文章编号：1005-6734(2021)02-0256-08 doi.10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2021.02.017

基于改进飞蛾扑火算法的无人机低空突防路径规划

黄 鹤[1,2]，吴 琨[1]，王会峰[1]，杨 澜[3]，茹 锋[1,2]，王 珺[2]
（1. 长安大学 电子与控制工程学院，西安 710064；
2. 长安大学 西安市智慧高速公路信息融合与控制重点实验室，西安 710064；
3. 长安大学 信息工程学院，西安 710064）

摘要：针对传统群体智能优化算法在复杂环境下求解无人机突防过程中路径搜索能力不足，易陷入局部最优、搜索时间长等问题，提出了一种基于改进的飞蛾扑火优化算法的无人机智能突防方法。首先，建立基本地形模型、威胁源模型，实现三维等效地形；然后，在飞蛾扑火算法中引入交叉算子和高斯变异算子，引起火焰变异，在迭代前期加快寻优速度，增强算法的全局搜索能力；最后，在算法中引入自适应权重，增大适应度较差飞蛾运动轨迹的搜索空间，改善寻优精度。实验结果表明，所提出算法可以使无人机快速地自主避开危险区域，选择最优路径，所提出算法规划的突防路径相比 MFO 及 GWO 算法分别降低了 25.14 km 和 14.77 km，代价相比其他两种算法分别降低了 3.63 及 10.25，提高了无人机的生存概率，较大地降低了风险成本，实现低空突防的目的。

关 键 词：无人机；低空突防；飞蛾扑火算法；交叉算子；三维路径规划
中图分类号：TP391.9 **文献标志码：**A

Path planning of UAV low altitude penetration based on improved moth-flame optimization

HUANG He[1,2], WU Kun[1], WANG Huifeng[1], YANG Lan[3], RU Feng[1,2], WANG Jun[2]
(1. School of Electronics and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China;
2. Xi 'an Key Laboratory of Intelligent Expressway Information Fusion and Control, Xi'an 710064, China;
3.School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: In view of the that insufficient search ability of traditional swarm intelligence optimization algorithm for solving UAV penetration path in complex 3D environment, an intelligent penetration method of UAV based on the improved Moth-flame Optimization is proposed. Firstly, the basic terrain model and threat source model are established to realize the 3D terrain. Secondly, The crossover operator and Gauss mutation operator are introduced into the Moth-flame Optimization to cause the variation of the flame, so as to accelerate the optimization speed and enhance the global search ability of the algorithm in the early iteration. Finally, the adaptive weight was introduced into the algorithm to increase the searching space of moth's motion trajectory with poor fitness and improve the searching accuracy. The experimental results show that the proposed algorithm can make the UAV quickly and independently avoid the danger area to select the optimal path. The penetration path planned by the proposed algorithm is reduced by 25.14 km and 14.77 km compared with the MFO and GWO algorithms, and the cost is reduced by 3.63 and 10.25 compared with the other two comparison algorithms. Therefore, the proposed algorithm improves the survival probability of UAVs, greatly reduces the risk cost and achieves the purpose of low-altitude penetration.

收稿日期：2021-01-05；**修回日期：**2021-03-23
基金项目：国家重点研发计划(2018YFB1600600)；陕西省重点研发计划(2021SF-483)；陕西省自然科学基础研究计划(2021JM-184)；陕西省博士后科研项目（2018BSHYDZZ64）；长安大学中央高校基本科研业务费专项资金(300102329401，300102329501)；西安市智慧高速公路信息融合与控制重点实验室(长安大学)开放基金(300102321502)

作者简介：黄鹤（1979—），男，副教授，主要研究领域为无人机测控，信息融合等。E-mail：huanghe@chd.edu.cn

Key words: UAV; low altitude penetration; moth-flame optimization; crossover operator; 3D path planning

无人机以低风险、高机动能力等特点被广泛地应用于军事领域，在执行任务规划中，低空突防技术是无人机协同作战以及网络化作战的关键技术，合理高效的突防方法可以使无人机更有效地躲避威胁区域，提高任务执行效率及生存几率，顺利完成飞行任务。

无人机突防以有效的规划路线方法[1]为基础，其核心取决于寻优算法的优劣。近年来国内外学者在该领域进行了大量的研究，提出了诸多有效的突防路径规划算法，如最速下降法[2]、Voronoi 图法[3]、遗传算法[4]、A*智能算法[5]等。目前最新、使用最广泛的方法是采用群体智能优化算法求解无人机突防路径的问题。唐立等提出了一种基于改进的蚁群算法的路径规划方法[6]，通过构造泰勒多边形构造路径可行解并建立路径安全度约束，缩小搜索范围，再通过蚁群算法寻找最优路线。该方法提升了寻优效率，但路径的精确度不高。宋宇等提出了一种基于三维规划的改进粒子群优化方法[7]，提升了全局及局部搜索性能，但由于将威胁场考虑的比较简单，并未考虑地形等因素，因此实际应用效果并不理想。近年来，许江波等通过自适应策略改进鱼群算法，利用其全局寻优能力解决路径规划问题[8]，但该算法的不足还是搜索时间过长。

