

北京航空航天大学学报

*Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*

ISSN 1001-5965, CN 11-2625/V

## 《北京航空航天大学学报》网络首发论文

题目：基于 CEA-GA 的多无人机三维协同曲线航迹规划方法  
作者：文超，董文瀚，解武杰，蔡鸣  
DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0787  
收稿日期：2021-12-27  
网络首发日期：2022-03-18  
引用格式：文超，董文瀚，解武杰，蔡鸣. 基于 CEA-GA 的多无人机三维协同曲线航迹规划方法[J/OL]. 北京航空航天大学学报.  
<https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0787>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 基于 CEA-GA 的多无人机三维协同曲线航迹规划方法

文超<sup>1</sup>, 董文瀚<sup>2,✉</sup>, 解武杰<sup>2</sup>, 蔡鸣<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 研究生院, 陕西 710038; 2. 空军工程大学 航空工程学院, 陕西 710038)

\*通信作者 E-mail: dongwenhan@sina.com

**摘要** 针对多无人机协同航迹规划求解计算复杂度高, 收敛效率差等问题, 提出一种基于混沌精英适应遗传算法 (CEA-GA) 的多机三维协同曲线航迹规划方法。首先, 利用层级规划思想, 建立基于单机规划层—航迹平滑层—多机协同规划层的多无人机三维协同曲线航迹层级规划模型, 将复杂约束规划问题分解为子函数优化求解问题, 减小计算量; 其次, 考虑到遗传算法求解高维复杂约束优化问题存在的性能局限, 采用 Tent 混沌映射均匀初始化种群, 以扩大个体搜索空间, 丰富种群多样性, 在此基础上, 通过引入自适应遗传算子平衡算法的全局搜索与局部开发能力, 帮助个体跳出局部最优, 并采用适应度动态更新策略进一步提高算法的局部探索能力和收敛速度。最后, 将精英保留策略引入遗传算法以更好地保证改进算法的全局收敛性。将 CEA-GA 应用于模型求解, 仿真实验结果表明, CEA-GA 具有较强的鲁棒性、较好的寻优性能和收敛效率, 且能够为集群规划满足约束条件的协同曲线航迹, 从而验证了本文所提的层级规划模型的有效性和 CEA-GA 的优越性。

**关键词** 协同航迹规划; 多无人机; 混沌映射; 遗传算法; 精英保留

中图分类号 V221+.3; TB553

文献标志码 A

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0787

## Multi-UAVs 3D cooperative curve path planning method based on CEA-GA

WEN Chao<sup>1</sup>, DONG Wenhan<sup>2,✉</sup>, XIE Wujie<sup>2</sup>, CAI Ming<sup>2</sup>

(1. School of Graduate, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. College of Aeronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

\*E-mail: dongwenhan@sina.com

**Abstract** In order to address the problems of high computational complexity and poor convergence efficiency of multi-UAVs cooperative path planning, a multi-UAVs 3D cooperative curve path planning method based on Chaos Elite Adaptive Genetic Algorithm (CEA-GA) is proposed. Firstly, a multi-UAVs 3D cooperative curve path hierarchical planning model based on single UAV planning layer—path smoothing layer—multiple UAVs cooperative planning layer is established with the idea of hierarchical planning to transform the complex constrained planning problems into the sub-functional optimization solution problems to reduce the computational effort. Secondly, considering the performance limitations of genetic algorithm (GA) for solving high-dimensional complex constrained optimization problems, Tent chaotic mapping is used to uniformly initialize the population in order to expand the individual search space and enrich the population diversity, and on this basis, the adaptive genetic operators are introduced to balance the global search and local exploitation capability of the algorithm, so as to help individuals jump out of the local optimum. Then, the fitness dynamic update strategy is adopted to further improve the local exploration ability and convergence speed of the algorithm. Finally, the elite retention strategy is introduced into the GA to better ensure the global convergence of the improved algorithm. CEA-GA is used to solve the proposed model and the simulation results show that, CEA-GA has strong robustness, good search performance and convergence efficiency, and can plan the cooperative curve path satisfying the constraints for the swarms, thus verifying the effectiveness of the hierarchical planning model and the superiority of CEA-GA.

**Key words** cooperative path planning; multiple UAVs; chaotic mapping; genetic algorithm (GA); elite retention

近年来, 受益于无人系统技术和人工智能的迅猛发展, 无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)

在侦察监视、低空突防和火力打击等作战任务中得到愈加广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。航迹规划作为 UAV 任务规划系统中的重要组成部分,是实现 UAV 自主安全飞行的关键技术之一,合理的规划策略能有效提高 UAV 的生存概率和作战效能<sup>[3]</sup>。

UAV 航迹规划是指我方地面作战指挥系统根据任务目标要求,综合考虑地形地貌、禁飞区域、敌方火力探测威胁、UAV 本体物理约束等因素,为 UAV 规划一条适用于当前任务场景的最优或次优可飞航迹,其实质是求取多目标多约束组合优化问题的近似最优解<sup>[4]</sup>。

优化算法作为求解航迹规划问题的核心,目前主要分为两大类:一类是传统经典优化算法,主要包括动态规划法、快速搜索随机树法、Voronoi 图、A\*算法、Dijkstra 算法等<sup>[5-12]</sup>;另一类则是现代智能优化算法,如差分进化算法、蚁群算法、粒子群算法、鲸鱼优化算法等<sup>[13-16]</sup>。其中,传统优化算法在求解高维复杂约束问题时存在计算量大,耗时长等问题,因此常用于二维空间的航迹规划。而智能优化算法由于高并行性、强鲁棒性和自组织等优点,在处理高维空间的规划问题时表现出良好的收敛性和适应性<sup>[17]</sup>。

随着作战任务动态性和复杂性的提高,单架 UAV 愈渐难以满足作战需求,多机协同作业将成为主流发展趋势<sup>[18]</sup>。相比于单机航迹规划,多机协同航迹规划数学模型更加复杂,对算法的性能要求也更高。Pan 等<sup>[19]</sup>提出一种合作型协同进化遗传算法,并通过算法中的合作机制和层次分解策略分别解决了多机时域和空域的协同问题,实现了二维空间中多机同时且安全抵达任务目标区域;Shorakaei 等<sup>[20]</sup>提出基于并行遗传算法的多机协同航迹规划方法,将航迹长度和机间距离作为优化目标,通过引入新的遗传算子改进选择策略并应用于三维协同航迹规划问题求解;蔡星娟等<sup>[21]</sup>考虑到多目标通过线性加权转换为单目标优化时,权系数的主观设置对优化结果影响较大,提出一种基于高维多目标优化的多机协同航迹规划模型,并通过对 NSGA-III 算法的交叉策略进行改进,有效求取了模型 pareto 最优解集,在保证空间协同的基础上为 UAV 规划了多条次优航迹;Liu 等<sup>[22]</sup>在考虑多机时间协同的基础上,结合快速搜索随机树法与生命周期群优化算法对三维山地环境下多机协同航迹规划问题进行了研究,实验证明改进算法具有良好的收敛精度;单文昭等<sup>[23]</sup>基于分层规划思想提出一种新的多机时间协同航迹规划问题求解框架,并将 Hooke-Jeeves 搜索算法引入传统粒子群算法,丰富粒子探索行为,改善粒子局部搜索能力,结果表明改进策略在解决复杂多机协同规划问题时具有较好的适应性。通过对上述研究分析可以看出,现有文献大多存在以下几点不足:1)忽略 UAV 的高度机动,在二维平面对多机协同规划问题进行研究;2)任务场景过于理想化。UAV 实际执行诸如情报搜集、低空突防此类作战任务时,由于其飞行高度低,飞行环境恶劣,所以需要在综合考虑地形威胁、雷达探测和火力打击等因素的情况下,为 UAV 规划满足地形跟随、地形回避和威胁规避的可飞曲线航迹;3)简化多机协同航迹规划模型。多机协同航迹规划应以多机系统的协同性能指标最优为目标,即在同时保证时间和空间协同的基础上,为集群成员规划满足约束条件的最优航迹。

遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 作为一种基于进化论和遗传学说的群智能随机搜索优化算法,由于不要求函数连续性和导数存在等假设、较强的鲁棒性和全局搜索能力、能有效解决 NP-Hard 困境等特点,已被广泛应用于航迹规划问题的求解<sup>[24]</sup>。然而,同其他智能优化算法一样,GA 在处理高维复杂约束优化问题时也存在早熟收敛于局部最优、收敛速度慢、局部搜索能力差等缺陷。文献[25]通过引入 Logistic 混沌映射增强初始种群多样性,提高了算法寻优精度;文献[26]通过动态调整进化算子的生成区域,增强了算法局部搜索能力,但并没有解决算法易陷入局部最优问题;文献[27]基于模拟退火算法,将 Metropolis 准则引入 GA,并改进交叉、变异算子,有效避免了算法早熟收敛,但改进算法复杂度高,迭代耗时长。

