

基于改进蚁群算法的分布式多机器人协同路径规划

汪繁荣¹, 杜力^{1,2}, 徐光辉^{1,2}

(1 湖北工业大学 电气与电子工程学院 武汉 430068; 2 襄阳湖北工业大学产业研究院, 襄阳 441122)

摘要 针对多机器人协同路径规划问题,提出了一种基于改进蚁群算法的分布式多机器人协同的路径规划方法,将多机器人路径规划问题分为两个阶段解决.在路径规划阶段改进传统的蚁群算法,通过几何法对蚁群算法的初始信息素进行差异化设计,改变初始信息素分布方式,加快蚁群算法收敛速度;设计了一种以起始点和目标点为导向的启发式函数,解决了蚁群在寻优过程中迂回锁死的情况;改进信息素更新方式加快后期信息素积累过程,提高整个算法路径规划的收敛速度.在协同避碰阶段,设计协同避碰规则解决各机器人之间的相互碰撞,以找到较优或者最优的路径组合.仿真结果表明:所改进的蚁群算法在解决单机机器人路径规划问题时的优越性和所提多机器人路径规划方法的可行性、有效性.

关键词 分布式;多机器人;路径规划;蚁群算法;协同避碰;启发式函数

中图分类号 TP242 文献标志码 A 文章编号 1672-4321(2023)05-0650-08

doi:10.20056/j.cnki.ZNMDZK.20230510

Distributed multi-robot collaborative path planning based on improved ant colony algorithm

WANG Fanrong¹, DU Li^{1,2}, XU Guanghui^{1,2}

(1 School of Electrical and Electronic Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;

2 Xiangyang Industrial Institute, Xiangyang 441122, China)

Abstract Aiming at the multi-robot collaborative path planning problem, a distributed multi-robot collaborative path planning method based on the improved ant colony algorithm is proposed, which divides the multi-robot path planning problem into two stages. In the path planning stage, the traditional ant colony algorithm is improved, and the initial pheromone of the ant colony algorithm is designed differently by geometric method to change the initial pheromone distribution to speed up the convergence speed of the ant colony algorithm; a heuristic function oriented to the starting point and target point is designed to solve the situation of roundabout locking of the ant colony in the process of seeking advantages; the pheromone update method was improved to speed up the later pheromone accumulation process and improve the convergence speed of the whole algorithm path planning. In the cooperative collision avoidance stage, the cooperative collision avoidance rules are designed to solve the mutual collision among robots in order to find the better or optimal path combination. The simulation results show the superiority of the improved ant colony algorithm and the feasibility and effectiveness of the proposed multi-robot path planning method.

Keywords distributed; multi-robots; path planning; ant colony algorithm; cooperative collision avoidance; heuristic function

随着工业的飞速发展,单个机器人已经满足不了越来越多样的应用场景,而多机器人系统因其较强的鲁棒性、可靠性和经济性等特点,应用越来越

广泛,逐渐成为当下机器人研究领域的热点^[1-4].多机器人系统最基本的问题之一的路径规划问题,也受到越来越多的关注.

收稿日期 2021-08-16

作者简介 汪繁荣(1979-),男,副教授,博士,研究方向:智能优化算法,E-mail:wfr@whu.edu.cn

基金项目 国家自然科学基金资助项目(61603127)

基本上,解决多机器人路径规划问题的方法一般可以分为集中式和分布式^[5-6]两种.集中式路径规划方法存在一个主控单元,其掌握了环境中的全局信息,主控单元集中处理系统中的所有信息,同时为每个机器人产生一个候选路径.这种方法计算复杂度很高,反应速度较慢,在主控单元遇到故障时,将会导致整个系统陷入瘫痪.分布式路径规划方法不存在主控单元,每个机器人之间都是等价关系,并且每个机器人之间可以进行信息的交互和自主的实时处理数据并根据自身所处环境规划出一条路径,相比较集中式方法,分布式方法更加灵活,计算效率较高.由于分布式路径规划方法的上述优点,寻找一种高效的分布式路径规划方法已经成为现在研究领域的热点之一.夏清松等^[7]通过改进蚁群算法(Ant colony optimization, ACO),设计了一种基于全局规划和局部调整的双层路径规划方法,实现了多仓储机器人的安全有效的路径规划;曹其新等^[8]提出了一种保留区域的分布式多机器人路径规划算法,首先利用强连通有向图对单个机器人进行路径规划,再利用中央模块协调各个机器人之间的路径,很好地解决了多机器人路径规划时路径高度耦合的问题;THABIT等^[9]提出了一种基于协同进化的粒子群算法(Particle swarm algorithm, PSO),实现了多机器人多目标的路径规划;万逸飞等^[10]利用了类似文献[9]的协同进化算法,实现了多机器人的路径规划.上述这些基于群智能优化算法的多机器人路径规划方法,在实际的运用中都取得了很好的效果.其中,ACO因其正反馈机制和强大的全局搜索能力,被广泛应用于解决路径规划问题中^[11].但是,传统的ACO在解决路径规划问题时也存在搜索速度慢,计算量大等缺点^[12].

