

# 伴飞诱饵干扰下的自杀式无人机攻击策略

王晓光, 章卫国\*, 刘洋

西北工业大学 自动化学院, 西安 710072

**摘要:** 针对敌方存在伴飞诱饵情况下我方自杀式无人机的攻击策略问题展开研究。首先,根据自杀式无人机的作战特点,提出一种改进的 Lanchester 方程,即在分析机载传感装置作战性能的基础上,建立起作战双方兵力损耗的微分方程,以得到能够描述自杀式无人机的作战规律。然后,将最优控制方法应用于 Lanchester 方程中的攻击策略分析,以 Lanchester 方程为状态方程,以无人机的攻击概率为控制变量,分别得到终端时刻固定和可变两种情况下的最优控制模型,并采用高斯伪谱法对最优控制问题进行求解,以得到最优攻击策略。最后,对敌方杀伤力未知时我方无人机的攻击策略进行分析,同样可以得到相应的最优攻击策略。在给定的初始条件下进行了一系列仿真验证,仿真结果表明了模型的合理性和算法的有效性,所述方法可以为相应的空战决策提供依据。

**关键词:** 自杀式无人机; 伴飞诱饵; 攻击策略; Lanchester 方程; 最优控制

中图分类号: V271.4; E844 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893(2015)09-3137-10

随着无人机技术的不断发展,无人机已经从最开始的靶机、侦察和探测等辅助作战手段逐渐被应用到对地攻击和反辐射攻击等直接作战任务中。可以预见,在不久的将来,无人机将逐步参与到空战之中,并成为一股不可忽视的空中打击力量。但由于技术方面的原因,现今的无人机很难挂载导弹进行空战,而以无人机自身作为武器来对敌机进行杀伤,则是一种可供选择的方案。

与此同时,为提高战机在战场中的生存能力,相应的诱饵干扰技术也得到了长足发展<sup>[1]</sup>,在现代空战中,无人飞机和伴飞诱饵二者之间的对抗不可避免。因此,如何在存在伴飞诱饵干扰的情况下,得到一个合理可靠的无人机攻击决策结果,成为亟待解决的问题。

迄今为止,国内外的研究者对空战中的作战干扰问题和干扰中的攻击策略问题进行了大量研

究。薛羽等<sup>[2]</sup>研究了多架无人机的协同干扰空战决策问题,分析了协同干扰的整体作战性能;张涛等<sup>[3]</sup>针对单机空战中由诱饵弹引起的不确定性问题进行了研究,分析了诱饵弹干扰下的战斗机单机对抗策略,但没有给出多机情况下的对抗策略;郭晓辉和宋笔锋<sup>[4]</sup>对红外干扰情况下飞机的击中概率问题进行了研究;文献<sup>[5-7]</sup>分析了存在虚假目标干扰时,一架或几架无人机的对地攻击策略问题。

上述工作的研究对象都是一架或者多架飞机,对于几十架甚至上百架飞机参与的大规模空战问题,这些分析方法将会导致异常复杂的计算。因此,对于大规模的无人机作战问题,往往需要从系统的角度对作战过程进行分析。

Lanchester 方程是由英国工程师 Lanchester 提出的描述交战双方兵力变化情况的微分方程

收稿日期: 2014-09-25; 退修日期: 2014-12-09; 录用日期: 2015-03-01; 网络出版时间: 2015-03-16 11:30

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20150316.1131.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61374032); 航空科学基金(20125853035)

\* 通讯作者: Tel.: 029-88431398 E-mail: zhangwg@nwpu.edu.cn

**引用格式:** Wang X G, Zhang W G, Liu Y. Suicide drones' attack strategy on the condition of escort free-flight decoys influence [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(9): 3137-3146. 王晓光, 章卫国, 刘洋. 伴飞诱饵干扰下的自杀式无人机攻击策略[J]. 航空学报, 2015, 36(9): 3137-3146.

组。Lanchester 方程问世以后,研究人员用它来对历史上的一些战斗进行分析,结果往往与实际作战结果吻合,证明了 Lanchester 方程的合理性<sup>[8]</sup>。在空战中,王斯福<sup>[9]</sup>和汪浩<sup>[10]</sup>等分别采用 Lanchester 方程对伴飞诱饵支援下的作战飞机突防和反舰导弹突防过程中的效费比和实效性进行了分析,但没有给出合适的对抗策略;牛德智等<sup>[11]</sup>则是从飞机作战效能的角度出发,得到了数据链支援下的空战能力计算方法,并且分析了等效实力比和不同增援时刻对空战进程的影响。

本文针对伴飞诱饵干扰下的大规模无人机群的攻击策略问题进行了研究。采用 Lanchester 方程的方法来进行无人机的空战建模,并将 Lanchester 方程与最优控制相结合,以分析无人机的攻击策略。

## 1 伴飞诱饵干扰下的空战建模

### 1.1 作战想定

给定空战过程如下:作战双方分别为红(R)方和蓝(B)方,R方为自杀式无人机,B方则是战斗机和伴飞诱饵,双方在空中遭遇后,相互攻击。B方战斗机可以直接攻击R方飞机,R方飞机则需要根据传感器探测到的信息对作战目标进行分辨,尽可能排除诱饵干扰,攻击B方飞机。由于现今的伴飞诱饵很难完全模仿作战飞机,因此,对于R方的机载传感装置来说,伴飞诱饵不是不可分辨的。

### 1.2 机载火控传感装置的性能模型

由于R方无人机不能完全准确识别B方的飞行器,因此当R方无人机发现一个B方目标之后,可能发生以下4种情况:

- 1) 正确识别一个真目标(B方飞机)并发起攻击,概率为  $P_{TR}$ 。
- 2) 将真目标识别为假目标(伴飞诱饵),概率为  $1 - P_{TR}$ 。
- 3) 正确识别一个假目标,概率为  $P_{FTR}$ 。
- 4) 将假目标识别为真目标并发起攻击,概率为  $1 - P_{FTR}$ 。

