文章编号:1002-0640(2022)04-0050-05

# 诱饵干扰下无人机集群攻击阈值控制方法\*

王晓光 <sup>1,2</sup>, 雷晓犇 <sup>1</sup>, 杜 军 <sup>1</sup>, 王小平 <sup>1</sup>, 马彩东 <sup>1</sup>, 姚 欣 <sup>3</sup> (1.空军工程大学航空工程学院, 西安 710038; 2.西北工业大学自动化学院, 西安 710072; 3.陕西师范大学大兴新区小学, 西安 710016)

摘 要:针对诱饵干扰下无人机集群作战中的计算量爆炸,攻击阈值控制解算困难问题,给出了一种基于兰彻斯特方程和最优控制模型的无人机集群作战攻击阈值控制方法。从机载雷达的性能出发,建立作战双方兵力损耗的微分方程,从而构建改进兰彻斯特方程;以兰彻斯特方程为最优控制的状态方程,以无人机攻击阈值为控制变量,建立弹药约束下无人机集群空战的最优控制模型,并且证明一方剩余兵力的最大化等价于另一方剩余兵力的最小化;最后采用直接凸优化法对最优控制问题进行求解,并进行仿真验证。

关键词:无人机,攻击阈值控制,集群作战,最优控制,兰彻斯特方程

中图分类号:TJ85;V249

文献标识码:A

DOI: 10.3969/j.issn.1002-0640.2022.04.008

引用格式:王晓光,雷晓犇,杜军,等.诱饵干扰下无人机集群攻击阈值控制方法[J].火力与指挥控制,2022,47 (4):50-54.

# Study on the Attack Threshold Control Methods in UAV Clusters' Combat under Baits Jamming

WANG Xiao-guang<sup>1,2</sup>, LEI Xiao-ben<sup>1</sup>, DU Jun<sup>1</sup>, WANG Xiao-ping<sup>1</sup>, MA Cai-dong<sup>1</sup>, YAO Xin<sup>3</sup>

(1.Aviation Engineering School, Air Force Engineering University, Xi' an 710038, China
2.School of Automation, Northwest Polytechnical University, Xi' an 710072, China
3.Daxing New District Primary School, Shanxi Normal University, Xi' an 710016, China)

Abstract: The purpose of this paper is to solve the calculation problems of attack threshold caused by calculated explosion in UAV clusters' combat under baits pamming. The UAV clusters' attack threshold control method is given based on the Lanchester equations and optimal control model. Firstly, on the basis of operational performance of airborne radar, the differential equations of the both sides' force attritions are established, so that the improved Lanchester equations can be constructed. Secondly, tasking the Lanchester equations as state equations of the optimal control, and taking UAVs' attacking threshold as the control variables, the UAV clusters' combat optimal control model can be established under ammunition constraints. And it is proved that maximizing the remaining forces of one side is equal to minimizing the remaining forces of the other side. Finally, the optimal control problem is solved with Direct Convex Optimization Method, and the simulation verification is carried out.

**Key words:** UAV, attack threshold control, cluster combat, optimal control, lanchester equations **Citation format:** WANG X G, LEI X B, DU J, et al. Study on the attack threshold control methods in UAVv clusters' combat under baits jamming[J]. Fire Control & Command Control, 2022, 47(4):50–54.

收稿日期:2021-02-05 修回日期:2021-05-27

<sup>\*</sup>基金项目: 航空科学基金资助项目(2019ZC096001)

作者简介: 王晓光(1985- ), 男, 山东菜州人, 博士。研究方向: 无人机作战决策与效能评估。

# 0 引言

随着无人机相关技术的逐渐发展成熟,无人机 在现代战场上出现的频率越来越高。近年来,无人 机已成功地用于各种对地攻击任务。在可预见的未 来,无人机将应用于直接对空作战。因此,国内外相 关研究人员开展了大量无人机空战决策方面的相 关研究。

