 1 给出,双方无人机空战策略集由表 2 给出,表中 φ_{ij} q_{ij} r_{ij} 含义见 1.1 节。

表 1 空战双方态势信息表

Table 1 Situation information of both sides of air combat

敌方	我方	$arphi_{ij}$ /($^{\circ}$)	q _{ij} /(°)	r_{ij}/km
N_1	U ₁	15	135	50
N_1	U_2	45	90	40
N_2	U_1	45	120	60
N_2	U_2	60	80	65
N_3	U_1	0	150	60
N_3	U_2	15	120	65

表 2 敌我双方无人机空战策略集
Table 2 The strategy set of air combat

	 敌方无人机进攻策略
U ₁ 攻击 N ₁	N ₁ 和 N ₂ 攻击 U ₁
U ₂ 攻击 N ₂	· N ₃ 以击 U ₂
U_1 攻击 N_1 α_2 U $\alpha = N$	β_2 N 和 N 攻击 U β_2
U ₂	N ₃ 以击 U ₁
U_1 攻击 N_2	β_3 N 和 N 攻击 U β_3 N 不
U ₂ 攻击 N ₁	N ₂ 攻击 U ₂
U ₁ 攻击 N ₂	N ₁ 和 N ₃ 攻击 U ₂
U ₂ 攻击 N ₃	P ⁴ N ₂ 攻击 U ₁
υ ₁ 攻击 N ₃	N ₂ 和 N ₃ 攻击 U ₁
α ₅ U ₂ 攻击 N ₁	β ₅ N ₁ 攻击 U ₂
U ₁ 攻击 N ₃	N ₂ 和 N ₃ 攻击 U ₂
α ₆ U ₂ 攻击 N ₂	$oldsymbol{eta_6}$ $\mathrm{N_1}$ 攻击 $\mathrm{U_1}$
α_7 U_1 和 U_2 同时攻击 N_1	$oldsymbol{eta_7}$ N_1 N_2 和 N_3 同时攻击 U_1
α_8 U_1 和 U_2 同时攻击 N_2	$oldsymbol{eta_8}$ $\mathrm{N_1}$ $\mathrm{N_2}$ 和 $\mathrm{N_3}$ 同时攻击 $\mathrm{U_2}$
α ₉ U ₁ 和 U ₂ 同时攻击 N ₃	

由式 $(1) \sim (12)$ 以及敌我双方空战参数,可以求出敌我双方无人机空战博弈支付矩阵 A=

 $oldsymbol{eta}_2$ β_7 β_3 $eta_{\scriptscriptstyle 4}$ β_5 β_8 0. 024 0. 121 0. 070 0. 137 0. 085 0. 086 0.020 0.136 0. 027 0. 124 0. 100 0. 140 0. 088 0. 089 0.050 0.139 -0.002 0.095 0.044 0.110 0.059 0.060 -0.060 0.110 0.006 0.103 0.052 0.190 0.067 0.068 0.002 0.118 α_{4} 0.008 0.105 0.054 0.121 0.069 0.070 α_5 0.004 0.120 0. 013 0. 110 0. 059 0. 126 0. 074 0. 075 0.009 0.125 0. 019 0. 116 0. 065 0. 132 0. 080 0. 081 0.015 0.131 α_7 ! 0.003 0.100 0.049 0.116 0.059 0.060 -0.010 0.115 α_9 L 0. 016 0. 113 0. 062 0. 129 0. 077 0. 078 0.012 0.128

博弈支付矩阵 A 中每行的元素表示我方无人机的作战策略,每列元素表示敌方无人机的作战策略。其中 $(\alpha_i \beta_j)$ 表示我方无人机采取 α_i 策略、敌方无人机采取 β_j 策略时我方无人机获得的收益。

通过对局迭代对此种情况下的空战博弈纳什均衡值进行求解在 Matlab 平台上进行仿真验证。

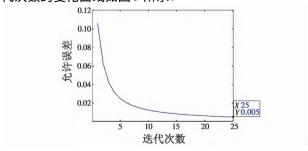


图 3 允许误差

Fig. 3 Allowable error

根据图 3 可知 在迭代至第 25 代时 .也就是博弈进行第 25 局时 允许误差达到 0.005。根据式(27) ~(28) ,记录下前 25 局我方累计所得与敌方累计所失 x_ι 和 y_ι 可作为我方无人机和敌方无人机的近似最优策略 x^* 和 y^* 。根据迭代结果 在前 25 局我方累计所得最大值为 3.471,敌方累计所失最小值为 -0.008。由式(36) 可得 .我方无人机在达到纳什均衡状态下的收益 V_c 近似为 $V_c \approx v_\iota = (\frac{3.471}{25} + \frac{-0.008}{25})/2 = 0.069$ 。