参数  $P_{TR}$  和  $P_{FTR}$  并不是相互独立的,二者之间的关系为<sup>[7]</sup>

$$1 - P_{FTR} = \frac{P_{TR}}{(1 - c)P_{TR} + c} \quad (1)$$

式中:参数  $c \in [1, 1000]$ ,其取值与传感器性能和数据处理算法相关。

在空战中,R方可以通过控制  $P_{TR}$  来影响作战进程。为表述方便,统一将  $P_{TR}$  称为攻击概率。

### 1.3 伴飞诱饵干扰下的 Lanchester 空战模型

首先,分析B方飞机和诱饵数量随时间的变化情况。根据 Lanchester 方程,可以得到

$$\begin{cases} \frac{dB_1(t)}{dt} = -\alpha_1 R(t) P_{TA} \\ \frac{dB_2(t)}{dt} = -\alpha_2 R(t) P_{FTA} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $B_1(t)$  为  $t$  时刻的B方飞机数量期望;  $\alpha_1$  为单位时间内,R方一架无人机对B方飞机的期望杀伤个数;  $R(t)$  为  $t$  时刻的R方无人机数量期望;  $P_{TA}$  为R方飞机遭遇B方作战飞机并正确判别、进行攻击的概率;  $B_2(t)$  为  $t$  时刻B方诱饵的数量期望;  $\alpha_2$  为单位时间内,R方一架飞机对B方诱饵的期望杀伤个数;  $P_{FTA}$  为R方飞机遭遇伴飞诱饵并错误判断、攻击诱饵的概率。同理,可得到R方飞机的数量随时间的变化情况为

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\beta B_1(t) - R(t)P_{TA} - R(t)P_{FTA} \quad (3)$$

式中:  $\beta$  为单位时间内,B方每架飞机对R方飞机的期望杀伤个数。式(3)右边第1项为由于B方攻击造成的R方飞机损耗,第2项为攻击B方飞机造成的损耗,第3项为攻击B方诱饵造成的损耗。显然,  $P_{TA}$  和  $P_{FTA}$  是两个条件概率,其计算方法为

$$\begin{cases} P_{TA} = \frac{B_1(t)}{B_1(t) + B_2(t)} P_{TR} \\ P_{FTA} = \frac{B_2(t)}{B_1(t) + B_2(t)} (1 - P_{FTR}) = \frac{B_2(t)}{B_1(t) + B_2(t)} \cdot \frac{P_{TR}}{(1 - c)P_{TR} + c} \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)可知,R方的无人机可以通过调节攻击概率  $P_{TR}$  来改变  $P_{TA}$  和  $P_{FTA}$ ,进而影响作战进程。将式(4)代入式(2)和式(3),并令  $x(t) = R(t)$ ,  $y_1(t) = B_1(t)$ ,  $y_2(t) = B_2(t)$ ,  $u(t) = P_{TR}(t)$ ,则有

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = -\beta y_1(t) - x(t) \frac{y_1(t)}{y_1(t) + y_2(t)} u(t) - \\ \quad x(t) \frac{y_2(t)}{y_1(t) + y_2(t)} \cdot \frac{u(t)}{(1-c)u(t) + c} \\ \frac{dy_1(t)}{dt} = -\alpha_1 x(t) \frac{y_1(t)}{y_1(t) + y_2(t)} u(t) \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = -\alpha_2 x(t) \frac{y_2(t)}{y_1(t) + y_2(t)} \cdot \frac{u(t)}{(1-c)u(t) + c} \end{cases} \quad (5)$$

#### 1.4 空战模型中的最优控制问题

空战中, R 方希望通过不断调节  $u(t)$  来实现对 B 方作战飞机的最大杀伤, 因此对于 R 方来说, 这是一个最优控制问题。下面就 B 方对 R 方的期望杀伤个数  $\beta$  是否已知, 分别讨论其状态方程和支付函数。

##### 1.4.1 $\beta$ 已知

如果  $\beta$  已知, 那么最优控制的状态方程即为 Lanchester 方程式 (5), 控制变量为  $u(t)$ 。最优

控制的支付函数应当是尽可能多地消灭 B 方飞机, 即最小化

$$J = y_1(T) \quad (6)$$

式中:  $T$  为作战持续时间。如果  $T$  固定, 那么式 (6) 为终端时刻固定的最优控制问题。如果  $T$  不固定, 那么式 (6) 为终端时刻可变的最优控制问题, 这时需要给定终端时刻的状态约束为

$$x(T)y_1(T) = 0 \quad (7)$$

即 R 方的自杀式飞机和 B 方的作战飞机中至少有一项数量为 0。

##### 1.4.2 $\beta$ 未知

假设 B 方飞机可以挂载  $n$  种机载武器, 武器  $i$  对应的期望杀伤个数为  $\beta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。设 B 方飞机选择挂载武器  $i$  的概率为  $P_{\beta_i} (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则有  $\sum_{i=1}^n P_{\beta_i} = 1$ 。