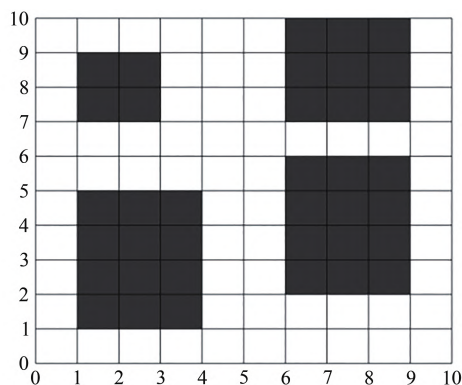
基于以上分析,本文提出了一种分布式的多机器人的协同路径规划方法,将解决多机器人路径规划问题分为两个阶段:第一阶段是路径规划阶段,即每个机器人在静态障碍物空间通过改进的ACO规划得到一条最优的无碰撞路径;第二阶段是协同避碰阶段,即采用避碰规则解决机器人之间的碰撞,得到最优路径或次优的组合,保证在整个作业环境中机器人间能安全有效地协同作业.首先,运用栅格法建立机器人的工作环境模型,以下一可选节点到起点和目标点所形成连线的距离对ACO的初始信息素分布进行差异化设计,避免蚁群在搜索初期出现盲目性;设计了一种以起始点和目标点为导向的启发式函数,解决蚁群在搜索过程中迂回锁

死的情况;改进了ACO的信息素更新方式加快后期蚁群信息素的积累速度,加快整个算法的收敛过程.其次,在协同避碰阶段,设计了避碰规则来解决机器人间的碰撞,保证机器人间安全高效的协同工作.最后,在不同栅格环境下运用本文所改进的ACO和文献[13-14]所提算法进行单个机器人路径规划仿真对比实验,实验结果表明,本文所提算法较文献[13-14]所提算法规划得到的路径更加短,所需迭代次数更少;在栅格环境下进行多机器人路径规划仿真实验,本文所提的分布式多机器人协同路径规划方法能够很好地解决多机器人间路径耦合的问题,能够保证多机器人间安全高效的协同作业.

1 问题描述及环境建模

假设在二维静态环境中存在 n 个型号大小相同的机器人 $R_i(i=1, 2, \dots, n)$,这些机器人需要协同完成某项运输任务;每个机器人的起始点和目标点分别为 S_i 和 G_i ,且各个机器人的起始点和终点各不相同,机器人间可以通过自身携带的传感器实现相互通信,并且能根据自身所处的环境状态可以实现匀速运动和暂停等操作.

为了减少运算的复杂度,采用栅格法将外部环境抽象化和离散化,建立机器人的运动环境模型^[15].假设每个栅格对应的二维空间中的坐标为 (x_i, y_i) ,以 $(0.5, 9.5)$ 为中心的栅格数为1,以 $(1.5, 9.5)$ 为中心的栅格数为2,以 $(0.5, 8.5)$ 为中心的网格号为11,依次类推,每个栅格从左往右从上至下依次编号,白色栅格代表可移动空间,黑色代表障碍物空间(图1).每个网格对应的栅格号与坐标号关系为:



$$\begin{cases} x_i = \text{mod}(i, N) \\ y_i = N + 0.5 - \text{ceil}(\frac{i}{N}) \end{cases}, \quad (1)$$

其中 i 是栅格号, N 栅格地图的行数和列数.