同时，在三维无人机路径规划过程中，由于地形与威胁源的信息量大，使群体智能优化算法寻求最优路径时复杂度呈现指数上涨，极易陷入局部最优。而飞蛾扑火算法因其独特的寻优方式及更新策略可以在复杂度较高的情况下具备良好的寻优能力。因此，本文提出一种基于改进飞蛾扑火算法的三维无人机低空突防方法，在保证高精确度的情况下，尽量缩短寻优时间，快速有效地获得无人机突防的最优路径。

1　无人机三维突防环境建模

在处理静态三维环境的无人机突防问题时，最重要的是根据任务、威胁情况，以及地形等已知因素构建三维的地形和威胁环境约束。本文将基本地形、雷达监测、火炮威胁、无人机物理约束等进行数学建模，并通过数字融合，构建出三维环境下的地形约束。

1.1　地形约束

不同任务中，无人机面临的实际战场环境是不相同的，根据海拔不同，将地形分为平原地区，山地地区，丘陵地区三种地形，其中影响最大因素的是山峰，同时也要考虑海拔变化带来的影响。首先，三维环境下的山峰建模如下所示：

$$z(x,y)=h\cdot e^{\left(-\frac{(x-x_0)^2}{m_1}-\frac{(y-y_0)^2}{m_2}\right)^2} \tag{1}$$

其中，(x,y)为山峰地形在水平平面上对应的坐标，(x_0,y_0)为山峰地形在水平平面上的中心点坐标，h 为高度参数，m_1 和 m_2 反应山峰的陡峭程度。另外，航迹点的地形威胁代价如下：

$$f_{Zi}=\begin{cases}K_Z\ ,h_i-Z_i<0\\0\ ,\ h_i-Z_i\geqslant 0\end{cases} \tag{2}$$

其中：K_z 为地形威胁系数，h_i 为第 i 个航迹点的海拔高度，H_i 为第 i 个航迹点距离地形的垂直高度，f_{zi} 为第 i 个航迹点对应的威胁代价。此外，无人机低空突防需考虑高程代价，航迹点的高程代价如式(3)所示：

$$f_{Hi}=h_i \tag{3}$$

无人机在突防中的地形约束还需要考虑到飞行边界范围以及最大飞行高度，保证操控无人机的安全性。因此设定无人机飞行水平范围为($X_{\min}$，$Y_{\min}$)和($X_{\max}$，$Y_{\max}$)，最大飞行高度为 $H_{\max}$。

1.2　威胁模型约束

雷达、电磁威胁、导弹是无人机突防的主要威胁来源，具体建模如下：

(1) 雷达威胁

雷达主要通过电磁波来探测目标的距离，速度，相对位置等敌方信息，显然，要使无人机顺利突防，必须在飞行过程中避开雷达的探测范围，保证安全。

描述雷达方程特性的方程如下：

$$P_R=\frac{P_T G^2\lambda^2\sigma F^4}{(4\pi)^3 R^4 C_8 L} \tag{4}$$

其中，主要因素是 P，也就是目标和雷达之间的距离，因此雷达方程简化为雷达探测概率模型如下：

$$P_0=\begin{cases}0, & R\geqslant R_{max}\\1/R^4, & R<R_{\max}\end{cases} \tag{5}$$

(2) 电磁威胁

一般情况下，电磁威胁可视作半球型，威胁模型如下：

$$\begin{cases}X=R\times\sin\alpha\times\cos\beta\\Y=R\times\sin\alpha\times\cos\beta,\quad Z>0\\Z=R\times\cos\alpha\end{cases} \tag{6}$$

其中，R 为电磁干扰的半径，α 为 Z 轴正向与半径的夹角，β 为半径在水平面上的投影与 X 轴正向的夹角。

(3) 导弹威胁

敌方导弹的威胁范围内也被称作禁飞区，必须躲避。在三维平面上，导弹威胁范围近似于一个半球体。无人机在禁飞区半径内下被击中的可能性为：

$$P_M=P_v P_{k/v} \tag{7}$$

$$P_v=K_0\frac{\Delta h_{AS}}{R_S}=k_0\sin\alpha,\quad 0°\leqslant\alpha\leqslant 90° \tag{8}$$

其中，$P_{k/v}$ 为常数，表示无人机在禁飞区半径内被摧毁的概率；K_0 为比例系数，R_s 为导弹威胁中心与无人机之间的斜距；α 为视线俯视角。则：

$$P_M = k_0 \sin\alpha P_{k/v} \tag{9}$$

在三维建模过程中，威胁源半径较大，而无人机限高较低，因此可以将威胁源等效为圆柱地形处理[9]。航迹的威胁代价如下：

$$f_{T,ij} = \begin{cases} K_{Tj} \Big/ r_{ij}^4, & r_{ij} \leqslant R_{Tj} \\ 0, & r_{ij} \geqslant R_{Tj} \end{cases} \tag{10}$$

其中，K_{Tj} 为威胁源 j 的威胁系数，r_{ij} 为第 i 个航迹点到威胁源 j 中心的直线距离，R_{Tj} 为威胁源 j 的威胁半径，$F_{T,ij}$ 为第 i 个航迹点到威胁源 j 中心的代价。