此时, 对应的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dx^1(t)}{dt} = -\beta_1 y_1^1(t) - x^1(t) \frac{y_1^1(t)}{y_1^1(t) + y_2^1(t)} u(t) - x^1(t) \frac{y_2^1(t)}{y_1^1(t) + y_2^1(t)} \cdot \frac{u(t)}{(1-c)u(t) + c} \\ \frac{dy_1^1(t)}{dt} = -\alpha_1 x^1(t) \frac{y_1^1(t)}{y_1^1(t) + y_2^1(t)} u(t) \\ \frac{dy_2^1(t)}{dt} = -\alpha_2 x^1(t) \frac{y_2^1(t)}{y_1^1(t) + y_2^1(t)} \cdot \frac{u(t)}{(1-c)u(t) + c} \\ \vdots \\ \frac{dx^n(t)}{dt} = -\beta_n y_1^n(t) - x^n(t) \frac{y_1^n(t)}{y_1^n(t) + y_2^n(t)} u(t) - x^n(t) \frac{y_2^n(t)}{y_1^n(t) + y_2^n(t)} \cdot \frac{u(t)}{(1-c)u(t) + c} \\ \frac{dy_1^n(t)}{dt} = -\alpha_1 x^n(t) \frac{y_1^n(t)}{y_1^n(t) + y_2^n(t)} u(t) \\ \frac{dy_2^n(t)}{dt} = -\alpha_2 x^n(t) \frac{y_2^n(t)}{y_1^n(t) + y_2^n(t)} \cdot \frac{u(t)}{(1-c)u(t) + c} \end{cases} \quad (8)$$

式中: 上标  $1, 2, \dots, n$  表示 B 方挂载第  $i (i = 1, 2, \dots, n)$  种武器时所对应的 Lanchester 方程。因此, 式 (8) 为  $3 \times n$  元的微分方程。

支付函数首先应考虑  $T$  固定的情况。如果 B 方挂载武器  $i$ , R 方采取最优攻击策略, 对应的 B 方飞机在  $T$  时刻的个数期望为  $E(y_1^i(T)) (i = 1, 2, \dots, n)$ 。那么, 对应的最优控制支付函数式 (9) 应当最小化。

$$J' = \sum_{i=1}^n P_{\beta_i} E(y_1^i(T)) \quad (9)$$

即 R 方需要最小化 B 方飞机在  $T$  时刻的个数期望。

如果  $T$  不固定,  $\beta$  足够小, 那么在  $\beta$  已知时, R 方可以选择合适的控制策略来全部消灭 B 方飞机; 但当  $\beta$  未知时, R 方很难选取一种攻击策略来全部消灭不同  $\beta$  时的 B 方飞机。因此, 在  $\beta$  未知时, 可以给定一个 B 方飞机的剩余个数期望  $J_0$ , 要求 B 方飞机在终端时刻的剩余数量期望  $J' < J_0$ 。那么, 相应的终端时刻状态约束为

$$x(T) = 0 \cup J' < J_0 \quad (10)$$

即 R 方的自杀式飞机数量为 0, 或者 B 方飞机的剩余数量期望小于  $J_0$ 。

## 2 最优控制问题的求解

对于 1.4 节中的非线性最优控制问题, 常用的求解方法分为间接法和直接法两大类<sup>[12-14]</sup>。

间接法通过求解原问题的最优性条件(即必要条件)间接获得原问题的最优解。间接法需要求解复杂的两点边值问题, 并且其对约束条件的处理很难让人满意。

直接法通过离散化将无限维的非线性最优控制问题转化为有限维的非线性规划(Nonlinear Programming, NLP)问题, 然后再对其进行求解。随着计算机技术的发展, 直接法已成为求解最优控制问题的主流方法。

高斯伪谱法<sup>[15-20]</sup>属于直接法的一种, 因其离散得到的非线性规划问题的 KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件与最优控制一阶必要条件等价而备受关注, 同时它也能够很好地处理约束条件。因此, 可采用此方法对最优控制问题进行求解。

### 1) 时域变换

由于高斯伪谱法的配点都分布在区间  $[-1, 1]$  上, 因此首先应将 1.4 节中得到的最优控制问题的时间区间由  $t \in [0, T]$  转换到  $\tau \in [\tau_0, \tau_f] = [-1, 1]$ 。可对时间变量  $t$  作如下变换:

$$\tau = \frac{2t}{T} - 1 \quad (11)$$

然后, 将变换式(11)应用于目标函数、状态变量和约束条件, 得到新的目标函数为

$$J_G = y_1(\tau_f) \quad (12)$$

新的状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(\tau) = \frac{T}{2} \mathbf{F}(\mathbf{X}(\tau), \mathbf{U}(\tau)) \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{X}(\tau)$  和  $\mathbf{U}(\tau)$  分别为新的状态变量和新的控制变量;  $\mathbf{F}(\mathbf{X}(\tau), \mathbf{U}(\tau))$  对应新的状态方程。

飞机的数量期望不小于零, 据此得到不等式约束为

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}(\tau), \mathbf{U}(\tau)) \geq \mathbf{0} \quad (14)$$

对于终端时刻可变的情况, 由式(7)可得到终端等式约束条件为

$$\mathbf{g}(\mathbf{X}(\tau_f)) = \mathbf{0} \quad (15)$$

### 2) 控制变量和状态变量的插值多项式全局

近似

高斯伪谱法选取  $N$  个 Legendre-Gauss 点以及  $\tau_0 = -1$  和  $\tau_f = 1$  为节点, 构成 Lagrange 插值多项式, 并以此为基础函数来近似状态变量和控制变量。

$$\mathbf{X}(\tau) \approx \mathbf{x}(\tau) = \sum_{i=0}^N L_i(\tau) \mathbf{x}(\tau_i) \quad (16)$$

$$\mathbf{U}(\tau) \approx \mathbf{u}(\tau) = \sum_{i=1}^N \tilde{L}_i(\tau) \mathbf{u}(\tau_i) \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{x}(\tau)$  和  $\mathbf{u}(\tau)$  分别为近似得到的状态变量和控制变量;  $L_i(\tau)$  和  $\tilde{L}_i(\tau)$  为 Lagrange 插值基函数, 并有

$$L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \quad (18)$$

$$\tilde{L}_i(\tau) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \quad (19)$$

