

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0206

有向通信拓扑和时延条件下的无人机 集群时变编队控制

何吕龙, 张佳强*, 侯岳奇, 梁晓龙, 柏鹏

(空军工程大学 航空集群技术与作战运用实验室, 西安 710051)

摘 要: 针对无人机(UAV)集群在有向通信拓扑和存在通信时延条件下的时变编队控制问题进行了研究。建立了无人机集群二阶离散时间系统模型,基于无人机自身实时信息和相邻无人机带通信时延的状态信息,设计了分布式编队控制协议。通过理论分析,得到了无人机集群能够实现时变编队的充要条件,给出了可行的期望编队的表达式。在集群通信拓扑有生成树的条件下,分析了控制协议中待定参数和状态更新周期满足的耦合约束条件,并给出了参数设计的流程。仿真结果表明:即使在较大的通信时延下,所设计的控制协议也能实现无人机集群时变编队控制,验证了理论分析的正确性和有效性。

关键词: 无人机(UAV)集群; 编队控制; 通信时延; 通信拓扑; 一致性控制

中图分类号: TP23

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2020)02-0314-10

无人机(UAV)集群具有可靠性高、成本低、能力强等特点,在军事和民用领域具有广泛的应用前景^[1]。无人机集群并不是简单的数量叠加,只有将其按照一定的编队构型组织起来,使之发生交互与反馈、激励与响应等交互行为,才可能实现系统能力的整体涌现^[2]。不同的编队构型将产生不同类型、层次的能力涌现。因此,研究无人机集群的编队控制,对发展集群作战系统具有极为重要的现实意义。

与传统的多无人机编队只考虑空间位置关系不同,无人机集群的编队构型包括平台之间的交互拓扑和空间拓扑。因此,无人机集群编队控制需要在特定的交互拓扑下,通过分布式协同使集群内部所有个体的速度、位置达到并保持期望的相互关系^[3]。目前,无人机集群编队控制可供借鉴的技术成果主要集中在多智能体系统(Multi-

Agent System, MAS)协同控制和多无人机编队控制领域。多智能体系统的建模方法、协同策略、通信交互机制为无人机集群研究提供了良好的理论依据与可靠的研究手段^[4-6]。近年来,国内外有关研究机构在无人机编队控制方面也展开了积极研究,取得了大量成果^[7-10]。

随着多智能体系统一致性协同控制理论的发展,学者开始将相关理论用于无人机集群编队控制。文献[4]指出传统的基于行为、领导-跟随和虚拟结构的编队控制方法都可以统一到基于一致性方法的框架下。文献[11-13]分别针对一阶、二阶和高阶多智能体系统,设计了基于一致性的时不变编队控制协议。在无人机集群执行任务过程中,往往需要根据不同的任务需求进行编队构型的变换和演化,因此对无人机集群的时变编队控制进行研究更有意义。文献[14]采用输出反馈

收稿日期: 2019-05-05; 录用日期: 2019-09-06; 网络出版时间: 2019-10-12 13:57

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20191012.1005.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(61472443, 61703427); 陕西省自然科学基金(2017JQ6035)

* 通信作者: E-mail: jiaqiang-z@163.com

引用格式: 何吕龙, 张佳强, 侯岳奇, 等. 有向通信拓扑和时延条件下的无人机集群时变编队控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(2): 314-323. HE L L, ZHANG J Q, HOU Y Q, et al. Time-varying formation control for UAV swarm with directed interaction topology and communication delay[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(2): 314-323 (in Chinese).

线性化方法,实现了多无人机的时变编队控制。文献[15]研究了由无人机和无人车组成的异构集群的时变编队控制问题。文献[16]设计了基于分布式状态观测的时变编队控制器,实现了一阶系统的时变编队跟踪控制。文献[17]研究了切换通信拓扑条件下的多无人机有限时间编队跟踪控制问题。文献[6]进一步研究了具有切换拓扑的二阶多智能体系统的编队控制问题,给出了实现时变编队的充要条件,并利用四旋翼无人机进行了实验验证。文献[18]设计了基于一致性方法的无人机集群编队控制器,并给出了确定控制器参数的步骤。针对存在通信时延的情况,文献[19]设计了一种分布式预测控制器,实现了多机器人编队控制。文献[20]研究了二阶多智能体系统在不定时延下的时变编队跟踪控制问题,并将所得的结果用于多无人机的目标包围中。文献[21]研究了无人机在非一致时延和通信拓扑联合联通条件下的编队控制问题。文献[22]研究了无人机集群时变编队在通信时延和外部扰动下的鲁棒性。基于分层控制和封装的思想,文献[23]搭建了分布式控制的无人机集群编队控制演示验证系统。

在实际应用中,无人机的速度、位置等信息都需要先采样离散再通过交感网络发送给其他个体。无人机之间的通信频率还受到通信带宽限制,过高或过低都会影响集群的总体性能。而文献[13-22]的研究都是针对连续时间系统进行的,难以直接用于无人机集群的编队控制。因此,采用离散时间系统模型对无人机集群进行描述和研究,可以综合考虑控制器参数和通信频率需求,具有重要的现实意义。文献[24-25]分别研究了一阶和高阶离散时间系统在无时延条件下的分布式时不变编队控制问题。文献[26]研究了离散时间多机器人系统在切换拓扑和无时延条件下的时不变编队控制问题。文献[27]研究了二阶离散时间系统在通信时延和无向通信拓扑条件下的时不变编队控制问题,其设计的控制协议仅考虑了个体之间的空间位置关系。文献[28]得出了通信时延仅为一个采样周期时,二阶多智能体系统时不变编队控制稳定的充要条件。

综上所述,对以离散时间系统描述的无人机集群编队控制问题研究还不完善,通信时延和有向通信拓扑条件下的时变编队控制问题尚未解决。本文在现有研究成果的基础上,采用二阶离散时间系统模型来描述无人机集群,重点解决存在通信时延和有向通信拓扑条件下无人机集群的

时变编队控制问题。基于自身实时信息和相邻个体带通信时延的状态信息,设计了分布式编队控制协议,并进行了稳定性分析。与现有文献相比,本文主要解决了以下3个问题:①存在通信时延和有向通信拓扑下,无人机集群时变编队稳定的充要条件;②期望的时变编队需要满足的可行性条件;③控制协议中相关参数和状态更新周期的耦合约束条件及其设计方法。

1 预备知识

考虑由 N 架无人机组成的集群,编号为 $1, 2, \dots, N$ 。将每架无人机视作一个节点,则集群的交感拓扑可用有向图 $G = (W, E, A)$ 进行描述,其中 $W = \{1, 2, \dots, N\}$, $E = \{e_{ij} : i, j \in W\}$, $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ 分别为图 G 的节点集、边集和邻接矩阵。在无人机集群中,若无人机 j 的信息能够通过交感网络被无人机 i 接收到,即在图 G 中存在一条由节点 j 指向节点 i 的有向边 $e_{ij} \in E$ ($i \neq j$),则称无人机 j 为无人机 i 的邻居,记 $N_i = \{j | j \in W : e_{ij} \in E\}$ 表示无人机 i 的邻居集合。 a_{ij} 为无人机 j 的信息对无人机 i 的权重因子,如果 $j \in N_i$,则 $a_{ij} > 0$,否则 $a_{ij} = 0$ 。令 $a'_{ij} = a_{ij} / \sum_{j \in N_i} a_{ij}$, $A' = [a'_{ij}]_{N \times N}$,并对 A' 作如下划分:

$$A' = \begin{bmatrix} a'_{11} & \cdots & a'_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a'_{N1} & \cdots & a'_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{01} \\ A'_{10} & A'_{11} \end{bmatrix}$$