1.3 无人机约束

无人机在飞行过程中受自身的物理约束，主要有最大转弯角 α、最大下滑及爬升角 β，以及燃油代价，中燃油代价用路程表示。各物理约束分别为：

$$J_{h\_angle} = \begin{cases} 0, & \alpha \leqslant \alpha_{max} \\ K_h, & \alpha > \alpha_{max} \end{cases} \tag{11}$$

$$J_{v\_angle} = \begin{cases} 0, & \beta \leqslant \beta_{max} \\ K_v, & \beta > \beta_{max} \end{cases} \tag{12}$$

$$J_{Li} = \begin{cases} l_i, i > 1 \\ 0, i = 1 \end{cases} \tag{13}$$

式中，K_h 和 K_v 分别为转弯角和俯仰角威胁系数，$J_{h\_angle,i}$ 和 $J_{v\_angle,i}$ 分别为第 i 个航迹点对应的 α 和 β 的代价函数。综合各代价函数，可得出第 i 个航迹点的无人机物理约束代价函数为：

$$f_{Ji} = J_{h\_angle,i} + J_{v\_angle,i} + J_{Li} \tag{14}$$

1.4 航迹代价函数

将地形约束、高程代价、威胁模型约束及无人机自身物理约束的代价加权综合起来就构成最终的无人机代价函数，如式(15)所示。

$$F(R) = \sum_{i=1}^{n} (\omega_1 f_{Zi} + \omega_2 f_{Hi} + \omega_3 \sum_{j=1}^{n_j} f_{T,ij} + \omega_4 f_{Ji}) \tag{15}$$

式中，$F(R)$为整条航迹的代价，ω_1，ω_2，ω_3，ω_4 为各代价的权重。

2 改进的飞蛾扑火算法

2.1 飞蛾扑火算法

飞蛾扑火算法（Moth-flame Optimization, MFO）是受到飞蛾围绕火焰对数螺旋线形式运动的现象启发而提出的一种新型的元启发算法[10]。在算法中，飞蛾为待优化的问题，火焰为每次迭代的最优解，通过螺旋更新改变飞蛾自身的位置以及火焰的结构。

2.1.1 飞蛾种群的初始化

定义飞蛾的特征有 d 维，设初始飞蛾个数为 n，路径点的个数为 d，则飞蛾种群 $\boldsymbol{M}$ 如式(16)所示。

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1d} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2d} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nd} \end{bmatrix} \tag{16}$$

其中，定义 $\boldsymbol{M}_i$ 为飞蛾种群 $\boldsymbol{M}$ 中的第 i 只飞蛾。飞蛾适应度的大小由 $\boldsymbol{OM}$ 表示：

$$OM = \begin{bmatrix} om_1 \\ om_2 \\ \vdots \\ om_n \end{bmatrix} \tag{17}$$

其中，Om_i 为第 i 只飞蛾的适应度，通过相应的代价函数得到。初始火焰的集合与 $\boldsymbol{M}$ 大小一致，并随着后续的迭代，火焰的数量会逐渐减小，火焰集合由 $\boldsymbol{F}$ 表示。

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1d} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2d} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nd} \end{bmatrix} \tag{18}$$

其中，第 i 个火焰由 $\boldsymbol{F}_i$ 表示。火焰的适应度值 $\boldsymbol{OF}$ 的大小同样为 $n\times1$，如式(19)所示。

$$OF = \begin{bmatrix} of_1 \\ of_2 \\ \vdots \\ of_n \end{bmatrix} \tag{19}$$

其中，of_i 表示第 $i(i=1,2,\ldots,n)$个火焰的适应度值。$\boldsymbol{OF}$ 矩阵是 $\boldsymbol{OM}$ 中每个向量排序之后的结果，所以 $\boldsymbol{F}$ 是 $\boldsymbol{M}$ 矩阵根据 $\boldsymbol{OF}$ 矩阵的排序得到的结果，这说明火焰 $\boldsymbol{F}$ 是飞蛾 $\boldsymbol{M}$ 在当前迭代搜索中的最优解。

2.1.2 迭代更新

MFO 算法每轮的更新机制可分为两个阶段：飞蛾扑火、飞蛾弃焰。

(1)飞蛾扑火：根据飞蛾的趋光性，飞蛾 M_i 围绕对应的火焰 F_j 做对数螺旋曲线运动。定义对数螺旋曲线如式(20)所示：

$$S(M_i,F_j)=D_i \cdot e^{bt} \cdot \cos(2\pi t)+F_j \tag{20}$$

其中，$S(M_i, F_j)$是飞蛾更新后的新位置，D_i是第 j 个火焰与第 i 只飞蛾的欧式距离，b 为常数参数，可调整对数螺旋曲线，通常取 1。参数 t 为[-1,1]范围内的一个随机数，表示当前飞蛾的更新位置与火焰的接近度，则 t=-1 代表飞蛾与火焰最近，t=1 则两者相距最远。具体过程如图 1 所示。