其中:  $\tau_i$  和  $\tau_j$  为时域变换后的两个互不相同的 Legendre-Gauss 点。终端状态的插值多项式近似表达为

$$\mathbf{x}(\tau_f) = \mathbf{x}(\tau_0) + \frac{T}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k \mathbf{F}(\mathbf{x}(\tau_k), \mathbf{u}(\tau_k)) \quad (20)$$

式中:  $\omega_k$  为相应的权函数<sup>[15]</sup>。

### 3) 状态方程约束的转化

对式(16)进行求导, 得到

$$\dot{\mathbf{X}}(\tau_k) \approx \dot{\mathbf{x}}(\tau_k) = \sum_{i=0}^N D_{ki}(\tau) \mathbf{x}(\tau_i) \quad (21)$$

式中: 微分矩阵  $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{N \times (N+1)}$  可以离线确定,  $D_{ki}$  为微分矩阵  $\mathbf{D}$  中的元素, 并有

$$D_{ki} = \dot{L}_i(\tau_k) = \begin{cases} \frac{(1 + \tau_k) \dot{P}_N(\tau_k) + P_N(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i) [(1 + \tau_i) \dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & i \neq k \\ \frac{(1 + \tau_i) \dot{P}_N(\tau_i) + 2P_N(\tau_i)}{2[(1 + \tau_i) \dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & i = k \end{cases} \quad (22)$$

其中:  $P_N(\tau_k)$  和  $P_N(\tau_i)$  分别为以  $\tau_k$  和  $\tau_i$  为变量的多项式。

将式(21)代替离散点处微分方程式(13)的左边式, 从而将微分方程约束转化为代数约束:

$$\sum_{i=0}^N D_{ki}(\tau) \mathbf{x}(\tau_i) - \frac{T}{2} \mathbf{F}(\mathbf{x}(\tau_k), \mathbf{u}(\tau_k)) = \mathbf{0} \quad (23)$$

$$k = 1, 2, \dots, N$$

至此, 原最优控制问题已转化为一个非线性

规划问题：

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^N} \quad & f(x) \\ \text{s. t.} \quad & g_j(x) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p \\ & h_j(x) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (24)$$

式中： $f(x)$  为非线性规划问题对应的目标函数； $g_j(x)$  和  $h_j(x)$  为非线性规划问题的约束，个数分别为  $p$  和  $l$ 。 $x$  为设计变量，包括状态变量和控制变量。通过对这个非线性规划问题进行求解，即可得到原最优控制问题的解。

### 3 仿真算例

#### 1) 算例 1

给定作战双方的初始参战兵力分别为  $x(0) = 900, y_1(0) = 200, y_2(0) = 400$ ，战斗持续时间(无量纲)设定为  $T = 30$ ；Lanchester 方程中的相关参数可以通过工程或者统计的方法获得<sup>[8]</sup>，本文的相关参数设置如表 1 所示。

表 1 作战双方的参数设置

Table 1 Parameters setting of both sides in combat

Parameter	Value
$\alpha_1$	0.42
$\alpha_2$	0.73
$\beta$	0.55
$c$	500

算例 1 是一个终端时刻固定的最优控制问题，用高斯伪谱法求解得到的 R 方飞机的最优控制策略如图 1 所示。作战双方兵力随时间的变化情况如图 2 所示。

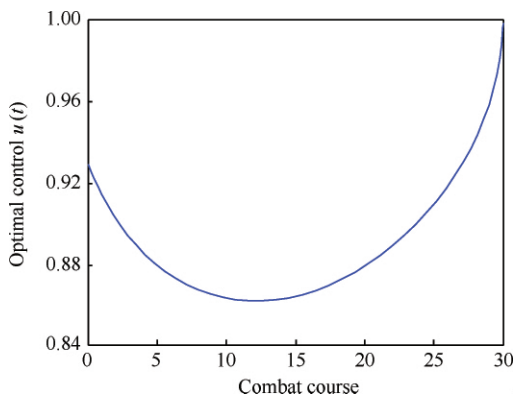


图 1 终端时刻固定的 R 方最优攻击策略

Fig. 1 R's optimal attack strategy with fixed terminal time

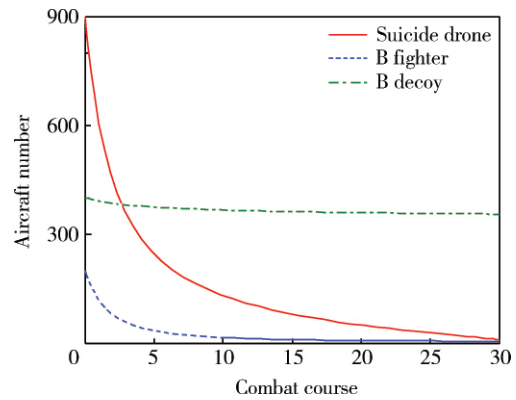


图 2 终端时刻固定的双方兵力变化情况

Fig. 2 Two sides' forces changing with time with fixed terminal time

在给定的初始条件和参数设定下，综合分析图 1 和图 2。首先从 R 方无人机的攻击策略来看， $u(t)$  始终保持在 0.86 以上，说明自杀式无人机应采取不保守的具有攻击性的战斗策略。根据  $u(t)$  的变化情况，整个作战过程可以分为以下两个阶段。

第 1 阶段：战场中存在大量 B 方的作战飞机，此时 B 方的战斗力很强，需要尽快对其进行打击，因此 R 方无人机在初始时刻的攻击概率很高；随着 B 方作战飞机数量的减少，R 方逐渐降低  $u(t)$  以减少攻击伴飞诱饵。从作战双方的兵力变化情况来看，由于双方兵力充足，因此作战双方都能够对对方造成很大杀伤，使双方兵力迅速下降。