一些研究人员对空战战术机动中的作战决策问题展开研究。Dong 采用试验输入法(trial input method)对空战中飞机的自主决策问题进行了研究,并用该方法完成了对飞机状态的预测[1]。McGrew 用近似动态规划方法研究了一对一空战中的实时机动决策问题,完成了最优空战策略的有效逼近,并且通过作战仿真验证了算法在各种攻守态势下的鲁棒性[2]。Goodrich 提出了一种被称为战术机动仿真(tactical maneuvering simulator, TMS)的批量空战仿真环境, TMS 可以用来评估和修正空战决策逻辑,在这种方法中, Goodrich 结合飞机的六自由度方程、控制律、气动特性和推力特性来获得高逼真度的空战仿真[3]。

一些研究人员则开展了多机协同空战中的空战决策问题研究<sup>[46]</sup>。这些研究的大体思路分为两步:首先对多机协同的空战态势进行评估,然后根据态势评估结果,采用启发式算法进行火力协同优化分配。在这些研究结果中,王晓光等人用两步裁定法来模拟空战双方的相互攻击,实现超视距空战中的损耗裁定<sup>[7]</sup>。为了减少空战中的冗余信息,满足实时作战决策的要求,Gao 将粗糙集理论引入到协同空战火力分配决策分析中<sup>[8]</sup>。

以上研究都是基于作战信息完全已知的假设。然而,在实际作战中由于敌方的刻意干扰和作战环境未知等原因,战场上总是不可避免地存在不确定因素,从而导致空战决策所需的各种信息并不被完全掌握<sup>[9]</sup>。因此,为贴近实际作战需求,有必要对不确定条件下的无人机空战决策问题展开研究。文献[10] 探讨了空战中敌方诱饵干扰所造成的不确定性,并给出了一对一攻击策略。文献[11]研究了红外干扰条件下飞机命中概率的计算方法。文献[12-14]分析了假目标影响下的无人机对地攻击作战决策问题。

在上述不确定条件下的作战决策问题研究中, 研究对象大多为一架或多架飞机。对于几十架甚至 数百架飞机来说,这些方法会导致异常复杂的计 算。因此,对于大规模空战问题而言,往往采用系统 方法来进行作战决策问题研究,而兰彻斯特方程法 正是系统描述作战过程的一种典型方法,其广泛应 用于集群作战问题研究中。文献[15-16]采用兰彻 斯特方程对大规模空战的效能和成本效益进行了 分析,但未给出最优攻击策略。文献[17]研究了数 据链路支持下飞机的作战效能问题,并以此为基础 进行了航空作战进程预测。

本文对诱饵干扰下无人机集群空战的攻击阈值控制问题展开研究。首先,结合无人机机载传感器的探测性能,利用兰彻斯特方程建立无人机空战模型;然后,在弹药约束下,将攻击阈值控制问题转化为最优控制问题;最后,利用直接凸优化法求解最优控制问题,以获得最优攻击阈值控制策略。

## 1 诱饵干扰下的无人机集群空战建模

空战想定如下:空战双方分别为红方和蓝方, 当双方在空中相遇时,蓝方无人机立即发射诱饵, 以干扰红方无人机的攻击决策。因此,红方无人机 在开始攻击之前,首先需要利用机载传感器信息来 识别该目标是否为蓝方无人机。由于诱饵很难完全 模仿无人机目标特性,所以对于红方无人机来说目 标不是不可分辨的。

#### 1.1 机载传感器性能建模

如果红方的一架无人机遇到一个蓝方目标,一 共会产生以下4种结果:

- 1) 遇到真目标(无人机),并且传感器正确识别,其概率为 $P_{TB}$ ;
- 2) 遇到真目标,但传感器错误识别为假目标 (诱饵),其概率为  $1-P_{rr}$ ;
- 3) 遇到假目标,并且传感器正确识别,其概率为 $P_{\text{FIR}}$ ;
- 4) 遇到假目标,但传感器错误识别为真目标, 其概率为  $1-P_{EFB}$ ;

概率  $P_{TR}$  和  $P_{FTR}$  两者并不独立,其关系为[12-14]:

$$1 - P_{\text{FTR}} = \frac{P_{\text{TR}}}{(1 - c)P_{\text{TR}} + c} \tag{1}$$

其中,参数 $c \in [1,1000]$ ,c是一个无量纲量,其表征的是传感器对作战目标的分辨能力,c越大,传感器对目标的分辨能力越强,c的具体取值与传感器性能和数据处理算法相关。从式(1)中可以看出,如果 $P_{TB}$ 增加,必然会引起 $1-P_{TB}$ 增加。