2 多机器人协同路径规划的步骤

处理多机器人路径规划问题, 一般有集中式和分布式两种办法. 与集中式方法相比, 分布式路径规划方法更加灵活、鲁棒性更强、应用场景更加丰富. 故本文采用了分布式的路径规划方法将多机器人的协同路径规划分为两个阶段完成(图2). 首先是路径规划阶段, 将每个机器人视作一个单独的个体, 单独运用改进的蚁群算法为每个机器人规划出一条最优的全局无碰撞路径, 然后机器人间进行信息交互, 将各个机器人规划结果输入到协同避碰阶段. 在协同避碰阶段采用避碰规则解决机器人间的局部碰撞, 得到最优路径或者次优路径组合, 保证整个作业环境中机器人间能安全有效地协同作业. 具体的步骤如下:

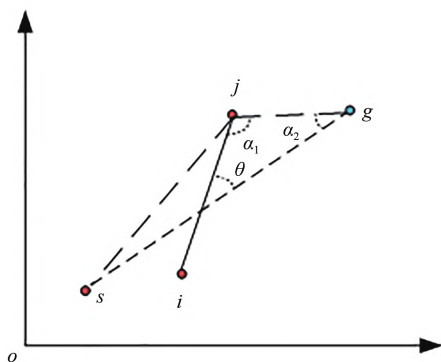


图2 路径示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the path

步骤一 初始化蚁群算法各参数;

步骤二 不考虑其他机器人, 运行改进的蚁群算法为每个机器人规划一条全局无碰最优路径;

步骤三 各机器人进行信息交互(机器人将各自规划得到的全局最优无碰撞路径其他机器人在线进行交互);

步骤四 判断各个机器人规划得到的路径是否与其他机器人规划得到的路径存在耦合情况?(若是, 执行步骤五; 若否, 跳转到步骤九);

步骤五 判断是否会碰撞?(若会, 跳转到步骤六; 若不会, 跳转步骤九);

步骤六 判断碰撞类型;

步骤七 启动协同避碰规则;

步骤八 所有机器人都能安全达到目标点?

(若否, 返回步骤四; 若是, 继续执行步骤九);

步骤九 得到最优路径组合.

3 路径规划阶段

蚁群算法具有良好的鲁棒性和智能性, 被广泛应用于解决移动机器人规划问题, 因此在路径规划阶段, 本文通过蚁群算法为每个机器人单独规划一条最优的全局路径.

3.1 传统 ACO

ACO 是将自然界中蚁群觅食行为抽象化后得到的一种启发式的搜索算法. 蚂蚁 $k(k=1, 2, \dots, m)$ 在 t 时刻转移的方向由各个待选路径上的信息素浓度决定, 蚂蚁已走过的所有节点存放在禁忌表 $tabu_k$ ($k=1, 2, \dots, m$) 中, 禁忌表中存放的节点集合的会随着蚂蚁的运动状态动态调整. 在 t 时刻蚂蚁从位置 i 选择下一个位置 j 的概率, 由(2)式来确定:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{s \in T_{allowed,k}} [\tau_{is}(t)]^\alpha [\eta_{is}(t)]^\beta}, & j \in T_{allowed,k} \\ 0 & \end{cases}, \quad (2)$$

式中, $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时刻位置 i 与位置 j 之间的路径上的信息素; $\eta_{ij}(t)$ 表示启发函数因子, 表示 t 时刻蚂蚁从位置 i 转移到位置 j 的期望程度, 通常取 $\eta_{ij}(t) = 1/d_{ij}$, d_{ij} 为位置 i 与位置 j 之间的欧式距离; α 为信息启发式因子; β 为期望启发式因子; 下一个可移动栅格集合用 $allowed$ 表示. 每只蚂蚁在完成一次遍历之后, 就会对每条路径所留信息素按照式(3)处理:

$$\begin{cases} \tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}, & 0 < \rho < 1 \\ \Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k, & \end{cases}, \quad (3)$$

式中 ρ 为信息素挥发常数 ($0 < \rho < 1$); τ_{ij} 表示位置 i 与位置 j 之间路径上的信息素量, $\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中留在位置 i 与位置 j 之间的信息量:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k, & \text{第 } k \text{ 只蚂蚁从节点 } i \text{ 访问 } j, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}, \quad (4)$$

式中: Q 为信息素强度; L_k 为路径总长度.

3.2 ACO 改进

ACO 虽然具有搜索范围广, 稳定性好等优秀性能, 但收敛性较差, 且在解决一些比较复杂的应用场景时容易陷入局部最优, 因此需要对其进行改进.