第 2 阶段：随着 B 方作战飞机的损失越来越多，伴飞诱饵在 B 方总兵力中所占的比例不断升高，因此，R 方的无人机必须逐渐提高攻击概率  $u(t)$ ，来尽可能多地杀伤 B 方的飞机。但是，由于此时的双方兵力都已大大受损，因此双方的损耗都十分有限。

此外，从图 2 中还可以看出，虽然 B 方的伴飞诱饵数量多于作战飞机，且 R 方对其的杀伤概率远大于对作战飞机的杀伤概率，但其损耗没有超过 50，说明传感器性能参数  $c = 500$  时，R 方能够较为准确地从伴飞诱饵中识别出 B 方作战飞机进行攻击。

表 2 为终端时刻固定条件下传感器性能参数  $c$  取不同数值时得到的不同作战结果。

表 2 终端时刻固定情况下的传感器性能对作战结果的影响

Table 2 Sensor performance impacts on combat results with fixed terminal time

Parameter $c$	$x(T)$	$y_1(T)$	$y_2(T)$
500	9.17	4.85	354.64
600	19.35	3.89	355.69
700	27.42	3.27	356.82
800	34.03	2.83	357.92
900	39.60	2.51	358.99

从表 2 中可以看出,在最优攻击策略下,传感器性能参数  $c$  越大,R 方飞机的剩余数量越多,B 方飞机的剩余数量越少,B 方诱饵的剩余数量越多。这说明传感器性能参数  $c$  越大,R 方越能够容易地分辨出 B 方的作战飞机和诱饵,使相应的作战结果越优;同时随着  $c$  的增大,  $x(T)$  和  $y_1(T)$  对  $c$  变化的敏感程度逐渐降低,这说明一味地增加  $c$  只能在一定范围内提高自杀式无人机的杀伤效果。

## 2) 算例 2

给定作战双方的初始参战兵力分别为  $x(0)=900$ ,  $y_1(0)=200$ ,  $y_2(0)=400$ , 战斗持续时间  $T$  不固定,相关参数设置采用表 1 中的数据;此时为终端时刻可变的最优控制问题,用高斯伪谱法求解得到的终端时刻  $T=34.03$ 。R 方飞机的最优攻击策略如图 3 所示。作战双方兵力随时间的变化情况如图 4 所示。

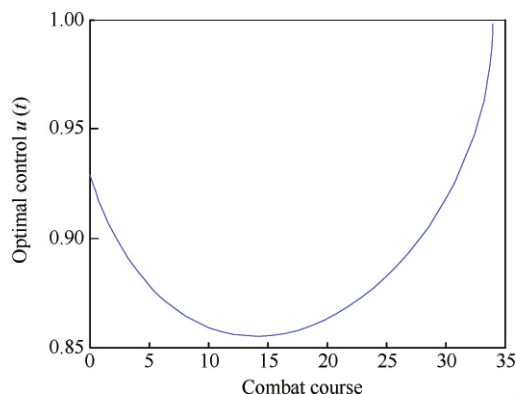


图 3 终端时刻可变的 R 方最优攻击策略

Fig. 3 R's optimal attack strategy with variable terminal time

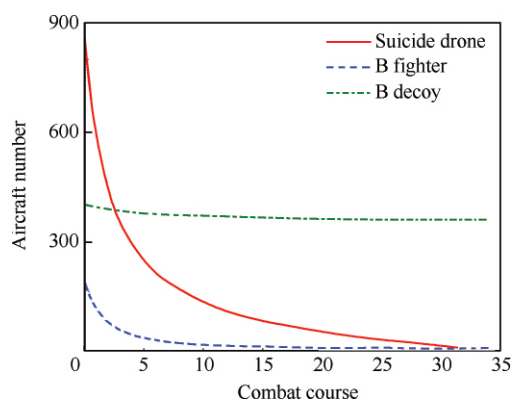


图 4 终端时刻可变的双方兵力随时间变化图

Fig. 4 Two sides' forces changing with time with variable terminal time

从图 3 和图 4 中可以看出,终端时刻可变情况下的 R 方最优攻击策略与终端时刻固定情况下的攻击策略类似,都是先逐渐降低攻击概率  $u(t)$ ,待 B 方作战飞机数量降低到一定程度后,再逐渐提高  $u(t)$ 。另外,与算例 1 类似,作战双方的兵力都是在开始时刻迅速降低,随后双方飞机的损失速度随着时间的推移而逐渐减缓。

表 3 为终端时刻可变条件下的传感器性能参数  $c$  取不同数值时得到的不同作战结果。

表 3 终端时刻可变情况下的传感器性能对作战结果的影响

Table 3 Sensor performance impacts on combat results on with variable terminal time

Parameter $c$	$x(T)$	$y_1(T)$	$y_2(T)$	$T$
500	0	4.74	356.37	34.03
600	0	3.47	358.84	40.67
700	0	2.48	360.65	49.14
800	0	1.68	361.96	60.85
900	0	1.04	362.81	79.03

从表 3 中可以看出,在给定的兵力配置和参数设置下,如果终端时刻不固定,R 方将战败。在这种情况下,由于伴飞诱饵的干扰,R 方无人机很难完全识别出并杀伤所有 B 方的作战飞机,而 B 方的作战飞机则可以在伴飞诱饵的掩护下逐渐全部杀伤 R 方的无人机。同时由表 3 可知,  $c$  越大,  $y_1(T)$  越小,  $y_2(T)$  越大,作战效果越好,这与算例 1 得到的结果类似;并且  $c$  越大,战斗持续时间

越长,作战结果对  $c$  变化的敏感程度越低。对比表 2 与表 3,若  $c$  取值相同,那么表 2 中的  $x(T)$  比表 3 中的  $x(T)$  大,  $y_1(T)$  则相差不大,这说明  $T$  为定值情况下的 R 方无人机杀伤效率比  $T$  可变情况下的杀伤效率高。