称图 G 包含一棵有向生成树 (spanning tree),如果存在一个节点 i ,从这个点发出的信息可以传递到图中的任意其他节点。图 G 的 Laplacian 矩阵 $L = [l_{ij}]_{N \times N}$ 定义为

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq i}^N a_{ik} & i = j \\ -a_{ij} & i \neq j \end{cases}$$

引理 1^[29] 图 G 的 Laplacian 矩阵 L 至少有一个零特征值,其他非零特征值均具有正实部;如果 G 包含有向生成树,则 0 是 L 的代数重数为 1 的特征值, $\mathbf{1}_N$ 是其对应的右特征向量。

引理 2^[29] 如果非负矩阵 A 具有相同的行和 $\mu > 0$,则 μ 是 A 的特征值,且其对应的特征向量为 $\mathbf{1}_N$,谱半径 $\rho(A) = \mu$ 。 μ 是 A 代数重数为 1 的特征值,当且仅当与 A 关联的图有生成树。

2 问题描述及分析

无人机集群通常由多种动力学特性的平台异

构而成。因此,为了增强编队控制算法的适应性,采用分层控制思想,将集群控制结构分为编队控制层和执行层。其中,编队控制层负责根据期望队形和邻个体的状态,计算本机的控制输入;执行层根据编队控制层的输入,结合自身动力学特性,对本机的油门、姿态、舵面等进行控制。无人机集群编队分层控制的相关理论与应用已经较为成熟^[6,20-23]。在编队控制层,可将每架无人机视为一个质点,其动力学特性可用如下基于差分近似的二阶离散时间系统模型来描述:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(t+\delta) = \mathbf{x}_i(t) + \delta \mathbf{v}_i(t) \\ \mathbf{v}_i(t+\delta) = \mathbf{v}_i(t) + \delta \mathbf{u}_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别表示无人机 i ($i=1, 2, \dots, N$) 的位置、速度和控制输入; $\delta > 0$ 表示信息采样周期(假设其与控制器更新周期相同),状态更新时刻 $t \geq 0$ 可表示为 $t = t_0 + q\delta$, 其中 $t_0 \geq 0$ 为初始时刻, $q=1, 2, \dots$; $n \geq 1$ 为无人机运动空间的维数,为便于描述,以一维运动($n=1$)进行分析。假定无人机三维运动相互解耦,所得结论可以通过 Kronecker 积直接扩展到二维平面及三维空间。

期望的时变编队可用一组有界函数进行描述:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_x(t) = [\mathbf{h}_{1x}(t), \mathbf{h}_{2x}(t), \dots, \mathbf{h}_{Nx}(t)]^T \\ \mathbf{h}_v(t) = [\mathbf{h}_{1v}(t), \mathbf{h}_{2v}(t), \dots, \mathbf{h}_{Nv}(t)]^T \\ \mathbf{h}_a(t) = [\mathbf{h}_{1a}(t), \mathbf{h}_{2a}(t), \dots, \mathbf{h}_{Na}(t)]^T \end{cases}$$

式中: $\mathbf{h}_x(t)$ 、 $\mathbf{h}_v(t)$ 和 $\mathbf{h}_a(t)$ 称为编队参考向量; $\mathbf{h}_{ix}(t)$ 、 $\mathbf{h}_{iv}(t)$ 和 $\mathbf{h}_{ia}(t)$ 分别表示无人机 i 的编队参考位置、速度和加速度。令 $\mathbf{h}_i(t) = [\mathbf{h}_{ix}(t), \mathbf{h}_{iv}(t)]^T$, $\xi_i(t) = [\mathbf{x}_i(t), \mathbf{v}_i(t)]^T$, $\mathbf{h}(t) = [\mathbf{h}_x^T(t), \mathbf{h}_v^T(t)]^T$, $i=1, 2, \dots, N$ 。

定义 1 称无人机集群实现了期望编队 $\mathbf{h}(t)$, 当且仅当对任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$, $i \neq j$, 有式(2)成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{(\xi_i(t) - \mathbf{h}_i(t)) - (\xi_j(t) - \mathbf{h}_j(t))\} = 0 \quad (2)$$

注 1 $\mathbf{h}_i(t)$ 给出了期望的编队,而不是每架无人机的参考轨迹,即 $\mathbf{h}_i(t)$ 只给出了 $\xi_i(t)$ 的相对偏移矢量。虽然无人机集群最终将实现相对于某个参考点的时变编队,但这个参考点对所有无人机都是未知的,这是与集中式编队控制方法所不同的。当 $\mathbf{h}_i(t) = 0$ 时,即是多智能体系统的一致性问题。

定义 2 如果对任意有界初始条件和 $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$, $i \neq j$, 存在控制输入 $\mathbf{u}_i(t)$, 使得无

人机集群能够实现期望编队 $\mathbf{h}(t)$, 则称 $\mathbf{h}(t)$ 在控制协议 $\mathbf{u}_i(t)$ 的作用下是可行的。

假设每架无人机能够获取本机的实时信息,通信时延仅存在于无人机之间实际交互的信息且不考虑数据丢包。为便于分析,设计如图 1 所示的通信时延统一策略,使得无人机之间的通信时延保持一致:将每架无人机自身状态的采样信息和采样时间一起封装并发送给其他无人机,设无人机 i 接收到无人机 j 信息的时延为 τ_{ij} , 令 $h = \max\{\tau_{ij} : i=1, 2, \dots, N, j \in N_i\}$; 接收到信息的无人机通过数据缓存器来存储邻居个体发来的数据,并根据数据的采样时刻设置一定的驻留时间 τ ($\tau \geq h$), 使得无人机能够完成所有邻居个体状态信息的更新。对离散时间系统(1), 可令 $\tau = p\delta$, 其中 p 为大于等于 h/δ 的最小整数。因此,对离散时间系统,通信时延至少为 1 个采样周期,即 $p \geq 1$, 如图 2 所示。

为控制无人机集群实现期望编队,设计如下基于一致性方法的分布式控制协议:

$$\mathbf{u}_i(t) = \frac{K}{\sum_{j \in N_i} a_{ij}} \sum_{j=1}^N a_{ij} \{ \xi_j(t) - \mathbf{h}_i(t) - [\xi_j(t-\tau) - \mathbf{h}_j(t-\tau)] \} + \mathbf{h}_{ia}(t) \quad (3)$$

式中: $K = [-\alpha, -\beta]$ 为待设计控制参数, $\alpha, \beta > 0$ 分别表示位置和速度增益系数。

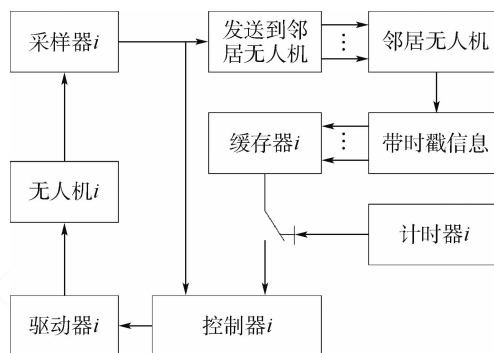


图 1 分布式通信时延统一策略

Fig. 1 A distributed scheme to uniform communication delay

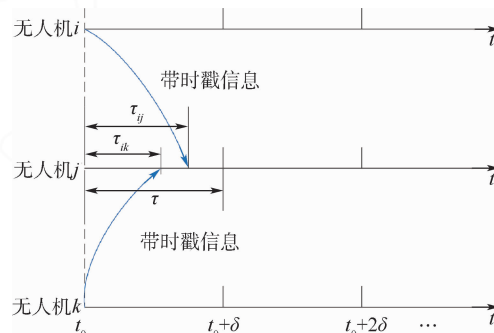


图 2 离散时间系统中的通信时延

Fig. 2 Communication delay in discrete-time systems

通过设计的通信时延处理策略,将非一致时延转为为一致时延,避免了通信拓扑对通信时延的影响。虽然基于驻留时间的通信时延处理方法具有一定的保守性,但是当直接对非一致时变时延进行处理存在困难时,该方法也不失为降低问题分析难度的有效方法。