3.2.1 差异化的初始信息素分布

在初始条件下,各路径上的信息素含量相同,此时蚁群处于盲目搜索阶段,寻优效果差,搜索效率低.为此本文利用几何法设计了一种差异化初始信息素分布方式,改进后的初始信息素分布为:

$$\tau_{ij}(0) = K + f(j), \quad (5)$$

$$f(j) = K/(d_{U,sg} + 1), \quad (6)$$

式中, K 为常数, $d_{U,sg}$ 为转移栅格到起点和终点连线的距离,即转移栅格离起点和终点连线的距离越近,该路线上的初始信息素越大,反之就越小.根据这样的位置关系,设置分布不均匀的初始信息素,避免初期蚂蚁盲目搜索,提高蚁群初期的搜索效率.

3.2.2 导向性的启发式函数

传统的ACO中启发式函数一般取相邻节点距离的倒数,这样蚂蚁就趋向于选择离当前节点较近的可选节点,但是这种情况会导致蚂蚁在选择时出现路径迂回或者锁死的情况,导致寻优效率低效果差.在几何上如果不考虑障碍物因素,起点到终点的欧式距离是最短的路径,本文设计一种以起始点和目标点为导向的启发式函数,迫使蚂蚁每次更倾向于选择离目标点越近,所需角度调整越小的栅格,从而最终所得路径会更接近欧式距离,新的启发式函数可表示为:

$$\eta_{ij} = \left(\frac{d_{sj}}{d_{jg}} \right) \omega^{\cos \theta}, \quad (7)$$

其中 d_{sj} 为起始点到可选节点的欧式距离; d_{jg} 为可选节点到终点的欧式距离; $\omega(\omega > 1)$ 为常数,且

$$\theta = \pi - \alpha_1 - \alpha_2, \quad (8)$$

其中, α_1 表示 \vec{ij} 与 \vec{jg} 夹角, α_2 为 \vec{gj} 与 \vec{gs} 的夹角. α_1 、 α_2 的求取如下式所示:

$$\alpha_1 = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}, \quad (9)$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{\vec{c} \cdot \vec{d}}{|\vec{c}| |\vec{d}|}, \quad (10)$$

式中, $\vec{a} = (X_j - X_i, Y_j - Y_i)$, $\vec{b} = (X_g - X_j, Y_g - Y_j)$, $\vec{c} = -\vec{b}$, $\vec{d} = (X_s - X_g, Y_s - Y_g)$;且当前节点坐标 $i(X_i, Y_i)$;下一可选节点坐标 $j(X_j, Y_j)$;起点坐标 $s(X_s, Y_s)$;终点坐标 $g(X_g, Y_g)$.

3.2.3 精英保留的信息素更新方式

随着迭代次数增加,几条较优路径上的信息素差异不明显越来越不明显,导致蚁群收敛速度变慢,本文结合精英蚁群算法,对蚁群的信息素更新

规则进行了改进.在所有蚂蚁完成一次迭代后,所有路径上的信息素都会更新,为了加快后期最优路径上信息素积累过程,本文采取了如式(11)的全局信息素更新方式:

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_{\text{best}}} \left(1 + \frac{N}{N_{\text{max}}}\right), L_{\text{best}} \text{ 是第 } N \text{ 次循环中最短路径} \\ 0, \text{ 其他路径} \\ -\frac{Q}{L_{\text{worst}}} \left(1 + \frac{N}{N_{\text{max}}}\right), L_{\text{worst}} \text{ 是第 } N \text{ 次循环中最长路径} \end{cases}, \quad (11)$$

其中 N_{max} 是最大迭代次数.

4 协同避碰阶段

路径规划阶段完成后,机器人间会进行信息交流,每个机器人将会得到其他机器人在路径规划阶段得到的最优路径,规划进入协同避碰阶段.协同避碰阶段,主要是为了解决机器人间的碰撞问题,确保机器人能够安全有效地完成任务.

多机器人路径规划并不是多个机器人规划结果的简单叠加,它还需要考虑整个系统的优化和机器人间的协调.协同避碰的目的主要是为了解决机器人在运动过程中发生冲突时,通过相应的避碰规则化解冲突.在二维环境中常见的碰撞可以总结为以下两大类:

(1) 碰撞类型一:

如图3所示,两机器人会在同一时刻同时到达路径交叉点,此后两机器人路径再无交点或者此后路径重合且同向运动.

(2) 碰撞类型二:

如图4所示,两机器人会在同一时刻同时到达路径交叉点,且此后路径重合并且运动方向相反.