### 3) 算例 3

给定作战双方的初始参战兵力分别为  $x(0)=900, y_1(0)=200, y_2(0)=400$ , 战斗持续时间设定为  $T=30, \alpha_1, \alpha_2$  和  $c$  采用表 1 中的数据; B 方可以选择 3 种武器, 对应的期望杀伤个数和挂载概率如表 4 所示。对于 R 方来说, B 方具体选择何种武器未知。

表 4 B 方武器的期望杀伤个数和挂载概率

Table 4 Expected killing numbers and mounted probabilities of B's weapon

Parameter	Weapon 1	Weapon 2	Weapon 3
Expected killing number	0.55	0.33	0.27
Mounted probability	0.2	0.3	0.5

此时的状态方程式(8),可按照式(9)计算相应的支付函数,并利用高斯伪谱法求解该最优控制问题,可以得到  $\beta$  未知情况下 R 方的最优攻击策略。为方便比较分析,给出  $\beta$  ( $\beta=0.55, \beta=0.33, \beta=0.27$ ) 已知情况下的最优攻击策略,如图 5 所示。

从图 5 中可以看出,在  $\beta$  未知的情况下, R 方的最优攻击策略仍然是先降低攻击概率  $u(t)$ , 然后再逐渐提高  $u(t)$ 。这时的  $u(t)$  介于  $\beta=0.27$  和  $\beta=0.55$  的最优攻击策略之间。尽管算例中

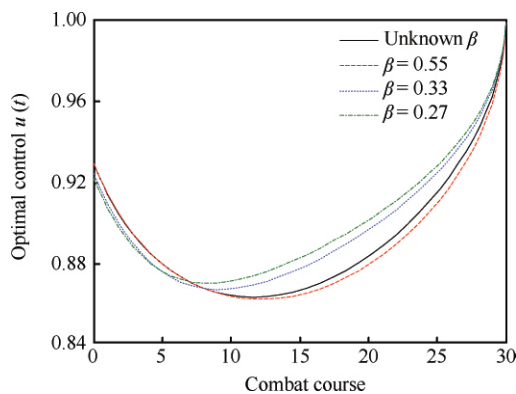


图 5 终端时刻固定的 R 方 4 种最优攻击策略

Fig. 5 R's four optimal attack strategies with fixed terminal time

$\beta=0.27$  的攻击概率大于  $\beta=0.55$  的攻击概率,但此时的最优攻击策略仍然接近于  $\beta=0.55$  情况下的攻击策略。这说明如果不能确定  $\beta$  的取值, R 方的最优攻击策略应当接近于  $\beta$  取最大值时的攻击策略,并且最优的攻击策略介于  $\beta$  取最大值和最小值时的攻击策略之间。

若  $\beta$  已知,则  $\beta$  越小,战斗开始时刻的  $u(t)$  越小,战斗后期的  $u(t)$  越大,且  $u(t)$  的转折时间越提前。说明在  $T$  固定的情况下,如果 B 方飞机对 R 方飞机的杀伤力  $\beta$  比较小,那么 R 方在战斗前期应当采取相对保守的攻击策略,后期则应当采取相对积极的攻击策略,攻击策略由降到升的转折时间随着  $\beta$  的增加而后移,反之亦然。

表 5 为  $\beta$  已知情况下,根据相应  $\beta$  计算得到的支付函数,以及  $\beta$  未知情况下,按照 R 方的最优攻击策略计算得到的支付函数。

表 5  $\beta$  已知和未知两种情况下的支付函数

Table 5 Cost functions with known and unknown  $\beta$

Condition	$\beta$	$y_1(T)$ or $E(y_1^i(T))$
Known	0.55	4.846 087
	0.33	0.126 764
	0.27	0.054 506
Unknown	0.55	4.846 709
	0.33	0.127 484
	0.27	0.055 189

根据表 5 中  $\beta$  未知时的  $E(y_1^i(T))$  ( $i=1, 2, 3$ ), 按照式(9)可计算得到  $J'=1.04$ 。由表 5 可知,无论  $\beta$  已知还是未知,在给定的初始条件下,  $\beta$  越小, B 方飞机剩余数量(或剩余期望数量)越少,即 B 方对 R 方的杀伤能力越弱;在  $\beta$  取值相同的前提下,  $\beta$  已知和未知两种情况下的 B 方飞机剩余数量和数量期望相差不大,说明本文所述的攻击策略计算方法具有较好的鲁棒性。

### 4) 算例 4

给定作战双方的初始参战兵力分别为  $x(0)=900, y_1(0)=200, y_2(0)=400$ , 战斗持续时间  $T$  不定,  $\alpha_1, \alpha_2$  和  $c$  采用表 1 中的数据; B 方武器的相关参数如表 4 所示, B 方具体采用何种武器未知,给定式(10)中  $J_0=0.99$ 。图 6 为  $\beta$  未知、 $\beta=0.55, \beta=0.33$  和  $\beta=0.27$  这 4 种情况下的最优攻击策略。



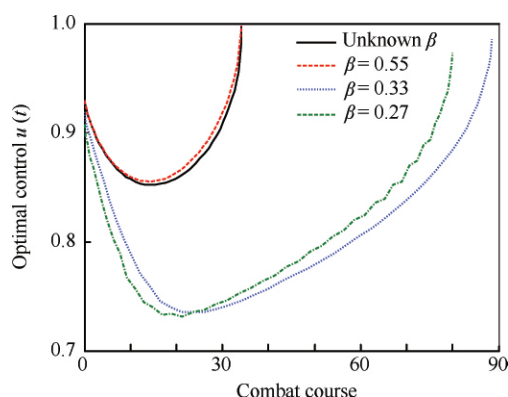


图6 终端时刻可变的R方4种最优攻击策略

Fig. 6 R's four optimal attack strategies with variable terminal time

从图6中可以看出,在 $T$ 不定的情况下,R方的最优攻击策略同样是先降再升。 $\beta$ 未知情况下的最优攻击策略在 $\beta = 0.55$ 和 $\beta = 0.27$ 的最优攻击策略之间,并接近于 $\beta = 0.55$ 时的攻击策略。说明 $T$ 不定的情况下,R方的最优攻击策略同样在 $\beta$ 取最大值和最小值时的攻击策略之间,并且接近于 $\beta$ 取最大值时的攻击策略。