#### 1.2 基于兰彻斯特方程的空战模型

定义正实数变量 $B_1(t)$ 和R(t)分别代表 t 时刻蓝方和红方的无人机数量,定义 $\beta(0 < \beta < 1)$ 为蓝方单

枚导弹对红方无人机的期望杀伤个数,可以得到红方无人机的损耗方程:

$$\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = -\beta \cdot B_1(t) \tag{2}$$

与之类似,蓝方无人机和诱饵的损耗方程可以 表示为:

$$\begin{cases} \frac{dB_1(t)}{dt} = -\alpha_1 \cdot R(t) \cdot P_{TA} \\ \frac{dB_2(t)}{dt} = -\alpha_2 \cdot R(t) \cdot P_{FTA} \end{cases}$$
(3)

其中, $\alpha_1$ (0 <  $\alpha_1$  < 1)为红方单枚导弹对蓝方无人机的期望杀伤个数, $P_{TA}$  为红方无人机遭遇蓝方无人机并正确判别,发起攻击的概率, $B_2$ (t)代表 t 时刻蓝方诱饵的数量期望, $\alpha_2$ (0 <  $\alpha_2$  < 1)为红方单枚导弹对蓝方诱饵的期望杀伤个数, $P_{TA}$  为红方无人机遭遇蓝方诱饵并错误判别,发起攻击的概率。显然, $P_{TA}$  和 $P_{TA}$  二者均为条件概率,其计算公式为:

$$\begin{cases} P_{\text{TA}} = \frac{B_{1}(t)}{B_{1}(t) + B_{2}(t)} \cdot P_{\text{TR}} \\ P_{\text{FTA}} = \frac{B_{2}(t)}{B_{1}(t) + B_{2}(t)} \cdot (1 - P_{\text{FTR}}) = \\ \frac{B_{2}(t)}{B_{1}(t) + B_{2}(t)} \cdot \frac{P_{\text{TR}}}{(1 - c)P_{\text{TR}} + c} \end{cases}$$
(4)

将式(4)带入式(3),并令x = R(t),  $y_1 = B_1(t)$ ,  $y_2 = B_2(t)$ ,可得

$$\begin{cases} \frac{dy_{1}(t)}{dt} = -\alpha_{1} \cdot x(t) \cdot \frac{y_{1}(t)}{y_{1}(t) + y_{2}(t)} \cdot P_{TR} \\ \frac{dy_{2}(t)}{dt} = -\alpha_{2} \cdot x(t) \cdot \frac{y_{2}(t)}{y_{1}(t) + y_{2}(t)} \cdot \frac{P_{TR}}{(1 - c)P_{TR} + c} \end{cases}$$
(5)

联立式(2)和式(5),得到诱饵干扰下无人机空 战的兰彻斯特方程模型:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = -\beta \cdot y_{1}(t) \\ \frac{\mathrm{d}y_{1}(t)}{\mathrm{d}t} = -\alpha_{1} \cdot \frac{x(t)y_{1}(t)}{y_{1}(t) + y_{2}(t)} \cdot P_{\mathrm{TR}} \\ \frac{\mathrm{d}y_{2}(t)}{\mathrm{d}t} = -\alpha_{2} \cdot \frac{x(t)y_{2}(t)}{y_{1}(t) + y_{2}(t)} \cdot \frac{P_{\mathrm{TR}}}{(1 - c)P_{\mathrm{TR}} + c} \end{cases}$$
(6)

由式(6)可知,红方无人机可以通过调节  $P_{TR}$ 来影响和改变空战进程,因此, $P_{TR}$ 并不是常值,而是一个相对于作战时间 t 的因变量,其可记为 $P_{TR}(t)$ 。