在实际的应用中,每个机器人的任务权重可能不同,导致机器人优先级也可能有所不同.为此本文采取优先级避碰策略,对于第一类碰撞根据优先级策略,优先级高的机器人按照规划的全局最优路线运动,优先级低的机器人在到达冲突点前一时刻在原地等待一个步长,等待优先级高的机器人通过后再继续按照原定路线通过;对于第二类碰撞,优先级高的机器人按照原规划路径进行作业,优先级低的机器人重新规划出一条局部最优路径,直到所有机器人规划得到的路径都能安全到达目标点,整个多机器人路径规划过程才算完成.

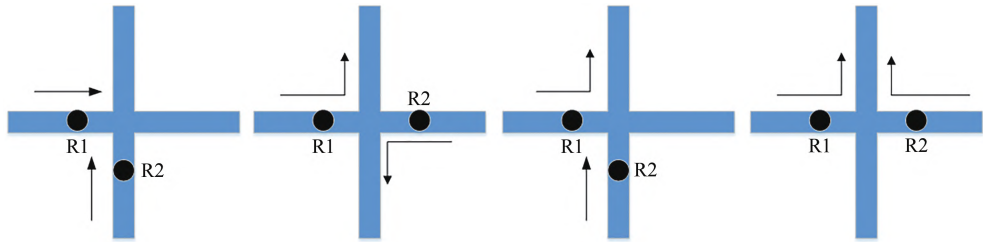


图3 碰撞类型一示意图

Fig. 3 Schematic diagram of collision type 1

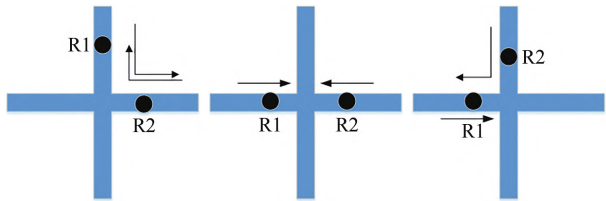


图4 碰撞类型二示意图

Fig. 4 Schematic diagram of collision type 2

5 仿真结果及分析

5.1 单机器人路径规划仿真对比实验

为了验证本文所改进的蚁群算法的有效性和求解路径规划问题的质量,现选取一种普通的20×20栅格环境、一种带有“U”型陷阱的20×20栅格环境(“U”型陷阱的栅格环境对于传统的ACO很容易陷入局部最优,导致路径平滑性变差)和一种25×25且障碍物栅格比例更高的栅格环境,利用本文所改

进的ACO和文献[13]和文献[14]所改进ACO在上述栅格环境下进行单个机器人的路径规划仿真对比实验.实验平台为Matlab2018a,计算机CPU型号为intel i7 8th,运行内存为8GB.ACO参数见表1,且设其适应度函数为: $\text{Fit}_k(s) = 1/L_k(s)$.

表1 蚁群算法初始化参数

Tab. 1 ACO initialization parameters

| 参数 | 取值 |
|----------|-----|
| α | 1 |
| β | 7 |
| ρ | 0.3 |
| N | 100 |

假设机器人在栅格环境中的起点栅格号都为1且目标点栅格号相同,三种算法分别运行20次,随机抽取一组解做对比分析.三种栅格环境下,文献[13]、文献[14]和本文所提算法规划得到的路径和路径长度收敛曲线分别如图5至7所示.

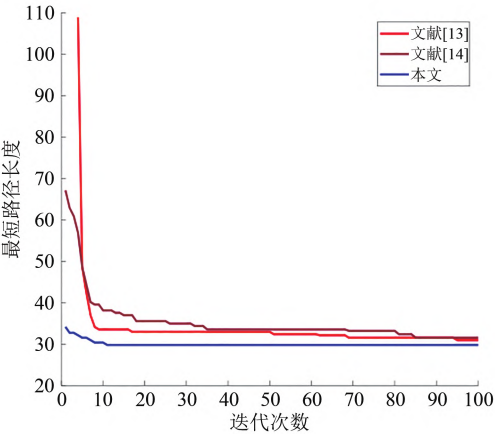
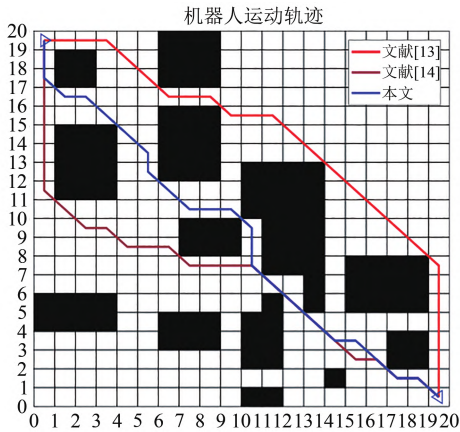


图5 路径和路径长度收敛曲线

Fig. 5 Path and path length convergence curves

三种蚁群算法路径规划的平均对比结果见表2.