3 编队稳定性分析与参数设计流程

本节对时变编队控制系统的稳定性进行分析,得到系统稳定的充要条件及在控制协议(3)作用下编队 $\mathbf{h}(t)$ 可行的约束条件,并给出相关参数的设计方法。

定理1 通信时延和有向通信拓扑条件下,无人机集群系统(1)能够在控制协议(3)的作用下,实现时变编队 $\mathbf{h}(t)$,当且仅当 $\mathbf{h}(t)$ 满足可行条件:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \{ [\mathbf{h}_{ix}(t) + \delta \mathbf{h}_{iv}(t) - \mathbf{h}_{ix}(t + \delta)] - \\ [\mathbf{h}_{jx}(t) + \delta \mathbf{h}_{jv}(t) - \mathbf{h}_{jx}(t + \delta)] \} = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \{ [\mathbf{h}_{iv}(t) + \delta \mathbf{h}_{ia}(t) - \mathbf{h}_{iv}(t + \delta)] - \\ [\mathbf{h}_{jv}(t) + \delta \mathbf{h}_{ja}(t) - \mathbf{h}_{jv}(t + \delta)] \} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

且离散时间系统(5)渐近稳定:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varsigma}(t + \delta) = & \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-1} & \delta \mathbf{I}_{N-1} \\ -\alpha \delta \mathbf{I}_{N-1} & (1 - \beta \delta) \mathbf{I}_{N-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varsigma}(t) + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \alpha \delta \mathbf{C} & \beta \delta \mathbf{C} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varsigma}(t - \tau) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{C} = \mathbf{A}'_{11} - \mathbf{1}_{N-1} \mathbf{A}'_{01}$ 。

证明 令 $\boldsymbol{\psi}_{ix}(t) = \mathbf{x}_i(t) - \mathbf{h}_{ix}(t)$, $\boldsymbol{\psi}_{iv}(t) = \mathbf{v}_i(t) - \mathbf{h}_{iv}(t)$, $\boldsymbol{\psi}_i(t) = [\boldsymbol{\psi}_{ix}(t), \boldsymbol{\psi}_{iv}(t)]^T$, 则控制协议(3)可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(t) = & \frac{K}{\sum_{j \in N_i} a_{ij}} \sum_{j=1}^N a_{ij} [\boldsymbol{\psi}_i(t) - \boldsymbol{\psi}_j(t - \tau)] + \\ & \mathbf{h}_{ia}(t) = -\frac{1}{\sum_{j \in N_i} a_{ij}} \sum_{j=1}^N a_{ij} \{ \alpha [\boldsymbol{\psi}_{ix}(t) - \boldsymbol{\psi}_{jx}(t - \\ & \tau)] + \beta [\boldsymbol{\psi}_{iv}(t) - \boldsymbol{\psi}_{jv}(t - \tau)] \} + \mathbf{h}_{ia}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

代入式(1),则无人机集群系统可以表示为如下形式:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\psi}_x(t + \delta) = \boldsymbol{\psi}_x(t) + \delta \boldsymbol{\psi}_v(t) + \mathbf{h}_x(t) - \\ \mathbf{h}_x(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_v(t) \\ \boldsymbol{\psi}_v(t + \delta) = -\alpha \delta \boldsymbol{\psi}_x(t) + \alpha \delta \mathbf{A}' \boldsymbol{\psi}_x(t - \tau) + \\ (1 - \beta \delta) \boldsymbol{\psi}_v(t) + \beta \delta \mathbf{A}' \boldsymbol{\psi}_v(t - \tau) + \\ \mathbf{h}_v(t) - \mathbf{h}_v(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_a(t) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{定义 } \mathbf{E} = & \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1}_{N-1} & \mathbf{I}_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}^{-1} = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{1}_{N-1} & \mathbf{I}_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{e}} = \mathbf{1}_N, \quad \bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{e}} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{0}], \\ & \tilde{\mathbf{E}} = [-\mathbf{1}_{N-1} \quad \mathbf{I}_{N-1}]. \end{aligned}$$

令 $\boldsymbol{\zeta}_x(t) = \mathbf{E}^{-1} \boldsymbol{\psi}_x(t)$, $\boldsymbol{\zeta}_v(t) = \mathbf{E}^{-1} \boldsymbol{\psi}_v(t)$, 则 $\boldsymbol{\psi}_x(t) = \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_x(t)$, $\boldsymbol{\psi}_v(t) = \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_v(t)$ 。由式(7)可得

$$\begin{cases} \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_x(t + \delta) = \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_x(t) + \delta \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_v(t) + \\ \mathbf{h}_x(t) - \mathbf{h}_x(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_v(t) \\ \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_v(t + \delta) = -\alpha \delta \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_x(t) + \\ \alpha \delta \mathbf{A}' \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_x(t - \tau) + (1 - \beta \delta) \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_v(t) + \\ \beta \delta \mathbf{A}' \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_v(t - \tau) + \mathbf{h}_v(t) - \\ \mathbf{h}_v(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_a(t) \end{cases} \quad (8)$$

式(8)两边同时左乘 \mathbf{E}^{-1} 可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{\zeta}_x(t + \delta) = \boldsymbol{\zeta}_x(t) + \delta \boldsymbol{\zeta}_v(t) + \\ \mathbf{E}^{-1} [\mathbf{h}_x(t) - \mathbf{h}_x(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_v(t)] \\ \boldsymbol{\zeta}_v(t + \delta) = -\alpha \delta \boldsymbol{\zeta}_x(t) + \alpha \delta \mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}' \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_x(t - \\ \tau) + (1 - \beta \delta) \boldsymbol{\zeta}_v(t) + \\ \beta \delta \mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}' \mathbf{E} \boldsymbol{\zeta}_v(t - \tau) + \mathbf{E}^{-1} [\mathbf{h}_v(t) - \\ \mathbf{h}_v(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_a(t)] \end{cases} \quad (9)$$

注意到

$$\mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}' \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{A}'_{01} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}'_{11} - \mathbf{1}_{N-1} \mathbf{A}'_{01} \end{bmatrix} \quad (10)$$

并令 $\mathbf{C} = \mathbf{A}'_{11} - \mathbf{1}_{N-1} \mathbf{A}'_{01}$, $\boldsymbol{\varsigma}_{ix}(t) = \boldsymbol{\psi}_{ix}(t) - \boldsymbol{\psi}_{1x}(t)$, $\boldsymbol{\varsigma}_{iv}(t) = \boldsymbol{\psi}_{iv}(t) - \boldsymbol{\psi}_{1v}(t)$, $\boldsymbol{\varsigma}_{Fx}(t) = [\boldsymbol{\varsigma}_{2x}(t), \boldsymbol{\varsigma}_{3x}(t), \dots, \boldsymbol{\varsigma}_{Nx}(t)]^T$, $\boldsymbol{\varsigma}_{Fv}(t) = [\boldsymbol{\varsigma}_{2v}(t), \boldsymbol{\varsigma}_{3v}(t), \dots, \boldsymbol{\varsigma}_{Nv}(t)]^T$, $\boldsymbol{\varsigma}(t) = [\boldsymbol{\varsigma}_{Fx}^T(t), \boldsymbol{\varsigma}_{Fv}^T(t)]^T$ 。由式(9)和式(10)可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varsigma}_{Fx}(t + \delta) = \boldsymbol{\varsigma}_{Fx}(t) + \delta \boldsymbol{\varsigma}_{Fv}(t) + \\ \tilde{\mathbf{E}} [\mathbf{h}_x(t) - \mathbf{h}_x(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_v(t)] \\ \boldsymbol{\varsigma}_{Fv}(t + \delta) = -\alpha \delta \boldsymbol{\varsigma}_{Fx}(t) + (1 - \beta \delta) \boldsymbol{\varsigma}_{Fv}(t) + \\ \alpha \delta \mathbf{C} \boldsymbol{\varsigma}_x(t - \tau) + \beta \delta \mathbf{C} \boldsymbol{\varsigma}_{Fv}(t - \tau) + \\ \tilde{\mathbf{E}} [\mathbf{h}_v(t) - \mathbf{h}_v(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_a(t)] \end{cases} \quad (11)$$