(2)飞蛾弃焰：为了提高算法的收敛速度并保证飞蛾种群向最优靠近，应逐渐减少较差的火焰，飞蛾仅

围绕保留下来的火焰做旋转运动，从而避免飞蛾丢失最优解的情况。火焰自适应减少如公式(21)所示：

$$flameno = \mathrm{round}(N - l\frac{N-1}{T}) \tag{21}$$

其中，*flameno* 为当前火焰数量，N 为种群数，l 为当前的迭代次数，T 为规定的最大迭代次数。

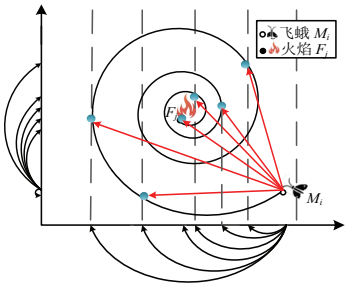


图 1　飞蛾运动轨迹图

Fig.1　Moth tracks

2.2　基于改进的 MFO 算法的无人机三维路径规划

2.2.1　航迹编码

在实际应用中，每条路径都是由多个航迹点连接而成的线。定义种群中的一只飞蛾 $\boldsymbol{M}_i$ 即为一条路径，$\boldsymbol{M}_i$=[m_{i1},m_{i2},……,m_{in}]，每个航迹点 m_{i1} 具有空间三维的属性(x,y,z)。同时，在利用 MFO 算法规划三维的无人机突防路径的问题时，首先确定航迹点数 n，其次等距离 x 方向的航迹点坐标固定不变，通过对 y 和 z 坐标的寻优确定最优突防路线。

2.2.2　自适应惯性权重

惯性权重在平衡算法的全局及局部搜索能力中起着至关重要的作用。传统 MFO 算法中的火焰并未能被充分利用，因此，本文在飞蛾的更新策略上引入了自适应权重。通常，在群体智能算法中自适应权重加在步长上，而本文改变其更新机制，通过将自适应权重放在火焰上扰动火焰的位置保证充分发挥最优解的优势。自适应权重 ρ 如下表示：

$$\rho = 0.2 + \frac{1}{0.25 + e^{\left(\frac{fitness(1)}{fitness(i)}\right)^{l}}} \tag{22}$$

其中，*fitness(i)*为当前迭代中第 i 只飞蛾的适应度，l 为当前迭代次数，当 l 逐渐增大时，自适应权重 ρ 趋向于 1。引入权值后的位置更新策略如下：

$$S(M_i, F_j) = D_i \cdot e^{bt} \cdot cos(2\pi t) + \rho \cdot F_j \tag{23}$$

将自适应惯性权重策略引入进 MFO 的位置更新机制中，在算法前期，使得不易于快速收敛到局部最优解，在迭代过程中跳出局部最优寻求全局最优。在寻优后期，权重趋向于 1，保证局部最优解的精确度。

2.2.3　改进的交叉算子与变异算子

遗传算法在求解多峰函数及复杂问题时的高效性非常适合与 MFO 相结合[11-13]。遗传算子主要包括三个方面：交叉算子、变异算子、遗传算子。针对 MFO 因自身寻优方法存在早熟性，在求解三维环境下最优路径时无法快速定位到最优路径等问题，本文将火焰矩阵与遗传算法的交叉算子、变异算子相结合并加以改进，使算法在前期快速跳出局部最优，增强算法的收敛性能。主要思想是每次迭代时将最优火焰与其余随机火焰进行交叉重组，并与原来父代的适应度作对比，若相对原来父代适应度较优，则替换父代。交叉算子表示如下：

$$X_A^k = \beta X_B^{k-1} + (1-\beta) X_A^{k-1} \tag{24}$$

$$X_B^k = \beta X_A^{k-1} + (1-\beta) X_B^{k-1} \tag{25}$$

其中，X_A^k 代表第 k 代火焰矩阵中的最优火焰个体，X_B^k 表示此外的任一随机火焰个体，β 为一系数，当 β 为常数时，称为均匀交叉算子，当 β 随迭代次数改变时，则称为非均匀交叉算子。

新一代的火焰个体主要由系数 β 及上一代的个体来共同决定，当 β 趋近于 0.5 时，子代远离父代，可以拓宽搜索空间，保证火焰种群具有多样性，当 β 远离 0.5 时，子代靠近父代，保证搜索范围缩小，使得精确度提高。因此，在交叉算子的基础上做如下做改进：

$$\beta = \min(\beta) + (\max(\beta) - \min(\beta)) \times e^{\frac{T}{l}} \tag{26}$$

其中，min（β）及 max（β）分别代表 β 的最大值及最小值。β 系数曲线如图 2 所示.