由图5~7可看出,在三种栅格环境下三种算法都找到一条从起始点到目标点的无碰撞路径.由表2数据分析可得,与文献[13]和文献[14]所改进的ACO相比,本文所改进ACO规划得到的路径更短,得到最短路径所需迭代次数有了很大的减少,且所

得路径长度方差更小,算法运行更加平稳.但是运行时间相比文献[14]本文所改进算法略高,这是因为本文对传统蚁群算法的启发式函数进行了改进,蚂蚁在到达下一节点前需要对每个待选节点与当前节点形成的线段和起点与目标点形成线段的夹角进行计算,这样就导致算法的复杂度变高,运行

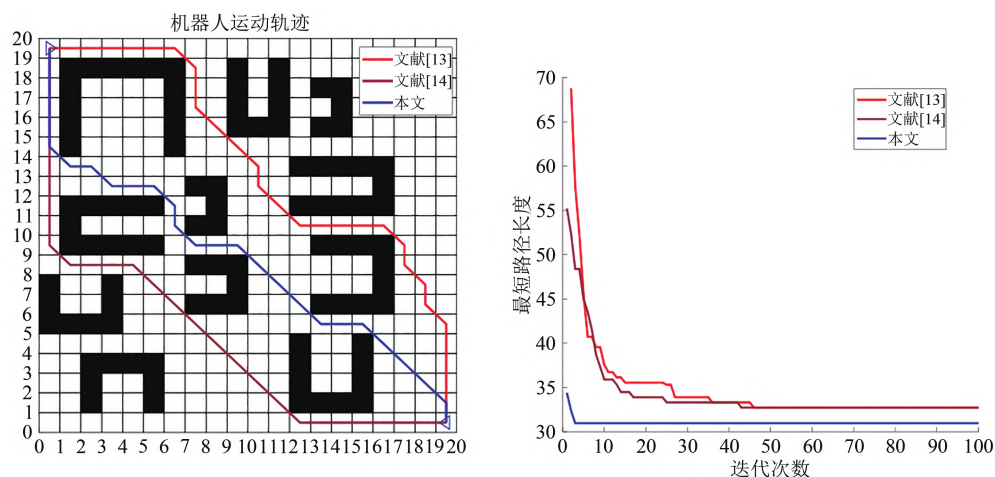


图6 路径和路径长度收敛曲线

Fig. 6 Path and path length convergence curves

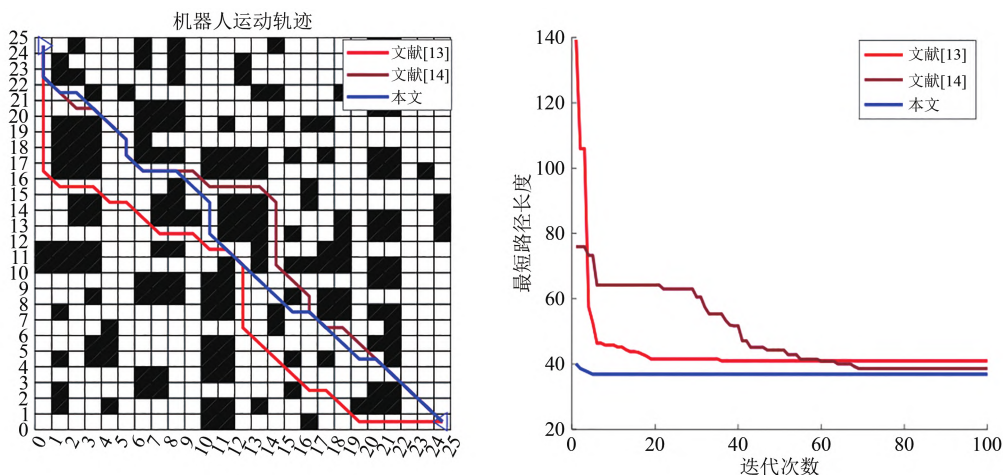


图7 路径和路径长度收敛曲线

Fig. 7 Path and path length convergence curves

表2 结果对比

Tab. 2 Comparative results

| 环境 | 算法 | 平均路径长度 | 平均迭代次数 | 平均运行时间/s | 路径长度方差 |
|------------|--------|--------|--------|----------|--------|
| 普通栅格环境 | 文献[13] | 30.97 | 78 | 5.99 | 5.87 |
| | 文献[14] | 31.53 | 82 | 4.65 | 7.76 |
| | 本文算法 | 29.79 | 9 | 5.86 | 0.24 |
| “U”型栅格环境 | 文献[13] | 32.89 | 70 | 6.14 | 7.68 |
| | 文献[14] | 31.89 | 69 | 4.89 | 8.89 |
| | 本文算法 | 30.97 | 10 | 5.86 | 0.76 |
| 25×25 栅格环境 | 文献[13] | 41.23 | 48 | 8.98 | 13.52 |
| | 文献[14] | 38.62 | 67 | 6.20 | 14.78 |
| | 本文算法 | 36.90 | 12 | 8.60 | 2.10 |