为减小计算量,提高求解效率,本文基于层级规划思想提出一种多 UAV 三维协同曲线航迹规划问题求解框架。首先,结合战场态势和 UAV 机动性能特点,建立单机规划层模型;其次,为提高航迹可飞性和 UAV 飞行稳定性,通过建立的航迹平滑层模型,对单机规划层结果进行二次曲线规划;最后,立足于单机规划层和航迹平滑层,并充分考虑时空协同约束条件,建立多机协同规划层模型,进而完成多 UAV 三维协同曲线航迹层级规划模型的总体构建。

考虑到 GA 在求解高维复杂约束优化问题时的性能局限, 首先, 采用 Tent 混沌映射实现遗传种群位置初始化的均匀分布, 丰富种群多样性, 在此基础上, 将自适应控制参数引入交叉变异算子, 进一步改善算法全局搜索能力, 帮助遗传个体摆脱局部最优, 提高算法寻优精度; 其次, 为避免种群进化期间错失优势个体, 增强算法局部探索能力和收敛效率, 根据个体进化程度设计了适应度动态更新策略; 最后, 采用精英保留策略引导个体有效搜索解空间, 从而保证算法具有更好的全局收敛性和鲁棒性。将改进算法应用于多 UAV 三维协同曲线航迹规划仿真实验, 结果表明, 本文所提的层级规划模型和改进算法对于复杂约束下的多机协同规划问题具有良好的适应性。

## 1. 多无人机三维协同曲线航迹层级规划数学模型

### 1.1. 问题描述

假设现有  $n$  ( $n > 1$ ) 架 UAV 从不同初始位置出发, 需要分别到达各自目标位置执行协同打击作战任务。多 UAV 协同航迹规划就是指 UAV 集群执行任务前, 我方地面作战指挥系统在参考由卫星、雷达等获取的任务环境信息 (地形信息、禁飞区、敌防空系统的部署区域等) 之后, 根据相应的战术原则和约束条件, 为集群成员规划满足协同性能指标的飞行航迹。借助数学公式描述上述过程, 如式 (1) 所示:

$$p_s^i = (x_s^i, y_s^i, z_s^i) \xrightarrow{\prod Route_i} p_f^i = (x_f^i, y_f^i, z_f^i), \quad i \in [1, n] \quad (1)$$

式中:  $i$  为 UAV 索引编号;  $p_s^i, p_f^i$  分别为 UAV  $i$  的起始位置和目标位置;  $p_k^i$  为第  $k$  个航点位置信息;  $\prod Route_i = (p_s^i, \dots, p_k^i, \dots, p_f^i)$  表示第  $i$  架 UAV 满足约束条件的离散航迹点集合。

对此, 本文做出以下假设:

- 1) 任务环境信息可以由地面指挥体系预先获得且准确无误, 并在 UAV 执行任务过程中保持静态不变;
- 2) 任务指定的初始位置和目标位置均为固定点;
- 3) UAV 的飞行速度恒定不变。

### 1.2. 任务环境建模

对任务环境的准确建模能有效提升航迹可飞性和安全性。针对三维山地地形建立, 采用文献[28]所提的函数模拟法, 数学模型为:

$$Z_1(x, y) = \sin(y+a) + b \sin x + c \cos\left(d\sqrt{x^2+y^2}\right) + e \cos y + f \sin\left(f\sqrt{x^2+y^2}\right) + g \cos y \quad (2)$$

$$Z_2(x, y) = \sum_{i=1}^n h_{Mi} \exp\left[-\left(\frac{x-x_{Mi}}{x_{is}}\right)^2 - \left(\frac{y-y_{Mi}}{y_{is}}\right)^2\right] \quad (3)$$

$$Z(x, y) = \max(Z_1(x, y), Z_2(x, y)) \quad (4)$$

式 (2) 中:  $(x, y)$  为基准地形点在水平面内的投影坐标;  $Z_1$  为  $(x, y)$  对应的地形高程;  $a, b, c, d, e, f, g$  均为常系数; 式 (3) 中:  $n$  为山峰个数;  $(x_{Mi}, y_{Mi})$  为第  $i$  个山峰对应的峰顶坐标;  $h_{Mi}$  为峰顶高度;  $x_{is}, y_{is}$  为陡峭因子, 用于控制山峰沿  $x$  轴和  $y$  轴方向的坡度。

式 (2) 用于模拟静态起伏的地表, 式 (3) 用于模拟山峰地形, 通过式 (4) 对式 (2) 和式 (3) 数据融合并进行二维三次样条插值处理, 即可构建出较为真实的地形环境。

在实际作战任务中, 随着敌防空系统的日益完善, 敌方目标通常借助地面雷达和导弹高炮实现对我方 UAV 的远程监测和精准打击, 因此, 中空突防难以满足当前作战需求。目前, 大多突防战术



是通过利用地形遮蔽和地杂波对雷达探测区域的影响实现的低空突防。。

基于上述考虑,为保证 UAV 的生存概率和航迹规划数学模型的简洁性,将雷达探测的威胁范围等效为最大外截半球体模型,如式(5)所示:

$$W_R^i(x, y, z) = \begin{cases} (x - x_R^i)^2 + (y - y_R^i)^2 + z_R^{i2} = R_R^{i2} \\ z \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $W_R^i$  表示第  $i$  个雷达等效的半球威胁体;  $(x_R^i, y_R^i, z_R^i)$  为雷达位置坐标,  $R_R^i$  为雷达扫描半径。

将禁飞区、防空武器的威胁范围等效为最大外截圆柱体模型,如式(6)所示:

$$L_D^i(x, y, z) = \begin{cases} (x - x_D^i)^2 + (y - y_D^i)^2 = R_D^{i2} \\ z \in [0, z_D^i] \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $L_D^i$  表示第  $i$  个禁飞区、防空武器打击威胁区等效的圆柱威胁体;  $(x_D^i, y_D^i)$ 、 $R_D^i$ 、 $z_D^i$  分别为圆柱体中心坐标,半径和高度。

综上,本文构建的任务环境如图1所示。

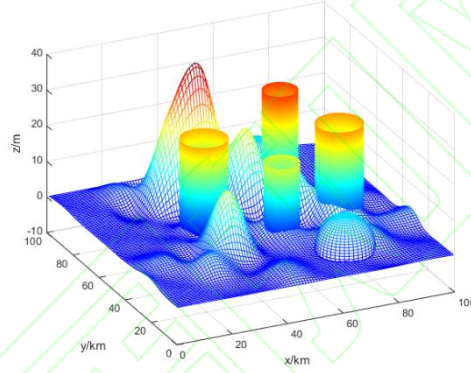


图1 任务环境示意图  
Fig.1 Mission environment diagram

### 1.3.单机规划层建模

为了更好的满足实际作战需求,提高 UAV 低空作战能力,单机规划层模型主要考虑两个方面:一是立足于航迹安全性设计合理的代价函数,主要包括 UAV 的航迹长度代价、地形跟随代价、威胁代价;二是立足于航迹可飞性考虑 UAV 系统的本体性能约束,主要包括最小航迹段约束、最大航程约束、最小飞行高度约束、最大爬升角/俯冲角约束和最大转弯角约束。

#### 1.3.1.航迹长度代价

航迹长度是评价规划航迹质量的重要指标之一。基于 1.1 节中假设(3),航迹长度决定了 UAV 执行任务期间的滞空时间和燃油消耗。因此,较短的航迹长度既能避免 UAV 因长时间滞空造成的暴露风险,提高航迹安全性,还能减少油耗,保证任务顺利进行。根据式(1),则航迹长度代价为:

$$Cost_L = \sum_{k=1}^{N-1} l_k^i \quad (7)$$

$$l_k^i = \|p_{k+1}^i - p_k^i\| \quad (8)$$

式中:  $l_k^i$  为 UAV  $i$  的第  $k$  航迹段长度;  $N$  为航迹点个数;  $\|\cdot\|$  代表欧氏距离。

#### 1.3.2.地形跟随代价

UAV 低空飞行时,通过跟随地形能有效降低被敌方雷达探测的概率。因此,在满足最小飞行高度约束的前提下,UAV 执行任务期间应尽可能以低高度飞行,利用起伏地形回避雷达探测威胁。因此,地形跟随代价为:

$$Cost_H = \sum_{k=1}^N \begin{cases} h_k^i + h_{\text{safe}} - z_k^i, & z_k^i < h_k^i + h_{\text{safe}} \\ z_k^i - h_k^i - h_{\text{safe}}, & z_k^i > h_k^i + h_{\text{safe}} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $h_k^i$  为 UAV  $i$  的第  $k$  个航点对应的地形高程;  $h_{\text{safe}}$  为任务指定的安全飞行高度。

### 1.3.3. 威胁代价

UAV 执行作战任务的区域往往存在地面探测雷达、地空导弹、防空高炮等威胁以及因恶劣气候形成的局部禁飞区。在 1.2 节, 已经立足于低空突防的战术要求, 将雷达探测威胁区域等效为半球威胁体, 防空武器打击区域和禁飞区域等效为圆柱威胁体。为提高 UAV 生存概率, 规划航迹应保证不穿越威胁体。