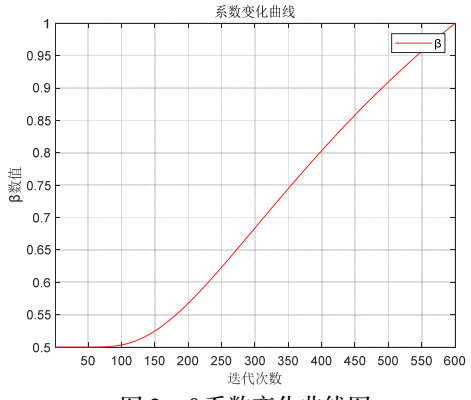


图 2　β 系数变化曲线图

Fig.2　Curve of β coefficient change

由图 2 可知，为了保证在迭代初期 X_A 及 X_B 在后代中有较为平均的基因占比，以及火焰矩阵的多样性，取 β 的初始值为 0.5，并使其在前期增长缓慢。随迭代次数的增长 β 迅速靠近 1，使种群多样性降低，搜索精度增加。

（2）高斯变异算子

由于地形比较复杂，在 MFO 寻优过程中，个别航迹点迭代时无法跳出局部最优，使航迹出现较大偏差，需加入高斯变异算子对航迹点随机干扰。设其中一个火焰为 $\boldsymbol{F}_i$=[f_1 f_2 ...f_d]，每一维度根据变异率 p 选择

是否产生变异。假设第 k 维产生变异，则高斯变异算子为

$$f_k^{'} = f_k + \lambda \mathrm{N}(0,1) \tag{27}$$

其中，f_k 为火焰第 k 维的特征，$f_k^{'}$ 为变异后的特征，λ 为系数，受空间大小影响，决定变异的程度大小。

2.3 三次样条插值平滑路径算法

在无人机实际飞行中，为了保证无航迹转弯角平滑，避免无人机受到自身物理约束及性能的限制，采用三次样条改善最终突防路径。设最终无人机突防路径为：$Z=(z_1, z_2\cdots\cdots z_n)$，每个路径点 $z_k(k=1\cdots\cdots n)$有(x, y, z)三个维度，分别对$(x_1, x_2\cdots\cdots x_n)$、$(y_1, y_2\cdots\cdots y_n)$、$(z_1, z_2\cdots\cdots z_n)$做三次样条插值，最终形成一条光滑路径，三次样条插值效果如图 3 所示。

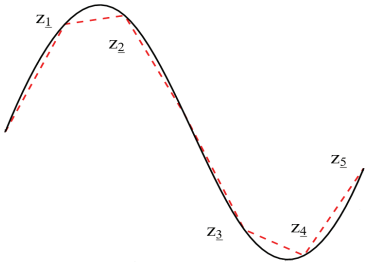


图 3 三次样条插值优化效果图

Fig.3 Cubic spline interpolation optimization effect diagram

总的算法流程如表 1 和图 4 所示。

表 1 本文算法流程

Tab.1 Algorithm flow of this paper

步骤 1：初始化

确定地形及威胁环境，通过威胁代价构造适应度函数。确定航迹点数目 n，通过航迹编码原则对飞蛾种群及火焰矩阵初始化。

步骤 2：边界限定

根据三维空间的大小限定航迹点的范围，若航迹点某一维超出边界，则用航迹点此维的边界值代替。

步骤 3：种群排序

调整火焰数量 *flameno*，将飞蛾种群排序，选取前 *flameno* 个火焰构造火焰矩阵。

步骤 4：交叉变异算子

1）选取最优火焰及任意火焰进行交叉重组，将得到的子代与父代做对比，选取代价较小的火焰放回原矩阵。

2）根据变异率 P 选取各个火焰的某一维度进行高斯变异，若代价小于原火焰则将其替代。

步骤 5：更新飞蛾

利用公式(23)对飞蛾做自适应权重螺旋曲线更新，得到新的飞蛾种群。

步骤 6：判断终止条件

判断是否达到迭代次数，未达到则跳回步骤 2，达到则结束，输出路径。

步骤 7：三次样条平滑路径

采用三次样条插值优化输出的路径，得到无人机最终输出路径。

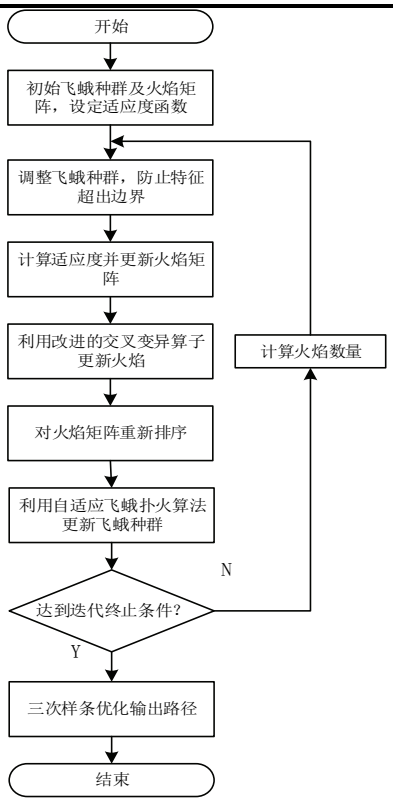


图 4 本文算法流程图

Fig.4 The flow chart of this algorithm

3 改进的飞蛾扑火算法对比实验

3.1 测试函数

由于无人机面对复杂地形突防时，多极值的寻优性能非常关键。选择使用基准测试函数中两个单峰函数 Quartic 和 Sum Squares 及两个多峰函数 Penalized1 和 Penalized2 来评估算法性能，它们能在复杂度较高的情况下验证算法能否跳出局部最优。测试函数描述如下：

(1) Quartic 函数

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n-1}\left[100(x_{i-1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2\right] \tag{28}$$