时间变长.总体来说,本文所改进的ACO较文献[13]和文献[14]所改进的ACO应用于单机器人路径规划时,综合性能上有了比较明显的提升.

5.2 多机器人协同路径规划仿真实验

分布式的多机器人路径规划,不仅是单个机器

人性能指标的优化,更重要的是在保证整个系统安全高效的运行.通常多机器人的路径规划以整体运行时长或总路径长度为目标函数,本文在保证路径规划结果安全有效的情况下,以总规划路径长度为目标,即目标函数可设为: $\text{Fit}_k(s)' = 1 / \sum_{i=1}^n L_{kn}(s)$.

仿真案例1:

为了验证本文所提算法应用于多机器人协同避碰的有效性,假设在 20×20 的栅格环境中,有两个机器人R1和R2(任务权重: $R1 > R2$)分别从起点S1和S2到目标点G1和G2.假如两个机器人都只考虑路径最短,而不考虑协同避碰问题,则两个机器人得到的路径组合如图8(a)所示,可看出规划得到的路径出现了大量耦合情况,根据判断,两机器人会发生第二类碰撞,在实际的应用过程中,可能会导致任务失败.如图8(b)所示是利用本文所提算法规划所得路径,其中R1规划得到的路径用蓝色线条

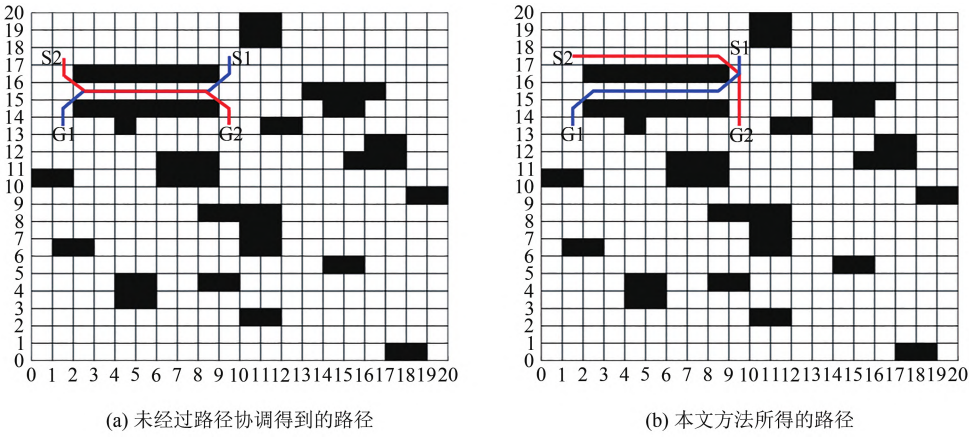


图8 得到的路径组合

Fig. 8 Path without path coordination

表示,其中R2规划得到的路径用红色线条表示.由于R1的优先级高于R2,R1规划的路径并没发生变化,而R2则重新规划得到了一条次优路径,虽然R2重新规划得到的路径与R1规划所得路径在70号栅格出产生了路径交叉耦合,但是两个机器人并不会同时到达70号栅格,所得路径组合是安全有效的.

仿真案例2:

为了进一步验证本文所提算法的有效性,选择25×25规模且障碍物栅格比例更高的栅格环境利用本文所提方法进行多机器人协同路径规划仿真实验.假设在此环境中机器人R1、R2、R3和R4,它们的任务权重分别为0.1、0.2、0.3和0.4,四个机器人对应的起点分别为S1、S2、S3和S4,目标点分别为G1、G2、G3和G4.最终所得线路组合如图9所示.

由图9可以看出,机器人R2和R3规划得到的路径与机器人R1的规划得到的路径在337号和390

安全、平滑、可靠.