以圆柱威胁体为例, 其高度可视为防空武器的射高, 采用如下方法判断航迹是否穿越威胁体:

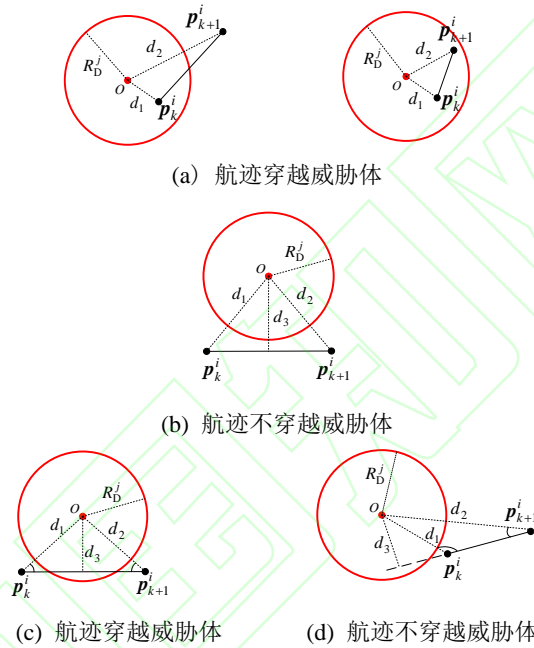


图 2 威胁体穿越判断

Fig.2 Judgment of crossing the threats

Step1: 将威胁体投影至二维水平面, 此时威胁区域可近似为圆形区域。计算相邻两航点  $p_k^i, p_{k+1}^i$  到威胁体中心即圆心的距离, 分别记为  $d_1, d_2$ ;

Step2: 若  $d_1, d_2$  任意一个或两者均小于威胁体半径  $R_D^j$ , 航迹穿越威胁体, 如图 2 (a) 所示;

Step3: 若  $d_1, d_2$  两者均大于  $R_D^j$ , 则计算圆心到  $p_k^i, p_{k+1}^i$  两航点连线的距离, 记为  $d_3$ ;

Step4: 若  $d_3 \geq R_D^j$ , 航迹不穿越威胁体, 如图 2 (b) 所示; 若  $d_3 < R_D^j$ , 则计算  $\cos \angle Op_k^i p_{k+1}^i$  和  $\cos \angle Op_{k+1}^i p_k^i$ , 分别记为  $\delta_k, \delta_{k+1}$ ;

Step5: 若  $\delta_k, \delta_{k+1}$  两者均大于 0, 航迹穿越威胁体, 如图 2 (c) 所示; 否则航迹不穿越威胁体, 如图 2 (d) 所示。

考虑图 2(c)所示极端情况, 此时, 相邻两航点均没有在圆形威胁区内, 但线性连接后的航迹段穿越了威胁区, 这可能会导致算法的寻优性能下降, 甚至陷入局部最优。为避免此类情况的发生, 计算威胁代价时, 在第  $k$  航迹段  $p_k^i, p_{k+1}^i$  上插入  $m$  个参考航点, 记为  $T_k = [t_{k,1}, t_{k,2}, \dots, t_{k,m}]$ 。在实际作战中, 防空武器的威胁程度远大于地面探测雷达<sup>[29]</sup>, 因此, 威胁代价计算如下:

对于雷达探测威胁:

$$Cost_{\text{Radar}} = \sum_{j=1}^g \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{q=1}^m f_{\text{Radar}_j}(\mathbf{t}_{k,q}) \quad (10)$$

$$f_{\text{Radar}_j}(\mathbf{t}_{k,q}) = \begin{cases} 0, & d_{k,q}^{R-j} > R_R^j \\ \lambda e^{-\frac{d_{k,q}^{R-j}}{R_R^j}}, & d_{k,q}^{R-j} \leq R_R^j \end{cases} \quad (11)$$

式中： $g$  为雷达数量； $\lambda$  为雷达探测强度，本文取  $\lambda=10$ ； $d_{k,q}^{R-j}$  为第  $k$  航迹段上第  $q$  个参考航点到第  $j$  个雷达中心的距离。

对于防空武器打击威胁：

$$Cost_{\text{Defense}} = \sum_{j=1}^u \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{q=1}^m f_{\text{Defense}_j}(\mathbf{t}_{k,q}) \quad (12)$$

$$f_{\text{Defense}_j}(\mathbf{t}_{k,q}) = \begin{cases} 0, & d_{k,q}^{D-j} > R_D^j \\ \frac{\eta^2}{d_{k,q}^j}, & d_{k,q}^{D-j} \leq R_D^j \end{cases} \quad (13)$$

式中： $u$  为防空武器数量； $\eta$  为杀伤系数，本文取  $\eta=30$ ； $d_{k,q}^{D-j}$  为第  $k$  航迹段上第  $q$  个参考航点到第  $j$  个防空武器发射中心的径向距离。

#### 1.3.4.最小航迹段约束

由于最大偏航角约束，UAV 在改变飞行姿态前需要预留一定的减速缓冲距离，即最小航迹段长度  $l_{\min}$ 。因此，规划航迹的第  $k$  航迹段长度  $l_k^i$  应满足约束：

$$C_1 : l_k^i \geq l_{\min}, k=1, 2, \dots, N-1 \quad (14)$$

#### 1.3.5.最大航程约束

为确保 UAV 顺利执行作战任务，并在任务完成后有足够的燃油原路返回基地，要求对 UAV 航程进行约束。假设允许的最大航程为  $L_{\max}$ ，则最大航程约束为：

$$C_2 : 2 \sum_{k=1}^{N-1} l_k^i \leq L_{\max} \quad (15)$$

#### 1.3.6.最小飞行高度约束

UAV 实际执行低空作战任务时，飞行环境恶劣且地形复杂，若飞行高度过低会增大撞地概率。因此，为确保 UAV 飞行安全，利用航点  $(x_k^i, y_k^i)$  对应的地形高程  $h_k^i$  约束 UAV 的飞行高度  $z_k^i$ ，表示如下：

$$C_3 : z_k^i > h_k^i, k=1, 2, \dots, N \quad (16)$$

#### 1.3.7.最大爬升/俯冲角约束

最大爬升/俯冲角指 UAV 在飞行过程中允许爬升或下降的最大角度，是衡量 UAV 机动性能的重要指标之一。假设允许的最大爬升/俯冲角为  $\theta_{\max}$ ，第  $k$  航迹段的水平投影为  $\mathbf{a}_k^i = (x_{k+1}^i - x_k^i, y_{k+1}^i - y_k^i)^T$ ，则相邻航点应满足约束：

$$C_4 : \frac{|z_{k+1}^i - z_k^i|}{\|\mathbf{a}_k^i\|} \leq \tan \theta_{\max}, k=1, 2, \dots, N-1 \quad (17)$$

式中： $\|\cdot\|$  代表二范数。

#### 1.3.8.最大转弯角约束

由于本体性能的限制，UAV 几乎不可能完成大转角机动。为提高 UAV 飞行稳定性，确保 UAV 能有效跟随规划航迹，相邻航段间的夹角即转弯角应满足如下约束：

$$C_5: \frac{(a_k^i)^T a_{k+1}^i}{\|a_k^i\| \|a_{k+1}^i\|} \geq \cos \varphi_{\max}, k=1, 2, \dots, N-1 \quad (18)$$

式中:  $\varphi_{\max}$  为最大转弯角。

为将航迹规划问题转化为无约束组合优化问题, 提高求解效率, 引入罚函数  $PF$  对上述约束条件进行处理:

$$PF = \begin{cases} 0, & \text{满足约束条件} \\ 1, & \text{不满足约束条件} \end{cases} \quad (19)$$

综上, 单机规划层的航迹代价函数和优化目标函数分别如式 (20) 和式 (21) 所示:

$$J_{\text{single}} = \varepsilon_1 \cdot \text{Cost}_L + \varepsilon_2 \cdot \text{Cost}_H + \varepsilon_3 \cdot \text{Cost}_{\text{Radar}} + \varepsilon_4 \cdot \text{Cost}_{\text{Defense}} + \xi \cdot PF \quad (20)$$

$$\max \Gamma_{\text{single}} = 1 / J_{\text{single}} \quad (21)$$

式中:  $\varepsilon_i$  为权系数且  $\sum_{i=1}^4 \varepsilon_i = 1$ ;  $\xi$  为罚函数对应的惩罚因子。

#### 1.4. 航迹平滑层建模

采用优化算法对单机规划层模型求解, 得到一组满足约束条件的离散航点序列, 将序列单元线性连接即可生成 UAV 的预规划航迹。然而, 由于预规划航迹是一条连续折线, 往往会增大 UAV 的飞行损耗, 因此, 需要采用曲线拟合算法对预规划航迹进行后处理。