#### 1.3 空战模型中的兵力损耗约束

在现代空战中,空空导弹是主要的杀伤武器, 但飞机所能挂载的空空导弹数量是有限的,假设每 一架蓝方无人机搭载  $N_B$  枚导弹,由此可得红方的兵力损耗约束:

$$x(0) - x(T) \leq y_1(0) N_B \beta \tag{7}$$

其中,T是战斗持续时间, $x(T) \ge 0$ 。同理,假设每一架红方无人机搭载  $N_R$  枚导弹,由此可得蓝方的兵力损耗约束:

$$y_{1}(0) + y_{2}(0) - y_{1}(T) - y_{2}(T) \leq x(0) N_{R} \alpha_{\text{max}}$$
 (8)  
其中,  $y_{1}(T) \geq 0$ ,  $y_{2}(T) \geq 0$ ,  $\alpha_{\text{max}} = \max \{\alpha_{1}, \alpha_{2}\}_{\circ}$ 

#### 1.4 空战模型中的最优控制问题

在空战中,红方希望通过调节 $P_{TR}(t)$ 来达成己方作战目标,这本质上是一个最优控制问题,最优控制的状态方程为兰彻斯特方程,最优控制的控制变量u(t)对应 $P_{TR}(t)$ 。最优控制的性能函数有两个选择:最小化己方的损耗或最大化蓝方的损耗,这两种性能指标本质上是等价的。

证明:首先,将战斗持续时间 T 等分为 N 段,即  $0=T_0 < T_1 < T_2 < \cdots < T_{N-1} < T_N = T$ ,其中, $T_i - T_{i-1} = \varepsilon$ ,  $1 \le i \le N$ 。参数  $\varepsilon$  为常值,如果 N 足够大,那么  $T_1$  将非常接近于 0。

然后,结合式(6)在  $T_1$  时刻对x(t)泰勒展开  $x(t) = x(T_1) + \dot{x}(T_1)(t - T_1) = x(T_1) - \beta y_1(T_1)(t - T_1)$  (9) 令 t=0,得到:

$$x(T_1) - x(0) = -\beta T_1 y_1(T_1) \tag{10}$$

因此,

$$\max\{x(T_1)\} = \max\{-\beta T_1 y_1(T_1)\}$$
 (11)

式中, $\beta$  和  $T_1$  均大于 0,因此,式(11)可进行化简,得到:

$$\max\{x(T_1)\} = \min\{y_1(T_1)\}$$
 (12)

与上述过程类似,再令 T<sub>1</sub> 为战斗开始时刻,即:

$$0 = T_1 < T_2 < \dots < T_{N-1} < T_N = T - \varepsilon \tag{13}$$

可以推导得到

$$\max\{x(T_2)\} = \min\{y_1(T_2)\} \tag{14}$$

重复上述过程,最终可得

$$\max\{x(T)\} = \min\{y_1(T)\}$$
 (15)

证毕。

因此,最优控制的性能函数可设为

$$J = -x(T) = y_1(T)$$
 (16)

红方希望通过调节u(t)使 J最小化,显然,这是一个终端时间固定的 Mager 型性能函数的非线性最优控制问题。

2 诱饵干扰下的无人机最优攻击阈值 控制问题求解

求解非线性最优控制的方法可分为两大类:间

接法和直接法<sup>[18-20]</sup>。间接法利用变分法来求解非线性最优控制问题,求解过程中不可避免地要解决两点边值问题,这将导致复杂的运算。直接法则将非线性最优控制问题转化为非线性规划问题,然后再进行求解,随着计算机技术的发展,直接法成为求解非线性最优控制问题的主流方法。直接凸优化法是直接法的一种,因其局部最优解与全局最优解的一致性而受到广泛的关注<sup>[21-24]</sup>,同时直接凸优化法具有求解计算速度较快、全局收敛性好的特点,因此,可以采用此方法求解建模得到的最优控制问题。

# 3 仿真验证

给定作战双方无人机集群的初始作战兵力分别为x(0)=280,  $y_1(0)=180$ ,  $y_2(0)=350$ 。战斗持续时间 T=10。相关参数设置如表 1 所示。

表 1 作战双方的参数设置

参数	$\alpha_1$	$\alpha_2$	β	$N_R$	$N_B$	c
取值	0.38	0.45	0.29	4	3	200

首先,以作战双方初始兵力和表 1 相关参数为依据,结合式(7)、式(8)计算得到作战双方的兵力损耗约束条件,分别为 $x(T) \ge 71.2$ , $y_1(T) + y_2(T) \ge 152$ ;然后,用直接凸优化法可以求解得到红方的最优攻击阈值控制策略,如图 1 所示。