其中，$x_i\in[-30,30]$，$n=10$，在（0,0⋯0）处取得全局最小值 0。

(2) Sum Squares 函数

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+0.5)^2 \tag{29}$$

其中，$x_i\in[-100,100]$,$n=10$，全局最小值处为（0,0⋯0）。

(3) Penalized 1 函数

$$f_{12}(x)=\frac{\pi}{n}\{10\sin(\pi y_1)+\sum_{i=1}^{n-1}(y_1-1)^2\left[1+10\sin^2(\pi y_{i+1})\right]+ (y_n-1)^2\}+\sum_{i=1}^{n}u(x_i,10,100,4) \tag{30}$$

$$y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4} \tag{31}$$

$$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a < x_i < a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases} \tag{32}$$

其中，$x_i \in [-30, 30]$，$n=10$，全局最小值处为（0,0…0）。

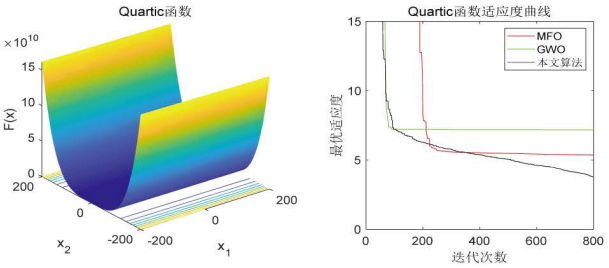
(4) Penalized 2 函数

$$f_{13}(x) = 0.1\{\sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{n}(x_i - 1)^2[1 + \sin^2(3\pi x_i + 1)] + (x_n - 1)^2[1 + \sin^2(2\pi x_n)]\} + \sum_{i=1}^{n} u(x_i, 5, 100, 4) \tag{33}$$

其中，$x_i \in [-30, 30]$，$n=10$，全局最小值处为（0,0…0）。

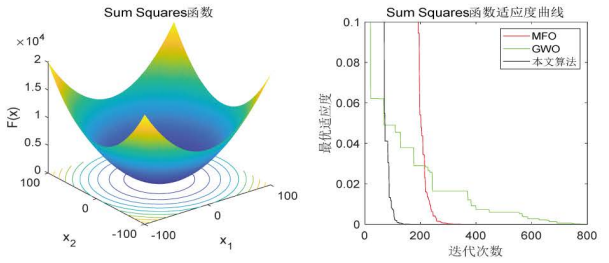
3.2　实验验证

采用上述 4 种测试函数分别评估 MFO 算法、灰狼算法(Grey Wolf Optimizer, GWO)算法[14]以及本文算法的寻优性能。图 5 为各算法在不同测试函数上的适应度曲线图，表 2 列出了各算法经过测试函数 20 次测试的均值及最优值。



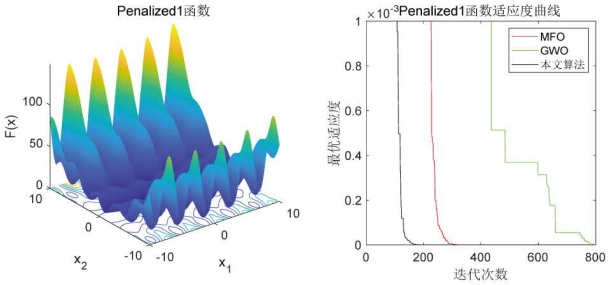
(a)　Quartic 函数

(a)　Quartic function



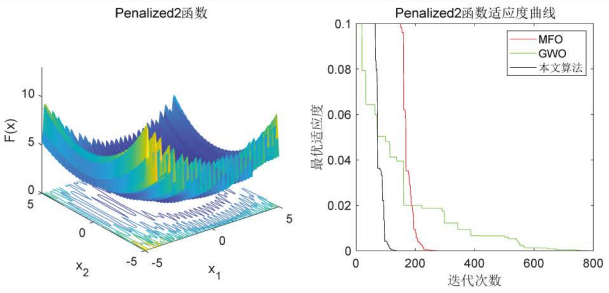
(b)　Sum Squares 函数

(b)　Sum Squares function



(c)　Penalized 1 函数

(c)　Penalized 1 function



(d)　Penalized 2 函数

(d)　Penalized 2 function

图 5　各算法在测试函数上的适应度曲线图

Fig.5　The fitness curve of each algorithm on test function

表 2　三种算法在测试函数上的实验对比

Tab.2　Experimental comparison of three algorithms on test functions

测试函数	算法	最优值	均值
Quartic 函数	MFO	2.31	12.76
	GWO	4.15	6.45
	本文算法	**0.78**	**3.81**
Sum Squares 函数	MFO	7.21×10^{-26}	2.86×10^{24}
	GWO	6.98×10^{-7}	7.32×10^{-6}
	本文算法	**0**	$\mathbf{8.32\times10^{-35}}$
Penalized1 函数	MFO	9.45×10^{-21}	2.24×10^{-11}
	GWO	3.82×10^{-12}	1.85×10^{-12}
	本文算法	$\mathbf{6.38\times10^{-30}}$	$\mathbf{9.12\times10^{-29}}$
Penalized2 函数	MFO	2.96×10^{-20}	8.45×10^{-15}
	GWO	9.15×10^{-08}	4.15×10^{-07}
	本文算法	$\mathbf{5.62\times10^{-30}}$	$\mathbf{4.85\times10^{-29}}$