B 样条曲线作为 Bezier 曲线的一般化形式, 由于具有良好的局部支撑性、曲率连续性和凸包性, 已广泛应用于路径规划领域<sup>[30]</sup>。为提高航迹可飞性和 UAV 飞行稳定性, 采用 B 样条曲线对预规划航迹进行平滑处理。假设航点序列中任意单元矢量为  $\mathbf{V}_i = [x_i, y_i, z_i]^T, (i=0, 1, \dots, n)$ , 定义节点矢量  $\mathbf{U} = [u_0, u_1, \dots, u_m], (m=n+k+1)$ , 则  $k$  次 B 样条曲线数学描述如下:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n b_i N_{i,k}(u), u \in [u_k, u_{n+1}] \quad (22)$$

式中:  $b_i$  为第  $i$  个控制点;  $N_{i,k}(u)$  为第  $i$  段  $k$  次 B 样条基函数, 其递归公式为:

$$\begin{cases} N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \end{cases} \quad (23)$$

为保证拟合曲线的端点几何性质, 即曲线端点与航迹端点相对应, 需要对节点矢量  $\mathbf{U}$  进行如下处理:

$$\begin{cases} u_0 = u_1 = \dots = u_k = 0 \\ u_j = u_{j-1} + \frac{1}{m-2k}, j \in [k+1, m-k-1] \\ u_{m-k} = u_{m-k+1} = \dots = u_m = 1 \end{cases} \quad (24)$$

则曲线上任意点坐标  $[x_u, y_u, z_u]$  可表示为:

$$\begin{cases} x_u = \sum_{i=0}^n x_i N_{i,k}(u) \\ y_u = \sum_{i=0}^n y_i N_{i,k}(u) \\ z_u = \sum_{i=0}^n z_i N_{i,k}(u) \end{cases} \quad (25)$$

拟合曲线的平滑程度取决于  $k$  值, 为兼顾航迹平滑度和计算复杂度, 取  $k=3$ 。二维平面曲线拟合航迹效果如图 3 所示。



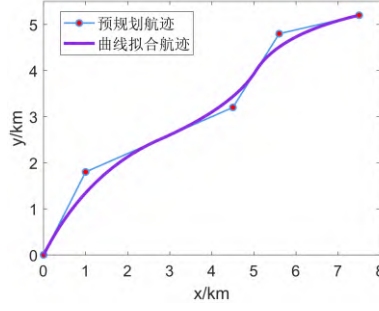


图 3 B 样条曲线平滑效果  
Fig.3 B-spline curve smoothing effect

从图 3 可以明显看出, 相比于预规划航迹, 曲线拟合航迹能保证 UAV 以更优机动执行作战任务。此外, 预规划航迹和曲线航迹长度分别为 9.7120km 和 9.3035km, 这表明 B 样条曲线拟合算法能有效缩短航程距离, 从而减小 UAV 飞行油耗。

### 1.5.多机协同规划层建模

在多机协同规划层进行协同曲线航迹规划时, 需要在单机规划层提前为各架 UAV 规划满足性能约束的候选航迹组, 并在航迹平滑层对其进行二次曲线规划后, 再根据建立的协同约束关系和目标函数对集群进行协同航迹规划。

#### 1.5.1.时间协同约束

多机协同执行作战任务前, 为减小 UAV 暴露风险和最大化作战效能, 上层指挥系统往往会要求 UAV 同时或在规定的时段内抵达任务目标区域, 因此, 需要在航迹规划任务中设定协同抵达时间 (Collaborative arrival time, CAT) 对 UAV 进行约束。以 3 架 UAV 为例, 如图 4 所示, 红线之间部分即为集群成员协同抵达目标位置的时间交集, 即 CAT。

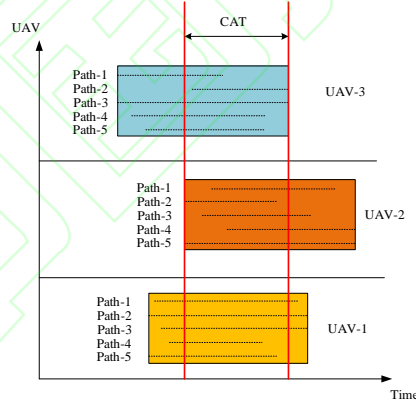


图 4 协同抵达时间机制  
Fig.4 Mechanism of cooperative arrival time

假设 UAV  $i$  的速度为  $v_i \in [v_{\min}, v_{\max}]$ , 其候选航迹组  $\text{Path}_i$  由单机规划层生成,  $\text{Path}_{i,w}$  表示第  $w$  条候选航迹, 长度记为  $L_{i,w}$ 。若 UAV  $i$  按照  $\text{Path}_{i,w}$  飞行至目标位置的时间范围为  $\text{CAT}_{i,w} = [L_{i,w} / v_{\max}, L_{i,w} / v_{\min}]$ , 则其飞行至目标位置总的时间范围为:

$$\text{CAT}_i = \text{CAT}_{i,1} \cup \text{CAT}_{i,2} \cup \dots \cup \text{CAT}_{i,\text{num}_i} \quad (26)$$

式中:  $\text{num}_i$  为第  $i$  架 UAV 候选航迹组中包含的航迹总数。

因此, 时间协同约束如下:

$$\text{CAT} = \bigcap_{i=1}^n \text{CAT}_i \neq \emptyset \quad (27)$$

式中：\$n\$ 为 UAV 总架次。

### 1.5.2. 空间协同约束

空间协同是多机协同关系在空域上的具体体现。假设 UAV \$i\$ 和 UAV \$e\$ 的位置坐标分别为 \$\mathbf{p}\_i, \mathbf{p}\_e\$，为提高航迹安全性，避免 UAV 之间发生碰撞，设定最小安全距离为 \$D\_{\min}\$，要求集群在飞往目标位置过程中，各 UAV 之间距离不小于 \$D\_{\min}\$，同时，为保证多机系统能够正常进行信息交互，设定最大有效通信距离 \$D\_{\max}\$，则空间协同约束：

$$D_{\min} \leq \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_e\| \leq D_{\max}, \quad i \neq e \quad (28)$$

式中：\$\|\cdot\|\$ 表示欧氏距离。

### 1.5.3. 协同目标函数

为实现集群以最短时间同时抵达任务区域，协同目标函数设计如下：

$$\max \Gamma_{\infty} = 1 / (\sum_{i=1}^n F_{i,j} + CAT + \xi \cdot PF) \quad (29)$$

式中：\$F\_{i,j}\$ 为第 \$i\$ 架 UAV 从自身候选航迹组中选取的第 \$j\$ 条规划航迹的代价；\$n\$ 为 UAV 总架次；\$PF\$ 为罚函数，设定同 1.3.8 节。

## 2. 混沌精英适应遗传算法

### 2.1. 标准遗传算法

美国 Holland 教授于 1967 年根据自然界生物的进化机制首次提出了 GA，其本质是一种并行、高效的全局优化搜索算法：首先，确定种群个体的基因编码方式以及种群规模，并随机初始化种群；其次，根据具体问题的优化模型设计相应的适应度函数，并确定算法的迭代次数；接着，对种群个体进行适应度评价并借助选择、交叉、变异等遗传操作改变个体基因信息；最后，通过在搜索空间不断重复迭代实现种群的进化，当算法达到规定迭代次数后，输出适应度值最高的个体即为最优解。

### 2.2. 混沌精英适应遗传算法

为改善 GA 性能，进一步提高算法收敛效率和逃离局部最优能力，提出一种混沌精英适应遗传算法（Chaos Elite Adaptive Genetic Algorithm, CEA-GA）。

#### 2.2.1. 编码方式

为了更好地利用航迹规划问题的特定知识，提高算法求解效率，对种群个体进行实值编码，其中，每个个体对应 UAV 的一条飞行航迹，表示为：

$$\{S_i, \mathbf{p}_1^i, \dots, \mathbf{p}_k^i, F_i\} \quad (30)$$

式中：\$S\_i, F\_i\$ 表示第 \$i\$ 架 UAV 飞行航迹的起点和终点；\$(\mathbf{p}\_1^i, \dots, \mathbf{p}\_k^i)\$ 表示中间航点。具体编码方式如图 5 所示：

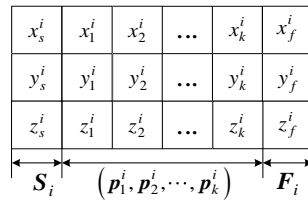


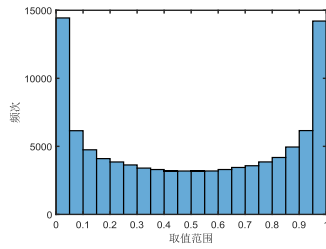
图 5 个体实值编码

Fig.5 Individual real-value encoding

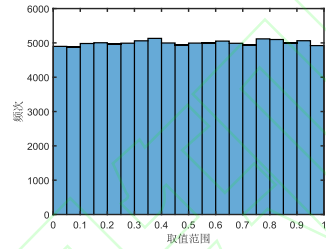
#### 2.2.2. 基于 Tent 混沌映射的种群初始化策略

在 GA 中，初代种群信息是基于某种确定的概率分布随机生成的，这会导致种群的搜索范围受到限制，进而降低算法的寻优性能。考虑到混沌运动具有随机性、遍历性以及初值敏感依赖性等特征，