即

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varsigma}(t + \delta) = & \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-1} & \delta \mathbf{I}_{N-1} \\ -\alpha \delta \mathbf{I}_{N-1} & (1 - \beta \delta) \mathbf{I}_{N-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varsigma}(t) + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \alpha \delta \mathbf{C} & \beta \delta \mathbf{C} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varsigma}(t - \tau) + \\ & (\mathbf{I}_2 \otimes \tilde{\mathbf{E}}) \begin{bmatrix} \mathbf{h}_x(t) - \mathbf{h}_x(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_v(t) \\ \mathbf{h}_v(t) - \mathbf{h}_v(t + \delta) + \delta \mathbf{h}_a(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

由定义1可知, $\boldsymbol{\varsigma}(t)$ 表示的是集群编队的相对误差,即如果集群能够实现编队 $\mathbf{h}(t)$, 则对任意初始条件, 有 $\boldsymbol{\varsigma}(t) \rightarrow \mathbf{0} (t \rightarrow \infty)$ 。由式(12)可

知, $\varsigma(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ 当且仅当式(5)渐近稳定且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (I_2 \otimes \tilde{E}) \left(\begin{bmatrix} \mathbf{h}_x(t) + \delta \mathbf{h}_v(t) \\ \mathbf{h}_v(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{h}_x(t + \delta) \\ \mathbf{h}_v(t + \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N+1} \\ \delta \mathbf{h}_a(t) \end{bmatrix} \right) = \mathbf{0} \quad (13)$$

将 \tilde{E} 代入(13)可得

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \{ [\mathbf{h}_{ix}(t) + \delta \mathbf{h}_{iv}(t) - \mathbf{h}_{ix}(t + \delta)] - [\mathbf{h}_{ix}(t) + \delta \mathbf{h}_{1v}(t) - \mathbf{h}_{ix}(t + \delta)] \} = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \{ [\mathbf{h}_{iv}(t) + \delta \mathbf{h}_{ia}(t) - \mathbf{h}_{iv}(t + \delta)] - [\mathbf{h}_{1v}(t) + \delta \mathbf{h}_{1a}(t) - \mathbf{h}_{1v}(t + \delta)] \} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

由于无人机集群内部的编号是随机的,可知式(14)等价于式(4)。证毕

注2 式(4)称为期望编队的可行条件,给出了在控制协议(3)作用下,无人机集群(1)能够实现的编队 $\mathbf{h}(t)$ 应满足的约束。式(4)表明并非任意编队都是可行的,可行编队 $\mathbf{h}(t)$ 的期望位置、速度、加速度之间必须是“相容”的。体现在实际应用中,即要求所设计的期望编队必须满足飞行器的动力学约束。式(5)的渐近稳定使得集群编队误差趋于0,集群最终形成期望的编队。

为便于描述与分析,令

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-1} & \delta \mathbf{I}_{N-1} \\ -\alpha \delta \mathbf{I}_{N-1} & (1 - \beta \delta) \mathbf{I}_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \alpha \mathbf{C} & \beta \mathbf{C} \end{bmatrix}$$

引理3 若 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 满足以下任意一组不等组:

$$\begin{cases} \beta^2 - 4\alpha \geq 0 \\ 0 < \beta \delta \leq 2 \end{cases} \quad (15a)$$

$$\begin{cases} \beta^2 - 4\alpha \geq 0 \\ 2 < \beta \delta < 4 \\ \alpha \delta^2 - 2\beta \delta + 4 > 0 \end{cases} \quad (15b)$$

$$\begin{cases} \beta^2 - 4\alpha < 0 \\ \alpha \delta - \beta < 0 \end{cases} \quad (15c)$$

则矩阵 \mathbf{H} 的谱半径 $\rho(\mathbf{H}) < 1$ 。

证明 设 λ 为矩阵 \mathbf{H} 的特征值,即

$$|\lambda \mathbf{I}_{2(N-1)} - \mathbf{H}| = \begin{vmatrix} (\lambda - 1) \mathbf{I}_{N-1} & -\delta \mathbf{I}_{N-1} \\ \alpha \delta \mathbf{I}_{N-1} & (\lambda - 1 + \beta \delta) \mathbf{I}_{N-1} \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

1) 如果 $\lambda = 1$, 则由式(16)可得

$$|\lambda \mathbf{I}_{2(N-1)} - \mathbf{H}| = \alpha \delta^2 = 0 \quad (17)$$

与 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 矛盾,因此 $\lambda \neq 1$ 。

2) 如果 $\lambda \neq 1$, 则由式(16)可得

$$|\lambda \mathbf{I}_{2(N-1)} - \mathbf{H}| = \lambda^2 + (\beta \delta - 2) \lambda + \alpha \delta^2 - \beta \delta + 1 = 0 \quad (18)$$

$$\text{由式(18)可得 } \lambda_{1,2} = \frac{2 - \beta \delta \pm \sqrt{(\beta^2 - 4\alpha)\delta^2}}{2}.$$

① 当 $\beta^2 - 4\alpha \geq 0$, 由谱半径的定义可知, $\rho(\mathbf{H}) < 1$ 当且仅当

$$\max \left(\left| \frac{2 - \beta \delta \pm \sqrt{(\beta^2 - 4\alpha)\delta^2}}{2} \right| \right) < 1 \quad (19)$$

由式(19)可得 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 满足式(15a)或式(15b)。

② 当 $\beta^2 - 4\alpha < 0$, 易知

$$\rho^2(\mathbf{H}) = \alpha \delta^2 - \beta \delta + 1 \quad (20)$$

因此, $\rho(\mathbf{H}) < 1$ 当且仅当 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 满足式(15c)。证毕

引理4 如果 $\rho(\mathbf{H}) < 1$, 则存在常数 $M \geq 1$, $\gamma \in (0, 1)$ 及某种矩阵范数 $\|\cdot\|_M$, 使得 $\|\mathbf{H}\|_M^{t-t_0} \leq \gamma^{t-t_0}$, $t \geq t_0$ 。

证明 只需证明存在矩阵范数 $\|\cdot\|_M$, 使得 $\|\mathbf{H}\|_M < 1$, 并取 $\gamma \in [\|\mathbf{H}\|_M, 1)$ 即可。

存在非奇异矩阵 \mathbf{R} , 使得 $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{R} = \mathbf{J}$, 其中, \mathbf{J} 为矩阵 \mathbf{H} 的 Jordan 标准型。令

$$\begin{cases} \mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2N-2}) \\ \tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & \sigma_{2N-3} \\ & & & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad \sigma_i = 0, 1$$

则有 $\mathbf{J} = \mathbf{\Gamma} + \tilde{\mathbf{I}}$ 。

对任意 $\varepsilon > 0$, 令 $\mathbf{D} = \text{diag}(1, \varepsilon, \dots, \varepsilon^{2N-3})$, 则有

$$(\mathbf{R}\mathbf{D})^{-1} \mathbf{H} (\mathbf{R}\mathbf{D}) = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{D} = \mathbf{\Gamma} + \varepsilon \tilde{\mathbf{I}} \quad (21)$$