6 结语

本文所改进的蚁群算法在解决单移动机器人路径规划问题时,相比于文献[13]和文献[14]所改进的蚁群算法,本文所提算法得到最短路径所需迭代次数更少,所得路径更短,更加平滑,算法运行更加平稳;利用本文所提的分布式多机器人协同的路径规划方法,进行多机器人的路径仿真实验,实验结果证明本文所提多机器人协同的路径规划方法能有效解决多机器人协同路径规划,得到的路径组合安全有效,且路径较为平滑.同时,本文的研究工作也有许多需要改进的地方,比如如何增加所提多机器人协同路径规划方法在解决大规模多机器人路径规划问题时计算的复杂度等问题.

参 考 文 献

[1] CONTRERAS-CRUZ M A, AYALA-RAMIREZ V, HERNANDEZ-BELMONTE U H. Mobile robot path planning using artificial bee colony and evolutionary programming[J]. Applied Soft Computing Journal, 2015, 30:319-328.

[2] FAZLOLLAHTABAR H, HASSANLI S. Hybrid cost and time path planning for multiple autonomous guided vehicles[J]. Applied Intelligence, 2018, 48(1):482-498.

[3] XU G H, LI M, CHEN J, et al. Formation tracking control for multi-agent networks with fixed time convergence via terminal sliding mode control approach[J]. Sensors, 2021, 21(4):1416.

[4] XU G H, Qi F, LAI Q, et al. Fixed time synchronization control for bilateral teleoperation mobile manipulator with

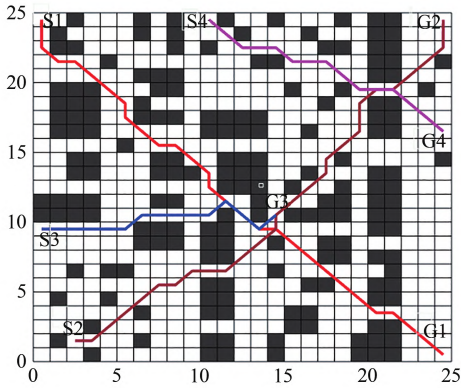


图9 本文所提方法所得的路径

Fig. 9 The path obtained by the method proposed in this article

号栅格出现了路径交叉点,经判断,它们不会同时到达交叉点,同理,其他机器人也不会同时到达路径交叉点,因此机器人间不会发生碰撞,所得路径

- nonholonomic constraint and time delay [J]. *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, 2020, 67(12), 3452-3456.
- [5] TANG B, XIANG K, PANG M, et al. Multi-robot path planning using an improved self-adaptive particle swarm optimization [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020, 17(5):172988142093615.
- [6] JEDDISARAVI K, ALITAPPEH R J, PIMENTA L A, et al. Multi-objective approach for robot motion planning in search tasks[J]. *Applied Intelligence*, 2016, 45(2):1-17.
- [7] 夏清松,唐秋华,张利平.多仓储机器人协同路径规划与作业避碰[J]. *信息与控制*, 2019, 48(1):22-28.
- [8] 曹其新,黄先群,朱笑笑,等.基于保留区域的分布式多机器人路径规划[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2018, 46(12):76-81.
- [9] THABIT S, MOHADES A. Multi-robot path planning based on multi-objective particle swarm optimization[J]. *IEEE Access*, 2018, 6:2138-2147.
- [10] 万逸飞,彭力.基于协同多目标算法的多机器人路径规划[J]. *信息与控制*, 2020, 49(2):15-22.
- [11] ZHANG W, GONG X, HAN G, et al. An improved ant colony algorithm for path planning in one scenic area with many spots[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 13260-13269.
- [12] LAI Q, XU G H. A new path planning method of mobile robot based on adaptive dynamic firefly algorithm [J]. *Modern Physics Letters B*, 2020, 34(29), 2050322.
- [13] ALI H, GONG D, WANG M, et al. Path planning of mobile robot with improved ant colony algorithm and MDP to produce smooth trajectory in grid-based environment[J]. *Frontiers in Neurorobotics*, 2020, 14:44.
- [14] GAO W X, TANG Q, YE B, et al. An enhanced heuristic ant colony optimization for mobile robot path planning [J]. *Soft Computing*, 2020, 24(8):6139-6150.
- [15] 雷超帆,赵华东,江南.融合粒子群与蚁群算法的机器人路径规划[J]. *重庆理工大学学报(自然科学版)*, 2020, 34(1):235-241.

(责编&校对 姚春娜)