因此, 利用混沌映射对 GA 进行优化。具体来讲, 就是通过混沌映射产生混沌序列并将其转化到个体的搜索空间, 从而扩大种群的搜索范围, 增强算法全局搜索能力。目前, 常用的混沌映射有 Logistic 映射<sup>[31]</sup>、Tent 映射<sup>[32]</sup>等。现有文献大多是利用 Logistic 映射对种群进行初始化, 然而, 由于该映射产生的混沌序列主要集中在 [0,0.1] 和 [0.9,1] 之间取值, 导致不能均匀遍历解空间, 降低了算法搜索效率。相比于 Logistic 映射, Tent 映射在整个搜索空间的遍历均匀性更好, 能最大程度丰富种群多样性。Logistic 映射序列和 Tent 映射序列如图 6 所示。



(a) Logistic 混沌映射



(b) Tent 混沌映射

图 6 混沌映射对比示意图  
Fig.6 Comparison diagram of chaotic mapping

综上, 采用 Tent 混沌映射对种群进行初始化, 公式如下:

$$\mathbf{x}(t+1) = \begin{cases} 2\mathbf{x}(t), & 0 \leq \mathbf{x}(t) \leq 0.5 \\ 2(1-\mathbf{x}(t)), & 0.5 \leq \mathbf{x}(t) \leq 1 \end{cases} \quad (31)$$

式中:  $t$  为迭代次数。

假设初始种群由  $M$  个  $d$  维个体构成, 采用 Tent 映射初始化种群的流程为: 随机生成取值区间为 [0,1] 的  $d$  维向量作为混沌空间中的初代个体, 并标记  $t=1$ ; 接着根据式 (31) 对第  $t$  代个体进行迭代,  $t=t+1$ ; 达到最大迭代次数 ( $t=M$ ) 后, 得到  $M$  个混沌序列; 最后, 按照式 (32) 将所得混沌序列映射到种群个体。

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_{lb} + (\mathbf{X}_{ub} - \mathbf{X}_{lb})\mathbf{x} \quad (32)$$

式中:  $\mathbf{X}$  为映射后的个体,  $\mathbf{X}_{ub}, \mathbf{X}_{lb}$  分别为个体在每个维度的上界和下界。

### 2.2.3. 自适应遗传算子设计

为提高算法收敛效率, 采用单点交叉算子和基本位变异算子, 而在这两种遗传操作算子中, 交叉概率  $P_c$  与变异概率  $P_m$  的设定则是影响算法优化性能的关键所在。对于  $P_c$ , 若取值过大, 容易破坏具有高适应值个体的基因结构, 进而错失最优个体; 若取值过小, 则会导致搜索过程缓慢, 甚至停滞不前。对于  $P_m$ , 若取值过小, 则难以产生新的个体结构; 若取值过大, GA 将退化为普通的随机搜索算法。因此, 设定合理的  $P_c$  和  $P_m$  至关重要。Srinivasas 等<sup>[33]</sup>提出一种自适应遗传算法 (Adaptive GA, AGA), 根据式 (33) 和式 (34) 分别对  $P_c$  和  $P_m$  进行自适应调整:

$$P_c = \begin{cases} k_1 \frac{f_{\max} - f'}{f_{\max} - f_{av}}, & f' \geq f_{av} \\ k_2, & f' < f_{av} \end{cases} \quad (33)$$

$$P_m = \begin{cases} k_3 \frac{f_{\max} - f}{f_{\max} - f_{av}}, & f \geq f_{av} \\ k_4, & f < f_{av} \end{cases} \quad (34)$$

式中： $f'$ 为配对两个个体中的较大适应值； $f$ 为变异个体的适应值； $f_{\max}, f_{av}$ 分别为每代种群的最大适应值和平均适应值； $k_1, k_2, k_3, k_4$ 为常数。

从上式可以看出，当个体适应值越接近  $f_{\max}$ ， $P_c$  和  $P_m$  越小；当等于  $f_{\max}$  时， $P_c$  和  $P_m$  为 0。上述调整方式对于优化后期具有较好的适应性，因为此时种群中大多数个体都具有较好的基因结构，较小的  $P_c$  和  $P_m$  有利于保证全局最优解的精度和收敛效率。但当  $P_c$  和  $P_m$  为 0 时，尤其在优化前期，种群中优势个体的基因结构几乎不发生改变，容易导致种群逐渐丧失进化能力，从而陷入局部最优。

针对以上问题，对  $P_c$  和  $P_m$  的自适应调整公式进行改进，通过小幅度增大优势个体的  $P_c$  和  $P_m$ ，提高算法全局寻优能力。改进后的调整公式如下：

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} + \frac{(P_{c2} - P_{c1})(f_{\max} - f')}{f_{\max} - f_{av}}, & f' \geq f_{av} \\ P_{c2}, & f' < f_{av} \end{cases} \quad (35)$$

$$P_m = \begin{cases} P_{m1} + \frac{(P_{m2} - P_{m1})(f_{\max} - f)}{f_{\max} - f_{av}}, & f \geq f_{av} \\ P_{m2}, & f < f_{av} \end{cases} \quad (36)$$

式中： $P_{c1}, P_{c2}, P_{m1}, P_{m2}$  在  $[0, 1]$  取值且满足  $P_{c1} < P_{c2}, P_{m1} < P_{m2}$ 。本文取  $P_{c1} = 0.6, P_{c2} = 0.9, P_{m1} = 0.01, P_{m2} = 0.1$ 。

经过上述改进，在算法优化过程中，自适应遗传算子能够根据个体适应值对  $P_c$  和  $P_m$  进行自适应调整，并且有效避免了种群中优势个体  $P_c$  和  $P_m$  为 0 的情况发生，降低了个体陷入局部最优的可能性，从而更好地控制了算法的全局搜索和局部探索行为。

#### 2.2.4.精英保留策略

为避免在种群进化过程中丢失最优个体，并确保优良基因能在子代中得到继承，将精英保留策略引入 GA。其核心思想是，把种群进化到当前为止具有最大适应值的精英个体不进行交叉、变异等遗传操作而直接复制到下一代。具体操作流程如下：

1)：计算当代种群和下一代种群的适应值。其中，当代种群最高适应值记作  $V_{\max}(t)$ ，对应的个体记为  $A_{\text{best}}(t)$ ；下一代种群最高和最低适应值分别记为  $V_{\max}(t+1)$  和  $V_{\min}(t+1)$ ，对应的个体记为  $A_{\text{best}}(t+1)$  和  $A_{\text{worst}}(t+1)$ ；

2)：若  $V_{\max}(t) > V_{\max}(t+1)$ ，则用  $A_{\text{best}}(t)$  替代  $A_{\text{worst}}(t+1)$ ；若  $V_{\max}(t) < V_{\max}(t+1)$ ，则不进行替换操作。

通过精英保留策略，能够有效引导遗传个体搜索解空间并逐步收敛至最优解，在保证种群进化稳定性的同时，提高了算法的全局收敛性。

#### 2.2.5.适应度动态更新策略

GA 通常在交叉、变异操作都完成后对个体进行适应度评价和选择，并直接对变异后的种群开始下一轮的迭代寻优。这种方式可能会导致优势个体所隐含的高阶、长距、高平均适应度模式被交叉、变异算子破坏，进而错失优势个体，降低算法收敛效率。因此，提出一种适应度动态更新策略以进一步改善算法性能，具体更新策略为：执行交叉（变异）操作后，判断交叉（变异）前后个体的适应值变化。若适应值变小，执行更新操作，保留交叉（变异）前的个体及其适应值，反之，则不更新。