由式(21)可得

$$\|(\mathbf{R}\mathbf{D})^{-1} \mathbf{H} (\mathbf{R}\mathbf{D})\|_1 = \|\mathbf{\Gamma} + \varepsilon \tilde{\mathbf{I}}\|_1 \leq \rho(\mathbf{H}) + \varepsilon \quad (22)$$

式中: $\|\cdot\|_1$ 表示矩阵的列和范数。

容易验证 $\|\mathbf{H}\|_M = \|(\mathbf{R}\mathbf{D})^{-1} \mathbf{H} (\mathbf{R}\mathbf{D})\|_1$ 是矩阵范数, 于是可得到

$$\|\mathbf{H}\|_M \leq \rho(\mathbf{H}) + \varepsilon \quad (23)$$

由于 $\rho(\mathbf{H}) < 1$, 取 $\varepsilon = \frac{1}{2}[1 - \rho(\mathbf{H})] > 0$, 代

入式(23)可得

$$\|\mathbf{H}\|_M \leq \rho(\mathbf{H}) + \varepsilon = \frac{1}{2}[1 + \rho(\mathbf{H})] < 1 \quad (24)$$

证毕

注3 需要指出的是, 引理4只是表明了参数 γ, M 及矩阵范数 $\|\cdot\|_M$ 的存在性, 所构造的范数 $\|\cdot\|_M$ 与给定的矩阵 \mathbf{H} 密切相关。因此, 当参数变化时, 需要重新构造范数 $\|\cdot\|_M$ 。

引理 5 如果 $1 - \gamma - l > 0$, 则不等式 $\theta^{\tau+\delta} - \gamma\theta^\tau - l > 0$ 至少存在一个解 $\theta, \theta \in (\gamma, 1)$ 。

引理 6 如果 G 有生成树, 则当 $t \rightarrow +\infty$, 式(5)有唯一平衡点 $\mathbf{0}$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\varsigma}(t) = \mathbf{0}$ 。

证明 当 $t \rightarrow +\infty$, 式(5)等价于

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2(N-1)} - \mathbf{H} - \delta \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \alpha \delta (\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{C}) & \beta \delta (\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{C}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varsigma}_{F_x}(t) \\ \boldsymbol{\varsigma}_{F_v}(t) \end{bmatrix} \right\} = \mathbf{0}$$

则引理 6 可转化为: 如果 G 有生成树, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\delta \mathbf{I}_{N-1} \\ \alpha \delta (\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{C}) & \beta \delta (\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{C}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varsigma}_{F_x}(t) \\ \boldsymbol{\varsigma}_{F_v}(t) \end{bmatrix} \right\} = \mathbf{0} \quad (25)$$

有且仅有全零解。

由式(25)可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\varsigma}_{F_v}(t) = \mathbf{0}$ 。因此, 只需证明 $\lim_{t \rightarrow \infty} \{(\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{C})\boldsymbol{\varsigma}_{F_x}(t)\} = \mathbf{0}$, 当且仅当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\varsigma}_{F_x}(t) = \mathbf{0}$, 即矩阵 \mathbf{C} 没有特征值 1。由于 G 有生成树, 由引理 2 和 \mathbf{A}' 的定义可知, 1 是矩阵 \mathbf{A}' 的特征值且其代数重数为 1。则由式(10)可知, 1 不是 \mathbf{C} 的特征值。因此, $\lim_{t \rightarrow \infty} \{(\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{C})\boldsymbol{\varsigma}_{F_x}(t)\} = \mathbf{0}$, 当且仅当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\varsigma}_{F_x}(t) = \mathbf{0}$ 。证毕

定理 2 如果 $\mathbf{h}(t)$ 满足式(4), 那么对任意有界通信时延, 存在 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 使得系统(1)能够实现时变编队的充要条件为无人机集群通信拓扑有生成树。

证明 (充分性) 若 $\mathbf{h}(t)$ 满足式(4), 由定理 1 可知, 无人机集群实现期望编队, 只需要式(5)渐近稳定。而由式(5)可得

$$\boldsymbol{\varsigma}(t) = \mathbf{H}^q \boldsymbol{\varsigma}(t_0) + \sum_{s=0}^{q-1} \delta \mathbf{H}^{q-1-s} \mathbf{P} \boldsymbol{\varsigma}(t_0 + s\delta - \tau) \quad (26)$$

式中: $t = t_0 + q\delta, q = 1, 2, \dots$ 。

由引理 3 可知, 存在 $\alpha, \beta, \delta > 0$, 使得 $\rho(\mathbf{H}) < 1$ 。结合引理 4 可知, 必然存在常数 $0 < \gamma < 1$ 和 $M \geq 1$, 使得 $\|\mathbf{H}\|^{t-t_0} \leq M\gamma^{t-t_0}, t \geq t_0$ 。因此, 由式(26)可得

$$\|\boldsymbol{\varsigma}(t)\| \leq M\gamma^q \|\boldsymbol{\varsigma}(t_0)\| + \sum_{s=0}^{q-1} \delta M\gamma^{q-1-s} \|\mathbf{P}\| \|\boldsymbol{\varsigma}(t_0 + s\delta - \tau)\| \quad (27)$$

接下来证明当 $t \geq t_0$ 时, 式(28)成立:

$$\|\boldsymbol{\varsigma}(t)\| \leq M\|\mathbf{f}\|\theta^{t-t_0} \quad (28)$$

式中: $\|\mathbf{f}\| = \sup_{t \in [t_0 - \tau, t_0]} \|\boldsymbol{\varsigma}(t)\|$ 。

当 $t \in [t_0 - \tau, t_0]$ 时, $\|\boldsymbol{\varsigma}(t)\| \leq \|\mathbf{f}\| \leq M\|\mathbf{f}\|\theta^{t-t_0}$ 显然成立。因此, 只需要证明当 $t \geq t_0$ 时, 对任意 $\eta > 1$, 式(29)成立:

$$\|\boldsymbol{\varsigma}(t)\| \leq \eta M\|\mathbf{f}\|\theta^{t-t_0} \triangleq \varphi(t) \quad (29)$$

若式(29)不成立, 则存在时刻 $t^* = t_0 + q^* \delta$, 使得当 $t \in [0, t^*)$ 时, $\|\boldsymbol{\varsigma}(t)\| < \varphi(t), \|\boldsymbol{\varsigma}(t^*)\| = \varphi(t^*)$ 。由式(27)可得

$$\begin{aligned} \varphi(t^*) &= \|\boldsymbol{\varsigma}(t^*)\| \leq M\gamma^{q^*} \|\boldsymbol{\varsigma}(t_0)\| + \\ &\sum_{s=0}^{q^*-1} \delta M\gamma^{q^*-s-1} \|\mathbf{P}\| \cdot \|\boldsymbol{\varsigma}(t_0 + s\delta - \tau)\| \leq \\ &M\gamma^{q^*} \|\mathbf{f}\| + \sum_{s=0}^{q^*-1} \delta M\gamma^{q^*-s-1} \|\mathbf{P}\| \cdot \\ &(\eta M\|\mathbf{f}\|\theta^{s\delta-\tau}) < \eta M\gamma^{q^*} \|\mathbf{f}\| + \\ &\sum_{s=0}^{q^*-1} \delta M\gamma^{q^*-s-1} \|\mathbf{P}\| \cdot (\eta M\|\mathbf{f}\|\theta^{s\delta-\tau}) = \\ &\eta M\gamma^{q^*} \|\mathbf{f}\| + \frac{\eta \delta M^2 \|\mathbf{P}\| \|\mathbf{f}\| \gamma^{q^*} \sum_{s=0}^{q^*-1} \left(\frac{\theta^\delta}{\gamma}\right)^s}{\gamma \theta^\tau} = \\ &\eta M\|\mathbf{f}\| \left(\gamma^{q^*} + \frac{\delta M \|\mathbf{P}\|}{\theta^\tau} \cdot \frac{\gamma^{q^*} - (\theta^\delta)^{q^*}}{\gamma - \theta^\delta} \right) \quad (30) \end{aligned}$$