表6为 $\beta$ 已知和未知两种情况下的支付函数和最优的战斗持续时间。

表6 终端时刻可变情况下得到的支付函数和战斗持续时间

Table 6 Cost functions and combat duration time with variable terminal time

Conditon	$\beta$	$y_1(T)$ or $E(y_1^i(T))$	$T$
Known	0.55	4.744 761	34.031
	0.33	0	88.448
	0.27	0	80.014
Unknown	0.55	4.746 090	
	0.33	0.062 195	34.192
	0.27	0.023 636	

根据表6中的相关数据,按照式(9)可计算得到 $J' = 0.98 < J_0$ 。若 $\beta$ 已知,那么当 $\beta = 0.33$ , 0.27时,B方飞机将会被全部消灭,并且 $\beta$ 越小, $T$ 越小。这说明在 $\beta$ 不够大的情况下,B方飞机能够被全部消灭。若B方飞机能够被全部消灭,那么其杀伤能力越弱,战斗持续时间越短。

若 $\beta$ 未知,那么最优的战斗持续时间 $T$ 接近于 $\beta = 0.55$ 时的战斗持续时间。在 $\beta$ 未知时,

$E(y_1^i(T)) (i=1,2,3)$ 均不为零,说明R方很难找出合适的攻击策略来全部消灭B方;但是 $\beta = 0.33, 0.27$ 时的B方飞机期望数量很小,说明如果B方的杀伤能力较弱,R方可以通过采取合适的攻击策略,将B方的飞机数量控制在一个很低的水平。比较两种情况下的 $y_1(T)$ 和 $E(y_1^i(T))$ 可以看出, $\beta = 0.33$ 时的 $y_1(T)$ 和 $E(y_1^i(T))$ 相差最大,差值为0.062,但是相对于初始数量 $y_1(0) = 200$ 来说仍然是一个很小的值,说明战斗持续时间不确定时,本文所述攻击策略计算方法具有一定的鲁棒性。

## 4 结 论

1) 通过对自杀式无人机的空战建模和分析,可以给出伴飞诱饵干扰下无人机空战的最优战法。在给定的初始条件下,总体来说,R方的自杀式无人机应当采取不保守的具有攻击性的战斗策略;在作战开始时刻应该不断降低攻击概率来尽可能避免盲目攻击伴飞诱饵,待B方的作战飞机降低到一定程度之后,则需要增大攻击概率,来保证对B方飞机的杀伤。

2) 无人机的传感器性能能够对作战结果造成一定影响。在无人机的作战应用中,机载传感器性能参数 $c$ 越大,R方的作战结果越好;同时随着 $c$ 的增大,作战结果对 $c$ 变化的敏感程度逐渐降低。

3) 在实际作战中,B方飞机的杀伤力有可能是未知的,因此本文研究了B方飞机的杀伤力 $\beta$ 未知情况下R方无人机的最优攻击策略。这时R方的最优攻击策略与 $\beta$ 已知时的最优攻击策略类似,都是先降低攻击概率,然后再逐渐提高攻击概率;最优的攻击策略介于 $\beta$ 取最大值和最小值时的两个攻击策略之间,并且接近于 $\beta$ 取最大值时的攻击策略。同时在 $\beta$ 未知时,不管战斗持续时间固定还是可变,按照本文攻击策略计算得到的作战结果均与 $\beta$ 已知时的作战结果相差不大,说明本文所述攻击策略计算方法具有一定的鲁棒性,能够处理B方杀伤力未知时R方的攻击策略计算问题。

4) 算例中的R方无人机数量迅速下降,这是无人机对B方发动自杀式袭击和B方对其打击共同作用的结果。在实际应用中,从自杀式无人



机的设计方面考虑,提升火控传感装置性能可以在一定程度上提高对B方飞机的杀伤效果;从无人机的作战使用方面考虑,对比战斗持续时间可变这种情况,如果R方不追求对B方飞机的全部杀伤,战斗持续时间取常数,那么可以在B方飞机剩余数量相差不大的前提下增加R方无人机的剩余数量,从而提高杀伤的效率;最后考虑生产周期和成本,无人机生产周期和成本低于战斗机的生产周期和成本,也远低于飞行员的训练周期和成本,因而能够在损失之后快速补充兵力,弥补自杀式无人机在战斗中的大量损失。