适应度动态更新策略旨在进一步防止种群进化过程中优势个体的丢失,从而增强算法的局部探索能力和收敛性能。

### 2.3.混沌精英适应遗传算法流程

CEA-GA 具体运算流程如图 7 所示。图 7 中,  $i$  为迭代次数,  $t$  为种群代数。

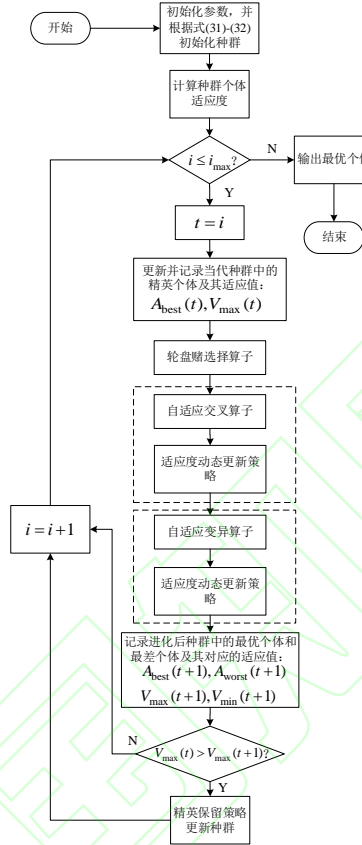


图 7 CEA-GA 流程图  
Fig.7 Flow chart of CEA-GA

### 2.4.多机协同航迹规划方法框架

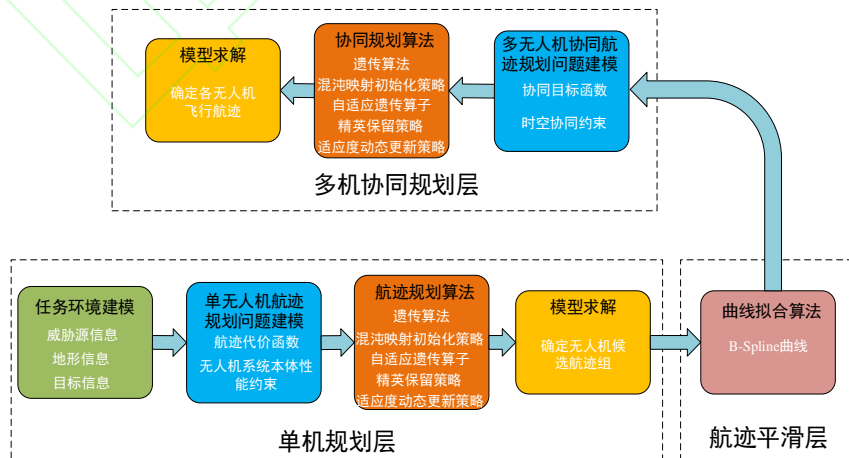


图 8 多无人机协同航迹规划方法总体框架  
Fig.8 General framework of multi-UAVs cooperative path planning method

综上, 基于 CEA-GA 的多 UAV 三维协同曲线航迹规划方法总体框架如图 8 所示。



3.仿真验证与分析

为验证所提的基于 CEA-GA 的多 UAV 三维协同曲线航迹规划方法的可行性和有效性，在 64 位 Windows 10，Intel Core i7-7700HQ CPU(2.8GHz)，24GB RAM 的实验平台上进行仿真实验，所有算法均基于 MATLAB-R2018a 编写。仿真实验主要围绕两部分展开，第一部分为单机规划层实验，使用 GA、E-GA、EA-GA、CEA-GA 分别进行航迹规划，从而验证所提改进算法的各项性能与单机规划层模型的有效性，第二部分为多机协同规划层实验，将结合单机规划层，对所提航迹平滑层模型和多机协同规划层模型进行验证。

设定任务区域为  $100\text{km} \times 100\text{km}$ ，UAV 安全飞行高度  $h_{\text{safe}} = 5.5\text{m}$ ，最小航段  $l_{\text{min}} = 10\text{m}$ ，最大航程  $L_{\text{max}} = 350\text{km}$ ，最大转弯角  $\varphi_{\text{max}} = 60^\circ$ ，最大爬升 / 俯冲角  $\theta_{\text{max}} = 60^\circ$ ；权重因子  $\varepsilon_1 = 0.3, \varepsilon_2 = 0.25, \varepsilon_3 = 0.3, \varepsilon_4 = 0.15$ ，约束违背惩罚因子  $\xi = 10^4$ 。威胁源相关信息如表 1 所示。

表 1 威胁源参数  
Table 1 Parameters of threats

威胁类型	位置坐标/km	高度/m	威胁半径/km
地空导弹	(80,46)	26	8
探测雷达	(70,20)	0	10
地空导弹	(69,68)	30	6
防空高炮	(36,56)	25	8
禁飞区域	(57,41)	20	6
探测雷达	(70,88)	0	10

3.1.单机规划层实验分析

设定 UAV 起始位置为 (1km,5km)，目标位置为 (95km,85km)，基于控制变量思想，将 GA、引入精英保留策略的 GA (E-GA)、引入精英保留策略和自适应算子的 GA (EA-GA)、CEA-GA 分别用于求解单机规划层模型，并以算法平均耗时，最优航程、最差航程、最佳适应值、最差适应值及相应的平均值和标准差为评价指标对结果进行对比分析，从而验证改进策略和 CEA-GA 的有效性。为确保实验数据公平可靠，四种算法参数设置相同，即种群规模  $M = 100$ ，染色体长度  $d = 30$ ，最大迭代次数  $i_{\text{max}} = 400$ ，在相同的仿真平台上分别独立运行 20 次，最终实验结果如表 2 和表 3 所示。

表 2 航程信息统计结果  
Table 2 Statistical results of voyage information

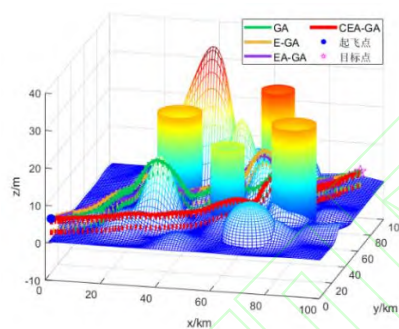
算法	最优航程/km	最差航程/km	平均值/km	标准差
GA	148.370	160.475	155.213	4.692
E-GA	146.193	158.868	151.591	5.432
EA-GA	140.822	146.967	143.584	3.585
CEA-GA	136.050	142.756	139.796	2.265

表 3 适应值信息统计结果  
Table 3 Statistical results of fitness information

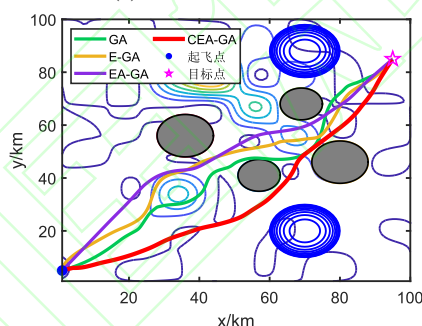
算法	最佳适应	最差适应	平均值	标准差	平均耗时
GA	1.854	1.423	1.548	1.205E-01	18.829
E-GA	1.872	1.616	1.772	8.198E-02	19.356
EA-GA	2.116	1.659	1.903	1.360E-01	20.468
CEA-GA	2.293	1.852	2.181	6.931E-02	24.778

从表 2 和表 3 可知，CEA-GA 在除算法平均耗时外的其它评价指标上的表现均明显优于其它三种

算法, 这表明, CEA-GA 算法具有更好的寻优精度和鲁棒性。分析 CEA-GA 平均耗时最长的原因, 一是由于混沌映射初始化策略扩大了算法的搜索空间, 二是由于适应度动态更新策略需要遗传种群在每次交叉、变异完成后都进行适应度计算和更新以提高算法的局部搜索能力。值得强调的是, 针对 UAV 动态航迹规划问题, 实时性是首要考虑的关键因素之一, 但是本文研究的多 UAV 协同航迹规划问题为静态规划问题, 目的在于为集群离线规划出适用于当前任务场景的最佳协同曲线飞行航迹, 相比于实时性要求, 更注重算法的准确性。因此, 虽然 CEA-GA 的计算耗时最长, 但从总体实验数据来看, 和其他三种算法相比差异并不大, 通过牺牲较少的时间成本, 有效提高了算法的寻优精度。图 9(a)为各算法规划的最优三维航迹经航迹平滑层处理后对应的轨线图, 图 9(b)为二维等高线图的最优航迹。



(a) 三维航迹轨线图



(b) 二维等高线图

图 9 规划结果对比示意图  
Fig.9 Comparison diagram of planning results

通过图 9 可以看出, 四种算法规划的航迹均能够引导 UAV 有效规避威胁, 顺利到达目标位置, 且都有较好的地形跟随效果, 这证明了所提的单机规划层模型的有效性。此外, GA 规划航迹在引导 UAV 飞至 (26km, 27km) 处时向上爬升, 不仅增加了 UAV 的飞行航程, 还增大了被敌方地面雷达探测的概率, E-GA 规划航迹也存在类似情况; 而 EA-GA 和 CEA-GA 规划航迹能够引导 UAV 尽可能选择地势较低的区域飞行, 并通过借助地形遮蔽和地杂波实现 UAV 低空突防。分析表 1 和图 9 可知, 相比于 EA-GA, CEA-GA 的规划航程更短, 航迹也更平滑, 能够有效减小 UAV 的飞行损耗, 从而保证 UAV 机动性能。这也进一步表明 CEA-GA 算法相比于所有对比算法, 能更好地满足复杂战场环境下 UAV 航迹规划任务的需求。

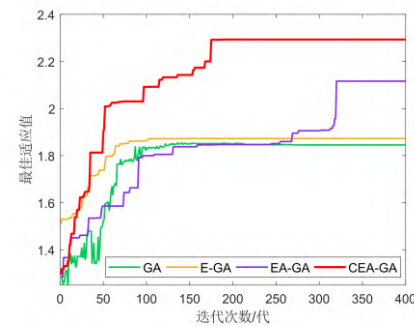


图 10 算法迭代收敛曲线  
Fig.10 Iterative convergence curve of algorithms

为进一步阐述 CEA-GA 的收敛性能，给出四种算法求解单机规划层模型的适应值收敛曲线，如图 10 所示。从图 10 可看出，GA 在迭代前期，种群进化稳定性较差，收敛精度也最低；E-GA 通过引入精英保留策略，保证种群始终处于进化状态，提高了算法的全局收敛性；EA-GA 在 E-GA 的基础上加入自适应遗传算子，更好地平衡了算法的全局搜索与局部开发能力，明显提高了算法的寻优精度，但收敛速度变慢；而 CEA-GA 在 EA-GA 基础上通过引入混沌映射初始化策略和适应度动态更新策略，进一步增强了遗传种群的全局寻优和局部探索能力，提高了算法的收敛精度和速度。