若 $\delta < \frac{1-\gamma}{M\|\mathbf{P}\|}$, 由引理 5 可得存在 $\theta \in (\gamma, 1)$ 使得 $\theta^{\tau+\delta} - \gamma\theta^\tau - \delta M\|\mathbf{P}\| > 0$, 代入式(30)可得

$$\begin{aligned} \varphi(t^*) &< \eta M\|\mathbf{f}\| \left(\gamma^{q^*} + \frac{\delta M \|\mathbf{P}\|}{\lambda^\tau} \cdot \frac{\gamma^{q^*} - (\theta^\delta)^{q^*}}{\gamma - \theta^\delta} \right) < \eta M\|\mathbf{f}\| \left(\gamma^{q^*} + \frac{\theta^{\tau+\delta} - \gamma\theta^\tau}{\theta^\tau} \cdot \frac{\gamma^{q^*} - (\theta^\delta)^{q^*}}{\gamma - \theta^\delta} \right) \\ &= \eta M\|\mathbf{f}\|\theta^{q^*\delta} = \varphi(t^*) \quad (31) \end{aligned}$$

显然, 式(31)不能成立, 即式(29)成立。令 $\eta \rightarrow 1$, 可得式(28)成立。因此, 对任意初始条件 $\boldsymbol{\varsigma}(t) (t \in [t_0 - \tau, t_0])$, 若 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 满足 $\rho(\mathbf{H}) < 1$ 和 $\delta < \frac{1-\gamma}{M\|\mathbf{P}\|}$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\varsigma}(t) = \mathbf{0}$, 即 $\boldsymbol{\varsigma}(t)$ 有 $\mathbf{0}$ 平衡点。由于无人机集群通信拓扑有生成树, 由引理 6 可知, 式(5)的平衡点 $\mathbf{0}$ 是唯一的。因此, 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 集群系统的编队误差趋于 $\boldsymbol{\varsigma}(t) \rightarrow \mathbf{0}$ 。即当无人机集群通信拓扑有生成树时, 必定存在 $\alpha, \beta, \delta > 0$, 使得无人机集群能够实现期望编队。

(必要性) 采用反证法。若无人机集群的通信拓扑图没有生成树, 则图 G 中至少包含 2 个不连通的子图。不失一般性, 考虑只包含两架无人机的情况, 并假设通信时延 $\tau = 0, \mathbf{h}(t) = \mathbf{0}$ 。设初始条件为 $x_1(t_0) = v_1(t_0) = e_1, x_2(t_0) = v_2(t_0) = e_2$, 计算可得 $v_1(t) = e_1, x_1(t) = (1 + p\delta)e_1, v_2(t) = e_2, x_2(t) = (1 + p\delta)e_2$ 。如果 $e_1 \neq e_2$, 则无人机集群不能实现期望的编队(由于 $\mathbf{h}(t) = \mathbf{0}$, 即速度、位置不能保持一致)。因此, 若无人机集群能够实现期望的编队, 其通信拓扑一定有生成树。

证毕

注 4 定理 2 表明, 若无人机集群通信拓扑

有生成树,则一定存在 $\alpha, \beta, \delta > 0$, 使得集群能够生成期望的编队。由定理 2 的证明过程可以看出, 参数 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 需满足相应的条件使得 $\rho(\mathbf{H}) < 1$ 和 $\delta < \frac{1-\gamma}{M\|\mathbf{P}\|}$ 。在进行参数设计时, 对于条件 $\rho(\mathbf{H}) < 1$, 只需 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 满足式 (15) 中的任意一组不等式即可, 而对于条件 $\delta < \frac{1-\gamma}{M\|\mathbf{P}\|}$, 只需要取适当的 $\alpha, \beta > 0$ 并取 $\delta > 0$ 足够小即可, 参数设计的具体流程如图 3 所示。

注 5 结合定理 1 和定理 2 可知, 无人机集群能够实现期望编队的充要条件为期望编队满足式 (4) 所示的可行性条件且通信拓扑有生成树。由引理 1 可以看到, 集群通信拓扑是否有生成树, 与 Laplacian 矩阵的特征值密切相关。

注 6 控制协议中的参数 $\alpha, \beta, \delta > 0$ 需要满足式 (15) 所示的约束条件, 可以看出, 这些参数取值的约束条件并不是相互独立的, 而是相互耦合的在一起的。因此, 给出参数的设计流程如图 3 所示, 通过迭代, 逐步缩小参数选择范围, 最终找到满足条件的参数值。

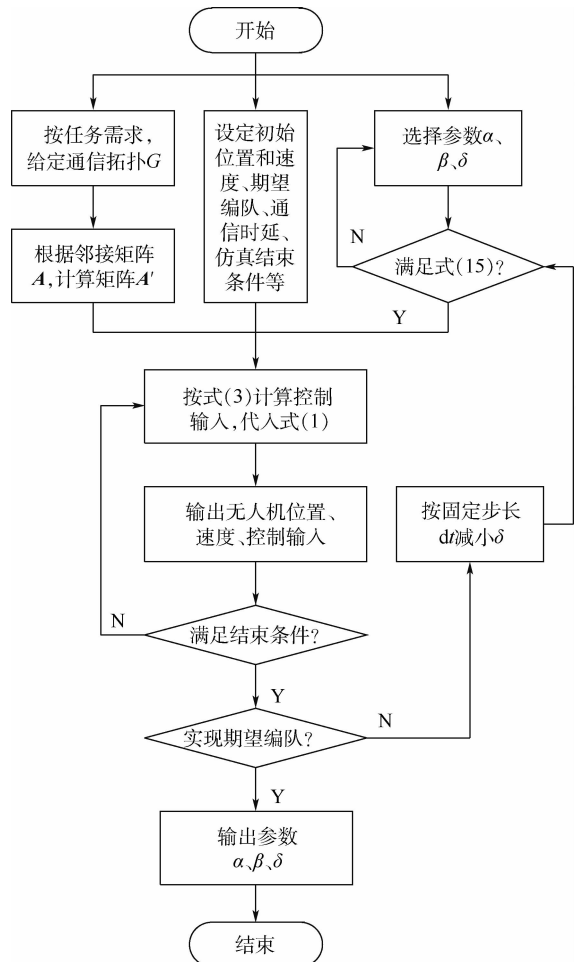


图 3 参数设计流程图

Fig. 3 Flowchart of parameter design

4 仿真结果与分析

考虑由 5 架无人机组成的集群 (编号为 $i = 1, 2, \dots, 5$) 在二维平面运动, 仿真中涉及到的位置、速度和加速度单位分别为 m 、 m/s 和 m/s^2 。无人机之间的通信拓扑 G 如图 4(a) 所示, 显然 G 是有向的并且有生成树。无人机的初始位置和速度为 $\xi_i(t) = \begin{bmatrix} 12\cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{5}\right), 12\sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{5}\right), 0, 0 \end{bmatrix}^T$ 。

图 4(b) 为集群的期望编队, 5 架无人机围绕共同的参考点做圆周运动并保持正五边形, 该构型可用于无人机集群协同目标识别、定位等。其具体参数为

$$\begin{cases} \mathbf{h}_{ix}(0) = \begin{bmatrix} 10\cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{5}\right), \\ 10\sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{5}\right) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{h}_{iv}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{2\pi t}{60} + \frac{2\pi(i-1)}{5}\right), \\ \frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{2\pi t}{60} + \frac{2\pi(i-1)}{5}\right) \end{bmatrix}^T \end{cases}$$