### 参 考 文 献

- [1] Austin R. Unmanned air systems UAV design, development and deployment[M]. West Sussex: A John Wiley and Sons, Ltd., 2010: 255.
- [2] Xue Y, Zhuang Y, Zhang Y Y, et al. Multiple UCAV cooperative jamming air combat decision making based on heuristic self-adaptive discrete differential evolution algorithm[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(2): 342-351 (in Chinese).  
薛羽, 庄毅, 张友益, 等. 基于启发式自适应离散差分进化算法的多UCAV协同干扰空战决策[J]. 航空学报, 2013, 34(2): 342-351.
- [3] Zhang T, Yu L, Zhou Z L, et al. Coordinated attacking strategy for MALD and fighter in medium-range air combat[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2013, 14(3): 1-5 (in Chinese).  
张涛, 于雷, 周中良, 等. 中距空战下战斗机使用诱饵弹协同攻击策略[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2013, 14(3): 1-5.
- [4] Guo X H, Song B F. Algorithm of aircraft hit probability in infrared jamming scenario[J]. Electronics Optics & Control, 2005, 12(6): 5-7 (in Chinese).  
郭晓辉, 宋笔锋. 红外干扰下飞机命中概率计算[J]. 光电与控制, 2005, 12(6): 5-7.
- [5] Kish B, Jacques D, Pachter M. Optimal control of sensor threshold for autonomous wide-area-search munitions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(5): 1239-1248.
- [6] Jacques D, Bode J, Pachter M. Optimization of an autonomous weapon system's operating characteristic [J]. IEEE Systems Journal, 2009, 3(4): 489-498.
- [7] Rosario R. Optimal sensor threshold control and the weapon operating characteristic for autonomous search and attack munitions[D]. Ohio: Air Force Institute of Technology, 2007.
- [8] Washburn A, Kress M. Combat modeling [M]. New York: Springer Science and Business Media, LLC, 2009: 94-95.
- [9] Wang S F, Liu Y C, Guan S Y, et al. Study of cooperative operation effectiveness for UAV with escort free-flight decoys[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(2): 498-502 (in Chinese).  
王斯福, 刘永才, 关世义, 等. 伴飞诱饵支援条件下无人飞行器协同作战效能研究[J]. 宇航学报, 2007, 28(2): 498-502.
- [10] Wang H, Zeng J Y, Luo M S. Study of escort free-flight decoys influence on anti-ship missile penetration to ship-to-air missile[J]. Fire Control & Command Control, 2011, 36(5): 68-71 (in Chinese).  
汪浩, 曾家有, 罗木生. 伴飞诱饵支援对反舰导弹突防舰空导弹的影响[J]. 火力与指挥控制, 2011, 36(5): 68-71.
- [11] Niu D Z, Chen C X, Ban F, et al. Prediction on air combat process based on effectiveness evaluation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(5): 1416-1423 (in Chinese).  
牛德智, 陈长兴, 班斐, 等. 基于效能评估的航空作战进程预测[J]. 航空学报, 2014, 35(5): 1416-1423.
- [12] Wang Q, Chen Y, Zhang Y X, et al. Optimal control theory, method and applications[M]. Beijing: Higher Education Press, 2011: 6 (in Chinese).  
王青, 陈宇, 张颖昕, 等. 最优控制理论、方法与应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011: 6.
- [13] Jiang F H, Baoyin H X, Li J F. Practical techniques for low-thrust trajectory optimization with homotopic approach[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(1): 245-257.
- [14] Elnagar J, Kazemi M A, Razzaghi M. The pseudospectral Legendre method for discretizing optimal control problems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(10): 1793-1796.
- [15] Yao Y W, Li H B. The generation of three-dimensional constrained entry trajectories for hypersonic vehicle based on the Gauss pseudospectral method[J]. Aerospace Control, 2012, 30(2): 33-38 (in Chinese).  
姚寅伟, 李华滨. 基于 Gauss 伪谱法的高超声速飞行器多约束三维再入轨迹优化[J]. 航天控制, 2012, 30(2): 33-38.
- [16] Benson D. Gauss pseudospectral transcription for optimal control[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [17] Mehrpouya M A, Shamsi M, Azhmyakov V. An efficient solution of hamiltonian boundary value problems by combined gauss pseudospectral method with differential continuation approach[J]. Journal of the Franklin Institute,

- 2014, 351(10): 4765-4785.
- [18] Houacine M, Khaldi S. Gauss pseudospectral method for less noise and fuel consumption from aircraft operations [J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(6): 2152-2159.
- [19] Zhang L, Gao H, Chen Z, et al. Multi-objective global optimal parafoil homing trajectory optimization via Gauss pseudospectral method[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 72(1): 1-8.
- [20] Zhang Y, He X. Optimal orbital transfer with finite thrust based on Gauss pseudospectral method[J]. Multidiscipline Modeling in Materials and Structures, 2010, 6(3): 399-409.

作者简介:

王晓光 男, 博士研究生。主要研究方向: 无人机作战决策, 效能评估。

E-mail: wangxiaoguang@mail.nwpu.edu.cn

章卫国 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行控制, 无人机综合控制。

Tel: 029-88431398

E-mail: zhangwg@nwpu.edu.cn

## Suicide drones' attack strategy on the condition of escort free-flight decoys influence

WANG Xiaoguang, ZHANG Weiguo<sup>\*</sup>, LIU Yang

College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

**Abstract:** The suicide drones' attack strategy under the influence of enemy's escort free-flight decoys is considered. Firstly, according to the suicide drone's operational characteristic, improved Lanchester equations are proposed. On the basis of airborne sensor's operational performance analysis, differential equations of the both sides' force attritions are established, so that the suicide drone's warfare rule can be described. Secondly, the optimal control method is applied to attack strategy analysis in Lanchester equations. Considering the Lanchester equations as state equations and taking suicide drones' attack probability as the control variable, the optimal control models of fixed and variable at terminal time can be separately established. Both optimal control problems are solved with Gauss pseudospectral method, so that the optimal attack strategies can be obtained. Lastly, the suicide drones' attack strategies are analyzed when enemy's killability is unknown, and the corresponding optimal attack strategies can be obtained. Under the given initial conditions, a series of simulations and verifications are carried out. The simulation results show that the models are feasible and the algorithm is effective, the methods described in the paper can provide references for air combat decision making.

**Key words:** suicide drone; escort free-flight decoys; attack strategy; Lanchester equations; optimal control

Received: 2014-09-25; Revised: 2014-12-09; Accepted: 2015-03-01; Published online: 2015-03-16 11:30

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20150316.1131.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20150316.1131.002.html)

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61374032); Aeronautical Science Foundation of China (20125853035)

<sup>\*</sup> Corresponding author. Tel.: 029-88431398 E-mail: zhangwg@nwpu.edu.cn