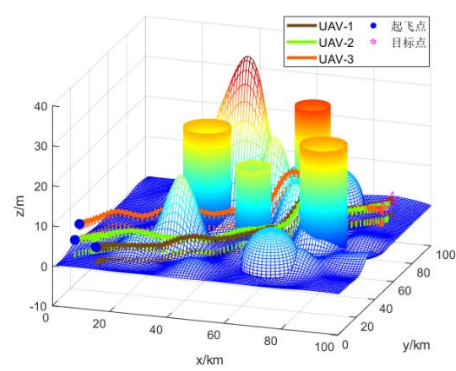
综上，CEA-GA 具有较强的局部最优规避能力和鲁棒性，且收敛精度明显优于所有对比算法，收敛速度仅次于 E-GA，对于多 UAV 协同航迹规划问题，牺牲部分收敛速度以更好地提升算法收敛精度是可行的。

3.2.多机协同规划层实验分析

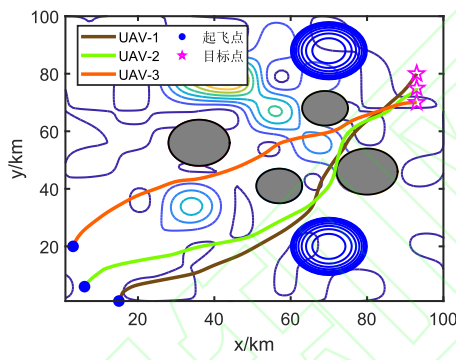
3.1 节已经对单机规划层模型的有效性和 CEA-GA 算法的优越性进行了验证，在此基础上，本节将采用 CEA-GA 对多机协同规划层模型进行求解，从而验证提出的基于 CEA-GA 的多 UAV 三维协同航迹规划方法的有效性。假设 3 架同构 UAV 起始位置分别为 UAV-1:(15km,1km)、UAV-2:(6km,6km)、UAV-3:(3km,20km)，目标位置分别为 UAV-1:(93km,80km)、UAV-2:(93km,75km)、UAV-3:(93km,70km)。现需该集群成员分别从各自起始位置飞往目标位置执行协同打击任务，设定机间最小安全距离  $D_{\min}=2\text{km}$ ，最大有效通信距离  $D_{\max}=35\text{km}$ ，UAV 速度  $v_i \in [0.25\text{Ma}, 0.60\text{Ma}]$ ，候选航迹数取值 20。在相同的仿真平台和任务环境下采用 CEA-GA 算法对单机规划层模型独立求解 20 次，统计各 UAV 的候选航迹组信息，如表 4 所示。其中，最优航迹的三维轨线图 and 二维等高线图如图 11 所示。

表 4 候选航迹组信息统计结果  
Table 4 Statistical results of candidate path group information

	无人机最优航程/km	最差航程/km	平均值/km	标准差
UAV-1	121.118	136.653	127.349	3.158
UAV-2	125.963	136.712	129.769	2.990
UAV-3	115.667	126.581	122.004	3.279



(a) 最优航迹轨线图



(b) 二维等高线图

图 11 单机规划层结果  
Fig.11 Single UAV planning layer results

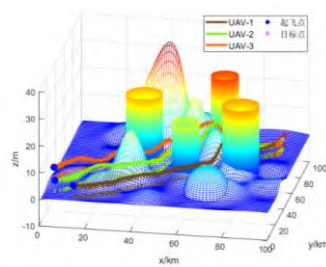
结合表 4 和图 10 可知，CEA-GA 能够相对稳定地为各 UAV 规划满足约束条件的候选航迹组，这也进一步验证了 CEA-GA 算法在处理多约束组合优化问题时的良好性能。在此基础上，对多机协同规划层模型进行求解，结果如表 5 所示。

表 5 多机协同规划层信息

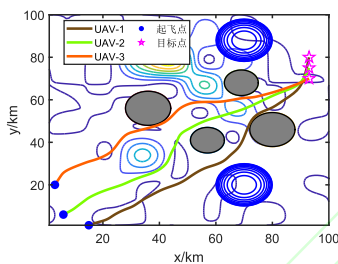
Table 5 Information of multi-UAVs collaborative planning layer

无人机	航迹长度 /km	抵达时间/s	协同抵达时间 /s	协同目标 函数
UAV-1	125.495	[615.17,1476.41]	[624.97, 1393.34]	4.945
UAV-2	127.291	[624.97,1499.93]		
UAV-3	118.434	[580.55,1393.34]		

由表 5 可知，集群协同抵达目标位置的时间范围为[624.97s,1393.34s]，且在 624.97s 同时到达目标位置的情况下，协同目标函数值为 4.945，此时，集群的协同飞行航迹如图 12 所示，各无人机能够在保证空间协同的基础上，同时抵达任务目标区域且用时最短。此外，结合表 4 和表 5 分析可知，各无人此时的飞行航迹并非都是最优解，而是在综合考虑战场态势、UAV 本体机动性能和时空协同约束的前提下，完成相对最优的飞行决策以最大化协同作战效能。



(a) 三维航迹航线图



(b) 二维等高线图

图 12 多机协同规划层结果  
Fig.12 Multi-UAV collaborative planning layer results

从图 12 可看出, 各架 UAV 均能够有效规避敌方威胁目标, 并通过跟随地形完成低空突防任务。图 13 为集群执行任务期间的空间协同关系, 表明各 UAV 能在保证安全飞往目标位置的前提下与其他成员有效进行信息交互, 进一步验证了多机协同规划层模型的有效性。

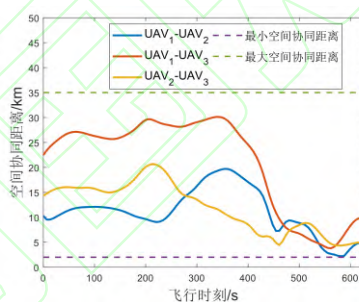


图 13 空间协同关系  
Fig.13 Airspace-coordinated relationship

图 14 和图 15 分别展示了集群成员飞行过程中转弯角和爬升/俯冲角的变化情况。分析可知, CEA-GA 算法的规划航迹经航迹平滑层处理后, 有效避免了 UAV 飞行期间转弯角、爬升/俯冲角发生突变, 提高了 UAV 的飞行稳定性, 进一步表明了 CEA-GA 的强鲁棒性和航迹平滑层模型的有效性。

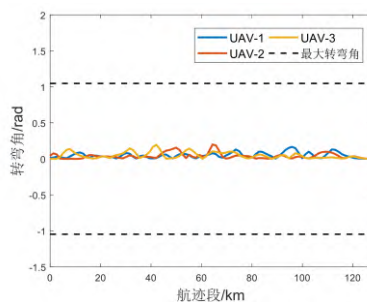


图 14 转弯角变化情况  
Fig.14 Turning angle variation



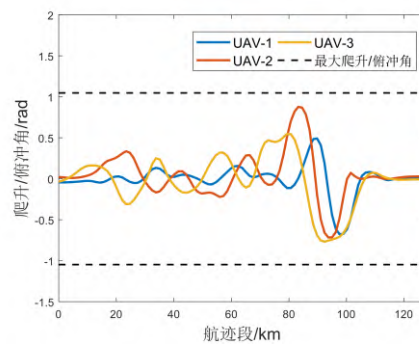


图 15 爬升/俯冲角变化情况  
Fig.15 Climbing/diving angle variation

#### 4. 结论

本文利用层级规划思想,设计了基于单机规划层—航迹平滑层—多机协同规划层的多 UAV 三维协同曲线航迹规划求解框架,并针对 GA 求解高维复杂约束优化问题的性能局限,提出一种改进 GA—混沌精英适应遗传算法,将其应用于单机规划层和多机协同规划层仿真实验,得出如下结论:

1) Tent 混沌映射初始化策略有效扩大了种群搜索范围,从而增强了算法的全局寻优能力;自适应遗传算子通过帮助算法平衡全局搜索与局部开发能力,有效避免了算法陷入局部最优;适应度动态更新策略防止了优势个体的丢失,提高了算法的局部探索能力和收敛速度;精英保留策略则保证了种群进化的稳定性,提高了算法的全局收敛性。

2) 相比于 GA、E-GA、EA-GA,基于混合策略改进的 CEA-GA 算法收敛精度更高,鲁棒性更强,且能够在复杂任务环境下稳定地规划出高质量飞行航迹,从而实现 UAV 低空突防的战术要求。