结合定理 1 给出的编队可行性条件, 可令

$$\begin{cases} \mathbf{h}_{ix}(t+\delta) - \mathbf{h}_{ix}(t) - \delta\mathbf{h}_{iv}(t) = 0 \\ \mathbf{h}_{iv}(t+\delta) - \mathbf{h}_{iv}(t) - \delta\mathbf{h}_{ia}(t) = 0 \end{cases}$$

结合初始条件, 通过迭代, 可以求出任意时刻 t 的期望编队。

按照图 3 所示的参数设计流程, 可以得到满足条件的一组参数为 $\alpha = 0.2, \beta = 0.5, \delta = 0.1 \text{ s}$ 。为便于对比分析通信时延对系统稳定性的影响, 分别在时延 $\tau = 0.5 \text{ s}$ ($p = 5$) 和 $\tau = 1.0 \text{ s}$ ($p = 10$) 两种条件下进行仿真, 仿真时长为 120 s 。图 5(a) 和图 5(b) 分别给出了两种时延下无人机

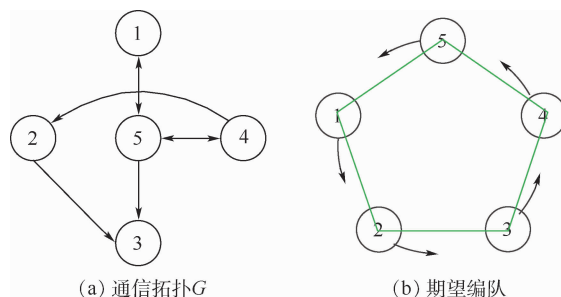


图 4 无人机集群通信拓扑和期望编队

Fig. 4 UAV swarm interaction topology and desired formation

的运动轨迹,方框和圆圈分别表示无人机的初始位置和最终位置,虚线表示最终时刻无人机集群的编队。图 6(a)和图 6(b)分别表示两种情况下无人机的速度变化。图 7 给出了两种通信时延条件下无人机集群的编队误差 $\zeta^T(t)\zeta(t)$ 随时间的变化曲线。从图 5 和图 6 可以看出,两种通信时延条件下无人机都能够实现期望的时变编队。其中,当 $\tau=0.5\text{ s}$ 时,无人机集群在大约 $t=15\text{ s}$ 时实现期望队形;当 $\tau=1.0\text{ s}$ 时,无人机集群在大约 $t=25\text{ s}$ 时实现期望队形。继续将通信时延增大到 $\tau=1.5\text{ s}$ 和 $\tau=2.0\text{ s}$,通过仿真可以发现,无人机集群仍然能够实现期望的编队,但是所需要的时间分别为 50 s 和 90 s 。

通过仿真结果可以看出,本文所设计的控制协议在通信时延较小时,能够控制无人机集群快速实现期望编队。即使在较大的通信时延条件下,也能够实现无人机集群的时变编队控制。但是,随着通信时延的增大,实现期望编队所需要的时间明显增大。因此,在实际应用中,为实现无人

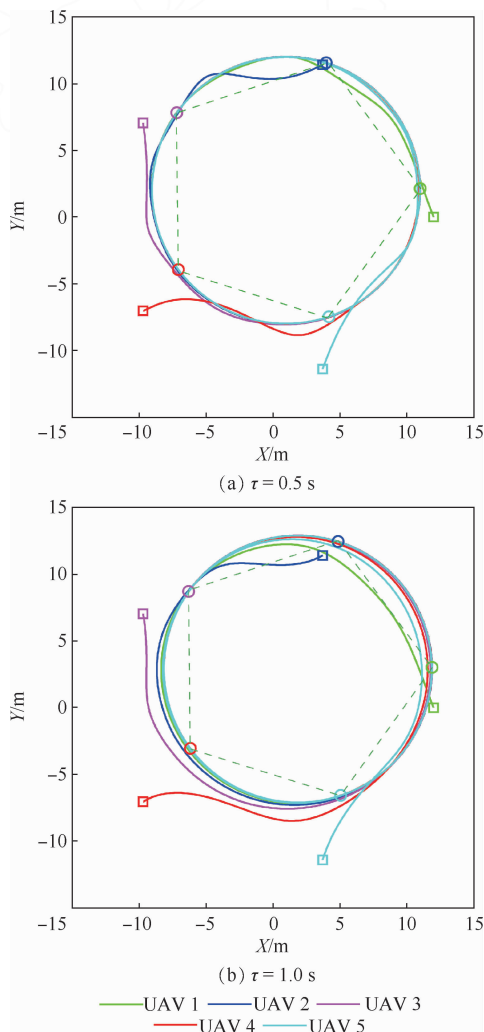


图5 无人机运动轨迹

Fig.5 Trajectories of UAVs

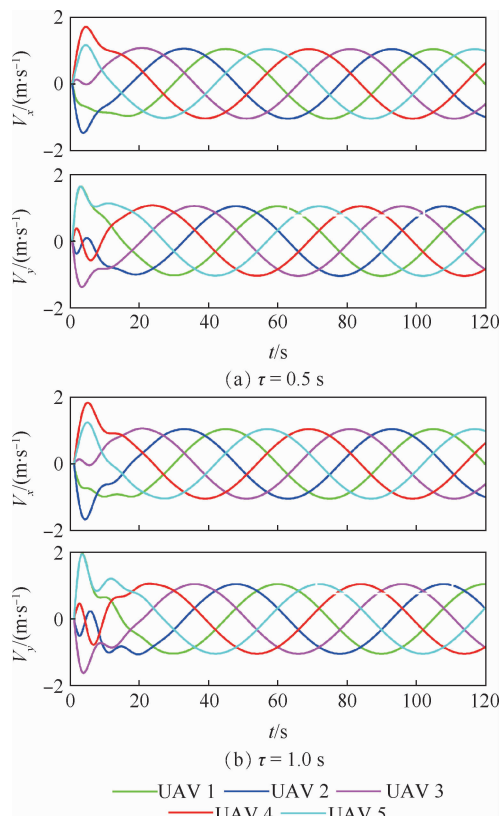


图6 无人机速度变化曲线

Fig.6 Velocity variation curves of UAVs

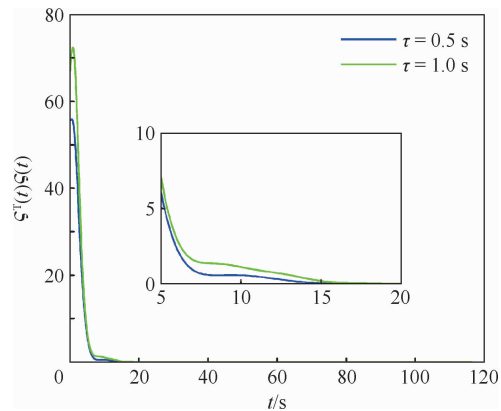


图7 无人机集群编队误差

Fig.7 Formation error of UAV swarm

机集群尽快收敛到期望编队,应将通信时延控制在较小范围内。

5 结 论

1) 研究了无人机集群在有向通信拓扑和存在通信时延条件下的时变编队控制问题。

2) 建立了无人机集群二阶离散时间系统模型,基于无人机自身实时信息和相邻无人机带通信时延的状态信息,设计了分布式编队控制协议。

3) 通过理论分析,得到了无人机集群实现时变编队的充要条件,给出了可行编队的表达形式,

分析了控制协议中待参数和状态更新周期满足的约束条件,并给出了相关参数的设计流程。

4) 通过仿真,验证了所设计控制协议能够在较大的通信时延下控制无人机集群实现期望的编队。

参考文献 (References)