由图 5 可知，GWO 在 Quartic 函数上的寻优性能相比于 MFO 较好，在其余测试函数上收敛速度及精度均不如 MFO，而本文算法在各测试函数上收敛速度及精度均优于其余两种算法，说明本文算法在复杂度较高的测试函数上有较强的寻优能力。由表 2 可知，MFO 在 Quartic 函数上表现较差，其余测试函数上最优值虽较好，但均值与最优值相差较大，波动明显。GWO 在多峰测试函数上精度较低，但较为稳定。而本文算法在各多峰函数上精度相比于 MFO 及 GWO 均有较大提升，并且寻优稳定。这说明，本文提出的改进方法可以有效帮助 MFO 算法跳出局部最优解，增强了 MFO 算法面对复杂问题时的全局寻优能力。

4　无人机突防仿真测试及分析

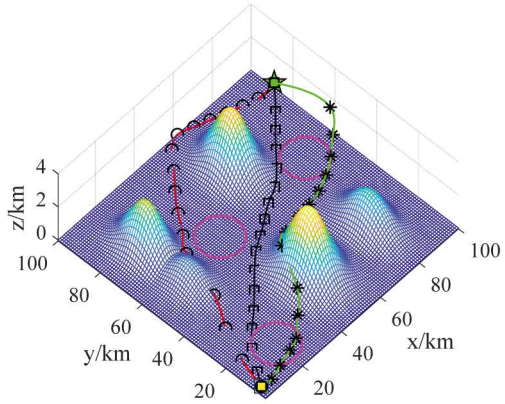
仿真测试计算机的 CPU 为 Intel Core i7-9750U CPU 2.60GHz、内存为 16GB，操作系统为 Windows10，编译软件为 Matlab R2018a。测试地形区域大小为

100 km×100 km,测试限高为 4 km。无人机航线的起始点与终止目标分别为(1, 3, 0.5)及(99, 98, 0.5)，敌方雷达及火炮距离的中心为(20, 13.5, 0)、(85, 60, 0)、(40, 59, 0)，作用半径为 9 km。**MFO、GWO 和本文算法求得三条路径的航迹点分别用圆圈、星号、及正方形表示。**各算法种群数设为 100，最大迭代次数为 800 次。算法参数以及无人机突防轨迹图分别如表 3 和图 6 所示。

表 3 主要参数

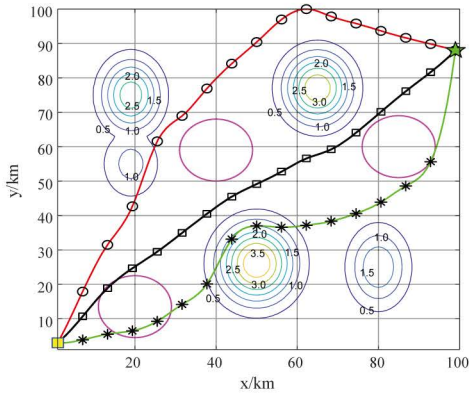
Tab.3 Main parameters

参数	符号	参数值
地形威胁系数	K_z	1000
威胁源威胁系数	K_{Tj}	1000
转弯角威胁系数	K_h	10
俯仰角威胁系数	K_v	10
地形约束权值	ω_1	0.25
高程约束权值	ω_2	0.4
威胁源约束权值	ω_3	0.2
物理约束权值	ω_4	0.15
变异率	P	0.3
航迹点数	n	15



(a) 三维无人机突防路径图

(a) 3D UAV penetration path diagram



(b) 无人机突防路线等高线图

(b) Contour map of UAV penetration route

图 6 无人机突防路线轨迹图

Fig.6 Path map of UAV penetration route

通过 MFO、GWO、本文算法在无人机突防路线轨迹图中的对比可以看出，传统 MFO 规避了威胁源，但路径中有部分穿过了地形，规划的路线较长；GWO 的规划路线普遍飞行高度高，穿过了第一个威胁源，对无人机自身的物理约束没有满足，俯仰角过大；而本文算法可以有效地利用地形优势，在规避山峰地形及各威胁源的同时，满足无人机自身的物理约束，并做到贴地飞行，避免路径中出现多余路线，从而达到低空突防的目的。算法的航程和最优代价如表 4 所示，最优航线代价变化如图 5 所示。