3) 航迹平滑层通过曲线拟合原始航迹,不仅缩短了航程距离,减小了 UAV 飞行油耗,还提升了航迹可飞性和 UAV 飞行稳定性。

4) 多机协同规划层进一步表明了 CEA-GA 具有良好的寻优性能和稳定性,同时验证了本文所提的多 UAV 三维协同曲线航迹规划方法的有效性。

#### 参考文献 (References):

- [1] 祁圣君,井立,王亚龙.无人机系统及发展趋势综述[J].飞航导弹,2018(4):17-21.  
QI S J,JIN L,WANG Y L.Overview of UAV systems and trends[J].Aerodynamic Missile Journal,2018(4):17-21(in Chinese).
- [2] 印骏,谭玲,谭绍杰.美军无人机的作战应用及其发展趋势[J].飞航导弹,2010(8):26-29+33.  
YIN J,TAN L,TAN S J.Operational application and development trend of US army UAV[J].Aerodynamic Missile Journal,2010(8):26-29+33(in Chinese).
- [3] 沈林成,陈璟,王楠.飞行器任务规划技术综述[J].航空学报,2014,35(3):593-606.  
SHEN L C,CHEN J,WANG N.Overview of air vehicle mission planning techniques[J].Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2014,35(3):593-606(in Chinese).
- [4] YU Z,SUN F C,LU X,et al.Overview of research on 3D path planning methods for rotor UAV[C]//2021 International Conference on Electronics,Circuits and Information Engineering (ECIE).2021:368-371.
- [5] 钱宇,祝祯祯.基于改进动态规划的无人机搜寻航迹规划研究[J].计算机仿真,2021,38(1):32-36+75.  
QIAN Y,ZHU Z Y.Research on UAV searching path planning based on improved dynamic programming algorithm[J].Computer Simulation,2021,38(1):32-36+75(in Chinese).
- [6] MOKRANE A,BRAHAM A C,CHERKI B.UAV path planning based on dynamic programming algorithm on photogrammetric DEMs[C]//2020 International Conference on Electrical Engineering(ICEE).2020:1-5.
- [7] WU X J,XU L,ZHEN R,et al.Biased sampling potentially guided intelligent bidirectional RRT algorithm for UAV path planning in 3D environment[J].Mathematical Problems in Engineering,2019,2019(8):1-12.
- [8] HUANG J,SUN W.A method of feasible trajectory planning for UAV formation based on bi-directional fast search tree[J].Optik,2020,221(1):165213.
- [9] 聂俊岚,张庆杰,王艳芬.基于加权 Voronoi 图的无人飞行器航迹规划[J].飞行力学,2015,33(4):339-343.  
NIE J L,ZHANG Q J,WANG Y F.UAV path planning based on weighted-Voronoi diagram[J].Flight Dynamics,2015,33(4):339-343(in Chinese).
- [10] XIA C,CHEN X.The UAV dynamic path planning algorithm research based on Voronoi diagram[C]//The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC). 2014:1069-1071.
- [11] MANDLOI D,ARYA R,VERMA A K.Unmanned aerial vehicle path planning based on A\* algorithm and its variants in 3d environment[J].International Journal of System Assurance Engineering and Management,2021,12(1):990-1000.
- [12] 程凝怡,刘志乾,李显奇.一种基于 Dijkstra 的多约束条件下智能飞行器航迹规划算法[J].西北工业大学学报,2020,38(6):

- 1284-1290.  
CHENG N Y,LIU Z Q,LI Y Q.Path planning algorithm of Dijkstra-based intelligent aircraft under multiple constraints[J].Journal of Northwestern Polytechnical University,2020,38(6):1284-1290(in Chinese).
- [13] YU X B,LI C L,ZHOU J F.A constrained differential evolution algorithm to solve UAV path planning in disaster scenarios [J].Knowledge-Based Systems,2020,204:106209.
- [14] ZHANG H,DOU L,CAI C,et al.Three-dimensional unmanned aerial vehicle route planning using hybrid differential evolution[J],2020,24(7):820-828.
- [15] 李宪强, 马戎, 张仲, 等. 蚁群算法的改进设计及在航迹规划中的应用[J]. 航空学报, 2020, 41 (S2): 213-219.  
LI X Q,MA R,ZHANG S,et al.Improved design of ant colony algorithm and its application in path planning[J].Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2020,41(S2):213-219(in Chinese).
- [16] NAYEEM G M,FAN M,LI S,et al.A Modified particle swarm optimization for Autonomous UAV path planning in 3D environment[C]//ICONCS 2020: Cyber Security and Computer Science.2020,325:180-191.
- [17] 胡中华, 赵敏, 姚敏, 等. 无人机航迹规划技术研究及发展趋势[J]. 航空电子技术, 2009, 40 (2): 24-29+36.  
HU Z H,ZHAO M,YAO M,et al.Research and development trend of path planning for unmanned air vehicle[J].Avionics Technology,2009,40(2):24-29+36(in Chinese).
- [18] TAHIR A,BÖLING J,HAGHBAYAN M H,et al.Swarms of unmanned aerial vehicles—A Survey[J].Journal of Industrial Information Integration,2019,16:100106.
- [19] PAN C,WEN Y,JIE C,et al.Cooperative control for UCAVs path planning[C]//2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation.IEEE,2010:5259-5263.
- [20] SHORAKAEI H,VAHDANI M,IMANI B,et al.Optimal cooperative path planning of unmanned aerial vehicles by a parallel genetic algorithm[J].Robotica,2016,34(4):823-836.
- [21] 蔡星娟, 胡钊鸣, 张志霞, 等. 基于高维多目标优化的多无人机协同航迹规划[J]. 中国科学: 信息科学, 2021, 51 (6): 985-996.  
CAI X J,HU Z M,ZHANG Z X,et al.Multi-UAV coordinated path planning based on many-objective optimization[J].Scientia Sinica(Informationis), 2021,51(6):985-996(in Chinese).
- [22] LIU H,CHEN Q,PAN N,et al.Three-Dimensional Mountain Complex Terrain and Heterogeneous Multi-UAV Cooperative Combat Mission Planning[J].IEEE Access,2020,8:197407-197419.
- [23] 单文昭, 崔乃刚, 黄蓓, 等. 基于 PSO-HJ 算法的多无人机协同航迹规划方法[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28 (1): 122-128.  
SHAN W Z,CUI N G,HUANG B,et al.Multiple UAV cooperative path planning based on PSO-HJ method[J].Journal of Chinese Inertial Technology,2020,28(1):122-128(in Chinese).
- [24] 李楠, 刘朋, 邓人博, 等. 基于改进遗传算法的无人机三维航路规划[J]. 计算机仿真, 2017, 34 (12): 22-25+35.  
LI N,LIU P,DENG R B,et al.Three dimensional path planning for unmanned aerial vehicles based on improved genetic algorithm[J].Computer Simulation,2017,34(12):22-25+35(in Chinese).
- [25] GAO M S,LIU Y X,WEI P F.Opposite and chaos searching genetic algorithm based for UAV path planning[C]//2020 IEEE 6th International Conference on Computer and Communications (ICCC).IEEE,2020:2364-2369.
- [26] WANG X H,MENG X Y.UAV online path planning based on improved genetic algorithm[C]//2019 Chinese Control Conference (CCC).2019.
- [27] 何庆, 吴意乐, 徐同伟. 改进遗传模拟退火算法在 TSP 优化中的应用[J]. 控制与决策, 2018, 33 (2): 219-225.  
HE Q,WU Y L,XU T W.Application of improved genetic simulated annealing algorithm in TSP optimization[J]. Control and Decision,2018,33(2):219-225(in Chinese).
- [28] 王庆, 徐海明, 吕品, 等. 基于改进蚁群算法的多旋翼无人机航迹规划研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2021, 44 (9): 1172-1178.  
WANG Q,XU H M,LV P,et al.Research on path planning of multi-rotor UAV based on improved ant colony algorithm[J].Journal of Hefei University of Technology(Natural Science),2021,44(9):1172-1178(in Chinese).
- [29] 刘莉, 于成龙, 王祝, 等. 小型无人机快速三维航迹规划方法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35 (12): 2521-2526.  
LIU L,YU C L,WANG Z,et al.Fast 3D route planning method for small UAV[J].Systems Engineering and Electronics,2013,35(12):2521-2526(in Chinese).
- [30] 冯峰. 基于三次 B 样条曲线的一些算法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2021: 11-19.  
FENG F.Some algorithm study based on cubic B-spline curve[D].Wuhan: Wuhan University,2021:11-19(in Chinese).
- [31] ZHANG Z X,YANG R N,LI H Y,et al.Antlion optimizer algorithm based on chaos search and its application[J].Journal of Systems Engineering & Electronics,2019,30(2):352-365.
- [32] 滕志军, 吕金玲, 郭力文, 等. 一种基于 Tent 映射的混合灰狼优化的改进算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50 (11): 40-49.  
TENG Z J,LV J L,GUO L W,et al.An improved hybrid grey wolf optimization algorithm based on Tent mapping[J].Journal of Harbin Institute of Technology,2018,50(11):40-49(in Chinese).
- [33] SRINIVAS M,PATNAIK L M.Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms[J].IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, 2002,24(4):656-667.