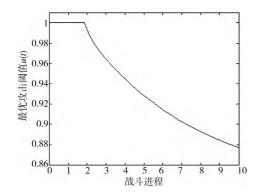


图 1 红方的最优攻击阈值控制策略曲线 作战双方兵力变化情况如图 2 所示。

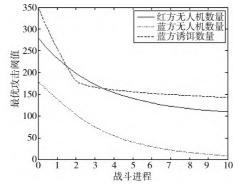


图 2 红蓝双方的兵力随时间变化情况

如图 1 和图 2 所示,整个战斗过程可以分为两个阶段。在第 1 阶段,蓝方拥有大量的无人机和诱饵。对于红方来说,此时很难从大量的目标中识别出蓝方的无人机,这时红方集群的最优策略是攻击遇到的每一个蓝方目标,从而使蓝方的无人机和诱饵数量迅速减少;在战斗的第 2 阶段,蓝方的兵力损耗已经达到一定程度,此时,红方无人机开始逐渐降低攻击阈值,从而尽可能地将导弹用于杀伤蓝方的无人机。在此阶段,蓝方的无人机数量持续减少,但蓝方的诱饵数量变化缓慢,说明此时红方的攻击阈值控制策略能够保证对蓝方无人机的有效杀伤,并能够在一定程度上有效避免对蓝方诱饵的杀伤。同时随着红蓝双方兵力的损耗和红方攻击阈值的逐渐降低,红蓝双方的兵力变化速度逐渐降低。

在空战过程中,传感器性能参数 c 对作战结果的影响如表 2 所示。

表 2 传感器性能参数对作战结果的影响

c	x(T)	$y_1(T)$	$y_2(T)$
10	75.726 5	24.498 5	127.501 5
100	105.919 4	10.784 8	141.215 2
200	111.102 1	8.779 0	143.221 0
500	113.667 5	7.836 6	144.163 4
1000	115.497 0	7.186 4	144.813 6

由表 2 可知,x(T)越大, $y_1(T)$ 越小,这验证了式 (15)的正确性。同时,分析表中的数据可以发现 c 越大,x(T)和 $y_2(T)$ 越大, $y_1(T)$ 越小,产生这种现象的原 因是随着的 c 增大,红方无人机对目标的识别能力越来越强,从而使火力更多地集中到蓝方无人机;同时,随着 c 的增大,作战结果对其敏感程度逐渐降低,这说明传感器性能的提升并不能无限度地提升无人机集群的作战能力。

### 4 结论

本文对诱饵干扰下无人机集群作战中的攻击 阈值控制问题展开研究,主要工作以及得到的结论 如下:

1)建立了诱饵干扰下无人机作战模型。以无人 机的机载传感器性能分析为基础,得到真目标与假 目标识别概率之间的关系。并以此为基础,建立诱 饵干扰下无人机集群空战的兰彻斯特方程。

- 2) 将无人机集群作战中的攻击阈值控制问题 转化成为最优控制问题。首先,给出弹药约束条件 下作战双方的兵力损耗约束;然后,建立了无人机 集群作战的最优控制模型,并且证明了一方兵力的 最大化等价于另一方兵力的最小化。
- 3)得到了诱饵干扰下红方无人机集群的最优 攻击阈值控制策略。仿真结果表明,红方无人机集 群的最优攻击阈值控制策略是在开始时攻击每一 个蓝方目标,待蓝方的兵力损耗达到一定程度时, 红方无人机集群应逐渐降低攻击阈值,从而尽可能 地将火力集中在蓝方的无人机上,完成对蓝方无人 机的最大杀伤。
- 4) 探讨了传感器性能参数 c 对作战结果的影响。仿真结果表明,c 值越大,对应红方无人机集群的作战效果越好。同时,随着 c 的增加,作战结果对其变化敏感程度下降。