- [1] 梁晓龙,孙强,尹忠海,等. 大规模无人系统集群智能控制方法综述[J]. 计算机应用研究,2015,32(1):11-16.
LIANG X L, SUN Q, YIN Z H, et al. Review on large-scale unmanned system swarm intelligence control method[J]. Application Research of Computers, 2015, 32(1): 11-16 (in Chinese).
- [2] 梁晓龙,何吕龙,张佳强,等. 航空集群构型控制及其演化方法研究[J]. 中国科学:技术科学,2019,49(3):277-287.
LIANG X L, HE L L, ZHANG J Q, et al. Configuration control and evolutionary mechanism of aircraft swarm[J]. Science Sinica Technologica, 2019, 49(3): 277-287 (in Chinese).
- [3] HE L L, BAI P, LIANG X L, et al. Feedback formation control of UAV swarm with multiple implicit leaders[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 72: 327-334.
- [4] REN W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505-512.
- [5] 胡利平,梁晓龙,张佳强. 基于 Multi-Agent 的航空集群系统重构机理研究[J]. 火力与指挥控制, 2016, 41(11): 80-84.
HU L P, LIANG X L, ZHANG J Q. Research on aircraft swarms system reconstruction mechanism based on Multi-Agent[J]. Fire Control & Command Control, 2016, 41(11): 80-84 (in Chinese).
- [6] DONG X W, ZHOU Y, REN Z, et al. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5014-5024.
- [7] 段海滨,李沛. 基于生物群集行为的无人机集群控制[J]. 科技导报, 2017, 35(7): 17-25.
DUAN H B, LI P. Autonomous control for unmanned aerial vehicle swarms based on biological collective behaviors[J]. Science & Technology Review, 2017, 35(7): 17-25 (in Chinese).
- [8] 周欢,赵辉,韩统,等. 基于规则的无人机集群飞行与规避协同控制[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(6): 1374-1382.
ZHOU H, ZHAO H, HAN T, et al. Cooperative flight and evasion control of UAV swarm based on rules[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(6): 1374-1382 (in Chinese).
- [9] TRON R, THOMAS J, LOIANNIO G, et al. A distributed optimization framework for localization and formation control: Applications to vision-based measurements[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2016, 36(4): 22-44.
- [10] 李炳乾,董文瀚,马小山. 无人机编队保持反步容错控制[J]. 兵工学报, 2018, 39(11): 2172-2184.
LI B Q, DONG W H, MA X S. Back-stepping-fault-tolerant control for keeping the formation of unmanned aerial vehicles[J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(11): 2172-2184 (in Chinese).
- [11] DONG Y, HU X M. Distributed control of periodic formations for multiple under-actuated autonomous vehicles[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(1): 66-72.
- [12] KHALILI M, ZHANG X D, CAO Y C, et al. Distributed adaptive fault-tolerant leader-following formation control of nonlinear uncertain second-order multi-agent systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(15): 4287-4308.
- [13] LI Z K, REN W, LIU X D, et al. Distributed containment control of multi-agent systems with general linear dynamics in the presence of multiple leaders[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2013, 23(5): 534-547.
- [14] SEO J, KIM Y, KIM S, et al. Consensus-based reconfigurable controller design for unmanned aerial vehicle formation flight[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2012, 226(7): 817-829.
- [15] RAHIMI R, ABDOLLAHI F, NAQSHI K. Time-varying formation control of a collaborative heterogeneous multi agent system[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2014, 62(12): 1799-1805.
- [16] ANTONELLI G, ARRICHIELLO F, CACCAVALE F, et al. Decentralized time-varying formation control for multi-robot systems[J]. The International Journal of Robotics Research, 2014, 33(7): 1029-1043.
- [17] GE M F, GUAN Z H, YANG C, et al. Time-varying formation tracking of multiple manipulators via distributed finite-time control[J]. Neurocomputing, 2016, 202: 20-26.
- [18] 周绍磊,祁亚辉,张雷,等. 切换拓扑下无人机集群系统时变编队控制[J]. 航空学报, 2017, 38(4): 320452.
ZHOU S L, QI Y H, ZHANG L, et al. Time-varying formation control of UAV swarm systems with switching topologies[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(4): 320452 (in Chinese).
- [19] HOSSEINZADEH Y M, MAHBOOBI E R. Distributed predictive formation control of networked mobile robots subject to communication delay[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 91: 194-207.
- [20] HAN L, DONG X W, LI Q D, et al. Formation tracking control for time-delayed multi-agent systems with second-order dynamics[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30(1): 348-357.
- [21] XUE R B, SONG J M, CAI G H. Distributed formation flight control of multi-UAV system with nonuniform time-delays and jointly connected topologies[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2016, 230(10): 1871-1881.
- [22] LI P, QIN K Y, PU H P. Distributed robust time-varying formation control for multiple unmanned aerial vehicles systems with time-delay[C]//Proceedings of 2017 29th Chinese Control and Decision Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2017: 1539-1544.
- [23] 朱创创,梁晓龙,张佳强,等. 无人机集群编队控制演示验证系统[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(8): 1739-1747.
ZHU C C, LIANG X L, ZHANG J Q, et al. Demonstration and verification system for UAV swarm formation control[J]. Jour-

- nal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(8):1739-1747 (in Chinese).
- [24] LI S B, ZHANG J, LI X L, et al. Formation control of heterogeneous discrete-time nonlinear multi-agent systems with uncertainties [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6):4730-4740.
- [25] ZHANG W L, LIU J C, WANG H H. Ultra-fast formation control of high-order discrete-time multi-agent systems based on multi-step predictive mechanism [J]. ISA Transactions, 2015, 58: 165-172.
- [26] NAKAI M E, INOUE R S, TERRA M H, et al. Robust discrete-time markovian control for wheeled mobile robot formation; A fault tolerant approach [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2018, 91(2):233-247.
- [27] XU J, ZHANG G L, ZENG J, et al. Consensus based second order discrete-time multi-agent systems formation control with time-delays [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015:2626-2631.
- [28] XU G, HUANG C, ZHAI G. A necessary and sufficient condition for designing formation of discrete-time multi-agent systems with delay [J]. Neurocomputing, 2018, 315:48-58.
- [29] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5):655-661.

作者简介:

何吕龙 男,博士研究生。主要研究方向:航空集群空间构型生成与演化控制。

张佳强 男,博士,副教授。主要研究方向:航空集群控制理论与应用。

梁晓龙 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航空集群控制理论与应用。

Time-varying formation control for UAV swarm with directed interaction topology and communication delay

HE Lyulong, ZHANG Jiaqiang*, HOU Yueqi, LIANG Xiaolong, BAI Peng

(Aviation Swarm Technology and Operational Application Laboratory, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Time-varying formation control problems for unmanned aerial vehicles (UAV) swarm with directed interaction topology and communication delay are investigated. The UAV swarm is modeled as second-order discrete-time system on the formation control level and a distributed formation control protocol is designed by utilizing the instantaneous state information of UAV itself and the communication delayed state information of its neighbors. Through theoretical analysis, the necessary and sufficient conditions for UAV swarm to achieve time-varying formation are obtained, and an explicit description of the feasible time-varying formation set is given. Under the condition that the swarm communication topology has a spanning tree, the constraints of undetermined parameters and state update period in the control protocol are analyzed, and the flowchart of parameter design is given. Simulation results show that the designed control protocol can achieve time-varying formation control of UAV swarm even with relatively large communication delay, and thus the correctness and effectiveness of the theoretical analysis are verified.

Keywords: unmanned aerial vehicles (UAV) swarm; formation control; communication delay; interaction topology; consensus control

Received: 2019-05-05; **Accepted:** 2019-09-06; **Published online:** 2019-10-12 13:57

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20191012.1005.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61472443, 61703427); Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2017JQ6035)

* **Corresponding author.** E-mail: jiaqiang-z@163.com