表 4 算法航程及最优代价

Tab.4 Algorithm voyage and optimal cost

算法	航程/km	最优代价
MFO 算法	156.01	23.74
GWO 算法	145.64	30.36
本文算法	130.87	20.11

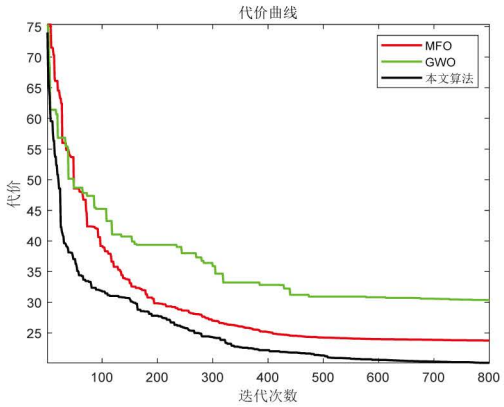


图 7 最优路线代价变化图

Fig.7 Optimal route cost change graph

仿真结果表明，MFO 在寻优前期可以跳出局部最优，但收敛速度相对较慢，在迭代到 400 次左右陷入局部最优，求得的突防路径最长；GWO 在复杂度较高的情况下效果较差，寻优过程中难以跳出局部极值，且精度较低，难以适应三维地形下无人机突防路径规划；而本文算法无论在精度、速度方面，都优于 MFO 及 GWO，最短路径比 MFO 及 GWO 算法分别降低了 25.14 km 和 14.77 km，求得路径最短，代价分别降低了 3.63 及 10.25。通过算法比较，本文算法可以更为有效地避开威胁地形及威胁源，利用地形作掩护实现低空突防。

5 结 论

本文针对无人机的低空突防路径规划问题，提出了一种基于改进 MFO 的三维无人机低空突防方法。首先，建立三维地形模型、威胁源模型及无人机物理约束模型，确定威胁代价函数。其次，针对 MFO 算

法易发生早熟收敛，收敛速度慢，陷入局部最优等问题，提出了两种改进思路：(1)利用自适应权重改变 MFO 的更新轨迹，加快算法的收敛速度并改善局部搜索性能；(2)在 MFO 中引入交叉算子和变异算子，扩大搜索空间，进一步提升了算法精度，有效解决了 MFO 自身缺陷。最后，利用三次样条插值改善突防路径，最大程度避免无人机受到自身物理约束的限制。实验表明，该方法可以更精确、快速地使无人机自主避开危险区域选择最优路径，实现低空突防。

参考文献（References）：

[1] Radmanesh M, Kumar M, Guentert P H, et al. Overview of path planning and obstacle avoidance algorithms for UAVs: a comparative study[J]. Unmanned Systems, 2018, 6(02):95-118.

[2] Li Y, Chen Q, Xu S, et al. A fast target localization method with multi-point observation for a single UAV[C]//2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Yinchuan, China, May 28-30, 2016.

[3] 王文彬，秦小林，张力戈，等. 动时域的无人机动态航迹规划[J]. 能系统学报，2018, 13(04): 524-533.
Wang W, Qin X, Zhang L, et al. Dynamic UAV trajectory planning based on receding horizon[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2018, 13(04): 524-533.

[4] Cao Y, Wei W, Bai Y, et al. Multi-base multi-UAV cooperative reconnaissance path planning with genetic algorithm[J]. Cluster Computing, 2019, 22(S3): 5175-5184.

[5] 王洪斌，郝策，张平，等. 基于 A~*算法和人工势场法的移动机器人路径规划[J]. 中国机械工程，2019, 30(20): 2489-2496.
Wang H, Hao C, Zhang P, et al. Path planning of mobile robots based on A~* algorithm and artificial potential field algorithm[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(20): 2489-2496.

[6] 唐立，郝鹏，张学军. 基于改进蚁群算法的山区无人机路径规划方法[J]. 交通运输系统工程与信息，2019, 19(01): 158-164.
Tang L, Hao P, Zhang X. An UAV path planning method in mountainous area based on an improved ant colony algorithm[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2019, 19(01): 158-164.

[7] 宋宇，王志明. 面向无人机三维航迹规划的改进粒子群优化算法[J]. 传感器与微系统，2019, 38(03): 144-146.
Song Y, Wang Z. Improved PSO algorithm for UAV 3D track planning[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2019, 38(03): 144-146.

[8] 许江波，刘琳岚. 基于改进人工鱼群算法的无人机三维航迹规划[J]. 计算机工程与设计，2019, 40(02): 540-544.
Xu J, Liu L. 3D trajectory planning for UAV based on improved artificial fish swarm algorithm[J]. Computer Engineering and Design, 2019, 40(02): 540-544.

[9] 彭志红，孙琳，陈杰. 基于改进差分进化算法的无人机在线低空突防航迹规划[J]. 北京科技大学学报，2012, 34(01): 96-101.
Peng Z, Sun L, Chen J. Online path planning for UAV low-altitude penetration based on an improved differential evolution algorithm[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2012, 34(01): 96-101.

[10] Mirjalili S. Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 89(11): 228-249.

[11] Arantes, Márcio da Silva, Arantes J D S, et al. A hybrid multi-population genetic algorithm for UAV path planning[C]//Genetic & Evolutionary Computation Conference. USA, July 20-24, 2016: 853-860.

[12] Kadri R L, Boctor F F. An efficient genetic algorithm to solve the resource-constrained project scheduling problem with transfer times: The single mode case[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 265(2): 454-462.

[13] Elhoseny M, Tharwat A, Farouk A, et al. K-coverage model based on genetic algorithm to extend WSN lifetime[J]. IEEE Sensors Letters, 2017, 1(4): 1-4.

[14] Mirjalili S, Mirjalili S M, Lewis A. Grey wolf optimizer[J]. Advances in Engineering Software, 2014, 69(3): 46-61.