#### 参考文献:

- [1] DONG Y, AI J.Trial input method and own-aircraft state prediction in autonomous air combat [J].Journal of Aircraft, 2012,49(3):947-954.
- [2] MCGREW J S, HOW J P, WILLIAMS B, et al.Air-combat strategy using approximate dynamic programming [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33 (5):1641-1654.
- [3] GOODRICH H, MCMANUS W, CHAPPELL R.Batch simulation environment for integrated batch and piloted air combat analysis [J]. Journal of Aircraft, 1995, 32(6): 1263–1268.
- [4] MULGUND S, HARPER K, KRISHNAKUMAR K.Large-scale air combat tactics optimization using genetic algorithms
  [J].Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24
  (1):140-142.
- [5] 刘波, 覃征, 邵利平, 等.基于群集智能的协同多目标攻击 空战决策[J].航空学报, 2009, 30(9):1727-1739.
- [6] FEI A, ZHANG L, DING Q.Multi-aircraft cooperative fire assignment based on auction algorithm [J]. System Engineering and Electronics, 2012, 34(9):1829-1833.
- [7] 王晓光,章卫国,陈伟.无人机编队超视距空战决策及作战仿真[J].控制与决策,2015,30(2):328-334.
- [8] GAO J, TONG M.Extracting decision rules for cooperative team air combat based on rough set theory [J]. Chinese Journal of Aeron Autics, 2003, 16(4):223-228.
- [9] XIAO B, JIANG Y, JIN H.Analysis and evaluation of netcentric command and control decision processes [J]. Kybernetes, 2012, 41(9):1305-1311.

- [10] 张涛,于雷,周中良,等.中距空战下战斗机使用诱饵弹协同攻击策略 [J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2013,14(3):1-5.
- [11] 郭晓辉,宋笔锋.红外干扰下飞机击中概率计算[J].电光 与控制,2005,12(6):5-7,15.
- [12] ROSARIO K.Optimal sensor threshold control and the weapon operating characteristic for autonomous search and attack munitions [D].Dayton: Air Force Institute of Technology, 2007.
- [13] KISH A, JACQUES R, PACHTER M. Optimal control of sensor threshold for autonomous wide area search munitions [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30 (5):1239-1248.
- [14] JACQUES R, BODE V, PACHTER M.Optimization of an autonomous weapon system's operating characteristic [J]. IEEE Systems Journal, 2009, 3(4):489–498.
- [15] 王斯福,刘永才,关世义,等.伴飞诱饵支援条件下无人飞行器协同作战效能研究[J].宇航学报,2007,28(2): 498-502
- [16] 汪浩,曾家有,罗木生.伴飞诱饵支援对反舰导弹突防舰 空导弹的影响[J].火力与指挥控制,2011,36(5):68-71.
- [17] 牛德智,陈长兴,班斐,等.基于效能评估的航空作战进程预测[J].航空学报,2014,35(5):1416-1423.
- [18] KOTPALLIWAR S, PARUCHURI P, CHATTERJEE D, et al. Discrete time optimal control with frequency constraints for non-smooth systems [J]. Automatica, 2019, 107:493–501.
- [19] SANCHEZ, B, ORDAZ P, SANTOS O. Swing-stabilization up for a rotatory-elastic pendulum via nonlinear sub-optimal control [J]. Asian Journal of Control, 2020, 22(1): 34–48
- [20] MISGELD B J E, HEWING L, LIU L, et al. Closed-loop positive real optimal control of variable stiffness actuators [J]. Control Engineering Practice, 2019, 82:142-150.
- [21] DVURECHENSKY P, GORBUNOV E, GASNIKOV A.An accelerated directional derivative method for smooth stochastic convex optimization [J]. European Journal of Operational Research, 2021, 290(2):601-621.
- [22] GU Y, YAMASHITA N.A proximal admm with the broyden family for convex optimization problems [J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2021, 17 (5): 2715–2732.
- [23] ZHAGN Y X, JIAO Y C, ZHANG L.Antenna array directivity maximization with sidelobe level constraints using convex optimization [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2021, 69(4): 2041–2052.
- [24] 姚晗诚,齐瑞云.火星着陆器进入段轨迹优化与制导研究进展[J].航天控制,2021,39(4):3-12.