取策略 α , 以 1/25 的概率选取策略 α ; 敌方无人机以

23/25 的概率选取策略 β_1 ,以 1/25 的概率选取策略 β_3 ,

以 1/25 的概率选取策略 β_7 时可以得到纳什均衡。

从仿真结果可以看出 利用对局迭代能够得到敌我 双方无人机空战的混合策略纳什均衡值 敌我双方可以 达到一种平衡状态 如果任何一方破坏这种平衡状态都 会使自己的收益减小。这样 敌我双方在考虑对方选取 最优策略时能够找到一种对己方最有利的作战策略 从 而实现无人机空战博弈 符合实际空战的情形。

对局迭代法与遗传算法对比见表3。

表 3 对局迭代法与遗传算法对比

Table 3 Comparison between game iteration method and genetic algorithm

参数	对局迭代法	遗传算法
稳定时的迭代次数	25	40
陷入局部最优值概率	0	0.1

由表 3 可以看出,求解相同情况下的空战博弈纳 什均衡时,对局迭代法相对于遗传算法收敛更快,并且 没有陷入局部最优值的风险。

5 结论

本文针对多无人机空战博弈问题进行了研究。根据敌我双方空战态势和效能参数信息建立敌我双方无人机空战博弈模型,给出了混合策略纳什均衡的推导步骤,利用对局迭代在 Matlab 平台进行仿真求解出了博弈的纳什均衡值,完成在双方博弈时考虑敌方策略的同时选取最有利己方的策略,符合空战情形,并且与遗传算法等方法相比,此种方法不存在陷入局部最优值等问题,是一种在空战博弈中求解纳什均衡值较为

科学的方法。

参考文献

- [1] 李战武,常一哲,孙源源,等.中远距协同空战多目标 攻击决策[J].火力与指挥控制 2016(2):36-40.
- [2] 朱爱峰. 基于 Petri 网的多机协同多目标攻击决策技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学 2010.
- [3] 徐邦年.未来空战与航空装备的发展[J].中国科技教育 2011(1):57-61.
- [4] 滕鹏 刘栋 ,张斌 ,等. 超视距协同空战态势评估方法 研究[J]. 电光与控制 2008, 15(10): 47-50.
- [5] 徐康发. 多机协同空战智能决策与评估方法 [D]. 南京: 南京航空航天大学 2020.
- [6] 张林 冯良 万新龙. 改进遗传算法的多机超视距协同 空战目标分配方法 [J]. 四川兵工学报 2013, 34(10): 20-24
- [7] 赵明明 李彬 王敏立. 多无人机超视距空战博弈策略 研究[J]. 电光与控制 2015, 22(4):41-45.
- [8] LI S Y, WU Q X. Air combat situation assessment of multiple UCAVs with incomplete information [C]//Proceedings of Chinese Intelligent Systems Conference. Singapore: Springer, 2020: 18-26.
- [9] 陈侠 刘敏 胡永新. 基于不确定信息的无人机攻防博 弈策略研究[J]. 兵工学报 2012, 33(12):1510-1515.
- [10] CHEN X, ZHAO M M. Multi-UAV air-combat strategy

- research base on the incomplete information dynamic game in uncertain environment [C]//International Conference on Systems Control, Simulation and Modeling. [S.l.]: Trans Tech Publications, Ltd., 2013: 1755-1759.
- [11] CHEN X, ZHAO M M. The decision method research on air combat game based on uncertain interval information [C]//The 5th International Symposium on Computational Intelligence and Decision (ISCID). Hangzhou: IEEE, 2012: 456–459.
- [12] AUBIN J P. Mathematical method of games economic theory [M]. New York: North-Holland Publish Company, 1979.
- [13] AUMANN R, MASCHLER M. The bargaining set for cooperative games [M]. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1964: 443-447.
- [14] BILLERA L J, HEATH D C. Allocation of shared costs: a set of axioms yielding a unique procedure [J]. Mathematics of Operations Research, 1982, 7(1): 32–39.
- [15] 徐超. 基于遗传模糊树的先进战机协同空战决策技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学 2020.
- [16] 刁在筠 郑汉鼎 刘家壮 等. 运筹学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社 2001.
- [17] 谢政. 对策论导论 [M]. 北京: 科学出版社 2010.
- [18] ROBINSON J. An iterative method of solving a game [J]. Annals of Mathematics, 1951, 54(2): 296-301.

下 期 要 目

跟瞄系统精跟踪图像及角误差量旋转变换的研究 美国未来空空导弹发展研究与思考 凸优化 SAR 的城区不规则高层建筑反演重构成像 基于预设性能的直升机火箭弹后坐力补偿控制 "低慢小"目标多体制武器分配优化模型 一种基于双向 GRU 的 UAV 飞行轨迹预测方法 基于改进 GA 的周期长码直扩信号 PN 码估计 基于2D-RFRFT 的密集假目标干扰自适应抑制算法 针对动态障碍物的无人机最优避撞策略 改进混沌粒子群算法的四旋翼 PID 姿态控制 座舱显示控制界面组件化设计方法研究 图形处理器适航符合性技术研究 DoS 攻击下异质多智能体系统二分包含控制 基于平滑变结构 – 卡尔曼滤波的目标定位方法